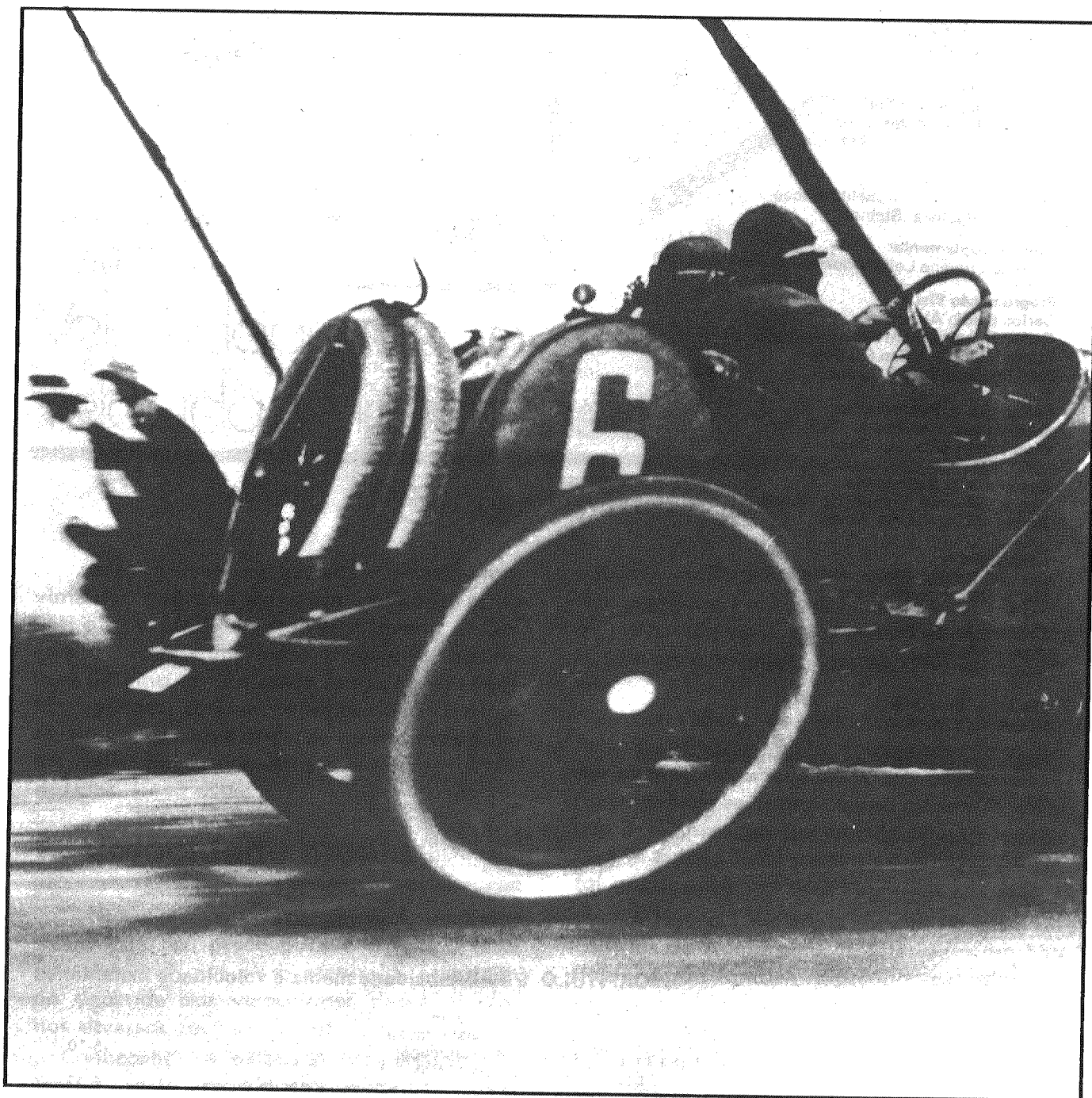


PROJETO  
DE ENSINO  
DE FÍSICA  
IFUSP - Instituto de Física da Universidade de São Paulo  
MEC/FAE /PREMEN

# 5

# Velocidade média e velocidade instantânea

Mecânica



# MEC/FAE/PREMEN

PEF — PROJETO DE ENSINO DE FÍSICA, constituído de quatro conjuntos destinados ao Ensino de 2.º Grau, foi planejado e elaborado pela equipe técnica do Instituto de Física da Universidade de São Paulo (IFUSP) mediante convênios com a FAE e o PREMEN.

## Coordenação

Ernst Wolfgang Hamburger  
Giorgio Moscati

## Mecânica

Antonia Rodrigues  
Antonio Geraldo Viollin  
Diomar da Rocha Santos Bittencourt  
Hideya Nakano  
Luiz Muryilo Mantovani  
Paulo Alves de Lima  
Plínio Ugo Meneghini dos Santos

## Eletricidade

Eliseu Gabriel de Pieri  
José de Pinho Alves Filho  
Judite Fernandes de Almeida

## Eletromagnetismo

Jesuina Lopes de Almeida Pacca  
João Evangelista Steiner

## Leitura Suplementar

Antonio Luciano Leite Videira

## Programação Visual

Carlos Egidio Alonso  
Carlos Roberto Monteiro de Andrade  
Ettore Michele di San Fili Bottini  
João Baptista Novelli Júnior

## Fotografia e Reproduções

José Augusto Machado Calli  
Washington Mazzola Racy

## Secretaria e Datilografia

Carlos Eduardo Franco de Siqueira  
Janete Vieira Garcia Novo

## Linguagem

Claudio Renato Weber Abramo  
Maria Nair Moreira Rebelo

## Construção de Protótipos

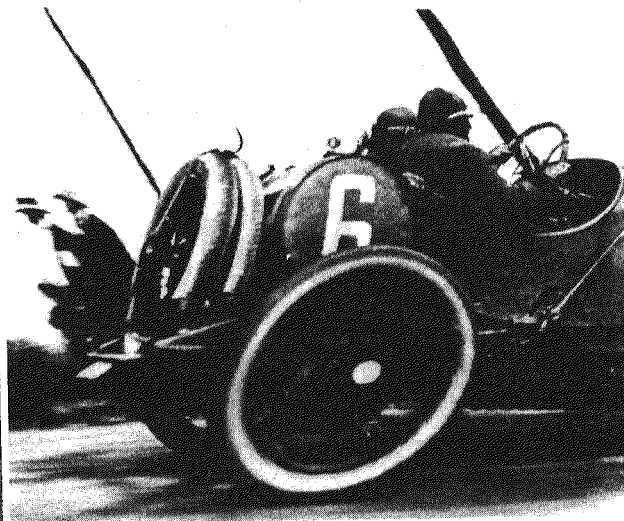
José Ferreira  
Voanerges do Espírito Santo Brites

## Desenho Industrial

Alessandro Ventura

Colaboram o pessoal da Secretaria, Oficina Gráfica, Administração, Oficina Mecânica e Oficina Eletrônica do IFUSP.

IFUSP: Caixa Postal 8 219, São Paulo — SP



CAPA

Um carro de corridas  
Delage no grande prêmio  
francês de 1912.

## SUMÁRIO

<b>CAPÍTULO 5 — Velocidade média e velocidade instantânea</b>	
1. Velocidade média .....	5-1
2. Velocidade instantânea .....	5-4
3. Exercícios de aplicação .....	5-10
<b>Leitura Suplementar</b>	
Relatividade das medidas de espaço e de tempo .....	5-17

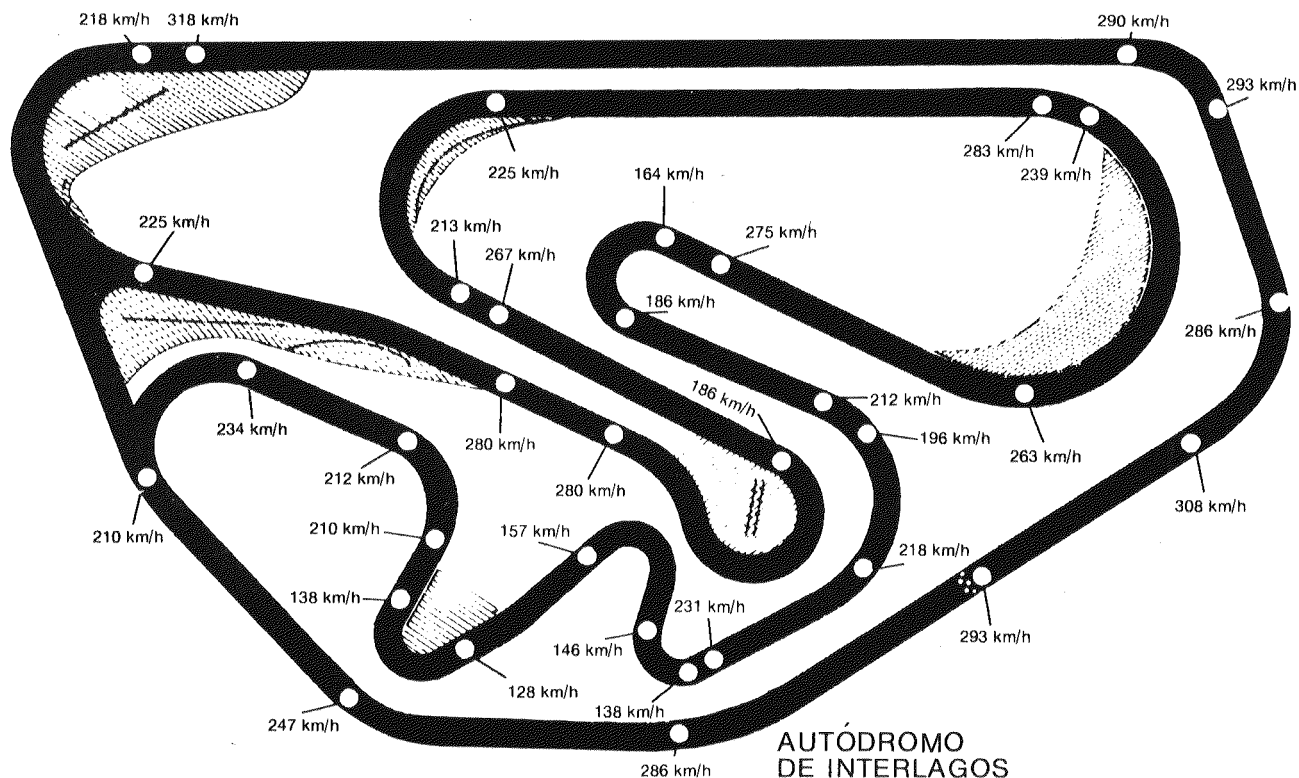


figura 1

# Velocidade média e velocidade instantânea

Encontramos, na natureza, muitos movimentos que não possuem trajetória retilínea e velocidade constante. A queda de um corpo, o vôo de um inseto, o balançar dos ramos de uma árvore estão longe de apresentar trajetória retilínea e velocidade constante. Assim, para o estudo de muitos movimentos reais, novos conceitos deverão ser introduzidos.

## 1. Velocidade média

Numa viagem de automóvel, uma das coisas que nos preocupam é o tempo total que dependemos para efetuá-la; esse tempo depende das velocidades desenvolvidas nos diversos trechos da estrada.

Conhecendo a extensão do percurso e o tempo gasto na viagem, podemos saber

quantos quilômetros, em média, percorremos por hora. Para isso, basta dividir o espaço percorrido pelo tempo total de percurso. A esse quociente chamamos **velocidade média**.

No cálculo da velocidade média não importa saber como a velocidade do carro variou. Assim, não é relevante se ele ficou parado durante algum tempo ou se deu marcha à ré, pois para o cálculo só se consideram o espaço total percorrido e o tempo total gasto para percorrê-lo.

A figura 1 mostra o circuito da pista de corridas do Autódromo de Interlagos em São Paulo; estão também marcadas as velocidades desenvolvidas nos diversos trechos pelo piloto Emerson Fittipaldi, ao realizar uma volta completa do circuito com seu carro de Fórmula 1.

Escala: cada cm corresponde a 40 m

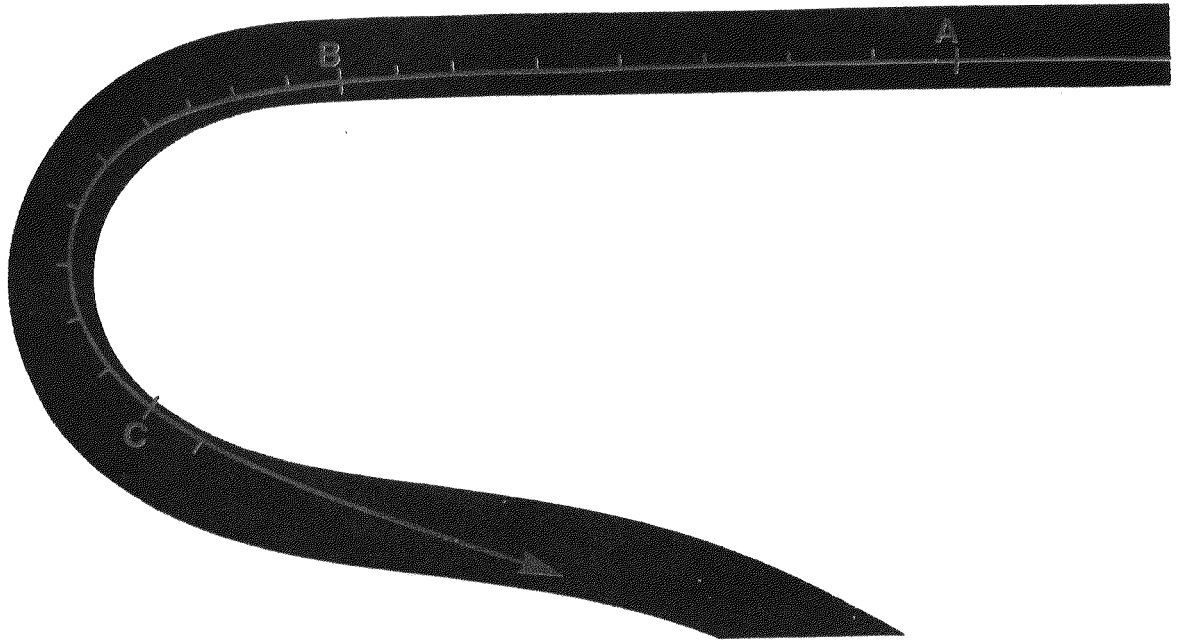


figura 2

**Q1** — Pelos dados da figura 1, você pode dizer que a velocidade do carro se mantém constante durante uma volta completa?

Medindo o intervalo de tempo necessário para o carro dar uma volta completa e conhecendo o comprimento da pista, pode-se calcular a **velocidade média** do carro nessa volta, isto é, a **velocidade com a qual ele daria uma volta na pista no mesmo intervalo de tempo se mantivesse essa velocidade constante.**

**Q2** — O que você precisa conhecer para calcular a velocidade média de um carro numa pista de corridas?

No I Grande Prêmio Brasil de Fórmula 1, disputado no Autódromo de Interlagos, em 1972, o recorde da corrida foi estabelecido por Emerson na sua vigésima volta, quando ele percorreu os  $7,96 \times 10^3$  m da pista em 155,25s.

**Q3** — Qual foi a velocidade média nessa volta?

**Q4** — Se em uma das voltas Emerson tivesse mantido uma velocidade constante de valor igual ao da velocidade média já calculada, qual o tempo que ele teria levado para dar essa volta?

**Q5** — A velocidade média informa quais foram as velocidades desenvolvidas pelo carro em cada um dos trechos do circuito?

Veja as respostas das questões de Q1 a Q5 na página 5-4.

A figura 2 mostra um trecho da pista de Interlagos (a curva logo após o retão), bem como a trajetória descrita por Emerson numa de suas voltas. Assinalamos 20 posições sucessivas, em intervalos de 0,5s, como se fosse uma fotografia estroboscópica. A escala faz corresponder a cada centímetro uma distância real de 40m.

**Q6** — A velocidade do carro é constante em todo o trecho mostrado na figura?

**Q7** — Qual é o intervalo de tempo decorrido entre os instantes de passagem do carro pelas posições A e B?

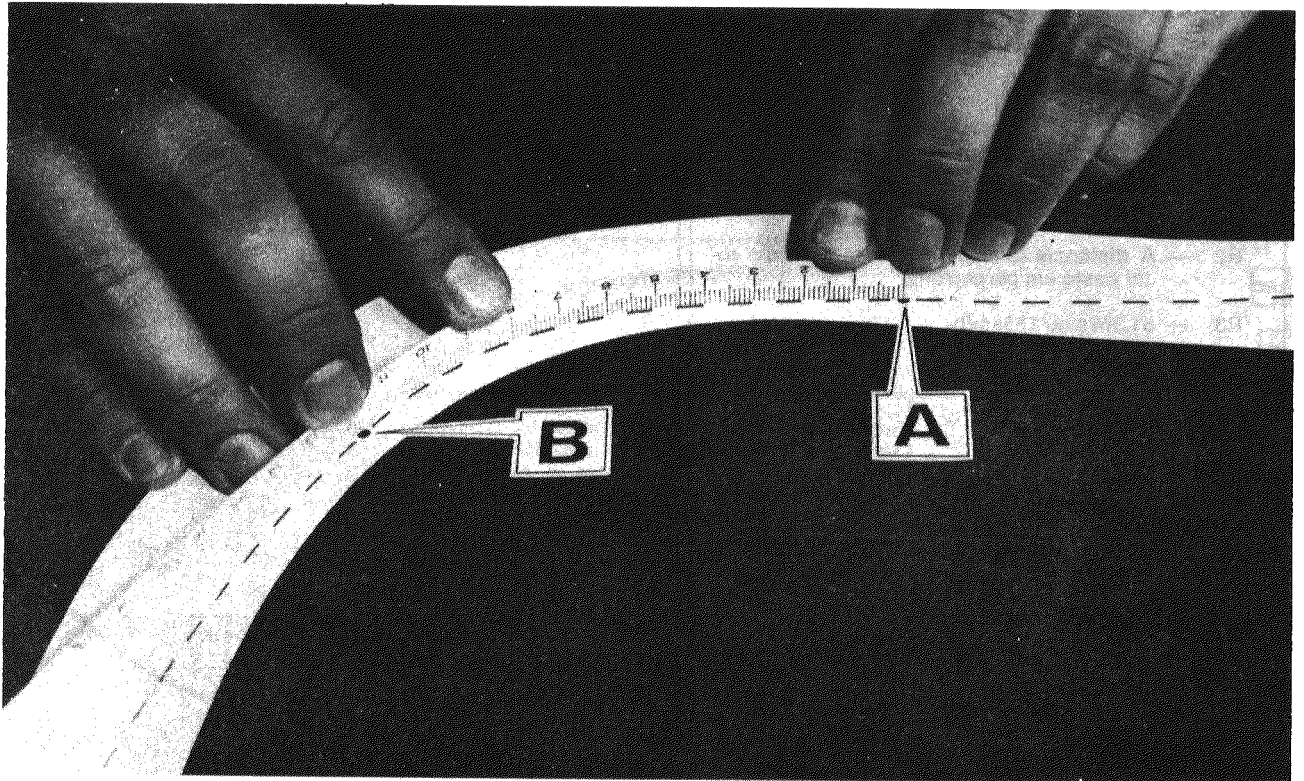


figura 3

Meça a distância entre as posições A e B do carro "acompanhando" a curvatura da trajetória do carro com a régua flexível (figura 3).

**Q8** — Qual é a distância real percorrida por Emerson entre essas posições?

**Q9** — Qual é a velocidade média do carro nesse trecho?

Repita o mesmo procedimento para o intervalo BC.

**Q10** — Qual é a velocidade média do carro nesse trecho?

**Q11** — Qual a distância que o carro percorreu em média, por segundo, respectivamente no trecho AB e no trecho BC?

Meça a distância percorrida pelo carro de A até C, usando a régua flexível para "acompanhar a trajetória".

**Q12** — Qual é a distância real entre essas posições?

## RESPOSTAS

**R<sub>1</sub>** -

**R<sub>2</sub>** -

**R<sub>3</sub>** -

**R<sub>4</sub>** -

**R<sub>5</sub>** -

**R<sub>6</sub>** -

**R<sub>7</sub>** -

**R<sub>8</sub>** -

**R<sub>9</sub>** -

**R<sub>10</sub>** -

**R<sub>11</sub>** -

**R<sub>12</sub>** -

- R1 — Não, a velocidade do carro varia nos diversos trechos da pista.
- R2 — A distância total percorrida e o tempo total gasto em percorrê-la.
- R3 — 51,3m/s ou 185km/h.
- R4 — 155,25s.
- R5 — Não.
- R6 — Não.
- R7 — 4 segundos.
- R8 — 8,18cm na figura, que corresponde a  $40 \times 8,18 = 327\text{m}$ .
- R9 — 81,8m/s ou 294km/h.
- R10 — 58,5m/s ou 211km/h.
- R11 — 81,8m e 58,5m, respectivamente.
- R12 — 617m.

**Q13** — Qual o tempo total despendido pelo carro para ir da posição A até a posição C?

**Q14** — Qual é a velocidade média do carro no trecho AC?

**Q15** — Qual a distância que o carro percorreu em média, por segundo, no trecho AC?

Comparando as velocidades médias do carro nos trechos AB e BC com a velocidade média calculada para todo o percurso AC, verificamos que os valores são diferentes\*; além disso, eles não nos informam muita coisa a respeito da variação da velocidade no trecho AC. Para obtermos informações mais detalhadas sobre o movimento do carro, é necessário subdividir todo o trecho em trechos menores, e depois calcular a velocidade média em cada um deles. Isso é o que faremos na próxima seção, em que estudaremos a velocidade instantânea.

\* Com os dados que foram obtidos ao responder as questões de Q9 a Q14, pode-se também verificar que a média aritmética das velocidades nos trechos AB e BC não é igual à velocidade média no trecho AC. Isso mostra que nem sempre a média das velocidades é igual à velocidade média.

## 2. Velocidade instantânea

A distância percorrida pelo satélite Kosmos 159 numa volta completa em torno da Terra é aproximadamente igual a 192 000 km; seu período orbital é de 19h 34 min (19,57h).

O valor da velocidade média do satélite ao percorrer uma volta completa é, portanto,

$$\frac{192 \times 10^3 \text{ km}}{19,57 \text{ h}} = 9,81 \times 10^3 \text{ km/h.}$$

Isto significa que, se o satélite percorresse a mesma trajetória, com uma velocidade constante de 9 810 km/h, completaria uma volta em torno da Terra nas mesmas 19h 34 min.

No entanto, a velocidade média do satélite, calculada para a órbita toda (9 810 km/h), não dá uma idéia de como varia sua velocidade enquanto ele gira em torno da Terra. Para isto, é preciso analisar o comportamento do satélite em trechos menores da órbita; e é isso o que você vai fazer em seguida.

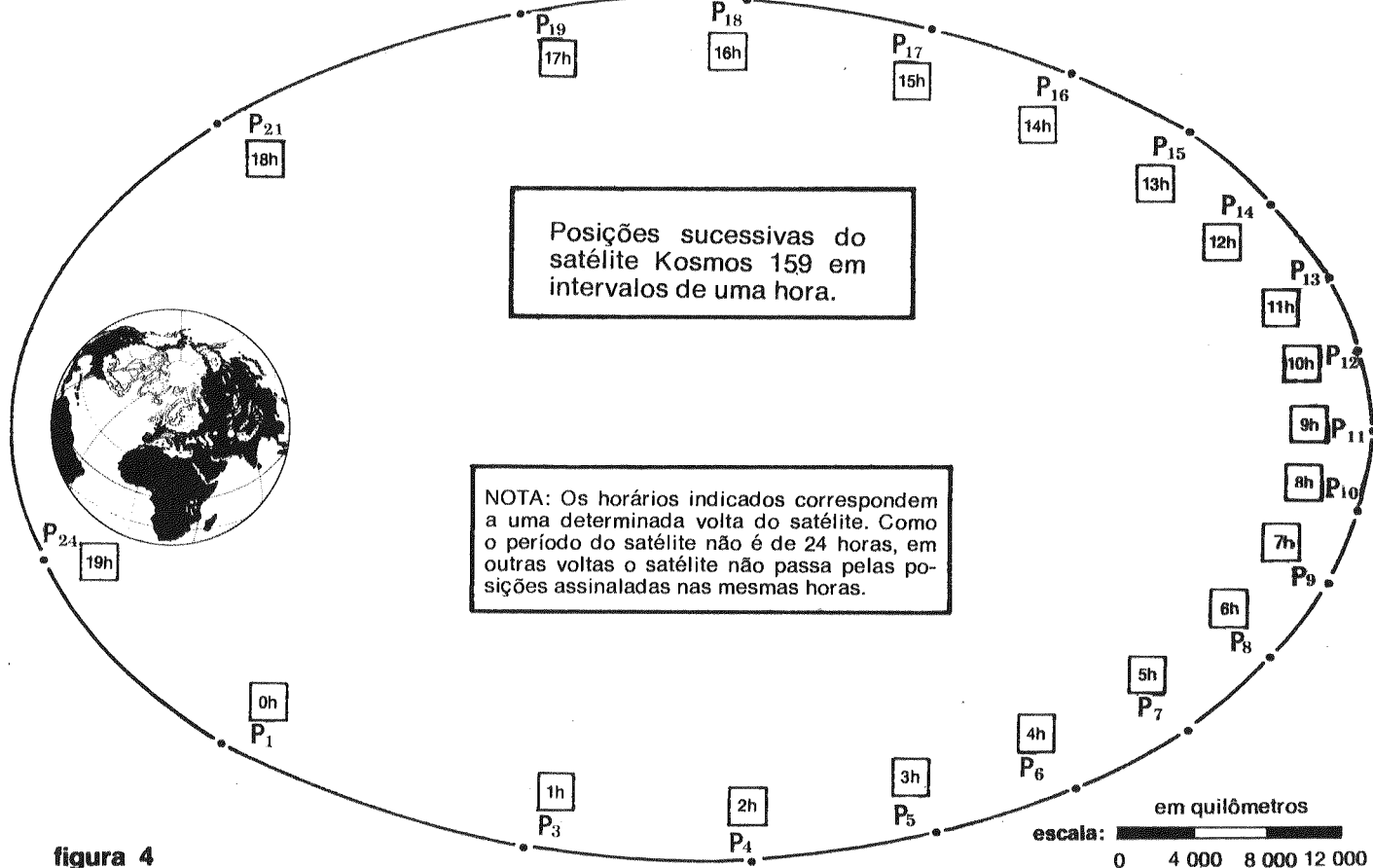


figura 4

Os pontos assinalados na figura 4 representam posições sucessivas do satélite em intervalos de uma hora, desde  $P_1$  até  $P_{24}$ . Somente no último trecho — entre  $P_{24}$  e  $P_1$  — é que o intervalo de tempo é de 34 minutos.

A figura 4 — da mesma forma que a figura 2 — é semelhante a uma fotografia estroboscópica em que o intervalo entre cada instantâneo e o seguinte é de 1h; ela pode, assim, ser analisada como tal. Note que neste diagrama não estão marcados todos os 25 pontos que você utilizou para construir a órbita no capítulo 1.

Para medir as distâncias percorridas pelo satélite, você deve, como antes, usar uma régua flexível "acompanhando" a trajetória.

**Q16** — Calcule a velocidade média do satélite no intervalo de 6h a 12h, correspondente ao trecho  $P_8 P_{14}$ ; faça o mesmo para o intervalo de 18h a 19h ( $P_{21} P_{24}$ ).

**Q17** — À medida que o satélite se aproxima do apogeu de sua órbita — isto é, se afasta da Terra — o valor da velocidade aumenta ou diminui?

## RESPOSTAS

**R<sub>13</sub>** -

**R<sub>14</sub>** -

**R<sub>15</sub>** -

**R<sub>16</sub>** -

**R<sub>17</sub>** -

R13 — 9 segundos.

R14 — 68,6m/s ou 247km/h.

R15 — 68,6m.

R16 — No trecho  $P_5 P_{14}$ , a velocidade média é dada por  $\frac{6,98 \text{cm} \times 4000 \text{km/cm}}{6 \text{h}} = 4,65 \times 10^3 \text{km/h}$ ; no trecho  $P_{21} P_{24}$ , a velocidade média é  $28,8 \times 10^3 \text{km/h}$ . Estes resultados já lhe mostram que há uma grande variação na velocidade do satélite durante o trajeto.

R17 — Diminui.

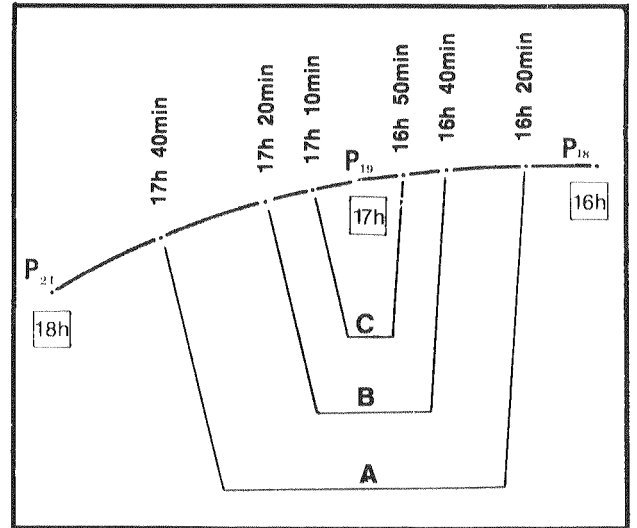


figura 5

coluna 1	coluna 2
Trecho	Velocidade $\times 10^3$ km/h
$P_1 P_2$	17,7
$P_2 P_3$	12,4
$P_3 P_4$	10,2
$P_4 P_5$	8,1
$P_5 P_6$	6,8
$P_6 P_7$	6,0
$P_7 P_8$	5,2
$P_8 P_9$	4,4
$P_9 P_{10}$	4,0
$P_{10} P_{11}$	4,0
$P_{11} P_{12}$	4,0
$P_{12} P_{13}$	4,4
$P_{13} P_{14}$	5,2
$P_{14} P_{15}$	6,0
$P_{15} P_{16}$	7,2
$P_{16} P_{17}$	8,1
$P_{17} P_{18}$	10,2
$P_{18} P_{19}$	12,5
$P_{19} P_{21}$	17,8
$P_{21} P_{24}$	28,9
$P_{24} P_1$	24,7

tabela 1

Para estudar com maior detalhe o movimento do satélite, calculamos as suas velocidades médias para intervalos de uma hora e construímos a tabela 1.

Você pode verificar que a velocidade diminui à medida que o satélite se aproxima do apogeu e aumenta à medida que se aproxima do perigeu. Entretanto, a tabela não nos dá a velocidade que o satélite possui ao passar por um determinado ponto (velocidade em um determinado instante).

Nosso problema é então determinar a velocidade em um dado instante, como por exemplo no instante 17h (instante de passagem pela posição  $P_{19}$ ).

Fizemos cálculos de grande precisão utilizando um computador eletrônico, e obtivemos o valor de 14 436km/h para a velocidade no instante 17h.

Vejamos como poderemos calcular aproximadamente essa velocidade de um modo simples. Vamos partir do conceito de velocidade média.

**Q18** — Meça a distância  $P_{18} P_{21}$  na figura 5 e calcule a velocidade média do satélite no intervalo de 16h até 18h.

**Q19** — Esse intervalo contém o instante 17h ( $P_{19}$ )?

O resultado que você obteve provavelmente deve diferir um pouco do resultado fornecido pelo computador (14 436km/h); no entanto, a diferença não deve ser muito



Trecho	Intervalo*	$\Delta t$ (min)	$\Delta t$ (h)	Velocidade média (km/h)
A	16h 20min a 17h 40min			
B	16h 40min a 17h 20min			
C	16h 50min a 17h 10min			

\* Note que todos esses intervalos contêm o instante 17h.

tabela 2

grande, podendo o seu resultado representar a velocidade no instante 17h se não necessitar de maior precisão. O que você fez foi calcular a velocidade média num intervalo de 2 horas, intervalo este que contém o instante 17h; obteve assim um resultado que se aproxima daquele fornecido pelo computador.

O que acontecerá se diminuirmos o intervalo para o qual calculamos a velocidade média?

A figura 5 mostra o trecho  $P_{18} P_{21}$  da órbita, com indicações das posições do satélite em intervalos de 20 minutos e de 10 minutos.

Vamos inicialmente calcular as velocidades médias em vários intervalos de tempo que contêm o instante 17h e depois ver como essas velocidades médias variam.

**Q20** — Preencha a tabela 2 com o tempo correspondente a cada intervalo e calcule a velocidade média em cada um, a partir da figura 5.

**Q21** — Qual dos três valores encontrados se aproxima mais do valor fornecido pelo computador?

**Q22** — Esse valor corresponde ao intervalo menor?

**Q23** — Qual o processo que utilizamos para chegar a valores da velocidade cada vez mais aproximados do valor fornecido pelo computador?

## RESPOSTAS

**R<sub>18</sub>** -

**R<sub>19</sub>** -

**R<sub>21</sub>** -

**R<sub>22</sub>** -

**R<sub>23</sub>** -

Concluimos então que para calcular a velocidade em um instante, deve-se tomar o menor intervalo de tempo possível que contenha esse instante e calcular a velocidade média nesse intervalo. Quanto menor o intervalo de tempo, mais a velocidade média se aproxima da velocidade instantânea.

Apesar de, neste caso, ser pequena a diferença entre a velocidade instantânea e a velocidade média num intervalo de 20 minutos, há casos em que é necessário obter precisão ainda maior. Ao se tentar recuperar uma cápsula espacial, por exemplo, é necessário submeter a cápsula a manobras efetuadas em instantes muito precisos, para que ela caia numa região previamente escolhida. Neste caso, determinam-se as velocidades médias para intervalos de tempo da ordem de décimos, centésimos ou mesmo milésimos de segundo.

A fotografia estroboscópica de um pêndulo (figura 6) ilustra outro exemplo de que, em alguns casos, se deve considerar intervalos de tempo bem menores do que 20 mi-

nutos para se determinar velocidades instantâneas. De fato, não tem sentido calcular a velocidade média do pêndulo para um intervalo de 20 minutos ou mesmo de 1 minuto e dizer que ela é a velocidade num dado instante, pois ele teria oscilado várias vezes nesse intervalo.

**Q24** — Calcule a velocidade média do pêndulo durante o seu movimento de um extremo a outro.

Vamos calcular a velocidade instantânea do pêndulo na posição **G**. Na fotografia, o menor intervalo de tempo que contém o instante de passagem pela posição **G** é 0,24s, ou seja, o intervalo de tempo entre as posições **F** e **H**. Assim, nas condições da fotografia, para determinar o mais precisamente possível a velocidade do pêndulo no instante de passagem pela posição **G**, vamos calcular a velocidade média entre as posições **F** e **H**. A distância de **F** a **H** é de 4,05cm na

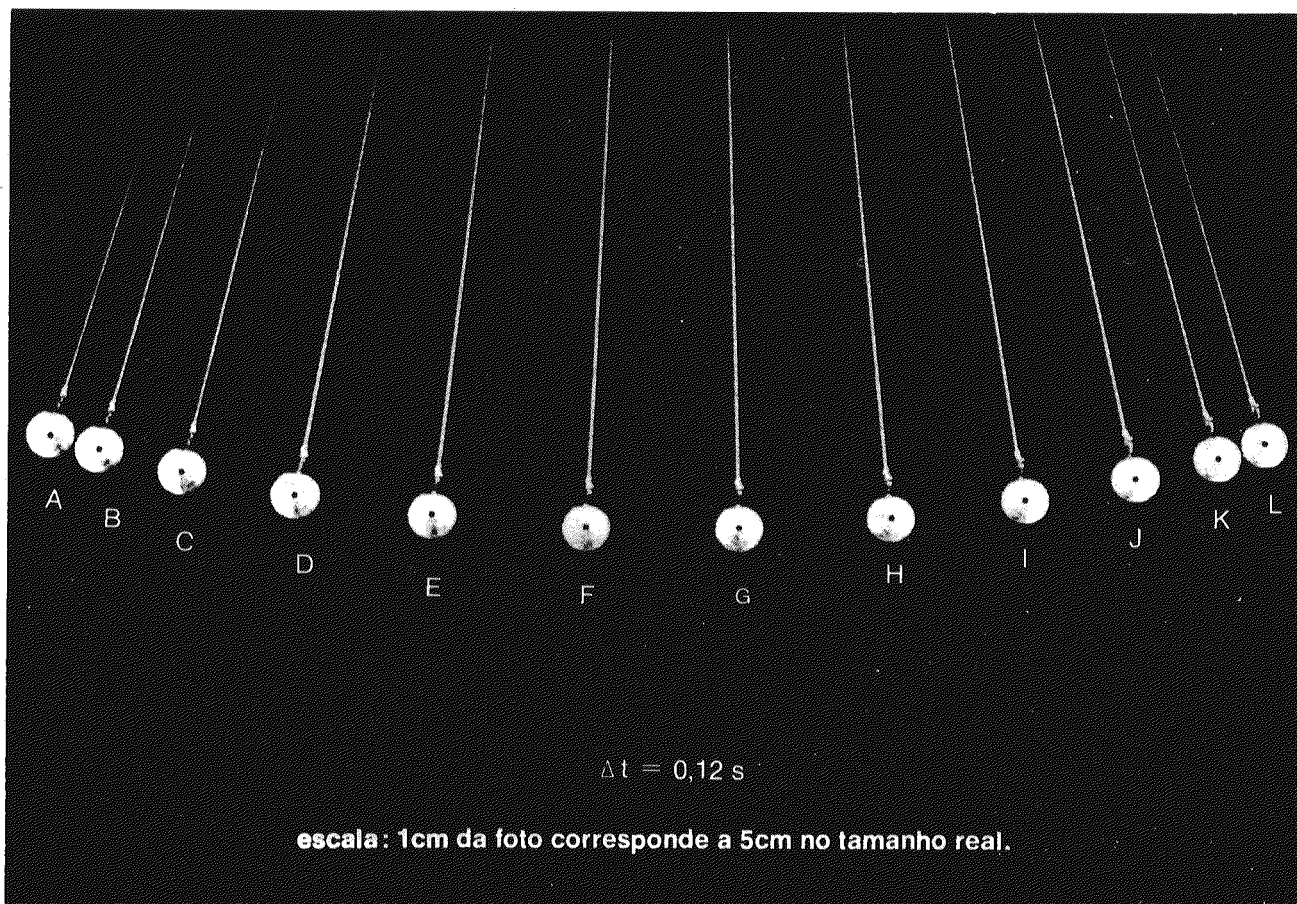


figura 6

fotografia. Levando em conta a escala, obtemos 20,3cm na situação real. Assim,

$$v_m = \frac{20,3\text{cm}}{0,24\text{s}} = 85\text{cm/s.}$$

Esse é o resultado mais aproximado da velocidade no ponto **G** que pode ser encontrado com os dados de que dispomos. Por isso, será considerada como sendo a velocidade nesse ponto. Note que essa velocidade média é muito diferente da calculada em Q24. Isso justifica que, em alguns casos, mesmo velocidades médias calculadas em intervalos da ordem de um segundo podem apresentar erros consideráveis em relação à velocidade num dado instante.

**Q25** — Calcule a velocidade instantânea do pêndulo no instante de passagem pela posição **C**.

**Q26** — Qual é a velocidade instantânea do pêndulo no instante em que ele atinge uma de suas posições extremas?

## RESPOSTAS

**R<sub>24</sub>** -

**R<sub>25</sub>** -

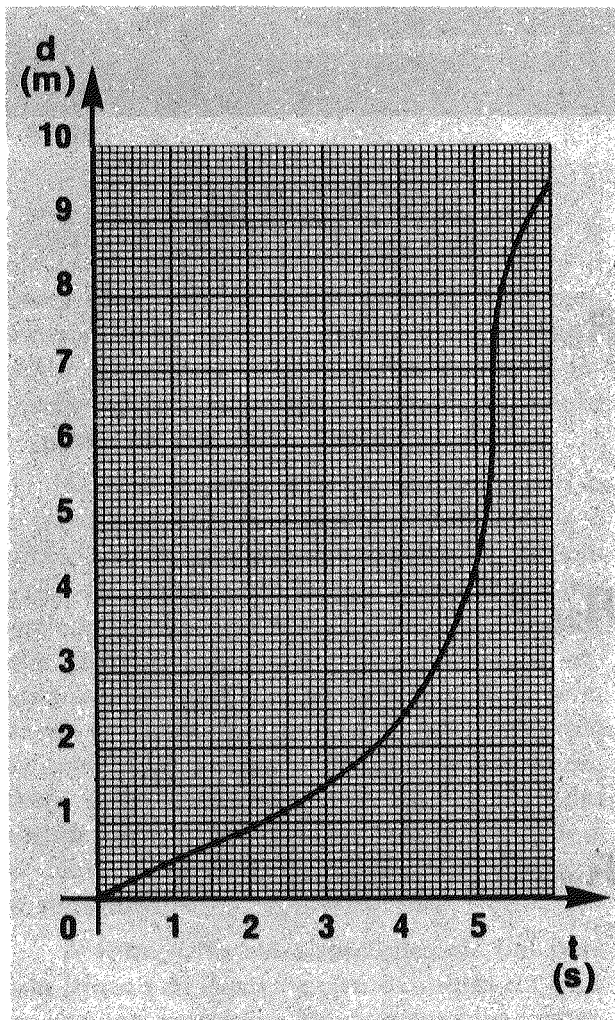
**R<sub>26</sub>** -

- R18 —  $15,0 \times 10^3 \text{ km/h}$ .
- R19 — Sim.
- R20 — As velocidades são aproximadamente:  
 $A \Delta t = 80 \text{ min} = 4/3 \text{ h}$ ;  $v = 15,1 \times 10^3 \text{ km/h}$   
 $B \Delta t = 40 \text{ min} = 2/3 \text{ h}$ ;  $v = 14,7 \times 10^3 \text{ km/h}$   
 $C \Delta t = 20 \text{ min} = 1/3 \text{ h}$ ;  $v = 14,4 \times 10^3 \text{ km/h}$
- R21 — O terceiro.
- R22 — Sim.
- R23 — Calculamos a velocidade média em trechos cada vez menores que contêm o ponto  $P_{10}$ .
- R24 — Entre  $61 \text{ cm/s}$  e  $62 \text{ cm/s}$ .
- R25 —  $55 \text{ cm/s}$ .
- R26 — Nas posições extremas a velocidade do pêndulo é nula.

MARCO QUILOMÉTRICO	t (h, min)
335	10h 15 min
337	10h 17 min
340	10h 22 min
345	10h 27 min
350	10h 29 min
355	10h 35 min

tabela 3

### 3. Exercícios de aplicação



Durante uma viagem de automóvel, um passageiro anotou os instantes em que passava pelos marcos quilométricos à margem da estrada e construiu a tabela 3.

Com essas informações, responda às questões 1 e 2.

E1 — A velocidade média do carro entre os marcos de 335km e 355km foi, em km/min:

- a) 1,0;      c) 3,0;      e) 5,5.  
 b) 1,5;      d) 4,5;

E2 — A velocidade instantânea no instante 10h 28 min foi, em km/min, mais provavelmente:

- a) 1,0;      c) 2,0;      e) 3,0.  
 b) 1,5;      d) 2,5;

O gráfico da figura 7 representa a distância em função do tempo para o movimento de uma partícula. As perguntas 3 e 4 se referem a esse gráfico.

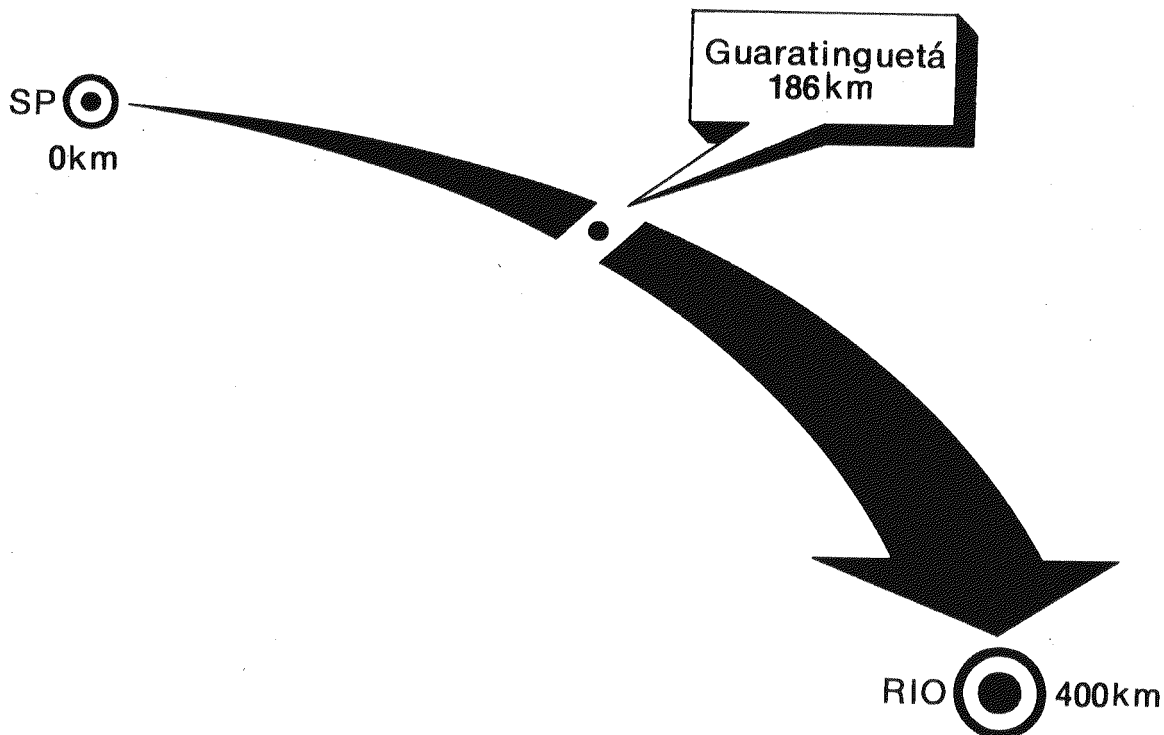


figura 8

- E3** — A velocidade média da partícula desde 0,0s até 5,0s é, em m/s:  
 a) 0,5;      c) 1,9;      e) 5,0.  
 b) 0,9;      d) 4,5;
- E4** — A velocidade instantânea da partícula no instante 4,0s é, mais aproximadamente, igual a:  
 a) 0,6m/s;      d) 2,4m/s;  
 b) 1,3m/s;      e) 3,9m/s.  
 c) 1,6m/s;
- E5** — Um carro parte de São Paulo às 9h, em direção ao Rio de Janeiro. Passa por Guaratinguetá às 12h e chega ao Rio às 15h (figura 8). Determine as velocidades médias do carro nos trechos:  
 a) São Paulo—Guaratinguetá;  
 b) Guaratinguetá—Rio de Janeiro;  
 c) São Paulo—Rio de Janeiro.
- E6** — Um carro percorreu uma distância de 80km em uma hora e, em seguida, uma distância de 50km em meia hora. Qual a velocidade média do carro, calculada para todo o percurso? Essa velocidade é igual à média aritmética das velocidades desenvolvidas nos dois trechos?

## RESPOSTAS DE EXERCÍCIOS

**R<sub>1</sub>** -

**R<sub>2</sub>** -

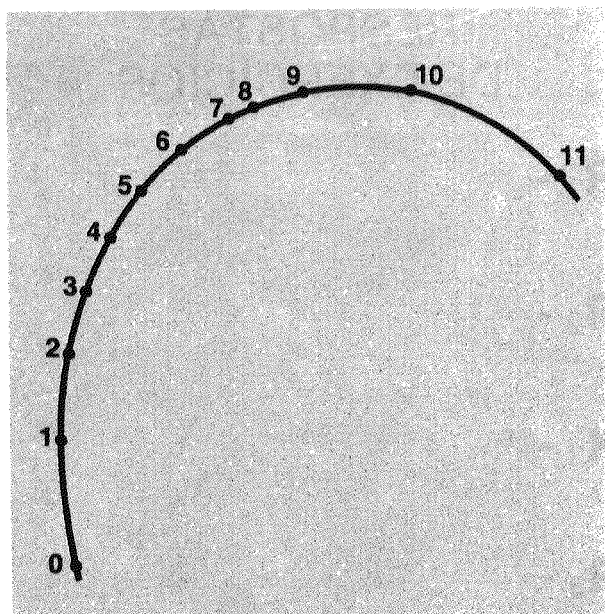
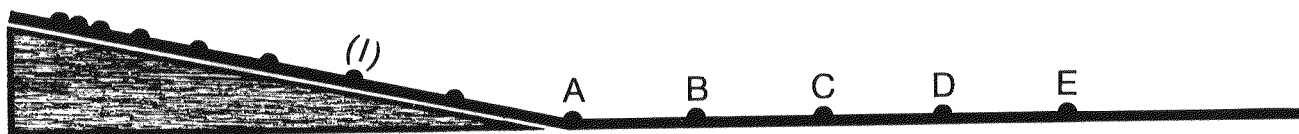
**R<sub>3</sub>** -

**R<sub>4</sub>** -

**R<sub>5</sub>** -

**R<sub>6</sub>** -

**ESCALA: 1cm corresponde a 6,6cm na escala real.**  
 $\Delta t = 0,12s$ .



**figura 10**

**figura 9**

indicam as suas posições de segundo em segundo. No instante  $t = 0s$  o móvel passava pelo ponto zero.

Com essas informações, responda as questões de 8 a 11.

**E7** — A figura 9 representa uma fotografia estroboscópica do movimento de uma bolinha que rola numa calha. Por ela determine:

- a) a velocidade da bolinha no trecho CE;
- b) a velocidade da bolinha no instante (I).

A figura 10 apresenta uma parte da trajetória de um móvel; os pontos numerados

**E8** — A velocidade do móvel no instante  $t = 1,5s$  é melhor representada, em mm/s, por:

- a) 12,5;      c) 7,7;      e) 5,8.
- b) 11,5;      d) 6,3;

**E9** — A velocidade do móvel no instante  $t = 8,0s$  é melhor representada, em mm/s, por:

- a) 6,0;      c) 5,8;      e) 4,8.
- b) 5,9;      d) 5,4;

**E10** — A velocidade do móvel teve seu valor:

- a) diminuindo de 0,0s a 11,0s;
- b) aumentando de 0,0s a 4,0s e constante de 4,0s a 7,0s;
- c) aumentando de 0,0s a 7,0s e diminuindo de 7,0s a 11,0s;
- d) diminuindo de 0,0s a 4,0s e aumentando de 4,0s a 7,0s;
- e) diminuindo de 0,0s a 4,0s e aumentando de 7,0s a 11,0s.

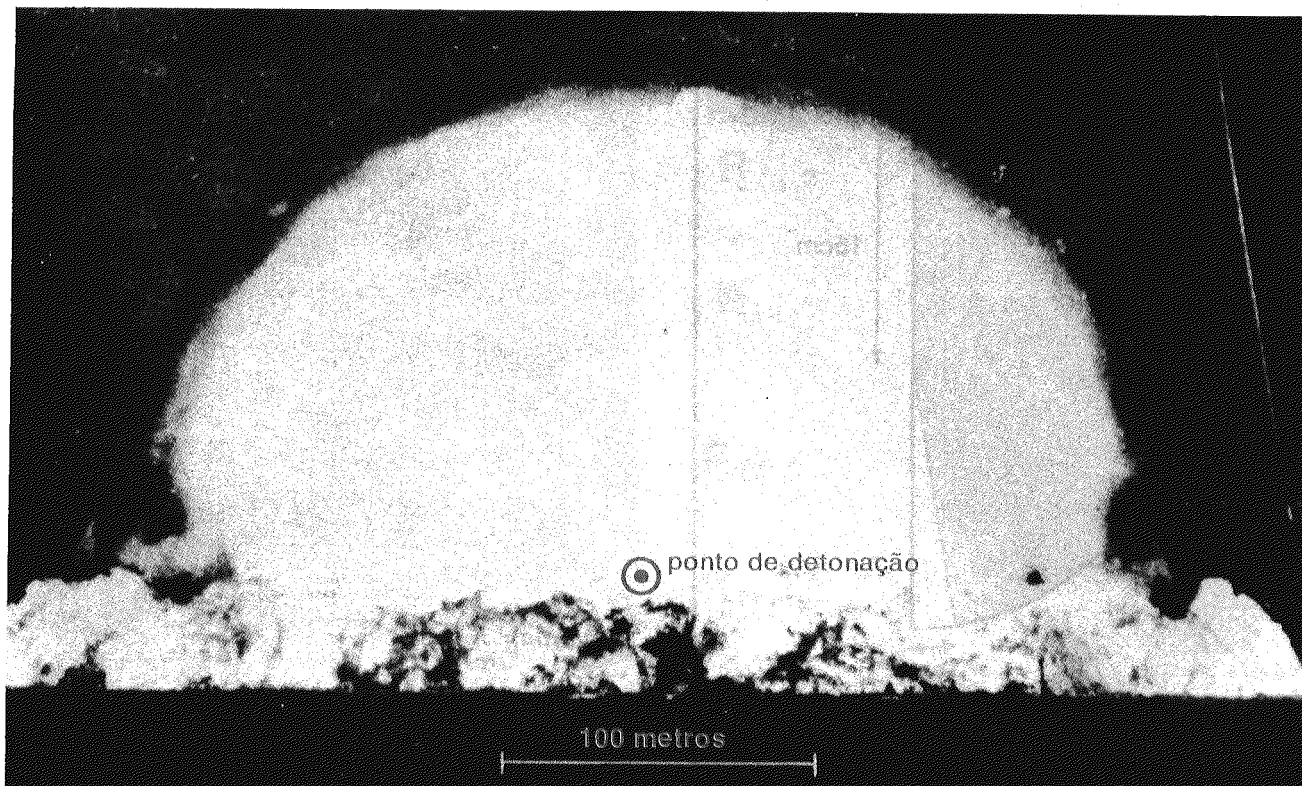


figura 11

**E11** — Durante o intervalo de 1,0s a 10,0s o máximo valor da velocidade ocorreu mais provavelmente por volta do instante:

- a) 10,0s;    c) 4,0s;    e) 0,5s.  
b) 9,5s;    d) 1,0s;

**E12** — No dia 16 de julho de 1945, perto da cidade de Alamogordo, em Novo México (EUA), ocorreu a primeira explosão de uma bomba atômica. Na ocasião ficou demonstrada a terrível eficiência e capacidade destrutiva desse artefato: durante uma explosão atômica libera-se uma quantidade enorme de energia sob a forma de luz, raios ultravioleta, raios X, ondas de choque e calor, elevando a temperatura de milhares de graus e decompondo toda molécula orgânica. A fotografia da figura 11 mostra a "bola de fogo" em expansão 0,053 segundo após a detonação em Alamogordo; qual foi a velocidade média de deslocamento da superfície da bola? Essa velocidade é maior ou menor do que a do som no ar, que é de aproximadamente 340m/s?

## RESPOSTAS DE EXERCÍCIOS

**R<sub>7</sub>** -

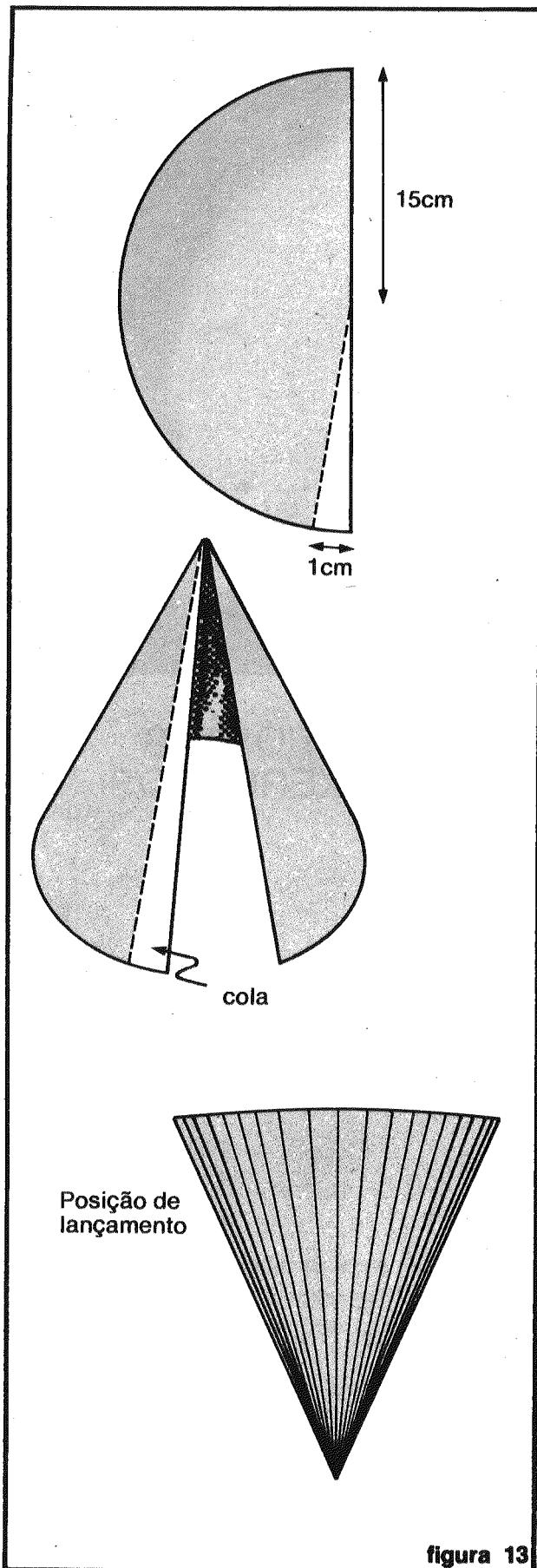
**R<sub>8</sub>** -

**R<sub>9</sub>** -

**R<sub>10</sub>** -

**R<sub>11</sub>** -

**R<sub>12</sub>** -



**E13** — Os gráficos das distâncias percorridas em função do tempo e relativos aos móveis A e B estão representados na figura 12. Analisando-os, responda:

- Os móveis têm velocidades constantes?
- Qual é a velocidade do móvel A?
- Qual é a velocidade do móvel B?
- Em que posição o móvel A ultrapassa o móvel B?

**E14** — Uma moeda é lançada verticalmente para cima. Atinge uma altura de 3,2m e cai, voltando ao ponto inicial 1,6 segundo depois de lançada. Qual é a velocidade média da moeda durante a subida? (Admita que o tempo de queda é igual ao tempo de subida.)

**E15** — Qual a velocidade da moeda no ponto mais alto de sua trajetória?

**Experiência** — Corte uma folha de papel (pode ser uma folha de jornal) como mostra a figura 13 e cole-a de modo a obter uma superfície cônica. Utilize o cronômetro



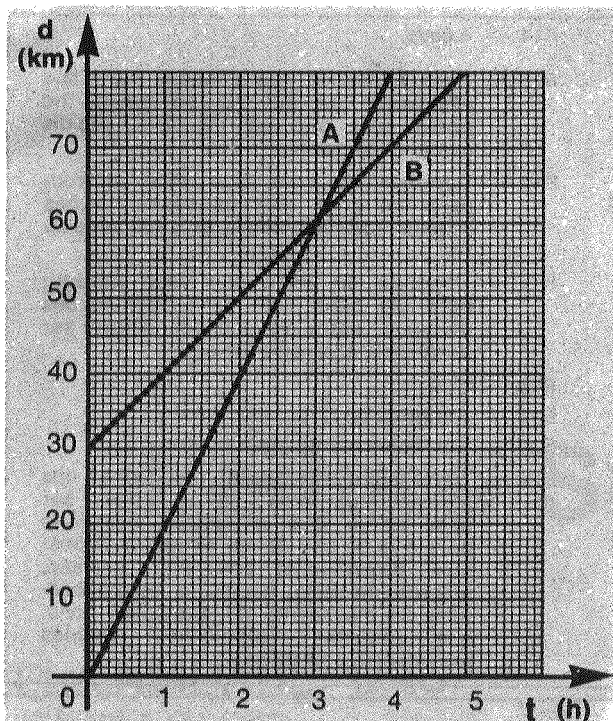


figura 12

de areia para medir os tempos de queda do cone, quando solto com o vértice para baixo.

**E16** — Determine a velocidade média de queda do cone de papel, ao cair de 1,0m de altura até o chão.

**E17** — Determine a velocidade média de queda do cone ao cair de 1,5m e depois ao cair de 2,0m.

**E18** — Essas velocidades são iguais, dentro da precisão das medidas?

**E19** — Qual seria a velocidade média de queda se o cone caísse da altura de 10m?

**E20** — Quando um corpo leve cai no ar, sua velocidade inicial, no instante em que é solto, é zero; depois, ela aumenta durante algum tempo até atingir um valor-limite (velocidade-limite), a partir do que ela fica constante. É possível ter ocorrido isso com o seu cone de papel?

**E21** — As experiências realizadas permitem que você determine o intervalo de tempo durante o qual a velocidade aumenta?

## RESPOSTAS DE EXERCÍCIOS

**R<sub>13</sub>** - a) b) c)

d)

**R<sub>14</sub>** -

**R<sub>15</sub>** -

**R<sub>16</sub>** -

**R<sub>17</sub>** -

**R<sub>18</sub>** -

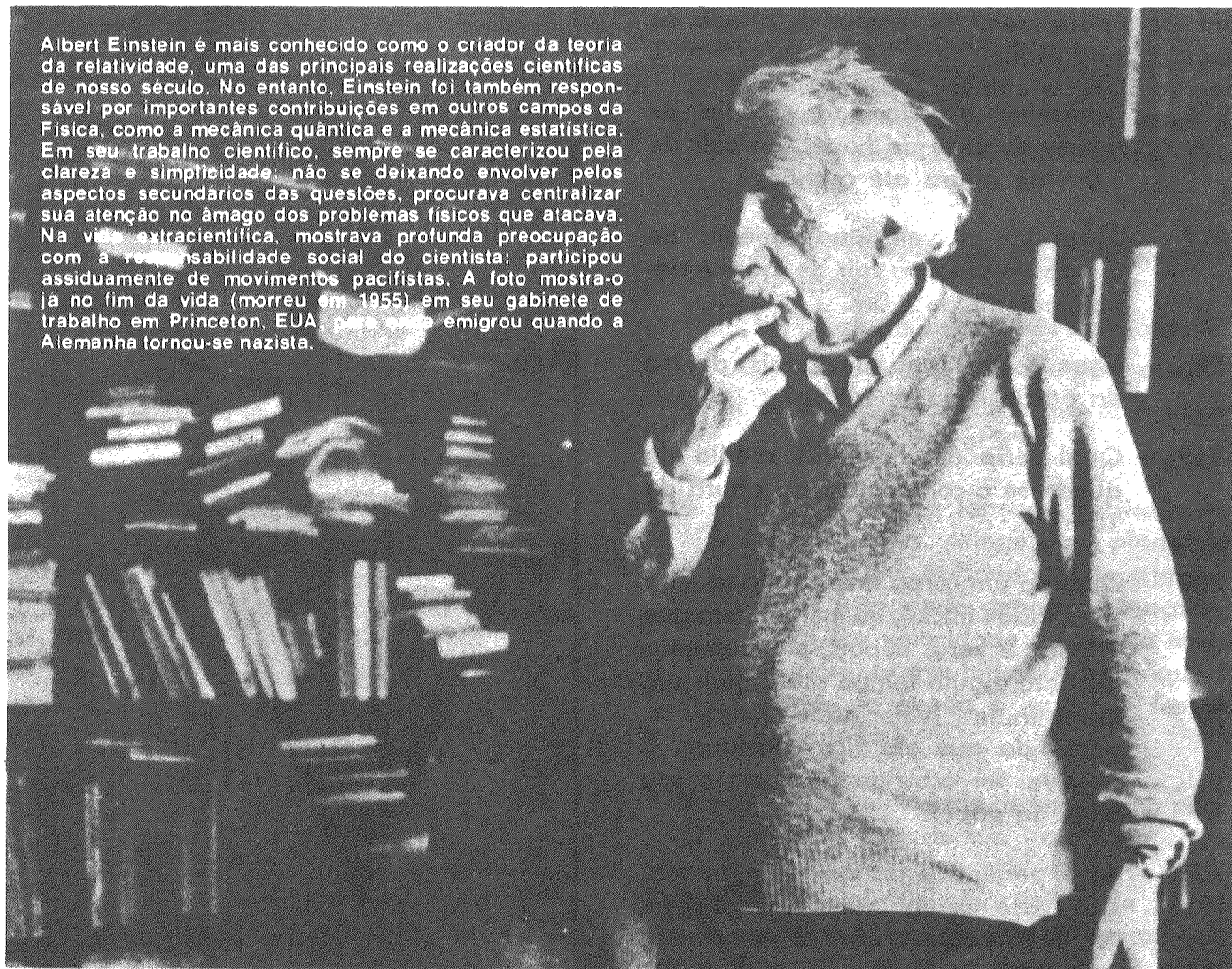
**R<sub>19</sub>** -

**R<sub>20</sub>** -

**R<sub>21</sub>** -

- R1 — a) 1,0km/min.
- R2 — d) 2,5km/min.
- R3 — b) 0,9m/s.
- R4 — b) 1,3m/s (velocidade média de 3,5 a 4,5s).
- R5 — a) 62km/h; b) 71km/h; c) 67km/h.
- R6 — 87km/h. Não.
- R7 — a) 88,5cm/s; b) 68,7cm/s.
- R8 — b) 11,5
- R9 — d) 5,4
- R10 — e) diminuindo de 0,0s a 4,0s e aumentando de 7,0s a 11,0s.
- R11 — a) 10,0s.
- R12 — Aproximadamente  $\frac{177\text{m}}{0,05\text{s}}$  ou 3 540m/s,  
muito maior que a velocidade do som no ar. Por isso, a bola de fogo provoca uma onda de choque sonora capaz de derrubar casas a grandes distâncias.
- R13 — a) Sim; b) 20km/h; c) 10km/h;  
d) A 60 km da origem.
- R14 — 4,0m/s.
- R15 — Zero. À medida que a moeda sobe, sua velocidade diminui até se anular no ponto mais alto da trajetória; depois aumenta de novo.
- R16 — Depende do cone que você utilizou; para um cone com as especificações do texto, essa velocidade deve ser cerca de 1m/s.
- R17 — Depende do cone que você utilizou; para um cone com as especificações do texto, essas velocidades devem ser de aproximadamente 1m/s.
- R18 — Sim.
- R19 — A mesma de Q16.
- R20 — Foi realmente isso que ocorreu.
- R21 — Não, entretanto seus resultados nos indicam que esse intervalo deve ser bem menor que o tempo necessário para o cone cair de 1m de altura. É possível determiná-lo com boa precisão, através de uma fotografia estroboscópica do movimento de queda do cone, que contenha instantâneos tomados em intervalos de 0,05s.

Albert Einstein é mais conhecido como o criador da teoria da relatividade, uma das principais realizações científicas de nosso século. No entanto, Einstein foi também responsável por importantes contribuições em outros campos da Física, como a mecânica quântica e a mecânica estatística. Em seu trabalho científico, sempre se caracterizou pela clareza e simplicidade; não se deixando envolver pelos aspectos secundários das questões, procurava centralizar sua atenção no âmago dos problemas físicos que atacava. Na vida extracientífica, mostrava profunda preocupação com a responsabilidade social do cientista; participou assiduamente de movimentos pacifistas. A foto mostra-o já no fim da vida (morreu em 1955) em seu gabinete de trabalho em Princeton, EUA, para onde emigrou quando a Alemanha tornou-se nazista.



# Leitura Suplementar

## RELATIVIDADE DAS MEDIDAS DE ESPAÇO E DE TEMPO

---

Você já aprendeu, logo às primeiras páginas do capítulo 1, que o aspecto da trajetória do satélite depende da posição da pessoa que o observa passar. Chamaremos a essa pessoa de observador. Note que, em Física, observador significa sempre aquele (ou aquilo) que efetua medidas. Assim, para um observador aqui na Terra, o aspecto da trajetória é de um arco; mas se esse observador estiver longe da Terra, e sobre uma reta que contém o centro da órbita e é perpendicular ao plano da mesma, então essa mesma trajetória tem o aspecto de uma elipse.

Esse é o nosso primeiro exemplo de como as observações, as nossas medidas, dependem não apenas daqueles fatores já mencionados (tipo de aparelhagem capaz de possibilitar maior ou menor precisão, cuidado efetuado na medida etc.) como também da nossa **posição** como observadores.

Veremos adiante que os resultados das medidas obtidas vão variar não apenas com a **posição** relativa entre observador e a coisa a ser medida, mas também com o tipo de **movimento relativo** entre os dois.

Você talvez não tenha entendido a última afirmação: resultados de uma observação dependendo do movimento relativo entre o observador e o fenômeno observado. Alguns exemplos do que queremos dizer são imediatos. Embora talvez nunca tenha pensado nisso, você já sabe que **o movimento é relativo**. Assim, por exemplo, você provavelmente já experimentou a sensação,

ao estar dentro de um trem parado ao lado de outro, de não saber qual dos dois trens se põe em movimento; se o seu ou se o outro do lado. Note que, quando se diz que um dos trens está em movimento, o que se quer dizer é que ele está em movimento em relação à Terra. Isso é muito importante. O movimento de um objeto qualquer (ou de um observador qualquer) tem que ser sempre referido em relação a um outro objeto (ou a um outro observador). Se você estiver sentado no seu trem, o qual está se deslocando à velocidade de 80km/h em relação à Terra, você estará parado em relação ao trem, mas **em movimento em relação à Terra**.

**Q1** — Nesse caso, qual seria a sua velocidade relativamente à Terra?

**R<sub>1</sub>**-

Considere dentro do trem um carrinho em movimento uniforme (com velocidade constante) deslocando-se em direção à locomotiva. Ao passar pela sua poltrona, você nota que um velocímetro, montado no carrinho, indica 20km/h.

**Q2** — Qual é a velocidade do carrinho relativamente ao trem?

**R<sub>2</sub>**-

**Q3** — Se um outro observador, conhecendo a velocidade do trem, estivesse parado à margem dos trilhos e lesse o velocímetro do carrinho indicando 20km/h, poderia dizer qual é a velocidade desse carrinho em relação à Terra?

### R<sub>3</sub> -

Q4 — Suponha o carrinho deslocando-se com a mesma velocidade, mas em sentido oposto. Responda às duas questões anteriores.

### R<sub>4</sub> -

Um dos primeiros a formular todas essas (e muitas outras) questões sobre a relatividade do movimento foi justamente Galileu Galilei, no século XVII.

Até aqui, acreditamos que nada disto represente, realmente, uma grande novidade para você. Mas considere agora a medida de coisas "idênticas", que você já fez no capítulo 2. Considere, por exemplo, duas réguas iguais, de 1m de comprimento. Uma fica com você e a outra é colocada dentro de um foguete muito rápido. Suponha que você conseguisse medir o comprimento da régua no foguete quando este passasse por você (como conseguir essa medida é toda uma outra história).

Você acha que obteria o mesmo valor de 1m?

Albert Einstein propôs esse tipo de pergunta e a respondeu, na sua Teoria da Relatividade, em 1905. Essa teoria, a qual está amplamente comprovada por um sem-número de experiências, nos afirma que se o foguete "muito rápido" tiver uma velocidade (em relação a você e à régua em seu poder) de cerca de 50 milhões de quilômetros por hora, você notaria que, com respeito à sua régua, a outra em movimento ter-se-ia contraído (encurtado). O comprimento medido por você, com a sua régua de 1m, seria apenas, aproximadamente, 99,9cm. Da mesma forma, se quem estivesse no foguete medisse a régua que se encontra com você, parado aqui na Terra, também mediria um comprimento de aproximadamente 99,9cm. Isto significa que a régua sofre uma contração que só é notada pelo observador em relação a quem ela está em movimento.

Este resultado, de que as dimensões de um objeto não são as mesmas para todos os observadores, dependendo, segundo Einstein, do estado de movimento desses observadores relativamente ao objeto a ser medido, talvez se tenha constituído numa surpresa para você. Na realidade, na nossa vida cotidiana, em que as velocidades são muito pequenas quando comparadas com a velocidade de propagação da luz no vácuo, podemos desprezar inteiramente essa variação "relativística" das dimensões e dizer que, seja parado, seja em vôo, um avião a jato tem tantos metros.

Na figura 14 você tem um gráfico de como varia o comprimento ( $\ell$ ) de um objeto à medida que sua velocidade ( $v$ ) aumenta. Uma régua que tenha 1m de comprimento quando em re-

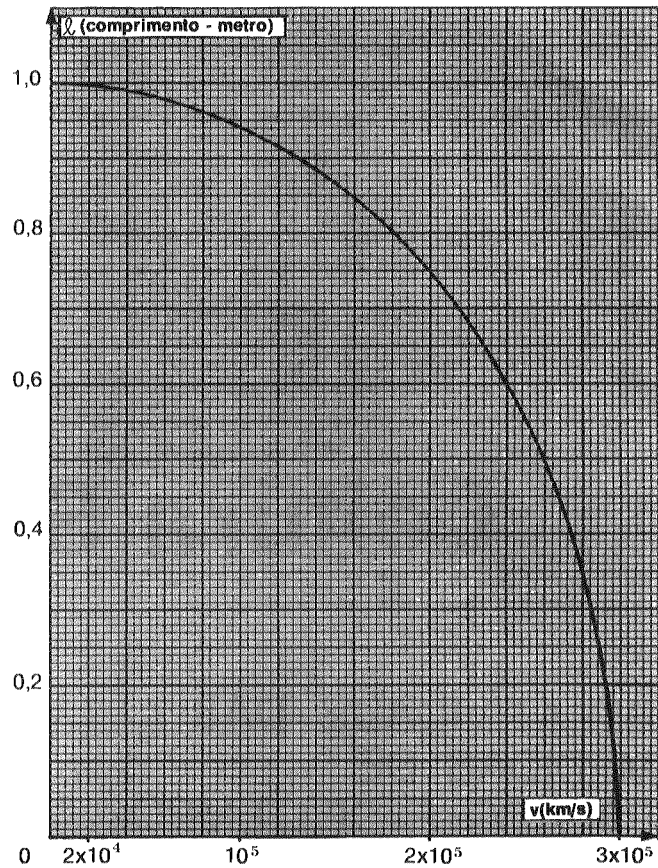


figura 14

pouso terá 0,9999999999440m, à velocidade de 10km/s. Mesmo à velocidade de mil quilômetros por segundo, o seu comprimento será de 0,999994444444m. Por essa razão, na figura 14 só é indicada a variação  $\ell$ , a partir da velocidade de 20 mil quilômetros por segundo.

À medida que a velocidade se aproxima da velocidade da luz, o comprimento do móvel encurta cada vez mais acentuadamente, aproximando-se de zero quando a velocidade aumenta e tende a 300 mil quilômetros por segundo.

Uma observação final a esse respeito: somente as dimensões paralelas ao movimento sofrem uma contração; as dimensões transversais permanecem inalteradas. Assim, uma placa de metal de forma quadrada; quando parada em relação a você (figura 15a), terá o aspecto de um retângulo (figura 15b), quando em movimento na direção do eixo dos  $x$  a grande velocidade.

Na figura 15b você nota que a placa de metal sofre uma contração na dimensão ao longo do movimento: essa dimensão diminui!

Discutimos acima, muito rápida e esquematicamente, a relatividade das medidas de **espaço**. O que dizer, porém, das medidas de **tempo**? Será que só as dimensões espaciais variam de observador para observador? Nesse caso, o tempo teria um significado absoluto e universal. Em outras palavras, será que um intervalo de tempo de 1 hora, medido por você em seu relógio de pulso, teria o mesmo valor para um ou-

Um raio cósmico de alta energia — neste caso um próton com velocidade 99,999995% da velocidade da luz — colidiu com um núcleo atômico e impressionou um filme fotográfico. Esta imagem, obtida na Universidade de São Paulo e aumentada 750 vezes, mostra as trajetórias de sete prótons de energia menor, emitidos na colisão. Um exame detalhado da fotografia original mostrou que foram emitidos também 24 mésons  $\pi$ .

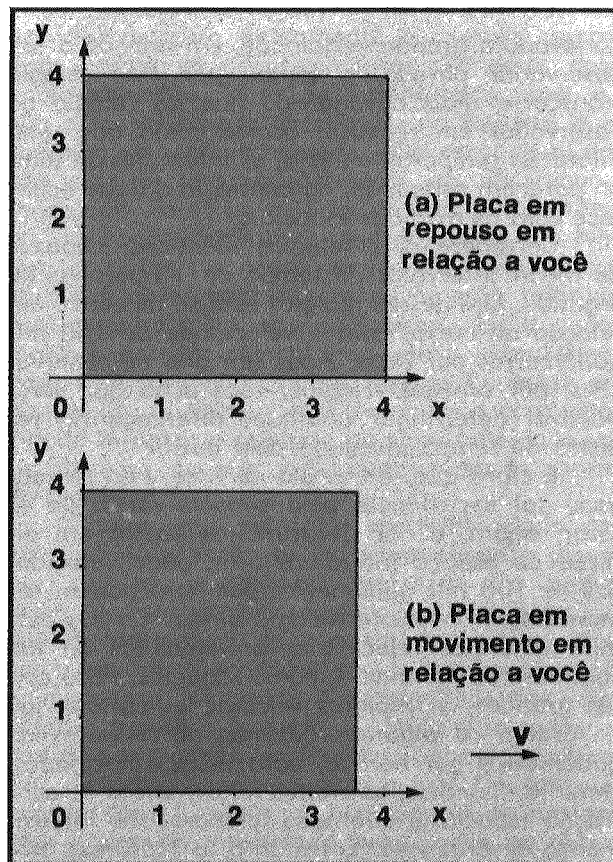
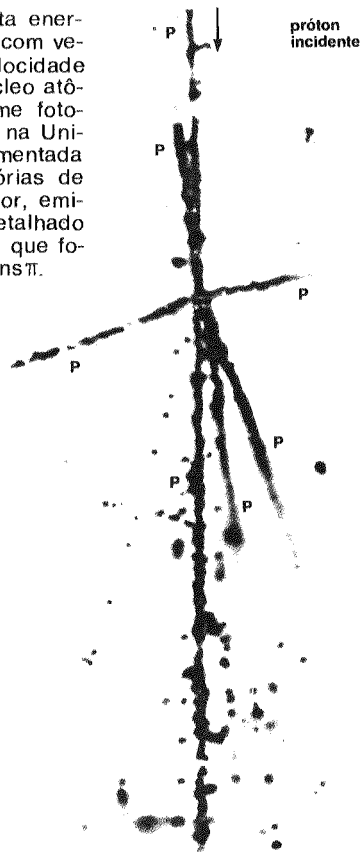


figura 15

tro observador, que se deslocasse (rapidamente) em relação ao seu relógio?

Einstein também nos responde dizendo que o tempo, como o espaço, é relativo; ou seja, que as medidas de intervalos de tempo dependem do estado de movimento relativo entre relógio e observador. Como antes, com o espaço, é claro que esse movimento terá que ser a grande velocidade, isto é, a velocidades que não sejam muito pequenas, quando comparadas com a velocidade da luz no vácuo.

Entretanto, em oposição às conclusões da teoria de Einstein existe a idéia inconsciente da noção de tempo, segundo a qual ele não muda de observador para observador, ou seja, que existe uma escala de tempo universal. Isaac Newton admitiu essa escala de tempo para todos os pontos do Universo, e supôs que o tempo existe independentemente de qualquer outra coisa. Para ele, o tempo fluiria uniformemente, sem relação alguma com quaisquer acontecimentos ou observadores. Contudo, mesmo antes de Einstein, muitos filósofos (embora admitindo uma escala temporal universal) opuseram-se à idéia de que instantes de tempo pudessem existir independentemente de acontecimentos; eles encravam-no como decorrente de acontecimentos e não reciprocamente. Assim, por exemplo, enquanto que se poderia dizer que, para Newton, o Universo tem um relógio, para Leibnitz (filósofo e matemático, contemporâneo de Newton), o Universo é um relógio. Desenvolveremos a se-

guir algumas das conclusões da teoria de Einstein acerca do tempo.

Você viu que um dos lados da placa de metal, em movimento relativo a um observador, diminuía de tamanho, se contraía. Vejamos agora o que se passa com o tempo marcado por um relógio em movimento. Será que ocorre algo parecido? Consideremos um exemplo: dois irmãos gêmeos decidem seguir profissões bastante diferentes: um tornou-se astronauta e o outro dedicou-se à Física. No dia em que ambos completaram 20 anos, o irmão astronauta partiu num foguete interplanetário, para uma longa viagem espacial. Viajando à velocidade (fantástica para nós, hoje) de 288 mil quilômetros por segundo, ele levou, de acordo com seus relógios de bordo, 5 anos para atingir seu objetivo. Deu imediatamente a volta e iniciou o regresso. Dez anos após a sua partida (ainda de acordo com os seus relógios), ele estava de volta à Terra. Ao se abraçarem os dois irmãos, o astronauta levou um choque. Ele, que se encontrava com 30 anos, depa-rou-se com um homem de idade muito mais avançada, o qual lhe afirmou que estava com 55 anos. Este último, o físico, explicou ao surpreso irmão gêmeo que a diferença de idades constatada no reencontro de ambos era um fenômeno previsto pela Teoria da Relatividade. Com efeito, a medida de um certo intervalo de tempo, segundo Einstein, também não tem, da mesma forma que no caso do espaço, o mesmo valor para todos os observadores. Para um relógio que esteja sen-

do levado a grande velocidade, em relação a um observador parado, o tempo por esse relógio transcorre mais devagar do que no relógio do observador em repouso; ocorre como que uma dilatação temporal, ou seja, os intervalos de tempo parecem esticar-se, ao contrário do que acontece com as medidas espaciais.

Considere dois relógios idênticos, capazes de medir intervalos de tempo de 1 milésimo de segundo. Um desses relógios está-se movendo em relação ao outro, com a velocidade de 100 mil quilômetros por hora. Após um ano de observações, por um dos relógios, você acha que seria possível determinar qualquer diferença no registro do tempo efetuada pelo outro?

É claro que, até o dia de hoje, não se realizou tal experiência pela simples razão de se estar, agora, a dar os primeiros passos em direção ao espaço interplanetário, onde velocidades de 100 mil quilômetros por hora podem ser mantidas. A nossa tecnologia ainda não nos permite alcançar velocidades próximas às da luz com objetos "grandes", como foguetes. Para coisas grandes, as maiores velocidades obtidas são da ordem de algumas dezenas de milhares de quilômetros por hora e, para essas velocidades, como já dissemos, os efeitos relativísticos de contração espacial e dilatação temporal são inteiramente desprezíveis. Entretanto, a Natureza nos proporciona corpúsculos submicroscópicos, tais como os constituintes do átomo — elétrons, prótons, nêutrons, mésons —, os quais podem alcançar, em grandes máquinas aceleradoras de modernos laboratórios, velocidades muito próximas à da luz. Melhor ainda: para observar a dilatação temporal não se necessita, na realidade, de quaisquer máquinas aceleradoras. Talvez você já saiba que a nossa Terra está sendo continuamente bombardeada por feixes de raios cósmicos vindos do espaço exterior, os quais são constituídos, exatamente, pelas partículas submicroscópicas mencionadas acima. As velocidades alcançadas por essas partículas podem ser extremamente elevadas, maiores que as já obtidas nos laboratórios, mas sempre menores do que a velocidade da luz no vácuo. Com efeito, se a Terra não fosse envolta pela atmosfera, a qual serve de escudo protetor (de filtro) contra grande parte da radiação cósmica, e parte da radiação solar, a própria vida não poderia, provavelmente, ter evoluído em nosso planeta, a partir das primeiras cadeias de aminoácidos. Pois bem; algumas dessas partículas, que chegam nos raios cósmicos, tais como os mésons  $\mu$  (lê-se mü), têm uma "vida" muito curta e, após um intervalo de tempo muito pequeno (pequeno para nós, homens), de cerca de 2 milionésimos de segundo, eles decaem (se desintegram), dando origem a outras partículas diferentes.

Devido à "vida" tão curta, mesmo que esses mésons estejam animados de uma velocidade muito próxima à da luz, eles não teriam tempo de atingir a superfície da Terra, já que eles são

criados nas camadas superiores da atmosfera (dez a vinte quilômetros de altitude).

**Q5** — Considere um méson  $\mu$  deslocando-se à velocidade de 288 mil quilômetros por segundo (para um observador aqui na Terra). Suponha que ele foi criado a 2km de altitude. Se não ocorresse a dilatação temporal, conseguiria ele alcançar a superfície da Terra antes de desintegrar-se?

**R<sub>5</sub>** -

Contudo, esses dois milionésimos de segundo correspondem ao intervalo de tempo que os mésons  $\mu$  vivem quando estão em repouso. Devido ao efeito de dilatação temporal, a vida de mésons  $\mu$  que se encontram a grandes velocidades, para um observador em repouso, é muito maior. Assim, um méson  $\mu$  com velocidade de 288 mil quilômetros por segundo tem, para um observador terrestre, uma vida de, aproximadamente, sete milionésimos de segundo.

**Q6** — Calcule a distância percorrida por esse méson antes de se desintegrar e volte a responder à pergunta de Q5.

**R<sub>6</sub>** -

Resumamos, rapidamente, tudo o que foi dito acima. Tratou-se, é claro que de maneira muito sucinta, da relatividade das medidas de espaço e de tempo. Quando dizemos **relatividade das medidas**, isto significa que as medidas tomadas por diversos observadores terão, em geral, valores diferentes para todos os observadores que estiverem em movimento relativo entre si. A grande lição, que se pode inferir disso, é que, após Einstein, não se pode dizer meramente que uma régua mede 1 metro de comprimento, ou que um relógio mediu um intervalo de tempo de 1 hora. Essas afirmativas têm que estar sempre associadas ao observador que efetuou as medidas: se ele está em repouso em relação à régua e ao relógio, ou se ele está em movimento uniforme, ou, ainda, se ele possui uma aceleração relativa a esses objetos.

Fundamentalmente, todos estes resultados decorrem do fato da luz se propagar com velocidade finita (muito grande, mas finita). Nenhum dos efeitos discutidos acima (contração espacial e dilatação temporal) ocorreriam se a luz se propagasse instantaneamente de um lugar a outro.

Expliquemos esta última afirmativa um pouco mais detalhadamente. Até Einstein introduzir a sua nova Física, em princípios deste século, a situação era mais ou menos a seguinte: podia-se imaginar dois observadores sentados em suas respectivas naves espaciais, as quais, para simplificar as coisas, estivessem em repouso, uma em relação à outra. Esses dois observadores (chamados de A e de B) iniciariam o seguinte diálogo:

- A: B, onde você está?
- B: Eu estou situado a 120 milhões de quilômetros da Terra, e você?
- A: Eu estou mais longe; encontro-me a 300 milhões de quilômetros.
- B: Escute, A, estou em dúvida quanto ao funcionamento do meu relógio e gostaria de conferi-lo com o seu. Quando eu disser "agora", vamos ambos acertar nossos relógios para as doze horas, em ponto. Daqui a uma hora, pelo meu, voltemos a conferir.
- A: Está certo, B.

Que significaria esse diálogo? Queria dizer que A e B poderiam, num dado instante (o mesmo para ambos), acertar seus relógios e se fossem doze horas para ambos, também o seria para quaisquer outros observadores C, D etc., mesmo que esses estivessem em movimento relativo entre si. Em outras palavras, antes de Einstein, admitia-se a idéia de um tempo universal, igual para todos os pontos do Universo. Mas reflightamos um pouco. Em primeiro lugar, temos que procurar uma maneira para os dois astronautas se comunicarem, ou seja, temos de procurar um modo de poderem trocar informações entre si. Suponhamos que eles o fizessem pelo rádio. Ora, você irá aprender mais tarde que as ondas de rádio são essencialmente a mesma coisa que as ondas de luz e, por conseguinte, elas se propagam à mesma velocidade que estas últimas, ou seja, à velocidade de 300 mil quilômetros por segundo. Como a distância que separa os dois astronautas é de 180 milhões de quilômetros, para ir de um dos astronautas ao outro, as ondas de rádio levariam um tempo  $t = e/v = 180\,000\,000\text{ km} / 300\,000\text{ km/s} = 600\text{s} = 10\text{min}$ . Portanto, quando B dissesse "agora", o astronauta A só viria ouvi-lo 10min depois e, se ele quisesse sincronizar seu relógio com o de A, teria que levar em consideração essa diferença.

Você agora deve lembrar que, segundo a teoria da relatividade de Einstein, a velocidade da luz (a mesma das ondas de rádio, raios X, etc.) é a velocidade máxima que é possível atingir; ou seja, não pode existir, em parte alguma do Universo, uma velocidade superior a 300 mil quilômetros por segundo. Devido ao fato de ser finita a velocidade máxima com que se pode propagar informação, cada ponto do espaço tem o seu próprio "agora", o qual, conseqüentemente, é diferente de ponto para ponto. Contudo, se todos os pontos que consideramos estiverem em repouso entre si, isto é, se não houver movimento relativo entre eles, ainda não existem maiores problemas. Suponhamos a seguir que os dois foguetes, de A e de B, estão em movimento com velocidade relativa  $v$ . Consideremos dois acontecimentos: duas luzes se acendendo **simultaneamente** em dois pontos diferentes do foguete A. Isto quer dizer que dois relógios, cada um dos quais colocado na posição em que cada luz se

acende, marcam exatamente o mesmo tempo para ambos os acontecimentos. Se esses dois acontecimentos, que são simultâneos para A, não o forem para o observador no foguete B, o conceito de simultaneidade não será absoluto, isto é, não será independente do observador, sendo pois, como as medidas de espaço e de tempo, um conceito relativo. De fato, assim é a Natureza: se dois acontecimentos são simultâneos para um observador A, em movimento relativo, com respeito a um segundo observador B, esses mesmos acontecimentos não serão simultâneos para este último. Frisamos que se houvesse na Natureza um sinal que se propagasse com velocidade **infinita**, o conceito de simultaneidade seria absoluto, ou seja, válido para todos os pontos do Universo.

Começamos por falar na relatividade das velocidades e você viu (e provavelmente já sabia) que se um carrinho, dentro de um trem a 80km/h, está se deslocando a 20km/h em direção à locomotiva do mesmo, para mim, que estou parado à margem dos trilhos, o carrinho se desloca a 100km/h. A relatividade das velocidades, segundo Einstein, é válida para todas as coisas que existem no Universo, estrelas, planetas, elétrons — exceto para a luz! De fato, de acordo com Einstein, **a luz sempre se desloca com a mesma velocidade para todos os observadores**.

Isto pode ser dito de outra maneira: você pode imaginar um trem, um satélite, uma régua, um relógio, se acelerando ou se desacelerando (ou seja, variando a sua velocidade); qualquer coisa, enfim, exceto um raio de luz. Esse não poderá nunca ser acelerado ou freado — ele continuará a percorrer as imensidões do Universo, infatigavelmente, a 300 mil quilômetros por segundo, exatamente da mesma maneira em que iniciou sua corrida, num dado instante.

## RESPOSTAS

- R1 — Relativamente à Terra, sua velocidade é a mesma do trem, ou seja, 80 km/h.
- R2 — Com relação ao trem, a velocidade do carrinho é 20km/h.
- R3 — Sim. Conhecendo a velocidade do trem, para um observador fora dele, a velocidade do carrinho é de 100km/h.
- R4 — a) Em relação ao trem, a velocidade do carrinho seria de 20 km/h;  
b) Em relação ao observador fora do trem, seria de 60km/h.
- R5 — Como a "vida" do méson é em média de  $2.10^{-6}\text{s}$  e a velocidade é  $288 \times 10^3\text{ km/s}$ , o espaço que ele percorreria antes de se desintegrar seria:  $e = 288.10^3 \times 2.10^{-6}$ , portanto,  $e = 0,576\text{km}$ . O méson  $\mu$  ao percorrer pouco mais de meio km deixaria de existir e assim não poderia alcançar a superfície da Terra.
- R6 — Ocorrendo a dilatação temporal, em 7 milionésimos de segundo, o méson percorre 2,016km; nessas condições, ele alcançaria a superfície da Terra antes de se desintegrar.

ISBN 85-222-0160-9

Esta obra foi impressa pela  
**EDITORA DO BRASIL S/A.**  
Av. Mal. Humberto de Alencar Castelo Branco, 368  
Fone: 913-4141 — Guarulhos — SP  
para a  
FAE — Fundação de Assistência ao Estudante  
Rua Miguel Ângelo, 96 — Maria da Graça  
Rio de Janeiro — RJ — República Federativa do Brasil  
em 1984.