PROJETO
DE ENSINO
DE FÍSICA
IFUSP - Instituto de Física da Universidade de São Paulo
MEC/FAE/PREMEN

2

Mecânica

Medidas de espaço

MEC/FAE/PREMEN

PEF — PROJETO DE ENSINO DE FÍSICA, constituído de quatro conjuntos destinados ao Ensino de 2.° Grau, foi planejado e elaborado pela equipe técnica do Instituto de Física da Universidade de São Paulo (IFUSP) mediante convênios com a FAE e o PREMEN.

Coordenação
Ernst Wolfgang Hamburger
Giorgio Moscati

Mecânica
Antonia Rodrigues
Antonio Geraldo Violin
Diomar da Rocha Santos Bittencourt
Hideya Nakano
Luiz Muryllo Mantovani
Paulo Alves de Lima
Plínio Ugo Meneghini dos Santos

Eletricidade
Eliseu Gabriel de Pieri
José de Pinto Alves Filho
Judite Fernandes de Almeida

Eletromagnetismo
Jesuina Lopes de Almeida Pacca
João Evangelista Steiner

Programação Visual
Carlos Egídio Alonso
Carlos Roberto Monteiro de Andrade
Ettore Michele di San Fili Bottini
João Baptista Novelli Júnior

Fotografia e Reproduções
José Augusto Machado Calil
Washington Mazzola Racy

Secretaria e Datilografia
Carlos Eduardo Franco de Siqueira
Janete Vieira Garcia Novo

Linguagem
Claudio Renato Weber Abramo
Maria Nair Moreira Rebello

Construção de Protótipos
José Ferreira
Voanerges do Espírito Santo Brites

Desenho Industrial
Alessandro Ventura

Colaboraram o pessoal da Secretaria, Oficina Gráfica, Administração, Oficina Mecânica e Oficina Eletrônica do IFUSP.

IFUSP: Caixa Postal 8 219, São Paulo — SP

CAPA

As trocas e o comércio entre os povos, desde a Antiguidade, criaram a necessidade de se estabelecer unidades de medida para as mercadorias, principalmente relativas a comprimentos e massas. Algumas das primitivas unidades de comprimento baseavam-se em dimensões de partes do corpo humano e delas recebiam seus nomes — pé, palmo, polegada, braça. Isso, apesar de facilitar sua utilização, gerava confusões, pois essas unidades adquiriam valores diferentes em cada região, devido às características físicas próprias de cada povo. A gravura da capa, originalmente publicada no *Tratado de Agrimensura* de Jacob Köbel no ano de 1633 em Frankfurt, representa o comprimento de uma *vara*, medida equivalente a 16 *pés*. Em fins do século XVIII, a Academia de Ciências de Paris propôs a uniformização internacional dos padrões de medidas; hoje, o Sistema Métrico é adotado em quase todos os países.

SUMÁRIO

CAPÍTULO 2 — Medidas de espaço

Medidas de espaço

Leonardo da Vinci (1452-1519) foi um grande pintor, desenhista, geômetra e inventor. Um dos precursores do Renascimento italiano, seu quadro mais famoso é a **Mona Lisa,** hoje no Museu do Louvre, na França.

Considerado um "gênio universal", tem sido objeto da admiração entusiasta de muitos. Além da arte, Leonardo ocupou-se também da técnica: inventou máquinas de vários tipos e finalidades, e projetou submarinos, escafandros e máquinas de voar que, aliás, jamais funcionaram. Esteve perto de descobrir algumas leis físicas e foi um dos primeiros a criticar o hábito medieval de atribuir qualidades de verdade incontestável a tudo aquilo que os textos aristotélicos diziam acerca da natureza.

A gravura acima, de autoria de Leonardo, exemplifica a importância que as **medidas** adquiriram a partir do século XVI. Do Renascimento em diante, as questões levantadas pelos filósofos naturais (cientistas) deixaram de se referir apenas aos aspectos **qualitativos** dos fenômenos, focalizando-se também os aspectos **quantitativos:** as perguntas "quantas braças*?", "quantas libras**?", "que velocidade?" tomaram o lugar das questões "maior ou menor?", "mais pesado ou mais leve?", "mais depressa ou mais devagar?".

Hoje, a física trata principalmente de **medidas,** isto é, números que representam as grandezas e que podem ser submetidos a operações matemáticas. Foi a combinação das medições com o tratamento matemático que propiciou o notável desenvolvimento da ciência após o Renascimento.

* Braça — antiga medida de comprimento, equivalente a 2,2m.
** Libra — antiga unidade de massa, ainda usada nos países anglo-saxões, e que corresponde a 453 gramas.

Neste capítulo você vai aprender a interpretar os resultados de medidas feitas com uma régua; realizará, para isso, algumas medições. Inicie por medir, no desenho da órbita de um satélite que você fez no capítulo 1, a distância que corresponde ao centro da Terra e o ponto que representa o satélite quando está no perigeu (isto é, sua posição mais próxima à Terra).

Preencha a tabela 1 copiando, do quadro-negro, os resultados obtidos por dez colegas indicados ao acaso pelo professor.

Q1 — Todos os resultados são iguais?

Q2 — Cite alguns fatores que, na sua opinião, contribuíram para o fato de os resultados não serem todos iguais.

Antes de prosseguir discuta as questões 1 e 2, com seus colegas, e em seguida veja as respostas na página 2—4.

Você e seus colegas mediram a distância entre a Terra e o perigeu segundo instruções que foram comuns a todos; o papel milimetrado usado, sendo impresso, deve ter sido o mesmo, e todos empregaram réguas de mesma fabricação para medir a distância. Ainda assim, os resultados diferiram entre si.

À primeira vista, isso pode parecer estranho, mas você não deve se surpreender. Há diversos fatores que podem ser responsabilizados pelas diferenças entre as várias medidas. Para construir o desenho da órbita, cada aluno teve que localizar uma série de pontos no gráfico, fazendo isso a seu modo; as pontas dos lápis usados podem ter sido mais grossas ou mais finas; as réguas empregadas, aparentemente iguais, podem ter sido diferentes; o cuidado na execução da medida foi maior para um aluno que para outro; é possível que a própria iluminação da sala tenha favorecido uma medida e dificultado outra. Assim, fica-se sem saber em qual dos resultados confiar.

Mas, será que em toda medida que fizermos encontraremos esses problemas? Ou eles surgem apenas quando medimos coisas relativamente imperfeitas, empregando instrumentos rudimentares? A resposta é que qualquer medida está sempre afetada de uma **incerteza**; o cuidado com que ela é executada e a qualidade do instrumento usado diminuem essa incerteza, mas não a elimi-

Medidas do centro da Terra ao satélite no perigeu (em centímetros)	
1	6
2	7
3	8
4	9
5	10

tabela 1

nam. E isso acontece porque não existe — nem pode existir — um instrumento de medida capaz de fornecer com precisão absoluta o valor de uma grandeza. A incerteza que acompanha a medida é inevitável, e não pode deixar de ser considerada, pois faz parte integrante dessa medida. Saber medir é então saber identificar as limitações do instrumento, conhecer a maneira de melhor utilizá-lo e apresentar o resultado da medida com a sua incerteza. E é isso que você vai aprender a fazer agora.

1. EXPERIÊNCIA — Medida do comprimento de um segmento

Em primeiro lugar, você vai medir o comprimento de um segmento de reta, utilizando a régua dividida em centímetros que vem impressa junto a ele. Em seguida, medirá um segmento igual ao anterior, empregando outra régua impressa, desta vez dividida em milímetros. Finalmente, verificará de que maneira o fato de as divisões serem diferentes em cada caso afeta os resultados de suas medidas.

RESPOSTAS

R_1 -

R_2 -

R1 — Os resultados, em geral, não são iguais.

R2 — Veja a discussão no texto, imediatamente após a formulação da questão.

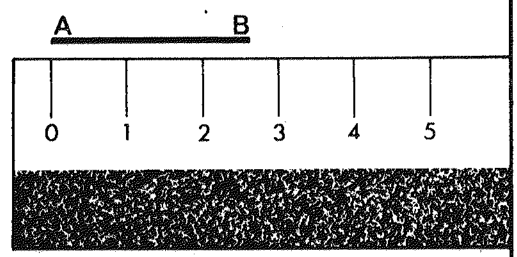


figura 1

Meça, na figura 1, o comprimento do segmento AB, **empregando a régua impressa;** procure avaliar o resultado até a primeira casa decimal, ou seja, até décimos de centímetro. Para isso, você deve imaginar que o espaço entre as marcas de 2cm e 3cm esteja dividido em 10 partes iguais e deve tentar dizer a qual dessas divisões imaginárias corresponde a extremidade **B** do segmento.

Q3 — Qual o valor dessa medida? (Não se esqueça de indicar a unidade de medida.)

Q4 — A escala da régua permitiu que você lesse a parte decimal do valor da medida sem nenhuma dúvida?

Preencha a tabela 2 copiando, do quadro-negro, os resultados obtidos por dez alunos indicados ao acaso pelo professor.

Q5 — Todos os resultados são iguais?

Você e seus colegas mediram segmentos iguais com réguas iguais, e, no entanto, obtiveram resultados diferentes.

Q6 — A que você atribui isso?

Veja as respostas das questões Q3 a Q6 na página 2—6.

Estando a régua dividida em centímetros, você pode, com segurança, ler centímetros (parte inteira), mas é forçado a avaliar os décimos de centímetro (parte decimal). Assim, ao medir o segmento AB você não teve elementos para determinar o valor exato da parte decimal; é difícil escolher, entre os valores 2,6cm e 2,7cm, aquele que melhor representa o comprimento do segmento, e por isso o último algarismo pode diferir de um resultado a outro. Isso caracteriza a incerteza da medida.

Essa incerteza depende essencialmente do instrumento de medida; aumentando a precisão do instrumento, a incerteza diminui. Para ver isso, você vai agora efetuar uma nova medida.

Na figura 2 há um segmento igual ao segmento AB da figura 1; impressa junto a ele está uma régua com escala **milimetrada.** Meça, com essa régua, o comprimento do segmento; dê o resultado em milímetros, **avaliando os décimos de milímetro,** da mesma forma como foi feito anteriormente.

Q7 — Qual o valor dessa medida?

Q8 — Escreva essa medida em centímetros (lembre-se que 1 centímetro é igual a 10 milímetros).

centímetro
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10

tabela 2

centímetro
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10

tabela 3

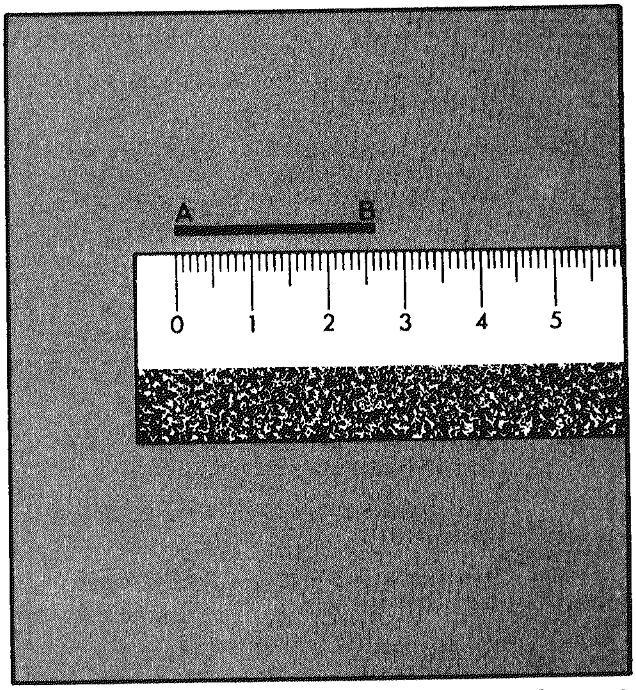


figura 2

Preencha agora a tabela 3, copiando do quadro-negro os resultados a que chegaram dez alunos indicados ao acaso pelo professor. Tais resultados devem estar expressos em centímetros.

Q9 — Os resultados são todos iguais?

Compare as tabelas 2 e 3. Como você vê, os resultados da tabela 2 podem diferir entre si de **décimos de centímetro**, enquanto que os da tabela 3 apresentam diferenças apenas de **centésimos de centímetro.**

As medidas feitas com a régua dividida em centímetros são **menos precisas** que as feitas com a régua dividida em milímetros: no primeiro caso, a dúvida na leitura está na casa dos décimos de centímetro, enquanto que no segundo essa dúvida incide sobre a casa dos centésimos de centímetro. Assim, dentro de certos limites, **quanto menor é a divisão da escala da régua, maior é a precisão da medida efetuada.**

Q10 — Os valores mais precisos da medida do segmento AB são os da tabela 2 ou os da tabela 3? Por quê?

Veja as respostas das questões de Q7 a Q10 na página 2—6.

RESPOSTAS

R_3 -

R_4 -

R_5 -

R_6 -

R_7 -

R_8 -

R_9 -

R_{10} -

R3 — São aceitáveis os resultados 2,5cm, 2,6cm, 2,7cm e 2,8cm.

R4 — Não. O fato de ter sido necessário imaginar divisões inexistentes nessa escala introduziu dúvida na leitura da parte decimal.

R5 — Geralmente os resultados não são iguais. Pode ocorrer, por coincidência, que todos esses resultados sejam idênticos, mas isso é muito pouco provável. Às vezes também acontece de os dez alunos indicados se influenciarem mutuamente para citar os mesmos resultados.

R6 — Ao fato de haver dúvida na determinação de parte decimal da medida.

R7 — São aceitáveis resultados entre 26,2mm e 26,5mm.

R8 — Resultados entre 2,62cm e 2,65cm são considerados corretos.

R9 — Os resultados, em geral, não são iguais.

R10 — Os valores mais precisos são os da tabela 3, pois foram obtidos com uma régua cujas divisões são menores que as da régua usada para obter as medidas da tabela 2.

A unidade internacional de comprimento é o metro, que foi originalmente definido como um décimo milionésimo do quadrante do meridiano (distância do pólo ao equador) que passa por Dunquerque, na França, e por Barcelona, na Espanha. A distância de Dunquerque a Barcelona — que corresponde a um décimo do quadrante — foi medida com grande precisão, entre 1792 e 1799, por uma equipe topográfica francesa. Um milionésimo desta distância seria definido como o metro. Hoje, o metro é definido como 165 076 373 vezes o comprimento de onda de certa radiação luminosa emitida pelo gás criptônio. Veja a leitura suplementar do capítulo 3.

Se um dos resultados da tabela 2 foi, por exemplo, 2,6cm, não poderíamos afirmar, com certeza absoluta, que o comprimento do segmento AB é 2,6cm. De fato, como o algarismo da parte decimal desse valor foi avaliado, ele poderia, na realidade, ser igual, maior ou menor que 6, e não temos elementos para decidir entre as três possibilidades. Por essa razão, o algarismo que foi avaliado em uma medida é chamado **algarismo duvidoso**; assim, no exemplo acima, o 6 é o algarismo duvidoso.

Suponhamos que um dos valores da tabela 3 foi 2,63cm. Agora, o algarismo 6, que antes tinha sido avaliado, já é conhecido com certeza; sabemos que o segmento AB mede 2 centímetros e 6 décimos de centímetro, a dúvida agora recai sobre os centésimos de centímetro, pois o algarismo 3 é duvidoso.

Q11 — Por que o algarismo 3 é duvidoso?

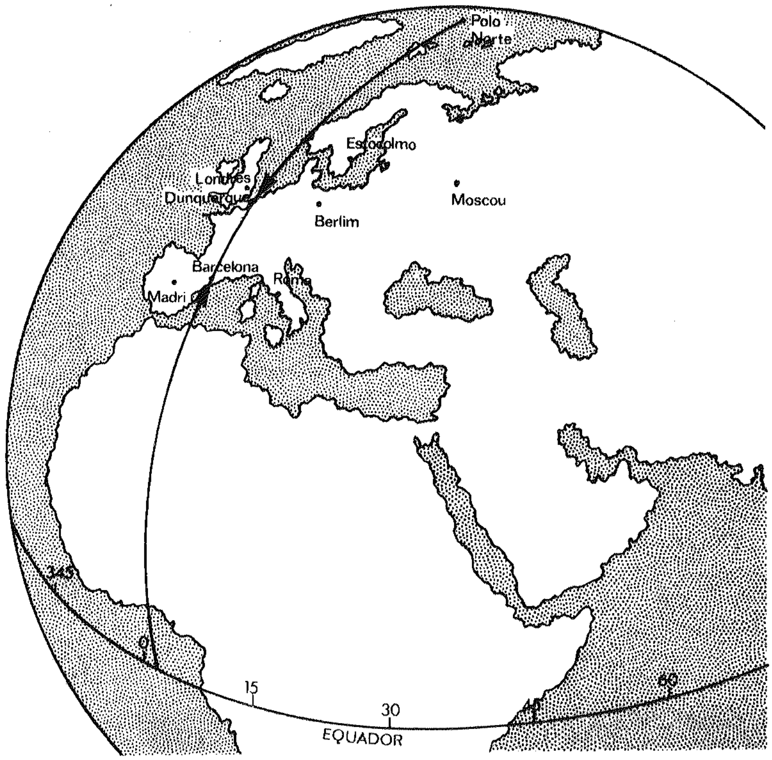
Veja a resposta da Q11 na página 2—8.

É impossível obter medidas com precisão absoluta, isto é, sem incerteza, pois não conseguimos fabricar instrumentos de medida cuja escala tenha infinitas subdivisões. Assim, se medíssemos o segmento AB da figura 1 com um instrumento 100 vezes mais preciso que a régua milimetrada, e encontrássemos o valor 2,6393cm, não poderíamos ter certeza de que essa medida é absolutamente correta. Ela **tanto** poderia ser 2,6393cm **quanto** 2,6392cm ou 2,6394cm, pois o algarismo 3 foi avaliado. Mesmo que dispuséssemos de um instrumento um milhão de vezes mais preciso que a régua milimetrada, ainda assim o último algarismo seria avaliado e a medida não teria precisão absoluta.

Q12 — Existe medida com precisão absoluta, sem algarismo duvidoso?

Veja a resposta da Q12 na página 2—8.

O resultado de uma medida deve ser apresentado de forma que contenha informações sobre a precisão do instrumento utilizado em sua determinação. Isso se consegue escrevendo o resultado apenas até o algarismo duvidoso. Assim, quando escrevemos, por exemplo, 8,7cm, estamos dizendo que o algarismo 8 é correto, mas que 7 é duvidoso;



esse resultado indica também que a régua utilizada na medida era dividida em centímetros. Se, por outro lado, escrevemos 8,70cm, estamos informando que a régua empregada era dividida em milímetros, que os algarismos 8 e 7 são corretos e que o zero é duvidoso. Dessa maneira, os resultados 8,7cm e 8,70cm são diferentes, pois não foram obtidos com instrumentos de mesma precisão, estando afetados de incertezas distintas.

Q13 — O comprimento de um mesmo segmento de reta foi medido com três instrumentos diferentes, encontrando-se os resultados 4,7cm, 4,68cm e 4,675cm.

a) Qual o algarismo duvidoso de cada um dos resultados?

b) Qual dos resultados é o mais preciso, e por quê?

c) Qual a menor divisão da escala de cada um dos instrumentos usados?

Veja a resposta da Q13 na página 2—8.

RESPOSTAS

R_{11} -

R_{12} -

R_{13} -

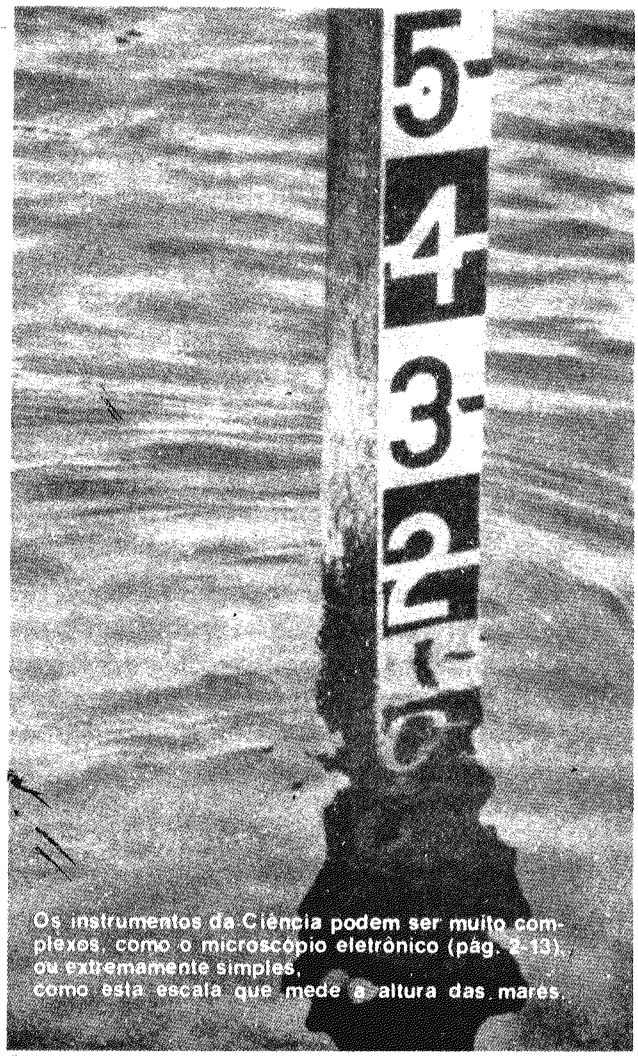
R11 — Porque ele foi avaliado, e não se tem certeza de que há *exatamente* 3 centésimos de centímetro a mais do que 2,60cm na medida do comprimento do segmento.

R12 — Não. Em qualquer resultado de uma medida há uma incerteza, pois *não existe instrumento* que forneça medida com precisão absoluta.

R13 — a) Respectivamente 7,8 e 5.

b) O resultado mais preciso é 4,675cm, pois nele a incerteza incide sobre a terceira casa decimal, enquanto que nos demais essa incerteza está na primeira ou na segunda casa.

c) Para a primeira, o centímetro; para a segunda, décimo de centímetro, ou milímetro; e para a terceira, centésimo de centímetro, ou décimo de milímetro.



Os instrumentos da Ciência podem ser muito complexos, como o microscópio eletrônico (pág. 2-13), ou extremamente simples, como esta escala que mede a altura das marés.

2. EXPERIÊNCIA — A medida de um mesmo objeto

Para realizar a experiência que vamos propor, é necessária a participação de pelo menos 5 alunos. Se você estiver trabalhando em grupo, faça-o com os elementos desse grupo; caso contrário, convide quatro colegas.

O objeto que vocês vão medir será uma lâmina de barbear; não dispondo de uma, usem a figura 3. Todos devem fazer as medidas sobre a figura de um mesmo fascículo utilizando sempre a mesma régua. Cada aluno deve realizar a medida sem consultar o resultado do outro.

Meça cuidadosamente o comprimento, estimando o resultado até onde a régua permitir (décimos de milímetro).

Q14 — Qual foi o resultado de sua medida?

Verifique se o seu resultado foi escrito corretamente (isto é, até o algarismo duvidoso). Preencha a tabela 4 com o seu resultado e os de seus colegas.

Q15 — Todos os resultados são iguais?

Veja as respostas das questões Q14 e Q15 na página 2—10.

Novamente, apesar de todos vocês terem medido o mesmo objeto e terem utilizado a mesma régua, os resultados não foram todos iguais.

O fato de os resultados não serem todos iguais não significa que alguns, ou todos, estejam errados. Desde que as diferenças entre eles não ultrapassem alguns décimos de milímetro — correspondente ao algarismo duvidoso de cada medida — todos devem ser considerados certos. E isso acontece em qualquer medida que se execute, seja numa sala de aulas, seja no mais complexo laboratório; quando se realizam várias medições de uma propriedade de um corpo, obtém-se uma série de valores, que diferem entre si pelo algarismo duvidoso.

No entanto, é necessário que, afinal, se disponha de um único valor para representar a medida dessa propriedade: quando se pergunta, por exemplo, qual o comprimento da lâmina de barbear que vocês mediram, não se deseja uma resposta do tipo "o comprimento é algum valor entre 4,31cm e 4,35cm". É então necessário estabelecer algum tipo de convenção que permita determinar um valor que represente, da melhor forma possível, a grandeza procurada.

3. A MÉDIA — O valor mais provável

O valor que se costuma escolher para melhor representar uma grandeza é a **média aritmética** dos resultados individuais. De fato, no caso da experiência que vocês acabam de executar, cada um de vocês pode ter errado indiferentemente para mais ou para menos, e assim, no cálculo da média, é provável que esses erros se compensem. Portanto, a média aritmética dos resultados da tabela 4 representará mais provavelmente o comprimento da lâmina, do que qualquer dos resultados individuais.

Isso é uma regra a ser seguida: **sempre que você fizer uma experiência, repita cada medição várias vezes e obtenha a média aritmética para representar o valor da grandeza medida.**

4. Cálculo e representação da média

Suponha que você mediu o comprimento de um objeto quatro vezes, obtendo os resultados 3,4cm, 3,5cm, 3,6cm e 3,4cm; para calcular a média aritmética desses quatro valores, basta adicioná-los e dividir a soma pelo número de medidas efetuadas:

$$\frac{3{,}4\text{cm} + 3{,}5\text{cm} + 3{,}6\text{cm} + 3{,}4\text{cm}}{4} = 3{,}475\text{cm}$$

No entanto, o trabalho ainda não está terminado: o resultado não pode ser apresen-

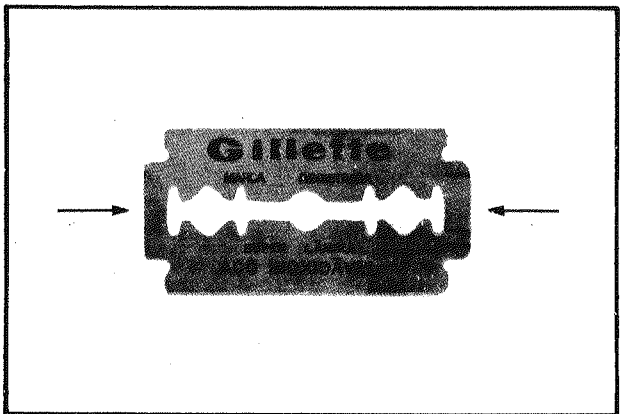


figura 3

1	
2	
3	
4	
5	

tabela 4

RESPOSTAS

R_{14} -

R_{15} -

TABELA 5 (centímetros)	
OBJETO	VALOR DA MEDIDA
1	8,26
2	8,24
3	8,25
4	8,26
5	8,25

tabela 5

R14 — São aceitáveis resultados entre 4,31cm e 4,33cm.

R15 — Os resultados, em geral, não são iguais.

tado com tantos algarismos, pois a régua usada permitiu ler somente os centímetros, tornando necessário avaliar os décimos de centímetro.

Sempre que uma medida é repetida apenas algumas poucas vezes, a precisão da média aritmética deve ser igual à precisão das medidas individuais; em outras palavras, **o algarismo duvidoso da média deve corresponder à mesma casa decimal dos algarismos duvidosos de cada uma das medidas.**

Dessa maneira, no exemplo acima o algarismo duvidoso da média deve ficar na primeira casa decimal; algarismos que aparecem depois do duvidoso não têm significado, não devendo, portanto, constar do resultado final. Contudo, tais algarismos não devem ser simplesmente "jogados fora": eles são usados para fazer um arredondamento da média. Para isso, adota-se a seguinte regra: quando o algarismo situado imediatamente após o duvidoso é **maior ou igual a 5**, acrescenta-se uma unidade ao algarismo duvidoso (arredondamento para mais), abandonando os restantes; se tal algarismo é **menor do que 5**, escreve-se simplesmente a média até o algarismo duvidoso, e eliminam-se os demais.

No exemplo anterior, a média é 3,475cm, e o algarismo duvidoso (4) está na primeira casa decimal; o algarismo que segue o duvidoso é o 7, que é maior que 5. De acordo com nossa convenção, a média deve ser arredondada para mais, e obtemos finalmente o resultado 3,5cm.

Vejamos outro exemplo: o comprimento de um certo objeto foi medido cinco vezes com a mesma régua, obtendo-se os resultados 6,36cm, 6,34cm, 6,33cm, 6,35cm e 6,34cm. A média aritmética desses valores é 6,344cm.

Q16 — Em que casa decimal estão os algarismos duvidosos das medidas?

Q17 — Qual a casa decimal do algarismo duvidoso da média aritmética?

Como o resultado deve ser expresso somente até a segunda casa decimal, e como o algarismo a ser desprezado é menor do que 5, o valor final é 6,34cm.

Q18 — Calcule as médias aritméticas das seguintes séries de resultados de medidas e faça os arredondamentos adequados.

a) 18,2m; 18,4m; 18,0m; 18,3m.

$$\begin{array}{r} 3{,}4 \text{ cm} \\ 3{,}5 \text{ cm} \\ 3{,}6 \text{ cm} \\ 3{,}4 \text{ cm} \\ \hline 13{,}9 \text{ cm} \end{array}$$

$$\frac{13{,}9 \text{ cm}}{4} = 3{,}475 \text{ cm}$$

algarismo duvidoso

3 , 4 7 5 cm

algarismo que indica que o arredondamento será para mais

resultado: 3,5

b) 3,91cm; 3,92cm; 3,90cm; 3,91cm.

c) 4mm; 3mm; 5mm; 3mm; 4mm.

Q19 — Qual o valor que melhor representa o comprimento da lâmina de barbear cujas medidas constam na tabela 4?

Veja as respostas das questões de Q16 a Q19.

5. Medições de objetos distintos

Vamos agora considerar medidas de vários objetos diferentes, efetuadas, porém, com o mesmo instrumento. Suponha que se mediu o comprimento de cinco objetos, obtendo-se os resultados que constam na tabela 5.

Sabendo que esses resultados foram escritos de acordo com nossas convenções, você diria que os comprimentos dos objetos são diferentes? Note que tais resultados diferem apenas pelo algarismo duvidoso; assim sendo, eles devem ser considerados como equivalentes.

RESPOSTAS

R_{16} -

R_{17} -

R_{18} -

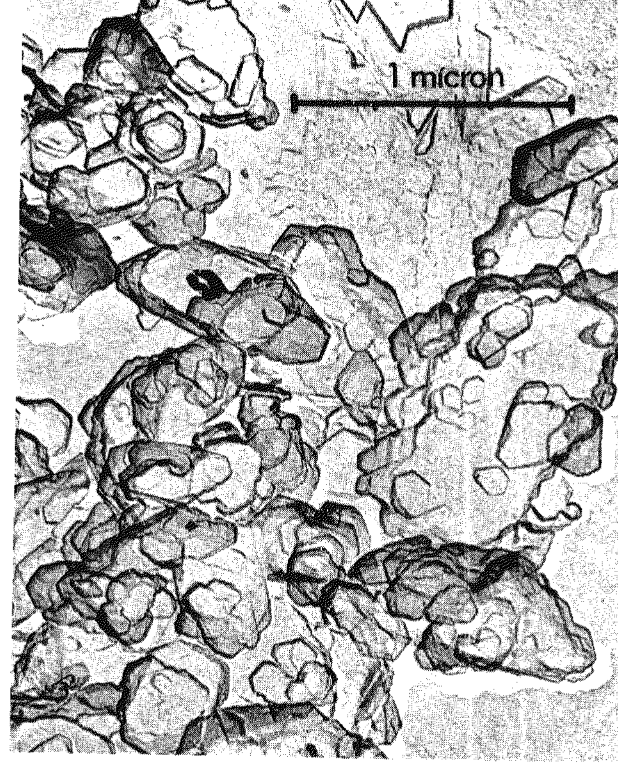
R16 — Os algarismos duvidosos estão na segunda casa decimal.

R17 — O algarismo duvidoso da média também está na segunda casa decimal.

R18 — a) 18,2m.

b) 3,91cm.

c) 4mm.



Micrografia eletrônica de cristais de caulinita aumentados 36 000 vezes, permitindo leituras com a precisão de centésimos de mícron (1 mícron = 10^{-6}m), feita por um microscópio eletrônico.
A construção de aparelhos mais precisos e complexos, como o microscópio eletrônico do Instituto de Física, mostrado à direita, é uma necessidade para o desenvolvimento tecnológico e científico.

Em casos como esse, dizemos que, **dentro da precisão da régua utilizada,** os comprimentos dos objetos são iguais. Dessa forma, o fato de toda medida ser afetada de uma incerteza implica em nunca podermos afirmar que os comprimentos de dois objetos distintos são exatamente iguais. Somente se pode dizer que os dois valores são iguais a **menos da imprecisão do instrumento da medida;** de fato, utilizando um instrumento mais preciso, podem aparecer diferenças significativas entre os dois comprimentos.

Q20 — Os comprimentos de dois objetos distintos foram medidos com uma mesma régua; **em cada caso, fez-se apenas uma medição.** Os resultados encontrados foram 8,25cm e 8,27cm. Os objetos têm o mesmo comprimento?

Veja a resposta da questão Q20.

6. Experiência – Distância do satélite à Terra - Escala

Voltemos agora à órbita do satélite. Desta vez você vai descobrir a distância real, em quilômetros, do satélite à Terra, levando em conta que o desenho da órbita que você fez no capítulo 1, pág. 1—5, está em escala reduzida.

Meça uma vez, no desenho que você fez no capítulo 1, a distância entre o ponto T, que representa o centro da Terra, e o ponto P_{15}.

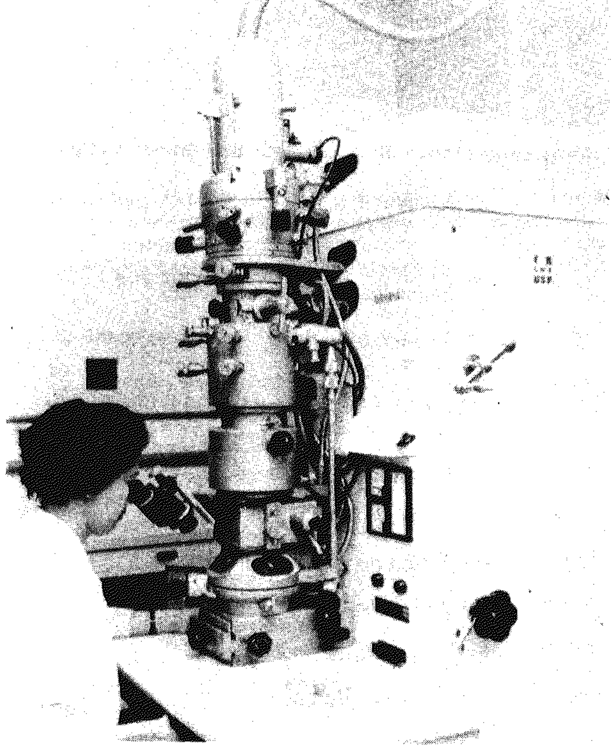
Q21 — Qual é o resultado, expresso em centímetros?

Para obter precisão melhor, copie do quadro-negro, na tabela 6, os resultados obtidos por dez alunos indicados pelo professor e calcule a média aritmética desses valores. Arredonde o resultado de acordo com as nossas convenções.

Você deve ter notado que o resultado não corresponde à distância real entre o centro da Terra e o ponto P_{15} da órbita do satélite, pois tal distância é certamente maior que alguns centímetros. Mas você pode determinar o valor dessa distância, sabendo que **cada centímetro no desenho representa 4 000 quilômetros.**

Q22 — Qual a distância do centro da Terra à posição P_{15} do satélite? Utilize a média da tabela 6 para responder a esta questão.

Vejas as respostas das questões Q21 e Q22.



distância em cm do centro da Terra à posição P_{15}	
	1
	2
	3
	4
	5
	6
	7
	8
	9
	10
MÉDIA	

tabela 6

Vejamos outro exemplo:

Q23 — Determine a distância real entre o centro da Terra e a posição P_{19} da órbita do satélite. Utilize a média dos resultados das medidas obtidas pelos colegas que compõem o seu grupo.

O diâmetro da Terra é aproximadamente 12 730km. Utilizando um compasso, desenhe em escala, na figura que você fez da órbita do satélite, uma circunferência para representar a Terra.

Q24 — Qual é o raio dessa circunferência?

Veja as respostas das questões Q23 e Q24.

Q25 — Qual é a distância real mínima entre o satélite e a **superfície** da Terra?

Quando o satélite se encontra à distância máxima da Terra, diz-se que está no **apogeu** de sua órbita.

Q26 — Qual o ponto de sua figura que representa o apogeu, e qual é a distância desse ponto à superfície da Terra?

Veja as respostas das questões Q25 e Q26.

RESPOSTAS

R_{19} -

R_{20} -

R_{21} -

R_{22} -

R_{23} -

R_{24} -

R_{25} -

R_{26} -

R19 — A média aritmética, devidamente arredondada, dos valores obtidos pelo seu grupo.

R20 — Os comprimentos são iguais dentro da precisão da régua empregada. A diferença entre eles corresponde apenas aos algarismos duvidosos.

R21 — Resultados entre 14,30cm e 14,50cm são aceitáveis. Se o seu desenho tivesse sido feito com grande precisão, você deveria ter obtido o resultado 14,39cm, que foi o calculado por um computador.

R22 — Resultados entre 57 200km e 58 000km são aceitáveis.

R23 — São aceitáveis valores entre 29 100km e 29 900km. O valor calculado pelo computador é 7,38cm, que corresponde a 29,520km.

R24 — 1,59cm.

R25 — São aceitáveis resultados entre 1.800km e 2 600km. O valor calculado pelo computador é 2 200km.

R26 — O ponto é P_{11}, cuja distância à superfície da Terra, calculada pelo computador, é 58.748km. Resultados entre 58 300km e 59 100km são aceitáveis.

Valores aproximados de algumas distâncias em metros.

$1,8 \times 10^{25}$	— Distância à mais longínqua galáxia já fotografada.
$1,6 \times 10^{22}$	— Distância à grande nebulosa de Andrômeda (galáxia mais próxima).
$3,8 \times 10^{20}$	— Distância do Sol ao centro de nossa galáxia.
$9,46 \times 10^{15}$	— Um ano-luz (distância que a luz percorre em um ano).
$1,5 \times 10^{11}$	— Distância da Terra ao Sol.
6×10^{6}	— Raio da Terra.
8×10^{3}	— Altura do monte Everest.
2	— Altura de um homem.
5×10^{-3}	— Tamanho de uma formiga.
$1,5 \times 10^{-5}$	— Tamanho de um vírus.
5×10^{-7}	— Comprimento de onda da luz.
10^{-10}	— Diâmetro do átomo de hidrogênio.
10^{-15}	— Diâmetro do próton.

7. Potências de dez

Dissemos anteriormente que, ao escrever o resultado de uma medida, você deve fazê-lo até o algarismo duvidoso e apenas até ele.

Em uma medida efetuada com uma régua milimetrada, o último algarismo que se deve escrever é o que está na casa dos décimos de milímetro: a régua dá informação apenas até aí. Se você escrever algarismos além do duvidoso, eles não terão nenhum significado, pois você não tem informações em relação a eles. Por outro lado, algarismos além do duvidoso darão uma falsa idéia sobre a precisão da medida.

Suponha agora que você mediu uma distância dispondo somente de um pedaço de corda de comprimento de 1 metro e sem subdivisões. Suponha ainda que o resultado foi 13,5m, onde o 5 é o algarismo duvidoso; a precisão é de décimos de metro.

Como você deve proceder para exprimir esse resultado em milímetros? Seria correto escrevê-lo como 13 500mm?

Não, pois nesse caso a simples mudança de unidade (de metro para milímetro) faria com que o resultado de uma medida que tinha precisão de décimos de metro passasse a ter precisão de milímetros; dessa maneira, o algarismo 5 não seria mais duvidoso. Ora, isso não tem sentido, pois o que determina a precisão de uma medida é o instrumento e o método com que ela foi efetuada, e não a unidade em que ela é expressa.

Uma maneira melhor de escrever o resultado 13,5m em milímetros é utilizando potência de dez: sendo 1m = 1000mm = 10^3mm, segue que 13,5m = 13,5 × 1000mm = 13,5 × 10^3mm = 1,35 × 10^4mm.

Desta forma, omitimos todos os algarismos sobre os quais não temos informação, escrevendo apenas os algarismos um, três e cinco.

No quadro ao lado estão representadas algumas potências de 10.

Quando você mediu a distância do centro da Terra até a posição P_{15} do satélite, obteve um resultado que está entre 14,30cm a 14,40cm, o que nos dá uma distância real que varia de 57 200km a 57 600km. No entanto, se você apresentar o resultado dessa maneira, estará informando que só o último zero é o algarismo duvidoso, o que não é verdade, uma vez que, se observarmos a distância real, vamos ver

Potências de dez

Para escrever um número é desnecessário utilizar uma longa série de zeros, estejam eles de um lado ou de outro da vírgula. Toda quantidade pode ser escrita como um número decimal compreendido entre 1 e 10, multiplicado por uma potência apropriada de 10.

Potências positivas

$10^0 = 1$
$10^1 = 10$
$10^2 = 100$
$10^3 = 1\,000$
$10^4 = 10\,000$
$10^5 = 100\,000$
$10^6 = 1\,000\,000$

EXEMPLOS:

$3\,000 = 3 \times 1\,000 = 3 \times 10^3$
$600\,000 = 6 \times 100\,000 = 6 \times 10^5$
$560 = 5{,}6 \times 100 = 5{,}6 \times 10^2$
$1\,972 = 1{,}972 \times 1\,000 = 1{,}972 \times 10^3$
$97362439 = 9{,}7362439 \times 10^7$

Potências negativas

$10^0 = 1$

$10^{-1} = \frac{1}{10} = 0{,}1$

$10^{-2} = \frac{1}{10^2} = \frac{1}{100} = 0{,}01$

$10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1\,000} = 0{,}001$

$10^{-4} = \frac{1}{10^4} = \frac{1}{10\,000} = 0{,}0001$

$10^{-5} = \frac{1}{10^5} = \frac{1}{100\,000} = 0{,}00001$

EXEMPLOS:

$3 \times 10^{-1} = 3 \times \frac{1}{10} = 0{,}3$

$7 \times 10^{-3} = 7 \times \frac{1}{1\,000} = 0{,}007$

$2 \times 10^{-8} = 2 \times \frac{1}{10^8} = 2 \times \frac{1}{100\,000\,000} = 0{,}00000002$

$3{,}12 \times 10^{-4} = 3{,}12 \times \frac{1}{10^4} = 3{,}12 \quad \frac{1}{10\,000} = 0{,}000312$

$4{,}753 \times 10^{-5} = 4{,}753 \times \frac{1}{10^5} = 4{,}753 \times \frac{1}{100\,000} = 0{,}00004753$

que o terceiro algarismo já é duvidoso, portanto o **6** e o **2.**

Q27 — Escreva essa medida de modo a deixar claro que na verdade é o **6** o algarismo duvidoso, e não o último zero.

Q28 — Sabendo que a distância média entre Marte e Sol é 228 milhões de quilômetros e que nessa medida o algarismo 8 é o duvidoso, qual seria a forma mais correta de escrevê-la: 228 000 000km ou $2{,}28 \times 10^8$km?

Q29 — Em um artigo de jornal, o diâmetro do Sol é dado como 1 390 600km. Se o algarismo 6 é duvidoso, escreva a medida do diâmetro corretamente.

Utilizam-se também potências de dez para escrever resultados de medidas menores do que a unidade; neste caso, porém, trata-se de potências negativas de dez (veja a tabela).

Utilizando-se um aparelho que permite ler até décimos de milímetro (e avaliar os centésimos), mediu-se a espessura de um fio de cabelo; o resultado foi 5 centésimos de

RESPOSTAS

R_{27} -

R_{28} -

R_{29} -

R27 — $5{,}76 \times 10^{4}$km.

R28 — $2{,}28 \times 10^{8}$km.

R29 — $1{,}3906 \times 10^{6}$km.

milímetro, 0,05mm. Uma maneira de escrevê-lo é 5×10^{-2}mm ou 5×10^{-5}m.

Q30 — A altura de um homem foi medida com um aparelho que permite ler até centímetros, obtendo-se 1,75m. Escreva este resultado em km, utilizando potências negativas de dez.

Q31 — No metal cobre, a distância entre dois átomos vizinhos é ..... 0,00000002556cm. Sendo o algarismo 6 duvidoso, escreva essa medida utilizando potências negativas de dez.

8. Exercícios de aplicação

E1 — Dados os pontos A e B, abaixo, use uma régua milimetrada para responder às questões que se seguem.

a) Determine o valor da distância entre esses pontos, em centímetros, efetuando uma só medida.

b) Em que casa decimal se encontra o algarismo duvidoso dessa medida?

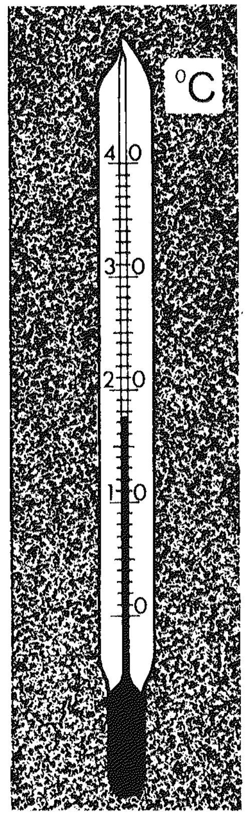


figura 4

c) os resultados a que chegaram os colegas do seu grupo são idênticos ao que você obteve? Caso não sejam, qual é o valor que mais provavelmente representa a distância medida?

E2 — Usando um mesmo instrumento de medida, cinco alunos mediram os comprimentos de 5 objetos semelhantes e encontraram os valores que constam abaixo. Sabendo que cada aluno efetuou uma única medida você pode afirmar que os comprimentos desses objetos são diferentes? Por quê?

5,381cm	5,383cm
5,384cm	5,382cm
5,382cm	

E3 — Usando um mesmo aparelho, cinco alunos mediram uma única vez o comprimento de um mesmo objeto e encontraram os valores abaixo:

4,457cm	4,458cm
4,455cm	4,457cm
4,456cm	

a) Qual o valor que melhor representa o comprimento desse objeto?

b) Qual é o algarismo duvidoso desse valor?

figura 5

c) Qual a menor divisão da escala do aparelho utilizado?

Considerando o trecho abaixo, responda aos exercícios seguintes:
As regras que você aprendeu sobre medidas de comprimento (avaliação de frações da menor divisão, obtenção da média aritmética, arredondamento e a representação dos resultados) valem também para medidas de outras grandezas, como temperatura, velocidade, corrente elétrica etc.

E4 — A figura 4 representa um termômetro que mede até 40°C.

a) A quantos graus Celsius (°C) corresponde a menor divisão da escala do termômetro?

b) Qual o valor indicado pelo instrumento? Dê o resultado até o algarismo duvidoso, com a unidade correta.

E5 — A figura 5 representa um medidor de corrente elétrica, capaz de medir até 10 ampères.

a) A quantos ampères corresponde a menor divisão da escala do amperímetro?

b) Que valor o ponteiro do amperímetro indica?

RESPOSTAS

R_{30} -

R_{31} -

RESPOSTAS DE EXERCÍCIOS

R_1 - a)
b)
c)

R_2 -

R_3 - a)
b)
c)

R_4 - a)
b)

R_5 - a)
b)

R30 — $1{,}75 \times 10^{-3}$km.

R31 — $2{,}556 \times 10^{-8}$cm.

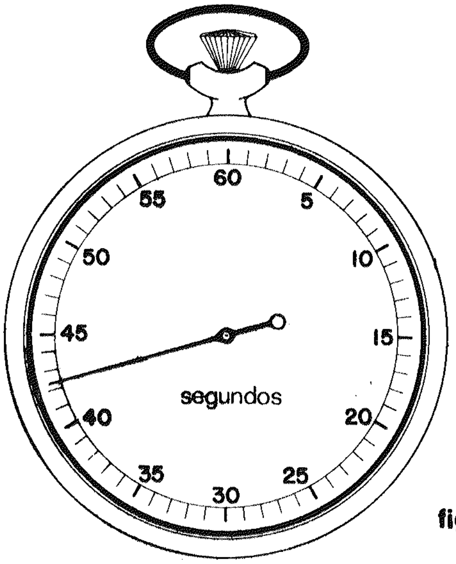


figura 6

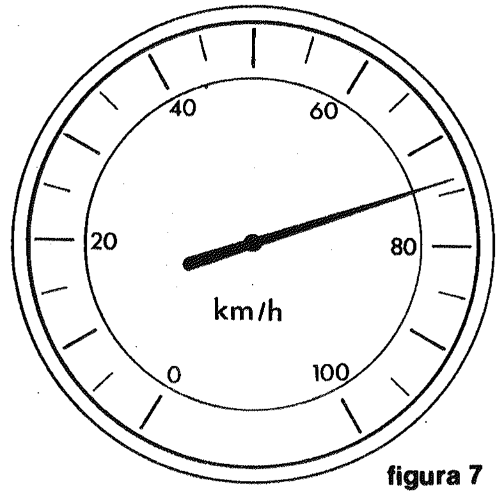


figura 7

E6 — As figuras 6, 7 e 8 representam respectivamente um cronômetro, um velocímetro e um voltímetro. Para cada um deles:

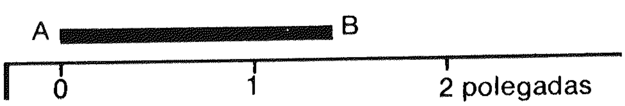
a) Determine o valor da menor divisão da escala.

b) Escreva o resultado indicado pelo ponteiro do instrumento.

E7 — Um aluno que sabe fazer medições e apresentar os resultados de acordo com as instruções deste curso mediu a largura de uma folha de papel e obteve o resultado 14,34cm. Concluímos, então, que o aparelho utilizado tem escala cuja menor divisão é:

a) centímetro
b) décimo de centímetro
c) centésimo de centímetro
d) milésimo de centímetro

E8 — Sabendo-se que a escala da figura está graduada em polegadas, o valor que melhor representa o comprimento do segmento AB em polegadas é:



a) 1,0
b) 1,45
c) 1,4
d) 1,50
e) Um valor diferente dos citados.

E9 — O mesmo aluno do exercício 7 fez uma medida de uma corrente elétrica e encontrou o valor 2,754 ampères. O algarismo duvidoso da medida é:

a) 2
b) 7
c) 5
d) 4
e) Nenhum dos anteriores.

E10 — Ainda o mesmo aluno mediu um mesmo segmento de reta cinco vezes, com a mesma régua, e encontrou os resultados:

1.º) 5,4mm	4.º) 5,4mm
2.º) 5,5mm	5.º) 5,5mm
3.º) 5,6mm	

O valor que melhor representa o comprimento do segmento é:

a) 5,5mm
b) 5,48mm

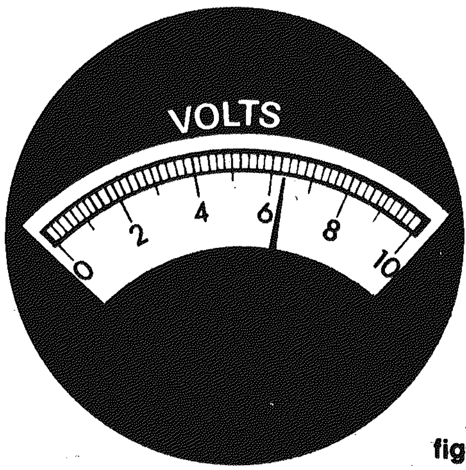


figura 8

c) 5,50mm
d) 5,4mm
e) Qualquer dos valores citados.

E11 — Mediu-se a força eletromotriz de uma bateria e obteve-se o conjunto de valores em **volts** que constam a seguir: 8,35 V; 8,34 V; 8,33 V; 8,36 V; 8,36 V. O valor que melhor representa o resultado da medida é:

a) 8,36 V
b) 8,350 V
c) 8,348 V
d) 8,34 V
e) 8,350 V

E12 — Os pontos T e P da figura abaixo representam, respectivamente, o centro da Terra e uma posição de um satélite que gira em torno do planeta. Cada centímetro da figura corresponde a 3 000 km; nessas condições, a distância entre o centro da Terra e o ponto P é melhor representada por:

a) 3×10^3 km
b) 12×10^3 km
c) $12,7 \times 10^3$ km
d) $13,0 \times 10^3$ km
e) 14×10^3 km

RESPOSTAS DE EXERCÍCIOS

R_6 - a)

b)

R_7 -

R_8 -

R_9 -

R_{10} -

R_{11} -

R_{12} -

R1 — a) Entre 3,48cm e 3,54cm.

b) Na 2.ª casa decimal, dos centésimos de centímetro.

c) Os resultados, em geral, não são iguais. O valor mais provável é a média aritmética dos resultados.

R2 — Dentro da precisão do aparelho utilizado os objetos têm o mesmo comprimento. As diferenças aparecem apenas no algarismo duvidoso.

R3 — a) 4,457cm (média aritmética).
b) 7 (que representa centésimos de milímetro).
c) décimo de milímetro.

R4 — a) 1° C.
b) 17,4 ou 17,5 ou 17,6 °C.

R5 — a) 0,2 ampère.
b) Qualquer valor entre 2,70 e 2,78 ampères é aceitável.

R6 — a) 1 segundo, 5km/h; 0,2 volt.
b) 42,2 ou 42,3 ou 42,4 segundos.
73 ou 74 km/h.
6,25 a 6,35 volts.

R7 — b) décimos de centímetro.

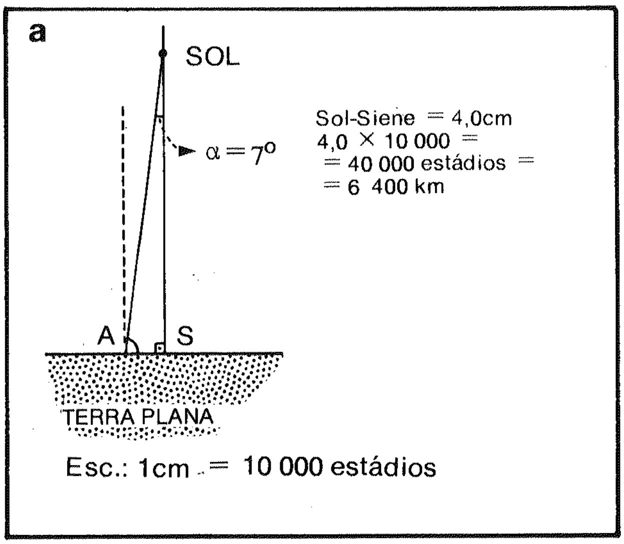
R8 — c) 1,4.

R9 — d) 4.

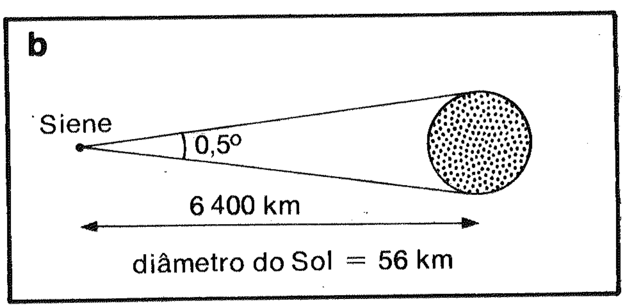
R10 — a) 5,5mm.

R11 — b) 8,35 volts.

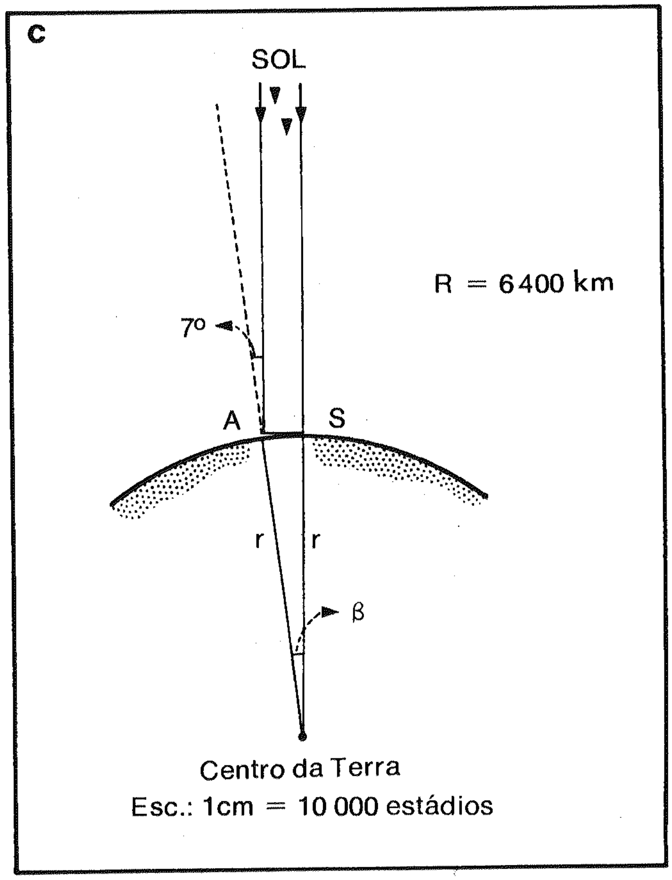
R12 — d) 13,0 X 10^3km.



Determinação da distância da Terra plana ao Sol, segundo Anaxágoras. A figura foi construída em escala, desenhando-se inicialmente um segmento de 0,5cm, que representa a distância Siene-Alexandria. Em seguida, traçou-se por Siene uma reta perpendicular ao "plano terrestre" e por Alexandria uma reta inclinada de 7° em relação a essa perpendicular. O ponto de encontro dessas duas retas representa a posição do Sol.



Determinação do diâmetro do Sol segundo Anaxágoras. A figura não está em escala, pois as dimensões desta página não o permitem. Tente você mesmo fazer um desenho em escala, utilizando um papel maior.



Determinação do raio terrestre segundo Erastótenes. Erastótenes calculou o raio da Terra usando o mesmo argumento geométrico que Anaxágoras, mas, diferentemente deste, partiu da suposição de que a Terra é esférica, e não plana, e que os raios solares chegam paralelos à superfície terrestre. Assim, na figura construiu-se em primeiro lugar o segmento AS, de 0,5cm, correspondente à distância de Siene a Alexandria. Depois, traçou-se por Siene a reta que une esta cidade ao Sol; em seguida, fez-se passar por Alexandria uma segunda reta, inclinada de 7° com relação à primeira. O ponto de encontro das duas retas representa o centro da Terra(6).

A PRIMEIRA VEZ QUE SE MEDIU O RAIO TERRESTRE

Uma das primeiras estimativas da distância da Terra ao Sol foi feita pelo filósofo grego Anaxágoras, por volta de 434 a.C. Ele tinha ouvido de viajantes que, na cidade de Siene(1), situada no alto Nilo, no dia do solstício de verão (2) o Sol do meio-dia ficava exatamente no zênite(3), de modo que uma vara vertical não projetava sombra.

Anaxágoras sabia também que naquele mesmo dia, a uma distância de 5 000 estádios egípcios(4) ao norte no Delta do Nilo, onde mais tarde se construiria a cidade de Alexandria — o Sol do meio-dia estava numa posição deslocada de cerca de 7º da vertical.

Acreditando que a Terra era plana, Anaxágoras usou esses dados para calcular a distância de nosso planeta ao Sol. Para isso, construiu um diagrama em escala (reproduzido na figura *a*), determinando para essa distância um valor de cerca de 6 400 quilômetros. Além disso, utilizando o fato de que o diâmetro aparente do Sol (5) é de aproximadamente 0,5º, ele calculou o diâmetro do astro como sendo cerca de 56 quilômetros (figura *b*).

Embora os argumentos matemáticos de Anaxágoras estivessem inteiramente corretos, a suposição básica de que a Terra era plana estava errada, pondo a perder todo seu trabalho. Duzentos anos mais tarde, outro filósofo, Eratóstenes de Cirene, considerou que a diferença observada entre as posições do Sol do meio-dia no solstício de verão nas duas cidades (a essa época Alexandria já havia sido construída) não era devida à proximidade do Sol, mas à curvatura da Terra. Eratóstenes supôs que o Sol estivesse tão longe da Terra que seus raios podiam ser considerados paralelos; da mesma forma como Anaxágoras, utilizou um argumento geométrico (veja figura *c*) para concluir que a Terra é uma esfera com raio de 6 400 quilômetros, um valor muito próximo dos 6 376 quilômetros aceitos hoje(6).

O fato de Eratóstenes obter para o raio da Terra um valor exatamente igual ao alcançado por Anaxágoras na determinação da altura do Sol sobre uma Terra plana fica explicado ao se notar que os ângulos α e β das figuras *a* e *c* são iguais, correspondendo ambos a 7º. Este é um bom exemplo de como raciocínios matemáticos idênticos podem tanto levar a conclusões corretas quanto falsas, dependendo das hipóteses que foram feitas.

---

(1) Onde hoje se situa a represa de Assuã.
(2) 21 de junho. Nesse dia, observando de um ponto situado sobre o trópico de Câncer, o Sol do meio-dia se encontra na direção da vertical, ou seja, está a pino.
(3) Isto é, a pino.
(4) Unidade de comprimento utilizada no Egito e que corresponde a cerca de 160 metros.
(5) O diâmetro aparente de um astro é o ângulo formado pelas retas que unem o observador a dois pontos diametralmente opostos na borda do astro em questão.
(6) Tanto Anaxágoras quanto Eratóstenes fizeram seus cálculos através de figuras em escalas, como fizemos, ou seja, utilizando teoremas de semelhança de triângulos, que já eram conhecidos na época. Tais cálculos podem ser feitos mais rapidamente empregando-se relações trigométricas (seno, co-seno, tangente, etc.) somente desenvolvidas séculos mais tarde.

Esta obra foi impressa pela
EDITORA DO BRASIL S/A.
Av. Mal. Humberto de Alencar Castelo Branco, 368
Fone: 913-4141 — Guarulhos — SP
para a
FAE — Fundação de Assistência ao Estudante
Rua Miguel Ângelo, 96 — Maria da Graça
Rio de Janeiro — RJ — República Federativa do Brasil
em 1984.

ISBN 85-222-0160-9