

# NIVELAMENTO GEOMÉTRICO



# NIVELAMENTO

Operação que permite determinar cotas altimétricas ou altitudes de pontos da superfície da Terra.

Com estas informações, pode-se representar o relevo topográfico da região levantada.

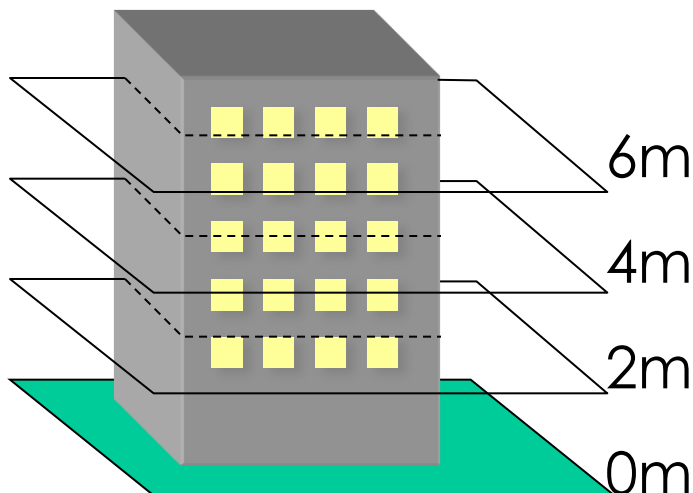
Nivelamento  
Topográfico: {

- Geométrico
- Trigonométrico

# SUPERFÍCIE DE REFERÊNCIA

**Superfície Arbitrária:** um ponto qualquer é escolhido como referência ou cota origem. Neste caso as cotas são relativas.

*Exemplo: no projeto de um edifício, o engenheiro ou arquiteto definiu que o nível do térreo tinha cota 100,00. Com base nesta referência define-se a cota dos subsolos, dos andares, da caixa d'água, etc*

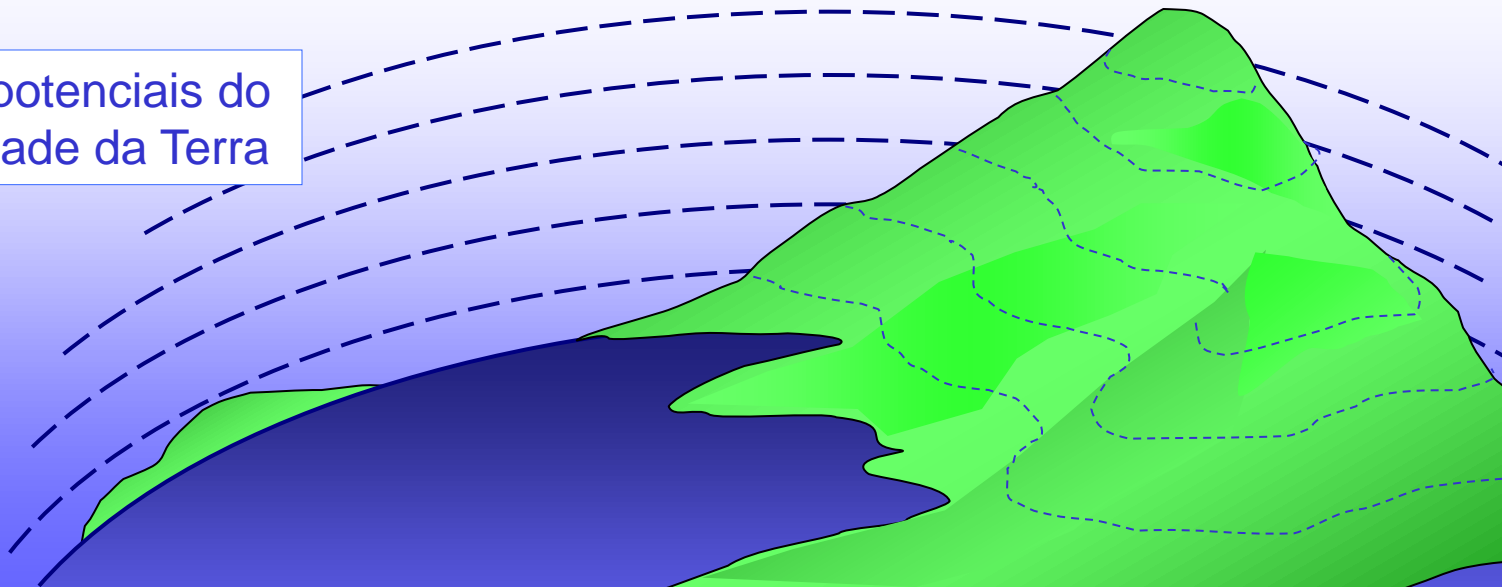


# SUPERFÍCIE DE REFERÊNCIA

**Superfície Geoidal:** superfície equipotencial coincidente com o nível médio dos mares (não perturbado). Neste caso a cota passa a ser denominada **altitude ortométrica**.

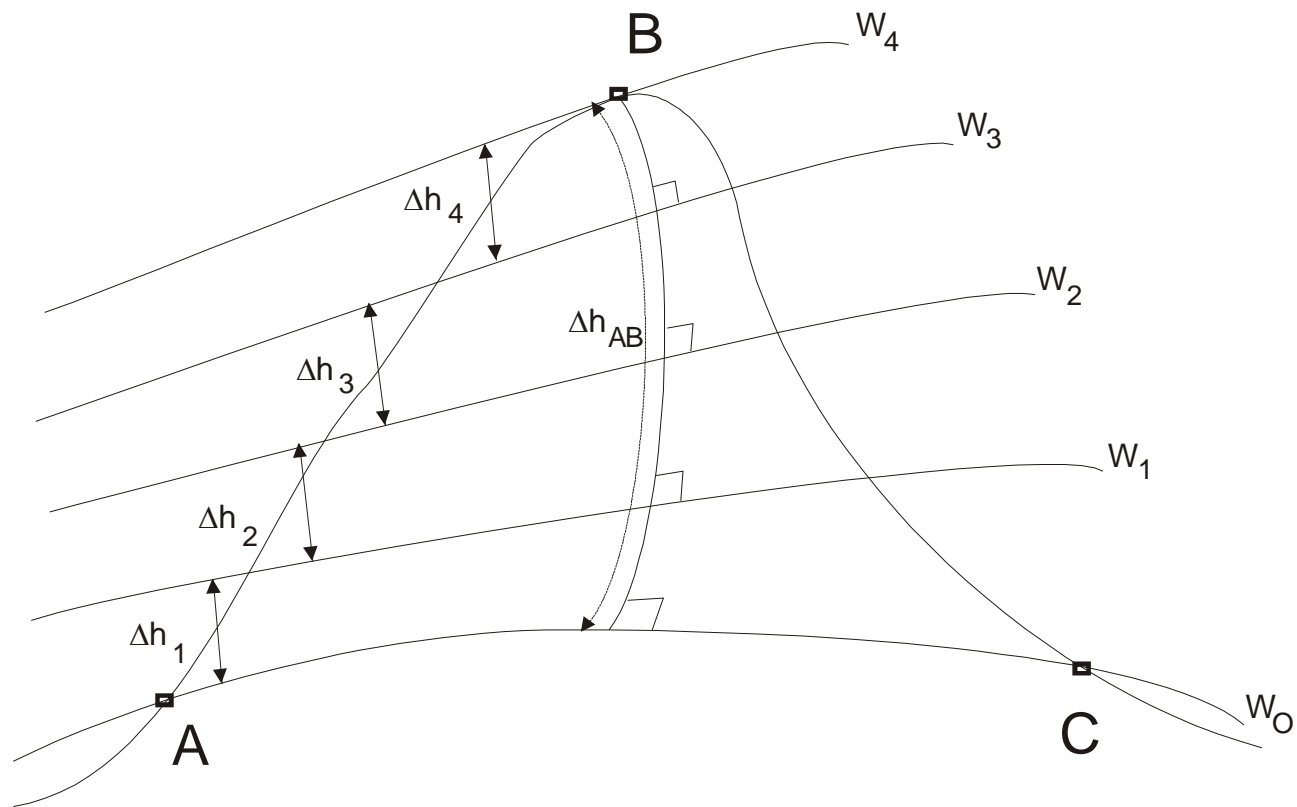
*Exemplo: no projeto de uma represa, definiu-se que o nível máximo do espelho d'água é na altitude ortométrica = 750,00m. Desta forma, define-se a altura da barragem e a área inundada.*

Superfícies equipotenciais do campo de gravidade da Terra



# Nivelamento Geométrico

- Na operação de nivelamento, quando se estaciona o nível e se faz leituras das miras, a diferença de leitura traduz a separação entre as duas superfícies de nível que passam pela base das duas miras. Considerando um lance (distância entre duas miras) ou uma sessão (distância entre duas referências de nível - RRNN) aquela separação é constante.
- Porém, no geral, como as superfícies de nível não são paralelas, a separação entre elas não será constante. Portanto, o nivelamento geométrico dependerá do trajeto percorrido.
- RN = referência de nível
- RRNN = referências de nível



$\Delta h_i$  ( $i=1, \dots, 4$ )  $\rightarrow$  desníveis obtidos pelo nivelamento geométrico entre pontos que situam-se na intersecção da superfície topográfica com as superfícies equipotenciais  $W_i$  ( $i=0, \dots, 4$ ).

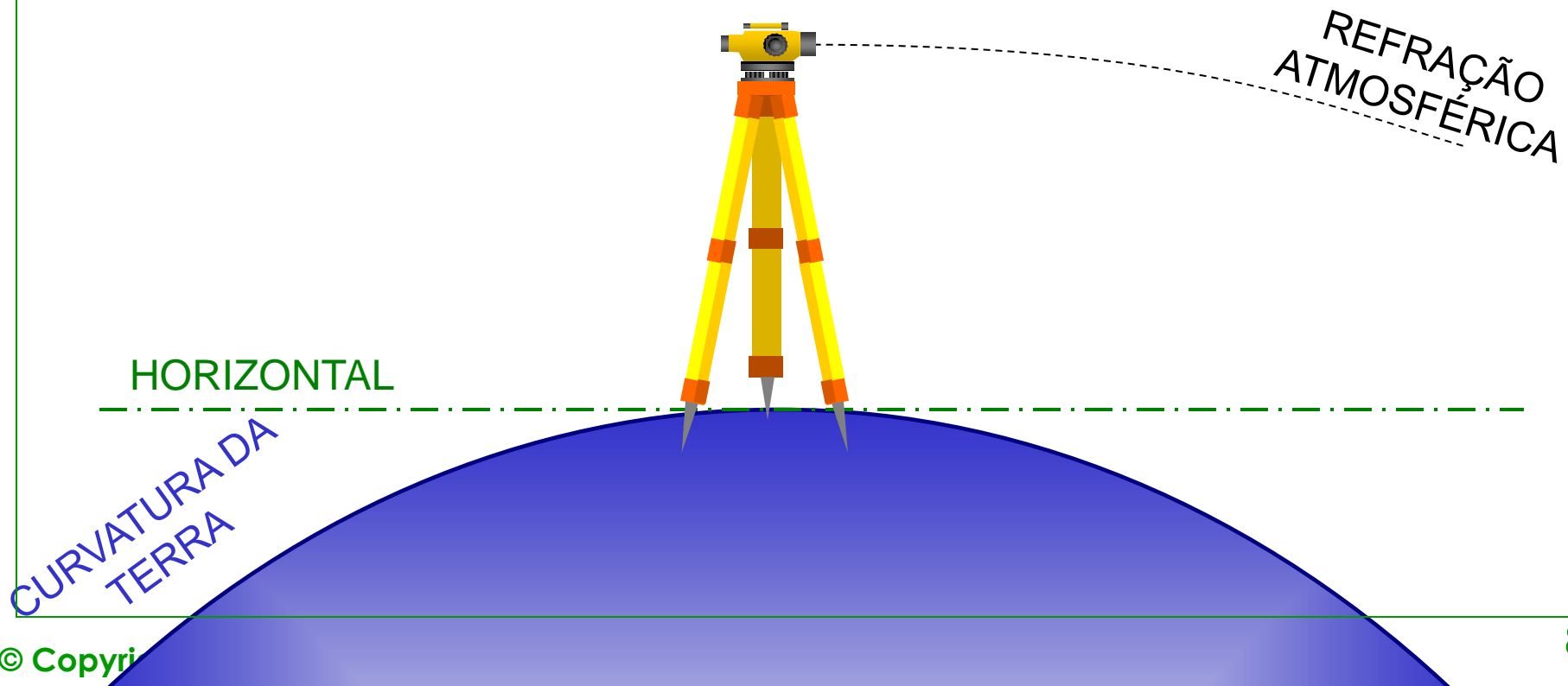
# Nivelamento Geométrico

$$\Delta h_1 + \Delta h_2 + \Delta h_3 + \Delta h_4 \neq \Delta h_{AB}$$

- Na verdade, o que duas superfícies de nível têm de constante é a diferença de potencial e não a separação entre elas. Para se equacionar o problema do nivelamento geométrico é necessário dar sentido físico à altitude. Isto é feito definindo uma grandeza física chamada número geopotencial ( $C_{AB}$ )

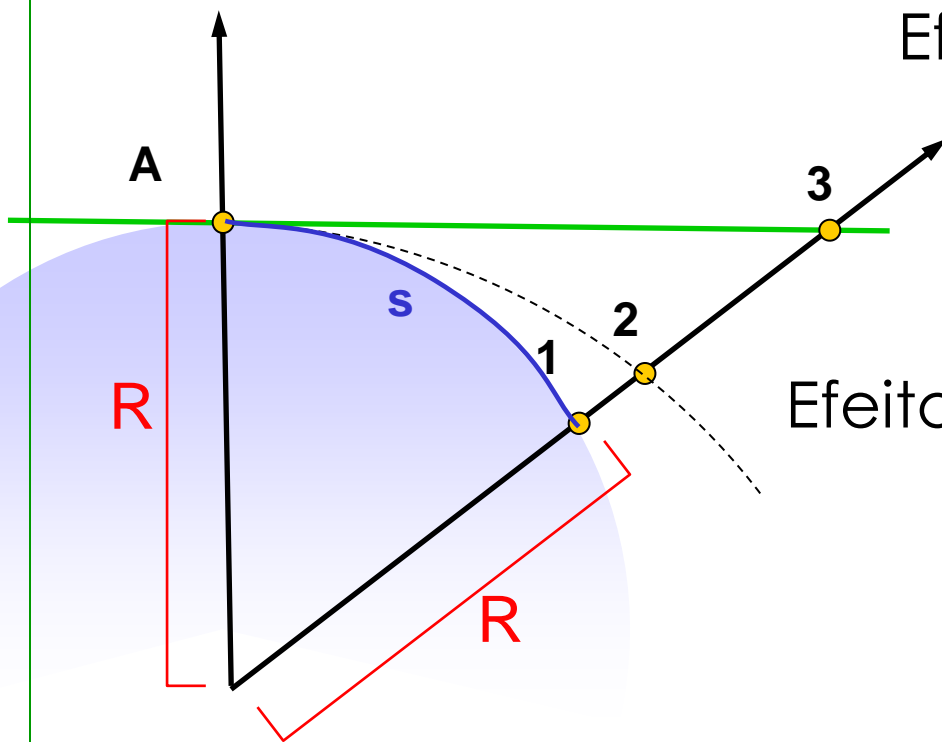
# Efeitos da curvatura da Terra e da refração atmosférica

Deve ser considerado para o cálculo correto das cotas:





# Efeitos da curvatura da Terra e da refração atmosférica



Efeito da curvatura da Terra

$$c = \overline{13} = \frac{s^2}{2.R}$$

Efeito da refração da atmosfera

$$r = \overline{23} = \frac{1}{15} \frac{s^2}{2.R} = k \cdot \frac{s^2}{2.R}$$

Efeito conjunto (c-r)

$$CR = 7 \cdot s^2(\text{cm})$$

# Nivelamento Geométrico

- Visadas na horizontal
- Emprego de mira e níveis de luneta
- Efeito CR compensado pela equidistância das miras de vante e ré ( $s_r = s_v \leq 50\text{m}$ )

(R) ré

(visada de partida)

(V) vante

$$\Delta Z = R - V$$

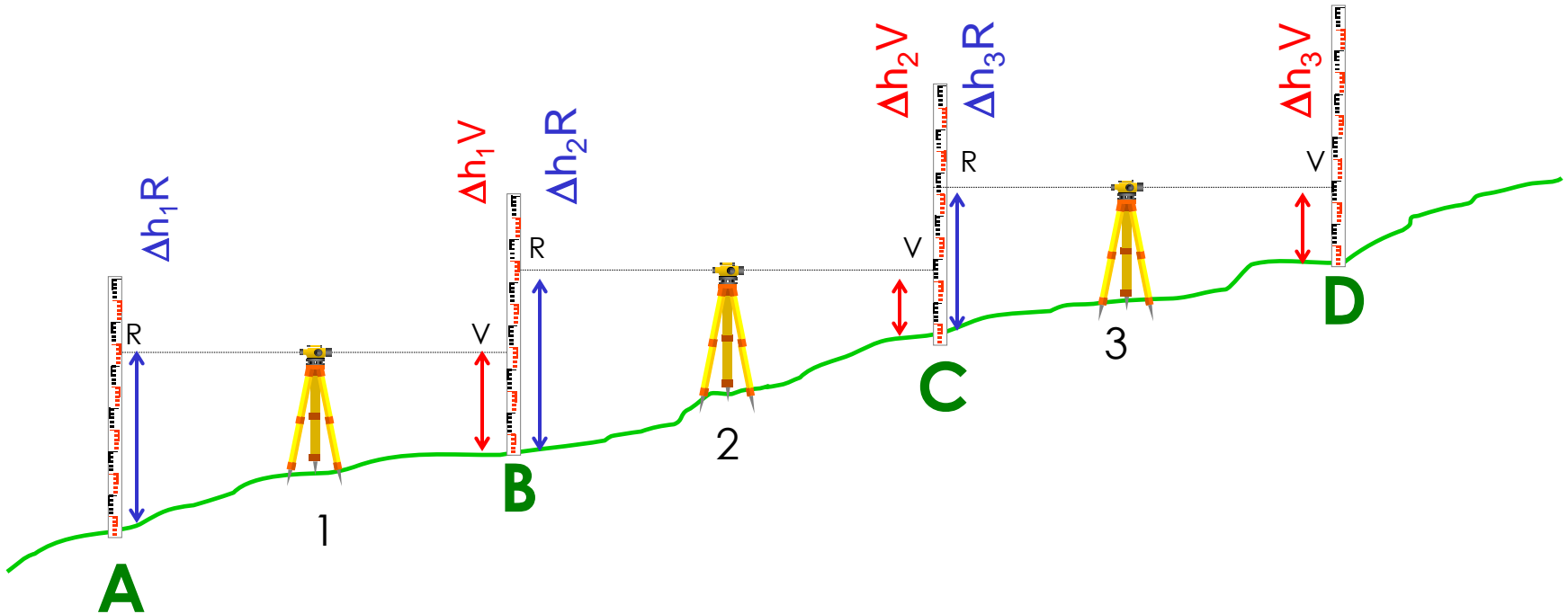
$s_r$

$s_v$

$\Delta Z$

# Nivelamento Geométrico

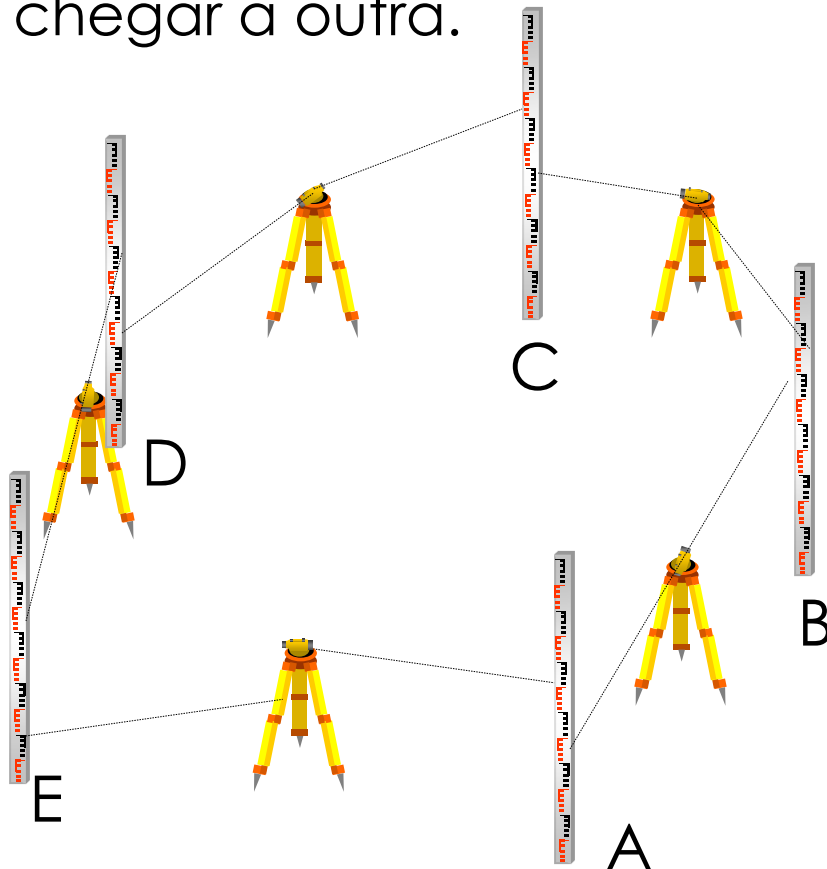
Caminhamento em um  
levantamento Geométrico



$$Z_D = Z_A + \Delta h_1 R - \Delta h_1 V + \Delta h_2 R - \Delta h_2 V + \Delta h_3 R - \Delta h_3 V$$

# Nivelamento Geométrico

Deve-se fechar o percurso, voltando ao ponto de partida do caminhamento, para ser feito controle do erro total. Isto não é necessário caso se parta de uma RN para se chegar a outra.



Erro tolerável de fechamento:

$$f = k \cdot \sqrt{s}$$

$k = 10 \text{ mm/km}$  (constante instrumental) e

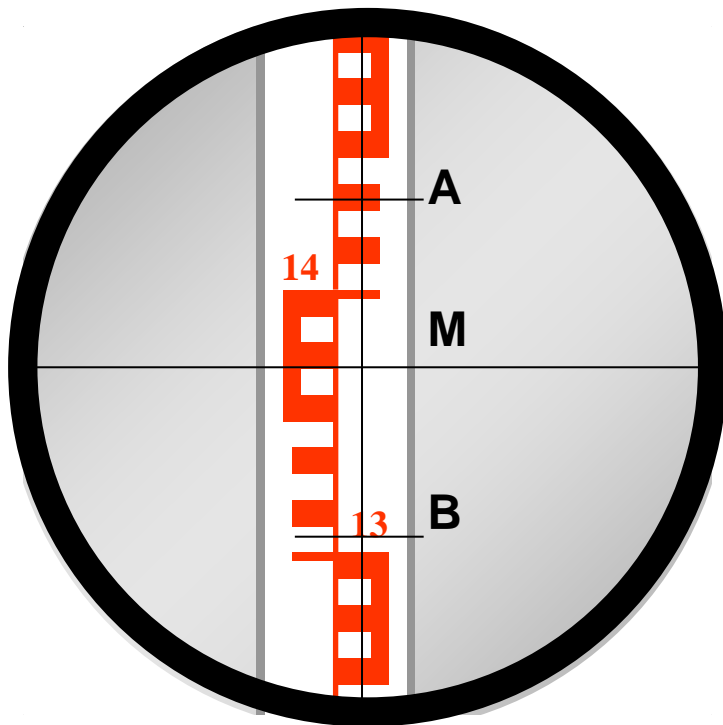
$s =$  distância efetivamente nivelada (em km)

Distribuição do erro:

- equitativa
- proporcional à distância

# Nivelamento Geométrico

Controle local do erro: Leitura dos três retículos da luneta



$$A = 1434 \text{ mm}$$

$$M = 1370 \text{ mm}$$

$$B = 1306 \text{ mm}$$

$$AM = A - M = 1434 - 1370 = 64 \text{ mm}$$

$$MB = M - B = 1370 - 1306 = 64 \text{ mm}$$

$$\mathbf{AM = MB}$$

(se admite variação máxima entre AM e MB de 2 mm. Caso a diferença seja maior será necessário refazer as três leituras na mira).

# Exemplo de nivelamento geométrico

| Nivelamento Geométrico                              |                     |               |      |       |         |                   |         |          |
|---|---------------------|---------------|------|-------|---------|-------------------|---------|----------|
| ponto visado  | estadia<br>A/B (mm) | distância (m) | mira |       | detalhe | cotas             |         |          |
|   |                     |               | ré   | vante |         | provisórias       | ajustes | corretas |
| RN1   | 1149                |               |      |       |         |                   |         | 721,6846 |
|   | 730                 |               |      |       |         |                   |         |          |
| E1  | 1970                |               |      |       |         |                   |         |          |
|   | 1549                |               |      |       |         |                   |         |          |
| E1  | 1740                |               |      |       |         |                   |         |          |
|   | 1384                |               |      |       |         |                   |         |          |
| E2  | 1400                |               |      |       |         |                   |         |          |
|   | 1050                |               |      |       |         |                   |         |          |
| E2  | 1758                |               |      |       |         |                   |         |          |
|   | 1343                |               |      |       |         |                   |         |          |
| DETALHE   | 1322                |               |      |       |         |                   |         |          |
|   | 1079                |               |      |       |         |                   |         |          |
| E3  | 1849                |               |      |       |         |                   |         |          |
|   | 1441                |               |      |       |         |                   |         |          |
| E3  | 1484                |               |      |       |         |                   |         |          |
|   | 1140                |               |      |       |         |                   |         |          |
| M   | 1592                |               |      |       |         |                   |         |          |
|   | 1272                |               |      |       |         |                   |         |          |
| M   | 1583                |               |      |       |         |                   |         |          |
|   | 1267                |               |      |       |         |                   |         |          |
| E4  | 1419                |               |      |       |         |                   |         |          |
|   | 1101                |               |      |       |         |                   |         |          |
| E4  | 1999                |               |      |       |         |                   |         |          |
|   | 1498                |               |      |       |         |                   |         |          |
| E5  | 1685                |               |      |       |         |                   |         |          |
|   | 1179                |               |      |       |         |                   |         |          |
| E5  | 1185                |               |      |       |         |                   |         |          |
|   | 771                 |               |      |       |         |                   |         |          |
| E6  | 1331                |               |      |       |         |                   |         |          |
|   | 911                 |               |      |       |         |                   |         |          |
| E6  | 1459                |               |      |       |         |                   |         |          |
|   | 1239                |               |      |       |         |                   |         |          |
| RN1   | 1098                |               |      |       |         |                   |         |          |
|   | 868                 |               |      |       |         |                   |         |          |
|   |                     |               |      |       |         |                   |         |          |
|   |                     |               |      |       |         |                   |         |          |
|   |                     |               |      |       |         |                   |         |          |
|   |                     |               |      |       |         |                   |         |          |
| somas   |                     |               |      |       |         |                   |         |          |
| erro de fechamento =                                |                     |               |      |       |         |                   |         |          |
| distancia total =                                   |                     |               |      |       |         |                   |         |          |
| erro tolerável = $10 \times (s(\text{km}))^{1/2} =$ |                     |               |      |       |         |                   |         |          |
| Nome do operador: Grupo 3                           |                     |               |      |       |         | data : 30/04/2003 |         |          |

O objetivo deste nivelamento é encontrar o valor da cota no ponto M.

Para descobrirmos o erro devemos aplicar o contra-nivelamento.

**1ª etapa: Leitura da mira**

Inserir valores das estadias, colhidas com auxílio do nível

# Exemplo de nivelamento geométrico

| Nivelamento Geométrico                              |                     |               |       |        |         |             |         |
|---|---------------------|---------------|-------|--------|---------|-------------|---------|
| ponto visado  | estadia<br>A/B (mm) | distância (m) | mira  |        | detalhe | cotas       |         |
|   |                     |               | ré    | vante  |         | provisórias | ajustes |
| RN1   | 1149                | 41,9          | 939,5 |        |         |             |         |
|   | 730                 |               |       |        |         |             |         |
| E1  | 1970                | 42,1          |       | 1759,5 |         |             |         |
|   | 1549                |               |       |        |         |             |         |
| E1  | 1740                | 35,6          | 1562  |        |         |             |         |
|   | 1384                |               |       |        |         |             |         |
| E2  | 1400                | 35            |       | 1225   |         |             |         |
|   | 1050                |               |       |        |         |             |         |
| E2  | 1758                | 41,5          | 1551  |        |         |             |         |
|   | 1343                |               |       |        |         |             |         |
| DETALHE   | 1322                | 24,3          |       |        | 1200,5  |             |         |
|   | 1079                |               |       |        |         |             |         |
| E3  | 1849                | 40,8          |       | 1645   |         |             |         |
|   | 1441                |               |       |        |         |             |         |
| E3  | 1484                | 34,4          | 1312  |        |         |             |         |
|   | 1140                |               |       |        |         |             |         |
| M   | 1592                | 32            |       | 1432   |         |             |         |
|   | 1272                |               |       |        |         |             |         |
| M   | 1583                | 31,6          | 1425  |        |         |             |         |
|   | 1267                |               |       |        |         |             |         |
| E4  | 1419                | 31,8          |       | 1260   |         |             |         |
|   | 1101                |               |       |        |         |             |         |
| E4  | 1999                | 50,1          | 1749  |        |         |             |         |
|   | 1498                |               |       |        |         |             |         |
| E5  | 1685                | 50,6          |       | 1432   |         |             |         |
|   | 1179                |               |       |        |         |             |         |
| E5  | 1185                | 41,4          | 978   |        |         |             |         |
|   | 771                 |               |       |        |         |             |         |
| E6  | 1331                | 42            |       | 1121   |         |             |         |
|   | 911                 |               |       |        |         |             |         |
| E6  | 1459                | 22            | 1349  |        |         |             |         |
|   | 1239                |               |       |        |         |             |         |
| RN1   | 1098                | 23            |       | 983    |         |             |         |
|   | 868                 |               |       |        |         |             |         |
|   |                     |               |       |        |         |             |         |
|   |                     |               |       |        |         |             |         |
|   |                     |               |       |        |         |             |         |
|   |                     |               |       |        |         |             |         |
| somas   |                     |               |       |        |         |             |         |
| erro de fechamento =                                |                     |               |       |        |         |             |         |
| distancia total =                                   |                     |               |       |        |         |             |         |
| erro tolerável = $10 \times (s(\text{km}))^{1/2} =$ |                     |               |       |        |         |             |         |
| Nome do operador: Grupo 3                           | data : 30/04/2003   |               |       |        |         |             |         |

2ª etapa:  
Cálculo da distância

$$d = k \cdot (AB) \cdot \text{sen}^2 90^\circ$$

∴

$$d = k \cdot (A-B)$$

3ª etapa:  
Cálculo da mira

$$M = R = V = \frac{A + B}{2}$$

# Exemplo de nivelamento geométrico

| Nivelamento Geométrico  |                     |               |         |         |         |                   |          |
|---|---------------------|---------------|---------|---------|---------|-------------------|----------|
| ponto visado  | estadia<br>A/B (mm) | distância (m) | mira    |         | detalhe | cotas             |          |
|   |                     |               | ré      | vante   |         | provisórias       | ajustes  |
| RN1   | 1149                | 41,9          | 939,5   |         |         |                   | 721,6846 |
|   | 730                 |               |         |         |         |                   |          |
| E1  | 1970                | 42,1          |         | 1759,5  |         |                   |          |
|   | 1549                |               |         |         |         |                   |          |
| E1  | 1740                | 35,6          | 1562    |         |         |                   |          |
|   | 1384                |               |         |         |         |                   |          |
| E2  | 1400                | 35            |         | 1225    |         |                   |          |
|   | 1050                |               |         |         |         |                   |          |
| E2  | 1758                | 41,5          | 1550,5  |         |         |                   |          |
|   | 1343                |               |         |         |         |                   |          |
| DETALHE   | 1322                | 24,3          |         |         | 1200,5  |                   |          |
|   | 1079                |               |         |         |         |                   |          |
| E3  | 1849                | 40,8          |         | 1645    |         |                   |          |
|   | 1441                |               |         |         |         |                   |          |
| E3  | 1484                | 34,4          | 1312    |         |         |                   |          |
|   | 1140                |               |         |         |         |                   |          |
| M   | 1592                | 32            |         | 1432    |         |                   |          |
|   | 1272                |               |         |         |         |                   |          |
| M   | 1583                | 31,6          | 1425    |         |         |                   |          |
|   | 1267                |               |         |         |         |                   |          |
| E4  | 1419                | 31,8          |         | 1260    |         |                   |          |
|   | 1101                |               |         |         |         |                   |          |
| E4  | 1999                | 50,1          | 1748,5  |         |         |                   |          |
|   | 1498                |               |         |         |         |                   |          |
| E5  | 1685                | 50,6          |         | 1432    |         |                   |          |
|   | 1179                |               |         |         |         |                   |          |
| E5  | 1185                | 41,4          | 978     |         |         |                   |          |
|   | 771                 |               |         |         |         |                   |          |
| E6  | 1331                | 42            |         | 1121    |         |                   |          |
|   | 911                 |               |         |         |         |                   |          |
| E6  | 1459                | 22            | 1349    |         |         |                   |          |
|   | 1239                |               |         |         |         |                   |          |
| RN1   | 1098                | 23            |         | 983     |         |                   |          |
|   | 868                 |               |         |         |         |                   |          |
|   |                     |               |         |         |         |                   |          |
|   |                     |               |         |         |         |                   |          |
|   |                     |               |         |         |         |                   |          |
|   |                     |               |         |         |         |                   |          |
| somas   |                     | 595,8         | 10864,5 | 10857,5 |         |                   |          |
| erro de fechamento = 7  |                     |               |         |         |         |                   |          |
| distancia total = 0,60 km   |                     |               |         |         |         |                   |          |
| erro tolerável = $10 \times (s(\text{km}))^{1/2} = 7,72 \text{ mm}$ |                     |               |         |         |         |                   |          |
| Nome do operador: Grupo 3   |                     |               |         |         |         | data : 30/04/2003 |          |

## 4ª etapa: Sombras

Inserir no final da planilha as somas das distâncias, ré e vante

## 5ª etapa: Erro de fechamento

$$e = \sum_{\text{vante}} - \sum_{\text{ré}}$$

## 6ª etapa: Erro tolerável

$$f = 10 \times (s(\text{km}))^{1/2}$$



# Exemplo de nivelamento geométrico

| Nivelamento Geométrico  |                  |               |        |        |         |                   |         |          |
|---|------------------|---------------|--------|--------|---------|-------------------|---------|----------|
| ponto visado  | estadia A/B (mm) | distância (m) | mira   |        | detalhe | cotas             |         |          |
|   |                  |               | ré     | vante  |         | provisórias       | ajustes | corretas |
| RN1   | 1149<br>730      | 41,9          | 939,5  |        |         |                   |         | 721,6846 |
| E1  | 1970<br>1549     | 42,1          |        | 1759,5 |         | 720,8646          | -0,875  | 720,8637 |
| E1  | 1740<br>1384     | 35,6          | 1562   |        |         |                   |         |          |
| E2  | 1400<br>1050     | 35            |        | 1225   |         | 721,2016          | -1,75   | 721,1999 |
| E2  | 1758<br>1343     | 41,5          | 1550,5 |        |         |                   |         |          |
| DETALHE   | 1322<br>1079     | 24,3          |        |        | 1200,5  | 721,5516          | -2,625  | 721,5490 |
| E3  | 1849<br>1441     | 40,8          |        | 1645   |         | 721,1071          | -2,625  | 721,1045 |
| E3  | 1484<br>1140     | 34,4          | 1312   |        |         |                   |         |          |
| M   | 1592<br>1272     | 32            |        | 1432   |         | 720,9871          | -3,5    | 720,9836 |
| M   | 1583<br>1267     | 31,6          | 1425   |        |         |                   |         |          |
| E4  | 1419<br>1101     | 31,8          |        | 1260   |         | 721,1521          | -4,375  | 721,1477 |
| E4  | 1999<br>1498     | 50,1          | 1748,5 |        |         |                   |         |          |
| E5  | 1685<br>1179     | 50,6          |        | 1432   |         | 721,4686          | -5,2    | 721,4634 |
| E5  | 1185<br>771      | 41,4          | 978    |        |         |                   |         |          |
| E6  | 1331<br>911      | 42            |        | 1121   |         | 721,3256          | -6,125  | 721,3195 |
| E6  | 1459<br>1239     | 22            | 1349   |        |         |                   |         |          |
| RN1   | 1098<br>868      | 23            |        | 983    |         | 721,6916          | -7      | 721,6846 |
|   |                  |               |        |        |         |                   |         |          |
|   |                  |               |        |        |         |                   |         |          |
|   |                  |               |        |        |         |                   |         |          |
| somas   |                  | 595,8         | 10865  | 10858  |         |                   |         |          |
| erro de fechamento = 7  |                  |               |        |        |         |                   |         |          |
| distancia total = 0,60 km   |                  |               |        |        |         |                   |         |          |
| erro tolerável = $10 \times (s(\text{km}))^{1/2} = 7,72 \text{ mm}$ |                  |               |        |        |         |                   |         |          |
| Nome do operador: Grupo 3   |                  |               |        |        |         | data : 30/04/2003 |         |          |

7ª etapa:  
Cotas provisórias

$$Z_{n+1} = Z_n + R\acute{e} - Vante$$

8ª etapa:  
Distribuição dos erros

O erro de fechamento foi dividido pelo número de pontos de vante, distribuído cumulativamente e aplicados aos mesmos pontos e também aos de detalhe.



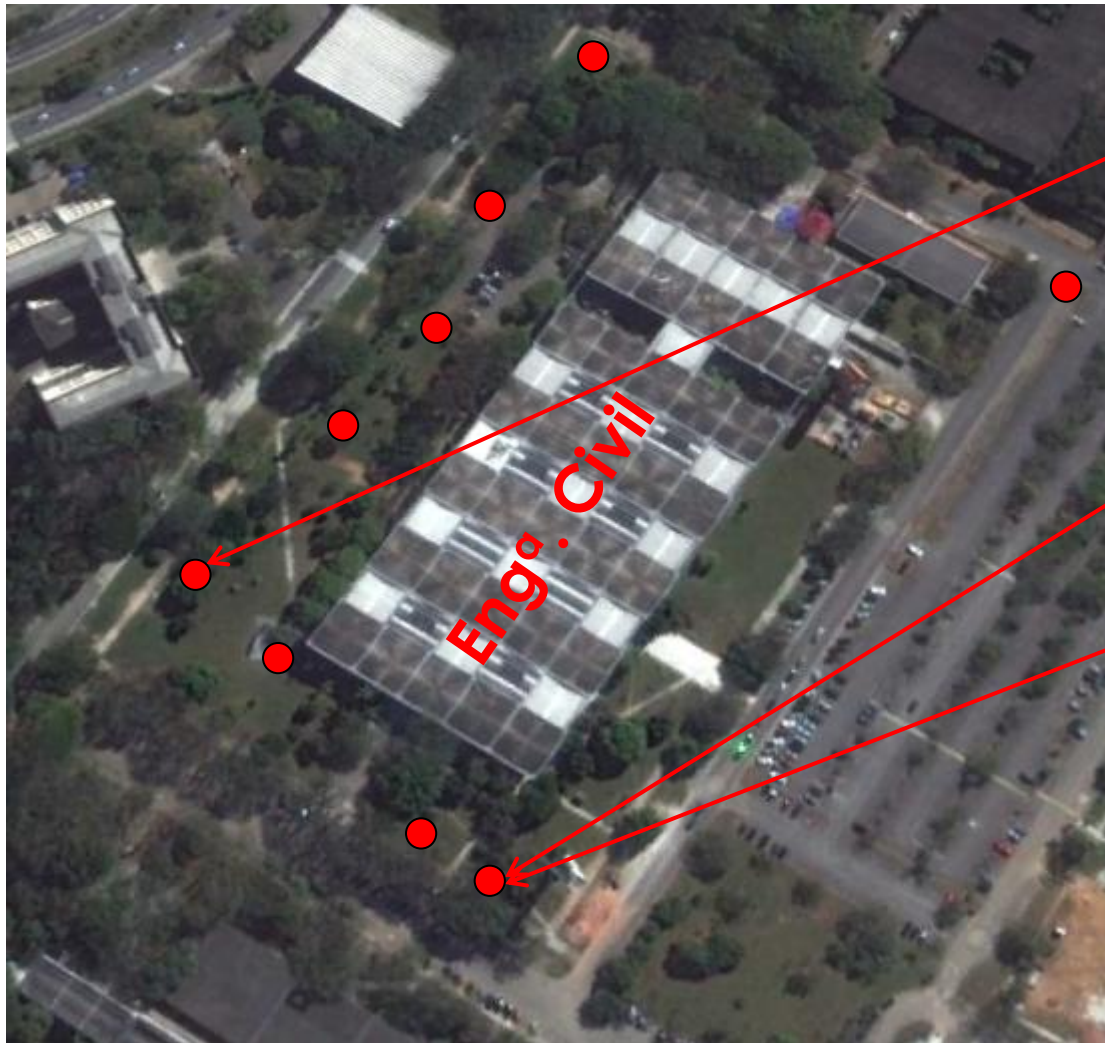
Caixa d'água ao lado do prédio da Engenharia Civil

**RN 2800 C**  
Altitude = 721,6846m





# Vista Superior do Prédio da Engenharia Civil



RN a determinar

Caixa D'água

RN 2800C

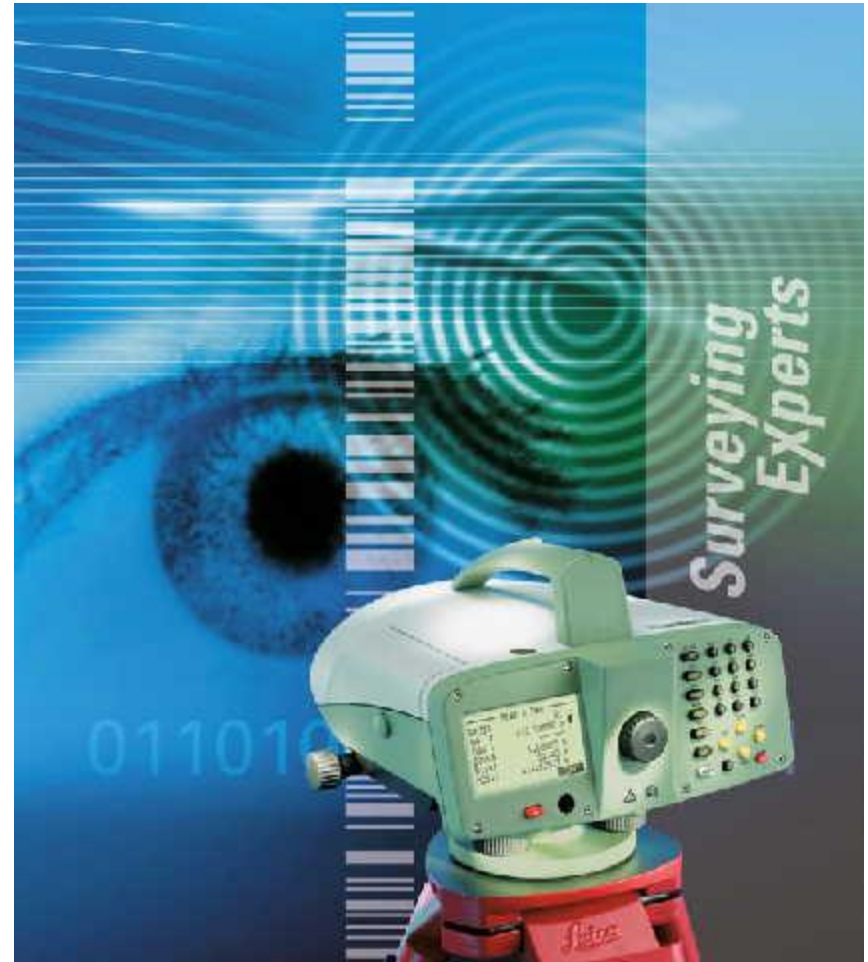


● RN's a serem determinadas

# Automação do Nivelamento

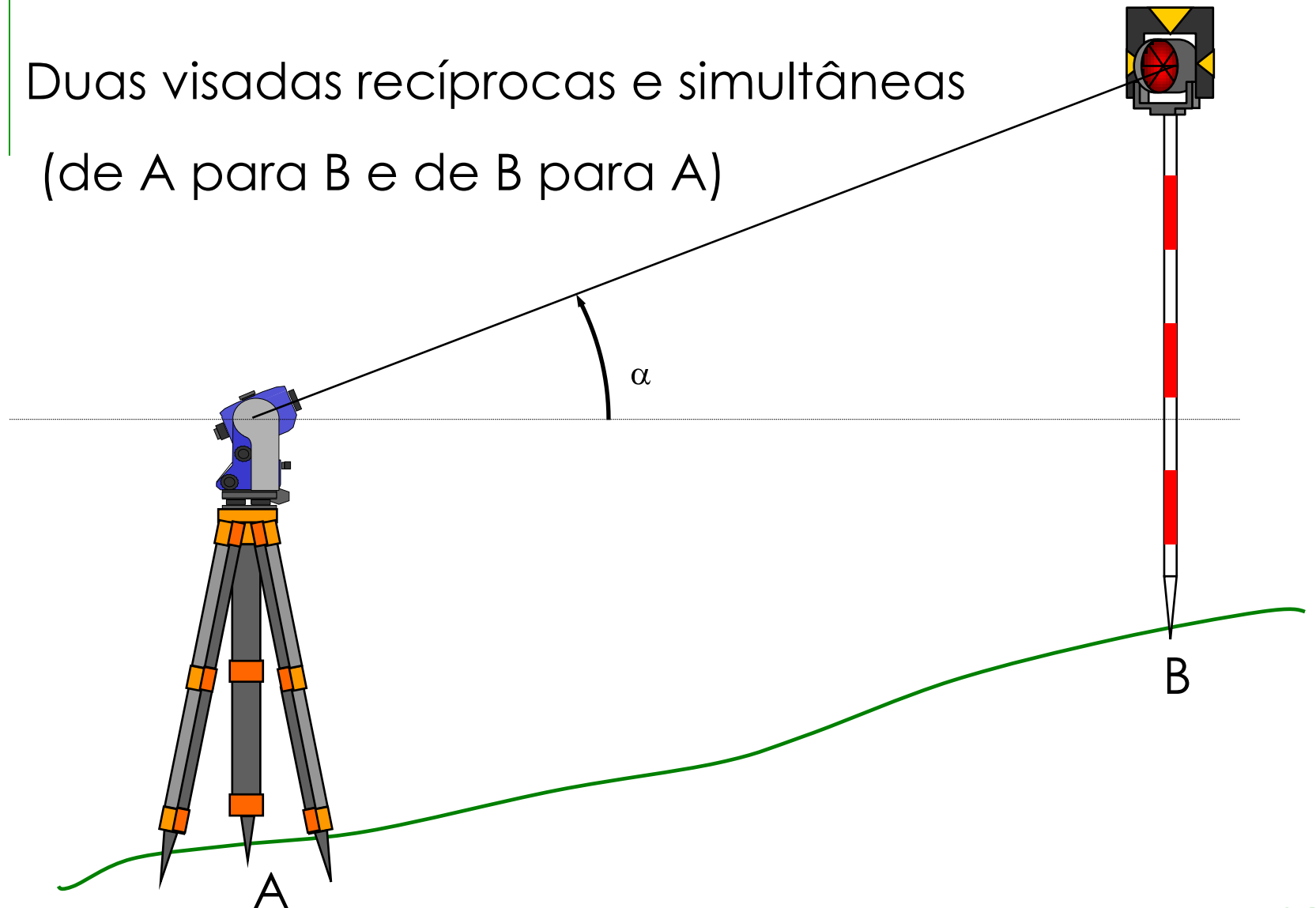
Equipamentos de automatização do processo:

- Compensadores internos para nivelamento automático do aparelho;
- Níveis a laser ou infravermelho;
- Níveis digitais e miras com código de barras

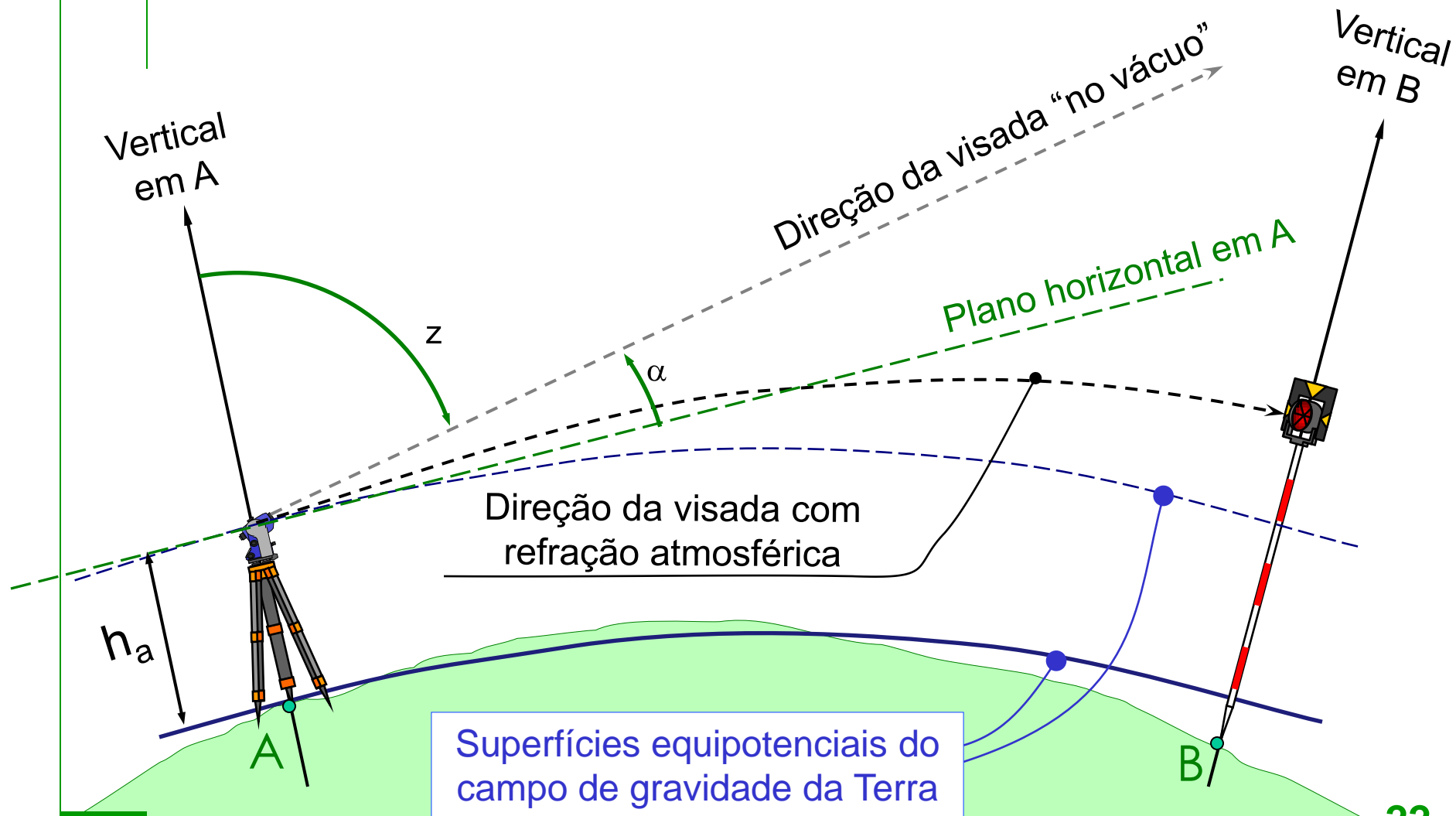


# Nivelamento Trigonométrico

Duas visadas recíprocas e simultâneas  
(de A para B e de B para A)



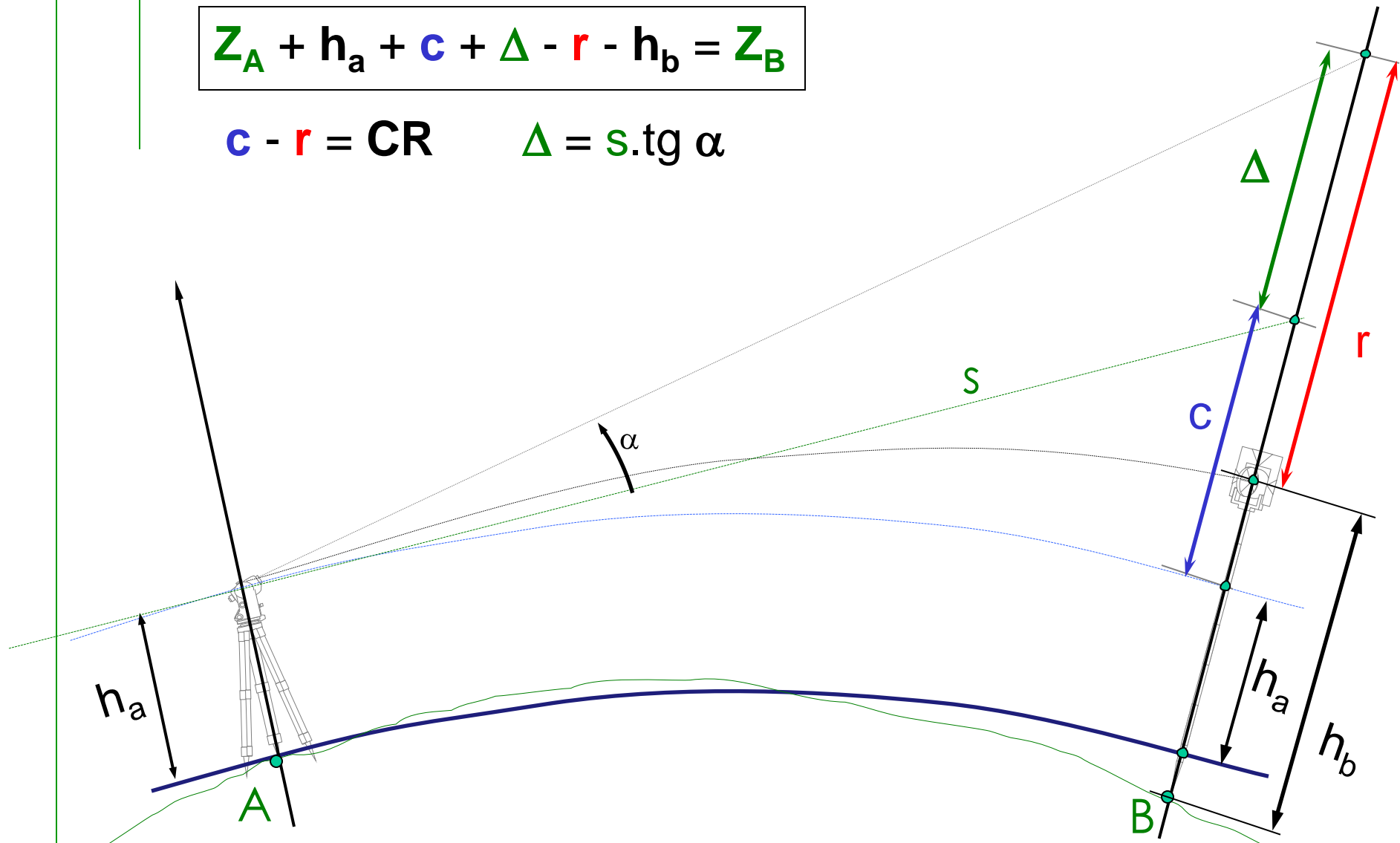
# Nivelamento Trigonométrico



# Nivelamento Trigonométrico

$$Z_A + h_a + c + \Delta - r - h_b = Z_B$$

$$c - r = CR \quad \Delta = s \cdot \text{tg } \alpha$$



# Nivelamento Trigonométrico

$$Z_A + h_{a1} + CR + \Delta_a - h_{b1} = Z_B \quad (1)$$

*visadas recíprocas simultâneas*

$$Z_B + h_{b2} + CR + \Delta_b - h_{a2} = Z_A \quad (2)$$

*Subtraindo (2) de (1) elimina-se CR*

$$2 Z_A + h_{a1} + \Delta_a - h_{b1} - h_{b2} - \Delta_b + h_{a2} = 2 Z_B$$

*Somando (2) e (1) determina-se CR*

$$2 CR = h_{a1} - h_{a2} + \Delta_a + \Delta_b - h_{b1} + h_{b2}$$



