

$E=mc^2$: Origem e Significado

Nivaldo A. Lemos

nivaldo@if.uff.br

*Departamento de Física, Universidade Federal Fluminense
Av. Litorânea s/n, Boa Viagem, 24210-340, Niterói, RJ, Brasil*

Recebido em 29 de setembro de 2000. Aceito em 22 de dezembro de 2000.

Examinamos a origem histórica da equação $E = mc^2$ e sua interpretação. Tratamos com especial cuidado uma questão polêmica: a massa de uma partícula é simplesmente um escalar (invariante) ou uma quantidade variável, dependente da velocidade?

We examine the historical origin of the equation $E = mc^2$ and its interpretation. We treat with special care a controversial issue: is the mass of a particle simply a scalar (invariant) or is it a variable, speed-dependent quantity?

I Introdução

Seguramente $E = mc^2$ é a equação mais famosa da física, conhecida mesmo por pessoas sem formação científica. Essa equação é obrigatória em qualquer introdução à teoria da relatividade. Tendo se tornado um elemento da cultura de massa, costuma constituir, também, o primeiro contato – e freqüentemente o único – do público leigo com a relatividade.

Qualquer teoria física consiste num conjunto de leis descritas por equações matemáticas acompanhadas de uma interpretação. A interpretação se modifica à medida que a teoria se desenvolve e a compreensão do seu conteúdo se torna mais profunda. A equação $E = mc^2$ fornece um bom exemplo de como o significado dos conceitos em Física está sujeito a um processo evolutivo. No presente artigo recordamos a origem dessa equação e discutimos a evolução do seu significado, que tem dado margem a controvérsias interessantes.

II A origem da relação entre massa e energia

Em 1905, mesmo ano em que enunciou a teoria especial da relatividade com o seu artigo com o modesto título “Sobre a Eletrodinâmica dos Corpos em Movimento”, Einstein publicou um trabalho intitulado “A Inércia de um Corpo Depende do seu Conteúdo Energético?”. A resposta de Einstein foi positiva e o resultado dedu-

zido imaginando um corpo que emite simultaneamente dois pulsos de radiação idênticos em direções diametralmente opostas. Com base na teoria relativística do efeito Doppler, desenvolvida no artigo anterior, Einstein [1] chegou à seguinte conclusão:

Se um corpo emite a energia E na forma de radiação, sua massa diminui de E/c^2 .

Em consonância com a ousadia, a genial simplicidade e o espírito generalizador que sempre caracterizaram sua atividade científica, Einstein considerou irrelevante o fato de a energia ter sido emitida pelo corpo na forma de radiação, e sentiu-se compelido a concluir que:

A massa de um corpo é uma medida do seu conteúdo energético; se sua energia sofrer uma variação igual a E , a sua massa sofrerá, no mesmo sentido, uma variação igual a $E/9 \times 10^{20}$, a energia sendo medida em ergs e a massa em gramas.

O resultado foi demonstrado de outro modo por Einstein, em 1906, desta vez imaginando um cilindro oco que emite um pulso luminoso numa extremidade e o reabsorve na outra, e simplesmente exigindo que o centro de massa mantenha-se fixo. Apresentamos a seguir os argumentos de Einstein na forma que nos parece a mais elementar possível.

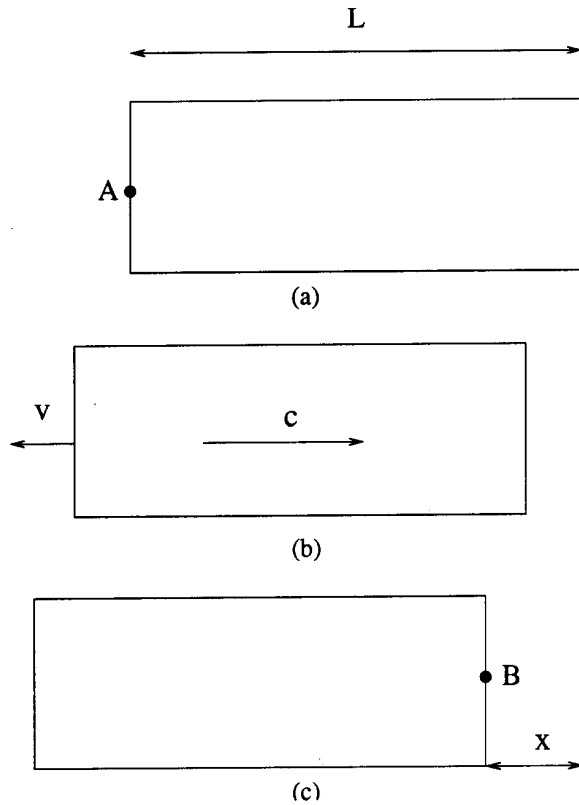


Figura 1. (a) Um cilindro de massa M e comprimento L em repouso num sistema de referência inercial. (b) Um pulso de radiação é emitido para a direita no ponto A e o cilindro recua com velocidade v para a esquerda. (c) O pulso é absorvido na extremidade direita, em B , e o cilindro volta ao repouso, depois de ter recuado de x .

Imagine, como mostra a Fig. 1, um cilindro que emite um pulso de radiação eletromagnética de energia E numa extremidade e o reabsorve na extremidade oposta. De acordo com a teoria eletromagnética de Maxwell, o pulso transporta o momento linear (quantidade de movimento) $p = E/c$ para a direita e o cilindro recua para a esquerda com uma certa velocidade v . Se M é a massa original do cilindro e m é a massa supostamente perdida pela emissão de radiação, a conservação do momento linear total requer

$$(M - m)v = \frac{E}{c}, \quad (1)$$

uma vez que o sistema permanece isolado e o momento linear total antes da emissão era nulo. O tempo de recuo do cilindro é $t = x/v$, onde x é a distância de recuo, ao passo que o tempo de vôo do pulso é $(L - x)/c$. Como o tempo de vôo do pulso coincide com o tempo de recuo do cilindro,

$$\frac{x}{v} = \frac{L - x}{c}. \quad (2)$$

O cilindro e a radiação constituem um sistema isolado, portanto o centro de massa do sistema não pode mover-

se durante o processo de emissão e absorção, já que inicialmente estava em repouso. Isto exige que a radiação transporte uma certa massa do ponto A ao ponto B , caso contrário o centro de massa do sistema estaria, no fim do processo, deslocado relativamente à sua posição inicial. Se m é a massa transferida pela radiação, é fácil ver que o centro de massa não mudará se

$$(M - m)x = m(L - x). \quad (3)$$

Combinando as três equações acima obtém-se imediatamente

$$E = mc^2, \quad (4)$$

que é o resultado de Einstein.

Este raciocínio tem a virtude de ser elementar, compreensível até mesmo por estudantes do ensino médio, mas peca num aspecto básico: pressupõe que o cilindro seja rígido e entre em movimento de recuo como um todo imediatamente após a emissão do pulso de radiação. Ora, isto viola os princípios da teoria especial da relatividade porque requer a existência de um sinal capaz de propagar-se com velocidade infinita, para que todas as partes do cilindro recebam ao mesmo tempo a informação de que o pulso foi emitido. Uma análise mais cuidadosa [2], no entanto, levando em conta que uma onda elástica de velocidade finita e menor do que c propaga-se ao longo do cilindro durante o processo de emissão e absorção, conduz ao mesmo resultado expresso pela Eq. (4). Por outro lado, o emprego da expressão newtoniana para o momento linear do cilindro torna a demonstração válida apenas até primeira ordem na razão v/c . Uma dedução elementar recente de $E = mc^2$, baseada no efeito Doppler e no conceito de fóton, também válida somente até primeira ordem em v/c , encontra-se no trabalho de Rohrlich [3].

III Massa e energia na relatividade especial

Uma análise honesta do significado de massa na teoria especial da relatividade exige considerar as expressões relativísticas do momento linear,

$$\mathbf{p} = \frac{m\mathbf{v}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \quad (5)$$

e da energia,

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \quad (6)$$

de uma partícula de massa m , onde $v = |\mathbf{v}|$. Nessas equações m é uma grandeza *escalar*, isto é, cujo valor é o mesmo em todos os referenciais inerciais. Como a velocidade \mathbf{v} depende do observador inercial, nem \mathbf{p} nem E são escalares. Um leve trabalho algébrico permite, a partir de (5) e (6), obter a seguinte relação entre energia e momento linear relativísticos:

$$E = \sqrt{p^2 c^2 + m^2 c^4} . \quad (7)$$

As Eqs. (5) e (6) são frutos do trabalho de vários físicos, destacadamente Einstein, Max Planck, Gilbert N. Lewis e Richard C. Tolman [4]. Para uma dedução elementar recente da Eq. (5) o leitor é remetido ao artigo de Sartori [5]. A equação de movimento relativística para uma partícula foi descoberta por Planck em 1906 na forma [4]

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{m\mathbf{v}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \right) = \mathbf{F} . \quad (8)$$

Para pequenas velocidades em comparação com a velocidade da luz, com a ajuda da expansão binomial de $(1 - v^2/c^2)^{-1/2}$ podemos escrever

$$E \approx mc^2 + \frac{1}{2}mv^2 . \quad (9)$$

Exceto pelo primeiro termo, o lado direito desta última equação coincide com a expressão usual da energia cinética newtoniana. O primeiro termo, contudo, mostra que no *referencial próprio* da partícula, isto é, aquele no qual ela se encontra em repouso ($v = 0$), sua energia não é zero, mas é dada por $E = mc^2$. Assim, vale a relação de Einstein: à massa m corresponde a energia $E = mc^2$, *ambas medidas no referencial de repouso da partícula*.

Veremos, a seguir, que, no caldo de cultura em que a teoria especial da relatividade emergiu, era uma tentação quase irresistível introduzir a chamada *massa relativística*

$$m_r = \frac{m}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad (10)$$

e escrever o momento linear relativístico na forma newtoniana

$$\mathbf{p} = m_r \mathbf{v} . \quad (11)$$

Ao contrário de m , que é um escalar, a massa relativística m_r varia com a velocidade e depende do observador inercial. Como m_r reduz-se a m no referencial em que a velocidade da partícula é zero, também se costuma chamar m de *massa de repouso* e denotá-la

por m_0 . Além disso, com m_r denotada simplesmente por m , a equação $E = mc^2$ parece não mais se aplicar somente a quantidades medidas no referencial próprio da partícula; ela parece afirmar que massa e energia são universalmente equivalentes, sendo c^2 meramente o fator de conversão entre as unidades de massa e energia.

IV A massa varia com a velocidade?

A noção de massa dependente da velocidade não nasceu com a teoria especial da relatividade. Na primeira década do século XX desenvolveu-se uma *visão de mundo eletromagnética* [6,7] segundo a qual a massa do elétron seria de origem puramente eletromagnética. Pesquisas teóricas sobre os fundamentos da eletrodinâmica, sobretudo as de Max Abraham e as do grande físico holandês Hendrik Antoon Lorentz, previam que a massa do elétron deveria depender da velocidade.

Nas teorias clássicas do elétron de Abraham e Lorentz as massas dependentes da velocidade eram de dois tipos e o mesmo ocorria na teoria especial da relatividade, conforme passamos a demonstrar. Efetuando explicitamente a diferenciação relativa ao tempo na Eq. (8) obtém-se facilmente

$$m\gamma\mathbf{a} + m\gamma^3 \frac{\mathbf{a} \cdot \mathbf{v}}{c^2} \mathbf{v} = \mathbf{F} , \quad (12)$$

onde

$$\gamma = (1 - v^2/c^2)^{-1/2} \quad (13)$$

é o chamado *fator de Lorentz*. Decompondo a força em suas componentes paralela e perpendicular à velocidade, e fazendo o mesmo com a aceleração, podemos escrever

$$\begin{aligned} \mathbf{F} &= \frac{\mathbf{F} \cdot \mathbf{v}}{v^2} \mathbf{v} + \mathbf{F}_\perp \equiv \mathbf{F}_\parallel + \mathbf{F}_\perp , \\ \mathbf{a} &= \frac{\mathbf{a} \cdot \mathbf{v}}{v^2} \mathbf{v} + \mathbf{a}_\perp \equiv \mathbf{a}_\parallel + \mathbf{a}_\perp . \end{aligned} \quad (14)$$

A substituição de (14) em (12) seguida da identificação das componentes paralela e perpendicular à velocidade em ambos os lados da equação resultante conduz imediatamente a

$$m\gamma\mathbf{a}_\perp = \mathbf{F}_\perp , \quad m\gamma^3\mathbf{a}_\parallel = \mathbf{F}_\parallel . \quad (15)$$

As quantidades

$$m_t = \gamma m = \frac{m}{(1 - v^2/c^2)^{1/2}} \quad (16)$$

e

$$m_\ell = \gamma^3 m = \frac{m}{(1 - v^2/c^2)^{3/2}} \quad (17)$$

são chamadas de *massa transversal* e *massa longitudinal*, respectivamente. Como se vê, a massa transversal m_t coincide com a massa relativística m_r .

O modelo de Abraham de 1903 supunha que o elétron era uma esfera rígida, que preservava sua forma quando em movimento, com densidade superficial ou volumétrica de carga uniforme. A massa transversal prevista pelo modelo de Abraham era [6,7]

$$m_t^{(A)} = \frac{3}{4} m_0 \frac{1}{\beta^2} \left[\frac{1 + \beta^2}{2\beta} \ln \left(\frac{1 + \beta}{1 - \beta} \right) - 1 \right], \quad (18)$$

onde

$$\beta = \frac{v}{c}. \quad (19)$$

O fator 3/4 que antecede m_0 em (18) aplica-se ao caso do elétron com carga uniformemente distribuída na superfície. Admitindo-se uma densidade volumétrica de carga constante o referido fator seria diferente, mas a dependência funcional da massa em relação à velocidade, que é o que está em jogo, não mudaria. Já o modelo de Lorentz de 1904 adotava a hipótese de que o elétron era deformável: esférico no estado de repouso, tornava-se elipsoidal quando em movimento devido a uma contração pelo fator $\sqrt{1 - \beta^2}$ ao longo da direção do movimento (a célebre contração de Lorentz-Fitzgerald). A massa transversal prevista pelo modelo de Lorentz era [6,7]

$$m_t^{(L)} = \frac{m_0}{(1 - \beta^2)^{1/2}}. \quad (20)$$

As massas transversal e longitudinal do modelo de Lorentz coincidiam com as previstas pela teoria especial da relatividade, Eqs. (16) e (17). Havia, ainda, o modelo de Bucherer, que não discutiremos aqui, de um elétron deformável cujo volume permanecia constante durante a deformação causada pelo movimento [6].

Diversas experiências foram realizadas por Walter Kaufmann para determinar de que forma a massa do elétron dependeria de sua velocidade. Ao contrário do que alguns livros-texto sugerem [8], as experiências de Kaufmann no período 1901-1905 foram interpretadas como evidência *contra* a relatividade e favorável ao modelo de Abraham. Num artigo de revisão sobre a relatividade publicado em 1907, Einstein admitiu que a

teoria de Abraham parecia ajustar-se melhor aos dados experimentais do que a sua, mas opinou que a probabilidade de a teoria de Abraham ser correta era pequena porque produzia uma expressão complicada para a massa de um elétron em movimento [6]. A atitude de Einstein é um belo exemplo de como o critério empírico está longe de ser o único para decidir entre teorias competidoras. Critérios estéticos e de simplicidade também desempenham um papel muito importante.

Somente depois de reanalisadas por Planck em 1906-1907, as experiências de Kaufmann passaram a ser tidas como ligeiramente favoráveis à teoria de Einstein. A superioridade da teoria especial da relatividade no ajuste dos resultados experimentais da razão carga-massa do elétron só ficou definitivamente estabelecida graças aos dados muito mais precisos obtidos por Neumann em 1914, confirmados por Guye e Lavanchy em 1915.

É natural, pelo exposto, que a noção de massa variável com a velocidade tenha sido importada pela teoria especial da relatividade nos seus estágios iniciais de desenvolvimento. O crescimento indefinido da massa relativística para $v \rightarrow c$ costuma ser usado para explicar porque c é uma velocidade limite: à medida que v se aproxima de c a inércia torna-se arbitrariamente grande e uma dada força produz uma aceleração cada vez menor, tornando o limite $v = c$ inatingível. O principal defeito dessa “explicação” reside no fato de a massa relativística não coincidir em geral com a razão entre força e aceleração e, conseqüentemente, não poder ser considerada como medida da inércia nos moldes newtonianos (como já vimos, a equação de movimento relativística de uma partícula *não é* simplesmente $m_r \mathbf{a} = \mathbf{F}$). As Eqs. (15) mostram claramente que a noção newtoniana de inércia como resistência à aceleração é incompatível com a dinâmica relativística, a menos que se esteja disposto a aceitar a idéia esdrúxula de que uma mesma partícula possua inércias diferentes conforme o tipo de força a que esteja submetida. Assim, uma partícula carregada movendo-se ao longo de um campo elétrico uniforme exibiria como inércia a massa longitudinal, ao passo que uma partícula movendo-se num campo puramente magnético teria como inércia a massa transversal.

A explicação correta da impossibilidade de uma velocidade superior a c baseia-se na expressão (6) da energia relativística, segundo a qual $E \rightarrow \infty$ para $v \rightarrow c$, de modo que um trabalho infinito¹ seria necessário para acelerar uma partícula até $v = c$; nada tem a ver, portanto, com o aumento indefinido de uma pretensa “inércia” da partícula [9]. É notável que nem mesmo

¹O teorema do trabalho-energia permanece válido na teoria especial da relatividade.

um Feynman tenha escapado da armadilha de interpretar m_r como inércia [10]. Nas teorias clássicas do elétron de Abraham e Lorentz, a variação da massa com a velocidade é um efeito *dinâmico*, produto da interação da carga elétrica com o campo eletromagnético criado por ela própria. A introdução da “massa relativística” na teoria especial da relatividade gera confusão entre um efeito aparentemente dinâmico (aumento da massa) e um efeito que, na verdade, é de natureza estritamente *cinemática*: o fator $\gamma = (1 - v^2/c^2)^{-1/2}$ não tem origem na partícula, mas é consequência da transformação de Lorentz do referencial próprio para aquele em que ela é vista movendo-se com velocidade \mathbf{v} ; reflete, portanto, as propriedades geométricas do espaço-tempo, sendo independente de qualquer dinâmica particular.

Em novembro de 1907, o matemático alemão Hermann Minkowski, que havia sido professor de Einstein, apresentou um colóquio na Universidade de Göttingen que causou um grande impacto no desenvolvimento da teoria especial da relatividade [1]. Além de dar ênfase a grandezas absolutas (independentes do referencial inercial considerado) e introduzir vetores e tensores no espaço-tempo quadridimensional, Minkowski deu uma roupagem geométrica à teoria especial da relatividade, causando uma primeira impressão de mero pedantismo. Típica foi a reação de Einstein, que, além de não se impressionar com o trabalho de Minkowski, ainda o ta-

chou de “erudição supérflua” [11]. Essa recepção hostil dissipou-se rapidamente e o formalismo de Minkowski passou a ser reconhecido como a formulação mais fundamental da teoria especial da relatividade. Em 1912 o próprio Einstein adotou métodos tensoriais e, em 1916, admitiu seu débito a Minkowski por ter facilitado enormemente a transição da relatividade especial à relatividade geral [11].

Na formulação minkowskiana, a energia e o momento linear relativísticos formam um quadrivetor (vetor no espaço-tempo quadridimensional) chamado de quadrimomento. A massa de uma partícula é uma grandeza escalar que, multiplicada pelo quadrivetor velocidade, produz o quadrimomento. Os maiores usuários da teoria especial da relatividade formulada *à la* Minkowski são os físicos de partículas elementares, para os quais m é uma quantidade escalar positiva característica de cada partícula [12]. A posição de Einstein sobre a noção de massa relativística não deixa margem para dúvidas. Em 1948, numa carta dirigida a Lincoln Barnett, Einstein dizia (ver Fig. 2): “Não é próprio falar da massa $M = m/\sqrt{1 - v^2/c^2}$ de um corpo em movimento porque não se pode definir M claramente. É preferível restringir-se à ‘massa de repouso’ m . Além disso, pode-se muito bem usar as expressões do momento linear e da energia com referência ao comportamento inercial de corpos em movimento rápido.”

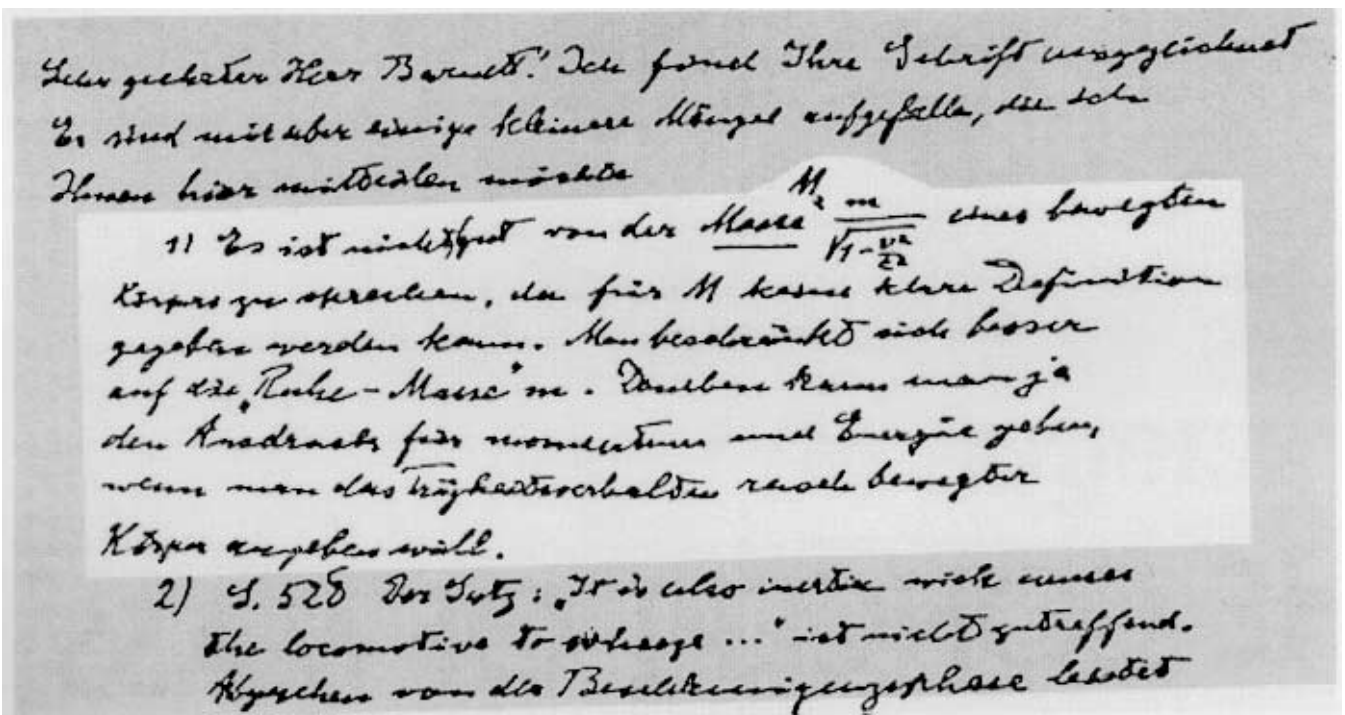


Figura 2. Carta de Albert Einstein a Lincoln Barnett, datada de 19 de junho de 1948. Manuscrita em alemão, a carta foi datilografada e enviada em inglês. O trecho destacado está traduzido no texto.

Mesmo assim, a massa relativística tem seus defensores [13] e pode ser encontrada nos escritos didáticos de autores do porte de Feynman [10] ou Rindler [14]. A nosso ver, defensores ardorosos da massa relativística como Sandin [13] equivocam-se ao tentar interpretar a teoria especial da relatividade com o emprego de categorias explicativas newtonianas, como, por exemplo, o momento linear escrito na forma (11). Por isso iremos nos referir a essa concepção como pré-relativística. Em contraste, chamaremos de visão relativística aquela segundo a qual há somente uma massa, o escalar m , e que não precisa ser chamada de massa de repouso uma vez que não há outra.

Segundo Sandin, com o emprego de m_r a fórmula $E = m_r c^2$ afirma com elegância e simplicidade que massa e energia são universalmente equivalentes, sendo c^2 meramente o fator de conversão das unidades de massa para unidades de energia. A visão relativística não teria a mesma beleza e generalidade, ao restringir $E = mc^2$ somente à massa e à energia de repouso. A concepção de Sandin reduz massa meramente a energia, elimina a massa como um conceito independente, identifica a conservação da massa com a conservação da energia na teoria especial da relatividade e, conseqüentemente, exclui a possibilidade de transformação de massa em energia. De fato, a inexistência de uma lei de conservação da massa de repouso é que torna inteligível o fenômeno da conversão de massa em energia, como na desintegração de um pión neutro em dois fótons na reação $\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma$. O méson π^0 tem massa de repouso de 135 MeV, ao passo que o sistema de dois fótons tem massa de repouso total (soma das massas de repouso de cada um dos fótons) igual a zero. Assim, na visão relativística a massa de repouso do π^0 é totalmente convertida em energia dos fótons.

Sandin afirma que os fótons são um problema para os que se opem à massa relativística porque, entre outras coisas, eles têm que substituir m por E/c^2 na expressão GMm/r^2 da força gravitacional experimentada pelo fóton, embora continuem insistindo que o fóton não tem massa. Ora, de acordo com a teoria geral da relatividade os fótons seguem geodésicas nulas do espaço-tempo e a radiação composta por fótons é fonte de gravitação via o tensor de energia-momento do campo eletromagnético. Em nenhum dos dois casos é necessário atribuir uma massa aos fótons para justificar que eles produzem e são afetados por campos gravitacionais. De qualquer modo, argumentos baseados em teorias da gravitação confundem mais do que esclarecem porque a teoria especial da relatividade simplesmente não se aplica na presença de campos gravitacionais. Ainda assim, fica evidenciado que a visão pré-relativística caracteriza-se por um apego anacrônico

a categorias newtonianas para explicar fenômenos novos, que não se enquadram no arcabouço teórico da mecânica newtoniana.

Na visão relativística, partículas de massa zero ou massa diferente de zero são tratadas em pé de igualdade por meio de $E = \sqrt{p^2 c^2 + m^2 c^4}$, que com $m = 0$ reduz-se a $E = pc$. Ao contrário do que argumenta Sandin, é para os adeptos da massa relativística que o fóton se apresenta como um problema. Para eles não há, na verdade, partículas de massa zero, uma vez que a um fóton de energia E eles atribuem a massa E/c^2 . A incoerência no tratamento de partículas com ou sem massa de repouso salta aos olhos, pois, de acordo com o efeito Doppler e a relação de Planck $E = h\nu$, a energia de um fóton depende do estado de movimento *do observador* em relação à fonte emissora, criando uma assimetria confusa: no caso de partículas com massa de repouso diferente de zero a origem da variabilidade da massa é atribuída ao movimento da partícula, ao passo que no caso do fóton a variabilidade da massa é atribuída ao estado de movimento do observador. Pela lógica que preside a introdução da massa relativística, como explicar que a massa de um fóton seja variável embora sua velocidade seja invariável, sempre igual a c ?

Em contraste com a mecânica newtoniana, com suas partículas indestrutíveis, a falta de conservação da massa de repouso é um fenômeno estritamente relativístico que permite a criação e destruição de partículas. Na visão pré-relativística, a conservação da massa (\equiv energia) recende a indestrutibilidade da massa e reveste esta concepção de um verniz newtoniano. Na visão relativística há somente uma massa, a de repouso, que não se conserva, e a ruptura com as bases conceituais newtonianas é muito mais nítida.

Mais detalhes sobre o debate entre os opositores e os defensores da massa relativística podem ser encontrados nos trabalhos de Adler [9], Okun [12] e Sandin [13]. A concepção relativística é exposta com grande lucidez por Taylor e Wheeler [15], especialmente no diálogo sobre os “usos e abusos” do conceito de massa na teoria especial da relatividade.

Em suma, a visão pré-relativística atenua o caráter revolucionário da teoria especial da relatividade e tende a apresentar a dinâmica relativística como uma correção da dinâmica de Newton, sem quebra essencial da continuidade do paradigma newtoniano. Já na visão relativística, o caráter revolucionário da teoria especial da relatividade é posto em relevo e a relatividade especial é pintada com todas as cores como uma ruptura radical com o esquema conceitual da mecânica newtoniana.

V Conclusão

Uma nova teoria é fortemente influenciada pelo ambiente histórico em que surge; mas, com o passar do tempo, sua interpretação vai sendo desenvolvida, certas concepções vão sendo eliminadas ou modificadas e conceitos novos introduzidos. Embora, a rigor, seja um resquício do processo de desenvolvimento histórico da teoria especial da relatividade, a massa relativística, desde que usada com parcimônia e cautela, pode ser útil como apoio heurístico em *introduções elementares*, embora o melhor seja simplesmente omiti-la. A interpretação da massa relativística como inércia deve ser evitada. O “aumento” da massa com a velocidade é apenas aparente, uma partícula não “engorda” quando posta em movimento. Na formulação mais fundamental da teoria especial da relatividade, em termos de tensores no espaço-tempo quadridimensional, a massa de uma partícula é um escalar determinado pela *magnitude* do quadrimomento, logo não varia com a velocidade. Finalmente, $E = mc^2$ exprime a equivalência entre massa e energia, com a energia medida no referencial de repouso momentâneo da partícula.

Agradecimentos

É com satisfação que o autor agradece aos professores Maria Teresa Thomaz, Antonio Delfino Jr. e Rubens Amaral, todos do Departamento de Física da UFF, por uma leitura crítica de versões preliminares do presente artigo.

Referências

- [1] H.A. Lorentz, A. Einstein e H. Minkowski, *O Princípio da Relatividade*, Fundação Calouste Gulbenkian, Lisboa (1983).
- [2] M. Born, *Einstein's Theory of Relativity*, Dover, New York (1965), pp. 283-286.
- [3] F. Rohrlich, *Am. J. Phys.* **58**, 348 (1990).
- [4] E.T. Whittaker, *A History of the Theories of Aether and Electricity: The Modern Theories (1900-1926)*, Thomas Nelson and Sons, London (1953).
- [5] L. Sartori, *Am. J. Phys.* **62**, 280 (1994).
- [6] J.T. Cushing, *Am. J. Phys.* **49**, 1133 (1981).
- [7] A.I. Miller, *Albert Einstein's Special Theory of Relativity: Emergence (1905) and Early Interpretation (1905-1911)*, Addison-Wesley, Reading, MA (1981).
- [8] M. Alonso e E.J. Finn, *Física: Volume I - Mecânica*, Edgard Blücher, SP (1972), Seção 11.4.
- [9] C.J. Adler, *Am. J. Phys.* **55**, 739 (1987).
- [10] R.P. Feynman, R.B. Leighton e M. Sands, *The Feynman Lectures on Physics*, Addison-Wesley, Reading, MA (1963), Vol. I, Seções 15-8 e 16-4.
- [11] A. Pais, *"Subtle is the Lord ...": The Science and the Life of Albert Einstein*, Oxford University Press, Oxford (1982), Seção 7c.
- [12] L.V. Okun, *Physics Today* **42**(6), 31 (1989).
- [13] T.R. Sandin, *Am. J. Phys.* **59**, 1032 (1991).
- [14] W. Rindler, *Introduction to Special Relativity*, Clarendon Press, Oxford (1982), pp. 79-80; W. Rindler, *Essential Relativity*, Springer, New York (1977), 2ª Edição Revista, Seção 5.3.
- [15] E.F. Taylor e J.A. Wheeler, *Spacetime Physics*, W. H. Freeman & Co., New York (1992), 2ª Edição, pp. 246-251.