ESPALHAMENTO I

1. Física desejada: 2/3/09

Vimos estados ligados (estacionários) que descrevem ou núcleos átomos, etc

Para interagir com estes sistemas devemos interagir c/ eles via "espalhamento":

O espalhamento é dito ser elástico se $i = f$ p/ o sist. tem o mesmo estado

Espalhamento é a base da nossa investigação da matéria. Apesar de ser um processo essencialmente dependente do tempo este pode ser descrito por métodos independentes do tempo.

Obs: $V \to 0$ qdo $r \to \infty$

0.) Separação do movimento do centro de massa

$$H = \frac{p_1^2}{2\mu_1} + \frac{p_2^2}{2\mu_2} + V(|x_1 - x_2|) \Longrightarrow H = H_{cm} + H_{rel}$$

P_{cm} R, p x

c/ $H_{cm} = \frac{P^2}{2M}$ e $H_{rel} = \frac{p^2}{2\mu} + V(x)$ onde $M = \mu_1 + \mu_2$ e $\frac{1}{\mu} = \frac{1}{\mu_1} + \frac{1}{\mu_2}$

$H|E\rangle = E|E\rangle$

$H_{cm}|E_1\rangle = E_1|E_1\rangle$

$H_{rel}|E_2\rangle = E_2|E_2\rangle$

$E = E_1 + E_2$ e $|E\rangle = |E_1\rangle|E_2\rangle$

tratamos só o mov. relativo

2. Fatos básicos: (em sistemas tri-dimensionais)

a.) Estados ligados: são auto-estados de H

$$H|E\rangle = E|E\rangle \quad (1)$$

tais que suas funções de onda $\psi_E(x) = \langle x|E\rangle$ são normalizáveis, $\int d^3x\, |\psi_E(x)|^2 < \infty$

Uma das condições de contorno usadas na solução de (1) é que $|\psi_E| \to 0$ suficientemente rápido para $r \to \infty$.

Lembre-se que o espectro de E é discreto!

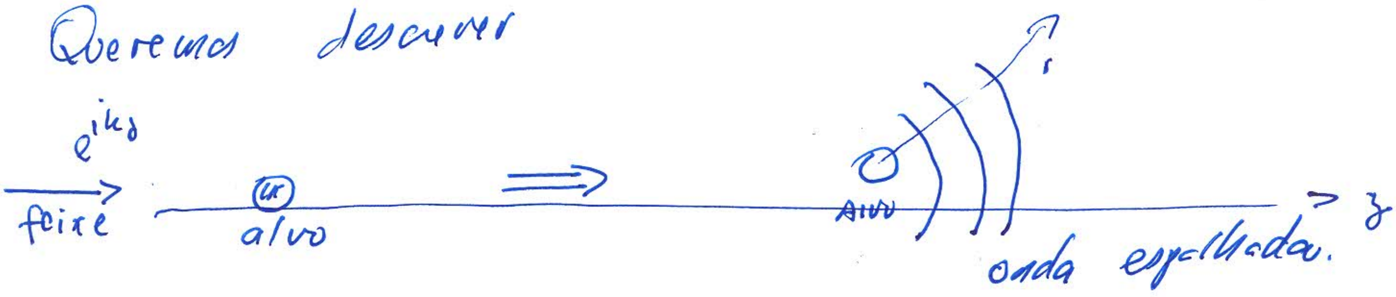
Estes estados (em muitos casos) não formam um ~~...~~ conjunto completo pois não descrevem espalhamento!

b). Estados de espalhamento: são auto-estados de H

$$H|E\rangle = E|\Psi\rangle \quad (1)$$

porém são não normalizáveis. A condição de contorno imposta neste caso deve ser dada pela FÍSICA DESEJADA!

Queremos descrever



Suponhamos que o potencial de interação seja de curto alcance (seja lá o que isso signifique) e p/ $r\to\infty$ a solução de (1) deve descrever uma partícula livre emergente, i.e., $\frac{e^{ikr}}{r}$ onde $E=\frac{\hbar^2 k^2}{2\mu}$.

A SER DETERMINADO!

com isso impomos que

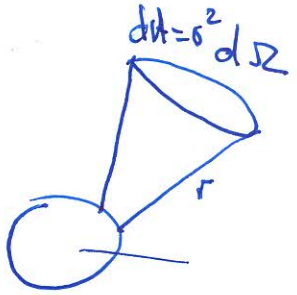
$$\Psi_E(r) \simeq e^{ikz} + f(\theta,\varphi)\frac{e^{ikr}}{r} \quad (2) \quad \text{para } r\to\infty$$

Note que: 1) Ψ_E é δ-f $\int|\Psi|^2\to\infty$ ~~não normalizável~~. Poderíamos adotar uma prescrição t.q. ~~...~~ $\Psi_E \simeq N\left(e^{ikz}+f(\theta,\varphi)\frac{e^{ikr}}{r}\right)$ (3) e escrever normalizado, fixando N.

2) Esse processo fornece a resposta desejada porque ~~...~~ fisicamente não existiriam ondas e^{ikz} e $\frac{e^{ikr}}{r}$ ($\exists$ pacotes) e m.q. é um processo dependente do tempo! Voltamos a esse ponto mais à frente!

c) Seção de choque diferencial:

Para feixes de partículas não interagentes entre si (e.g. feixes pouco densos) (evitemos problemas de muitos corpos)



$$\dot{N}_{esp} = \frac{\#\ \text{part. esp. p}/\ d\Omega}{dt}$$

é prop. to $d\Omega\, r^2 = dA$

é prod do fluxo incidente $\Rrightarrow$

$$\dot{N}_{esp} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)(r^2 d\Omega)\, F_{inc} \quad (1)$$

└> coef. de proporcionalidade

Mas o fluxo incidente é: $J_z = F_{inc} = \frac{\hbar}{2\mu i}\left(\psi^*_{inc}\nabla\psi - \psi\nabla\psi^*\right)\Big|_z$

$$= |N|^2 \frac{\hbar k}{\mu} \quad (2)$$

Por outro lado $\dot{N}_{esp} \underset{r\to\infty}{\simeq} r^2 d\Omega\, J_r^{esp} = r^2 d\Omega\, \frac{\hbar}{2\mu i}\left(\psi^*_{esp}\nabla\psi_{esp} - \psi_{esp}\nabla\psi^*_{esp}\right)$

$$\simeq |N|^2 \frac{\hbar k}{\mu}\frac{|f|^2}{r^2} \quad (3)$$

Logo $(1)+(2)+(3) \Rightarrow$ $\boxed{\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f|^2 \quad (4)}$

Obs.: (1) Desprezamos o termo de interferência entre a onda espalhada e a incidente. Isso pode ser feito? NÃO, essa é a origem do teorema ótico!

(2) ~~Para~~ Esse resultado é de fato válido e usamos pacotes de onda e ~~[illegible]~~ a consideramos o termo de interferência, obtendo o teorema ótico!