

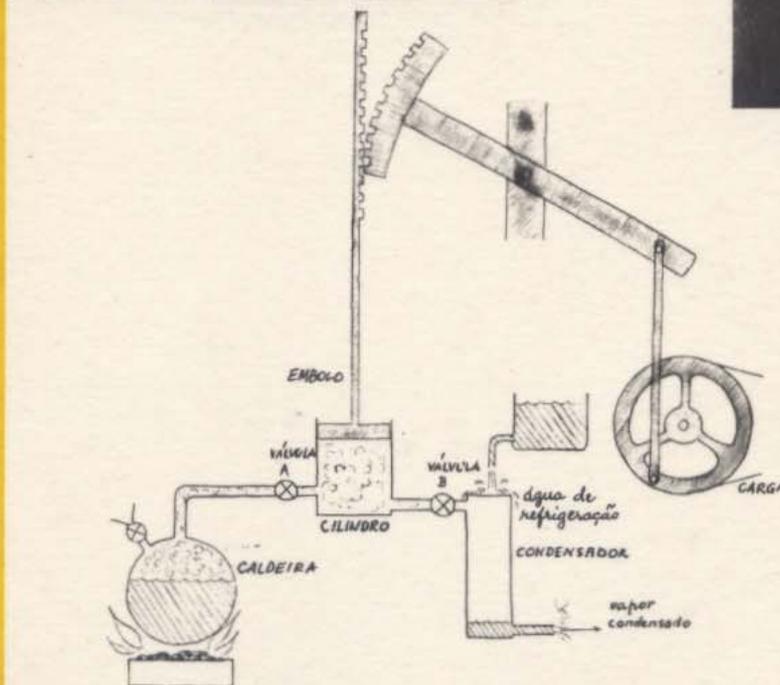
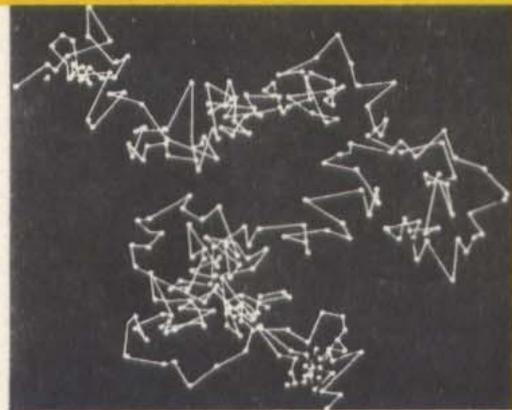


# PROJECTO FÍSICA

## UNIDADE 3

### O TRIUNFO DA MECÂNICA

TEXTO E MANUAL DE EXPERIÊNCIAS E ACTIVIDADES



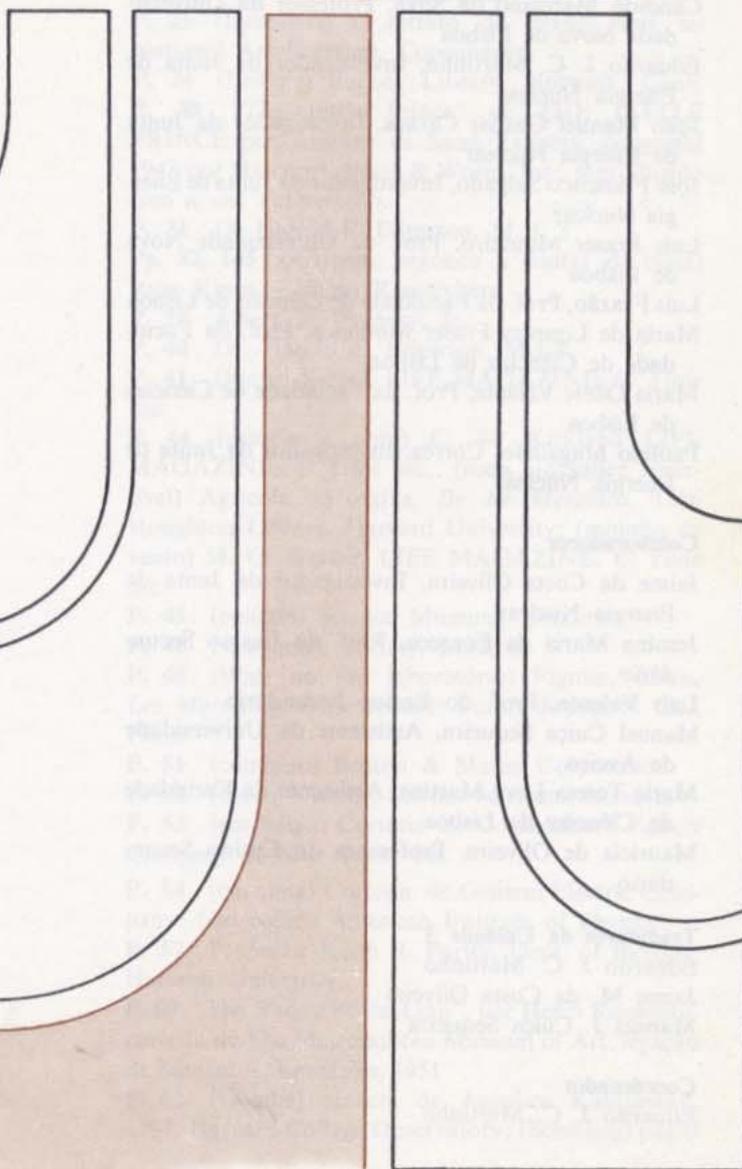
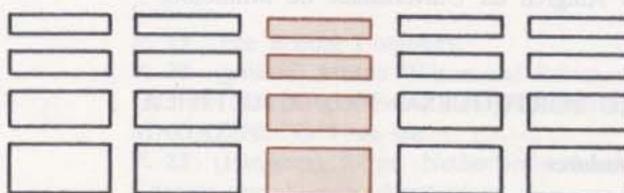
FUNDAÇÃO CALOUSTE GULBENKIAN



# PROJECTO FÍSICA

## UNIDADE 3 O TRIUNFO DA MECÂNICA

TEXTO E MANUAL  
DE EXPERIÊNCIAS  
E ACTIVIDADES



## Prefácio da Edição Portuguesa

Na segunda metade da década de 50 iniciou-se nos Estados Unidos amplo movimento de renovação do ensino das ciências experimentais que cedo se alargou à Europa e a vários países da África, Ásia e América Latina e do qual se dá conta numa obra publicada em 1972 na Universidade de Maryland, intitulada "Eighth Report of the International Clearinghouse on Science and Mathematics Curricular Developments". Aqui se enumeram e descrevem sumariamente os novos projectos de ensino produzidos em mais de 50 países das mais diversas partes do mundo e nos mais diversos estados de desenvolvimento, mas onde é notável a ausência de Portugal.

O desencadeamento do movimento atribui-se frequentemente ao Physical Science Study Committee (PSSC), que produziu um dos mais conhecidos curricula de física e do qual quatro edições em língua inglesa, traduções inúmeras e adaptações diversas, constituem o balanço de 20 anos de influência.

Alguns anos mais tarde no Reino Unido a Fundação Nuffield decide também empreender um grande projecto para o ensino das ciências tendo neste caso sido considerado como prioritário o ensino da física, química e biologia do nível "O", isto é, o referente às idades entre os 11 e os 15 anos.

A revolução principal provocada pelos novos cursos resulta de estes assumirem novos objectivos e preconizarem novas metodologias de ensino, dos quais resultam também sequências temáticas diferentes das que nos habituámos a ver nos livros de física. Pretende-se que os jovens aprendam a ciência, participando activamente em todos os processos científicos, vivendo as dificuldades e alegrias próprias da descoberta científica. De uma maneira simples deseja-se que os alunos se comportem como "pequenos cientistas".

Uma nova visão do ensino das ciências começa a esboçar-se na segunda metade da década de 60. Os jovens tornam-se cada vez mais sensíveis às interacções da ciência com a sociedade e exigem que a sua discussão seja feita nas classes de ciências. É neste contexto que um grupo de professores reunidos em torno da Graduate School of Education da Universidade de Harvard, atento à camada jovem que começava a desinteressar-se da ciência, assume com notável clareza as aspirações da

época e decide iniciar estudos para a organização de um curso de física em que os aspectos humanísticos fossem amplamente contemplados. Alguns destes professores, depois de vários ensaios e avaliações, produzem mais tarde o "Project Physics Course" cuja primeira edição aparece nos Estados Unidos em 1970.

A consciência que tínhamos do divórcio existente entre Portugal e os demais países em matéria de ensino da física, aliado ao facto de termos tido um conhecimento profundo do Project Physics Course, levou-nos a procurar o Serviço de Educação da Fundação Calouste Gulbenkian, instituição já então conhecida pelo acolhimento dado às iniciativas no campo da biologia, e a propor-lhe um plano cuja meta final consistia na adaptação ao sistema de ensino português de um projecto de física reconhecido como o mais adequado e actualizado.

A Fundação Calouste Gulbenkian acolheu do melhor modo a iniciativa, tendo-se estabelecido, depois de discussões e decisões várias, adaptar o Project Physics Course num plano dividido em três fases.

Com a presente tradução dá-se cumprimento à primeira fase a qual atinge já um duplo objectivo:

- 1 — torna o projecto acessível a todos os professores e alunos que desejem participar na adaptação, e
- 2 — proporciona um apreciável conjunto de recursos de aprendizagem utilizáveis em diversas situações de ensino do curso complementar, propedéutico ou mesmo universitário.

Na segunda fase pretende-se realizar uma série de «workshops» e seminários com o objectivo de permitir um contacto mais completo com os vários recursos de aprendizagem do projecto, nomeadamente filmes, transparências e equipamento de laboratório.

A terceira fase será dedicada à adaptação dos textos. Pretende-se que esta resulte do maior número possível de críticas e sugestões surgidas durante a segunda fase ou trazidas ao nosso conhecimento por outra qualquer via, nomeadamente por escrito e dirigidas ao Serviço de Educação — Ensino da Física, Fundação Calouste Gulbenkian, Avenida de Berna, Lisboa - I.

Todos os que neste projecto têm trabalhado dedicadamente esperam deste modo ter contribuído para que em Portugal se abram novas perspectivas no domínio do ensino da física.

Pelo Grupo de Coordenadores

MARIA ODETE VALENTE

*A ciência é uma aventura de toda a raça humana para aprender a viver e talvez a amar o universo onde se encontra. Ser uma parte dele é compreender, é conhecer-se a si próprio, é começar a sentir que existe dentro do homem uma capacidade muito superior à que ele pensava ter e uma quantidade infinita de possibilidades humanas.*

*Proponho que a ciência seja ensinada a qualquer nível, do mais baixo ao mais alto, de um modo humanístico. Deve ser ensinada com uma compreensão histórica, com um entendimento filosófico, com um entendimento social e humano, no sentido da biografia, da natureza das pessoas que fizeram a sua construção, dos triunfos, das tentativas e das tribulações.*

I. I. RABI  
Prémio Nobel da Física

## PREFÁCIO

**Generalidades** O "Project Physics Course" baseia-se nas ideias e nos resultados experimentais de um projecto curricular nacional que se desenvolveu em três fases. Primeiro, os três autores colaboraram no estabelecimento dos objectivos principais e nos tópicos de um novo curso introdutório. Trabalharam juntos de 1962 a 1964 com o suporte financeiro da Carnegie Corporation de New York, sendo a primeira versão do texto ensaiada com resultados encorajadores.

Estes resultados preliminares conduziram à segunda fase do projecto, altura em que o U. S. Office of Education e a National Science Foundation concederam uma série de bolsas com início em 1964. Foi igualmente concedido um inestimável suporte financeiro pela Ford Foundation, Alfred P. Sloan Foundation, Carnegie Corporation e Universidade de Harvard. Um número elevado de colaboradores de todas as partes do país trabalhou com o grupo durante mais de quatro anos sob o título de "Harvard Project Physics". No centro do projecto, localizado na Universidade de Harvard, Cambridge, Massachusetts, o corpo principal do projecto e dos consultores incluía físicos, astrónomos, químicos, historiadores e filósofos da ciência, professores de universidades e de escolas secundárias, educadores de ciência, psicólogos, especialistas de avaliação, engenheiros, realizadores, artistas e projectistas. Os professores das classes experimentais assim como os alunos dessas classes foram de vital importância para o sucesso do Harvard Project Physic. À medida que se desenvolvia uma versão experimental do curso, ela era ensaiada nos Estados Unidos e Canadá. Os professores e alunos comunicavam as suas críticas e sugestões aos membros do projecto em Cambridge. Estes relatos constituíam a base para a revisão do ano seguinte. O número de professores que participaram na fase experimental elevou-se a 100. Cerca de 5 000 alunos participaram no último ano de ensaio num programa de pesquisa formal, em larga escala, levado a cabo para avaliação dos resultados obtidos através do projecto.

No auge do desenvolvimento do curso e das actividades de colheita de dados, entrou-se na fase final do projecto. Durante os últimos dois anos, o trabalho do projecto centrou-se no desenvolvimento e na realização de programas de preparação de professores, na dissemi-

nação de informações acerca do curso, na análise de grande quantidade de dados resultantes da avaliação e na redacção de um relatório completo sobre os resultados, numa tentativa de se descobrir como poderia o curso ser reformulado adaptando-se a audiências específicas.

Gostaríamos se fosse possível de enumerar todas as contribuições de cada uma das pessoas que participaram nalguma parte do Harvard Project Physics. Infelizmente isso não é possível, uma vez que a maioria dos colaboradores trabalharam em diversos materiais e tiveram responsabilidades múltiplas. Acresce ainda o facto de cada capítulo do texto, experiência, aparelho, filme ou outro elemento do programa experimental beneficiar das contribuições de muita gente. Havia de facto muitos colaboradores para ser possível mencioná-los todos. Estes, incluem administradores das escolas e universidades que participaram nas experiências, directores e professores das instituições de formação de professores, professores que utilizaram o curso a seguir ao ano de avaliação e em especial os milhares de alunos que não só concordaram em usar a versão experimental do curso como estavam também decididos a apreciá-lo criticamente e a contribuírem com as suas opiniões e sugestões.

**Objectivos** Desde o início o Harvard Project Physics teve três grandes objectivos: organizar um curso de física orientado humanisticamente, atrair um número maior de alunos para o estudo da física introdutória e descobrir algo mais sobre os factores que influenciam a aprendizagem da ciência. O último envolveu pesquisa educacional extensa cujos resultados foram já publicados em revistas.

Há cerca de dez anos tornava-se claro ser necessário um novo curso introdutório que atraísse maior número de candidatos. O problema que se punha ao Harvard Project Physics era o de projectar um curso humanístico que fosse útil e interessante para alunos com uma gama variada de capacidades, conhecimentos prévios e projectos futuros de carreira. Na prática, significava projectar um curso que deveria ter os seguintes efeitos:

1 — Ajudar os alunos a aumentarem o seu conhecimento do mundo físico concentrando-os nas ideias que melhor caracterizam a física enquanto ciência, em vez de os centrar em pedaços isolados de informação.

2 — Ajudar os alunos a verem a física como uma maravilhosa actividade com muitas facetas humanas. Isto significa apresentar o assunto numa perspectiva cultural e histórica, e mostrar que as ideias da física têm uma tradição ao mesmo tempo que modos de adaptação e mudança evolutivos.

3 — Aumentar a oportunidade de cada aluno na participação em experiências de ciência, imediatamente compensadoras, mesmo enquanto adquirindo o conhecimento e as capacidades úteis a longo prazo.

4 — Tornar possível aos professores a adaptação do curso aos interesses e capacidades variados dos seus alunos.

5 — Ter em conta a importância do professor no processo educativo no vasto espectro de situações de ensino.

Como respondeu o Harvard Project Physics a este desafio? Num certo sentido, cada aluno que entra neste curso deve responder a esta questão pessoalmente. Contudo, é um prazer indicar que o estudo

dos muitos resultados e opiniões de alunos, levado a cabo em universidades e escolas nos Estados Unidos e Canadá conduziu a resultados gratificantes, desde as excelentes classificações obtidas nos testes de conhecimento de física, até à satisfação pessoal de cada um dos alunos. É evidente que a composição diversificada dos alunos dos grupos experimentais correspondeu bem ao conteúdo da física, à ênfase humanística do curso e aos seus flexíveis e variados materiais de apoio.

**O "Project Physics Course" hoje** Utilizando a última versão do curso desenvolvido pelo Harvard Project Physics como ponto de partida e tendo em consideração os resultados das experiências realizadas, os três colaboradores originais decidiram desenvolver uma versão adaptada a uma publicação em grande escala. É com especial prazer que agradecemos a assistência dada pelo Dr. Andrew Ahlgren da Universidade de Minnesota. O Dr. Ahlgren foi de inestimável valor pelas suas capacidades como professor de física, pelo seu talento editorial, a sua versatilidade e energia e sobretudo pelo cometimento aos objectivos do Harvard Project Physics.

Gostaríamos também de especialmente agradecer à senhora Joan Laws cujas capacidades administrativas, confiança e reflexão tanto contribuíram para o nosso trabalho. O editor Holt, Rinehart and Winston, Inc., de New York forneceu a coordenação, o suporte editorial e o trabalho de base necessário ao grande empreendimento da versão final de todos os componentes do Project Physics Course, incluindo textos, aparelhos de laboratório, filmes, etc. A Damon-Educational Division localizada em Westwood, Massachusetts, trabalhou de perto connosco no melhoramento dos desenhos dos aparelhos e na verificação da sua integração adequada ao projecto.

Desde a sua última utilização na versão experimental, todos os materiais têm sido mais intimamente integrados e de novo escritos. O curso consiste hoje em uma grande variedade de materiais de aprendizagem entre os quais o livro de texto é apenas um; existem ainda as colectâneas de textos, manuais de actividades, guias para o professor, livros de instrução programada, filmes sem-fim "loop", filmes de 16 mm, transparências, aparelhos e livros de testes. Com a ajuda dos materiais de instrução e a orientação do professor, com o próprio interesse do aluno e esforço, cada aluno pode esperar ter com o curso uma experiência bem sucedida e válida.

Nos próximos anos, os materiais do Project Physics serão revistos tantas vezes quantas as necessárias para a remoção das ambiguidades ainda existentes e clarificação das instruções de modo a tornar os materiais mais interessantes e relevantes para os alunos. Deste modo pedimos a quantos usem este curso que nos enviem (ao cuidado de Holt, Rinehart and Winston, Inc, 383 Madison Avenue, New York, New York 10017) todas as sugestões e críticas. E agora — bem-vindos ao estudo da física.

F. James Rutherford  
Gerald Holton  
Fletcher G. Watson



TEXTO E DO TEXTO

# ÍNDICE DO TEXTO

## Prólogo 1

### Capítulo 9 Conservação da Massa e do Momento Linear

- Conservação da massa 5
- Colisões 9
- Conservação do momento linear 13
- Momento linear e as leis de Newton do movimento 18
- Sistemas isolados 20
- Colisões elásticas 21
- Leibniz e a lei de conservação 23

### Capítulo 10 Energia

- Trabalho e energia cinética 33
- Energia potencial 35
- Conservação de energia mecânica 38
- Forças que não realizam trabalho 41
- Calor e a máquina a vapor 43
- James Watt e a Revolução industrial 48
- As experiências de Joule 54
- Energia em sistemas biológicas 56
- Formulação de uma lei geral 61
- Um enunciado preciso e geral da lei de conservação da energia 66
- Fé na conservação da energia 68

### Capítulo 11 Teoria Cinética dos Gases

- Panorama do capítulo 75
- Um modelo para o estado gasoso 77
- Velocidades das moléculas 80
- Dimensões das moléculas 84
- Previsão do comportamento dos gases a partir da teoria cinética 86
- A segunda lei da termodinâmica e a dissipação de energia 92
- O demónio de Maxwell e a interpretação estatística da segunda lei da termodinâmica 96
- A seta do tempo e o paradoxo de recorrência 98

### Capítulo 12 Ondas

- Introdução 109
- Propriedades das ondas 110
- Propagação das ondas 113
- Ondas periódicas 115
- Quando as ondas se encontram: o princípio da sobreposição 117
- Figuras de interferência de duas fontes 119
- Ondas estacionárias 124
- Frentes de onda e difracção 128
- Reflexão 132
- Refracção 136
- Ondas sonoras 138

## Epílogo 144

## O Triunfo da Mecânica

## CAPÍTULOS

- 9 Conservação da Massa e do Momento Linear
- 10 Energia
- 11 Teoria Cinética dos Gases
- 12 Ondas

**PRÓLOGO** O triunfo de Isaac Newton na utilização dos estudos de astronomia e do movimento terrestre inscreve-se no número das realizações mais gloriosas do espírito humano e marca uma viragem na evolução das ciências e do homem. Nunca antes qualquer teoria científica tinha sido tão bem sucedida na predição dos fenómenos observáveis, nem as possibilidades de desenvolvimento futuro da ciência pareceram tão ilimitadas.

Não é portanto surpreendente que Newton, após a sua morte em 1727, tenha sido praticamente divinizado, sobretudo em Inglaterra, em poemas como este:

Newton o sem paralelo, cujo Nome  
o Tempo não removerá do Livro da Fama,  
a Ciência Celeste promoveu mais  
que todos os Sábios que brilharam anteriormente.  
A Natureza compelida, à sua Mente penetrante obedece,  
e alegremente lhe mostra todos os seus secretos Caminhos;  
contra a Matemática ela não tem defesa,  
e submete-se à Consequência experimental;  
o seu Génio dominador, da Causa certa  
cada Aparição *à priori* deduz  
e revela do Arquitecto Todo Poderoso as leis inalteradas.

(De J. T. Desagulier, *The Newtonian System of the World, the Best Model of Government, an Allegorical Poem*).

O êxito de Newton na mecânica não só permitiu a outros atingir novas metas na ciência, como mudou profundamente a concepção que o homem tinha do universo. Na sequência dos trabalhos de Newton, os físicos explicaram o movimento dos planetas em torno do Sol considerando o sistema solar como uma imensa máquina. Se bem que as partes deste sistema sejam mantidas juntas por forças de gravitação, e não por parafusos e porcas, os movimentos destas partes umas em relação às outras, segundo a teoria de Newton, ficaram condicionadas de uma vez para sempre na arquitectura inicial do conjunto.

Chamamos a este modelo do sistema solar a *máquina universal de Newton*. É um sistema idealizado, porque as equações matemáticas que regem os seus movimentos têm em conta somente as principais propriedades do sistema solar real: a massa, a posição e a velocidade das diferentes partes do sistema, e as forças de gravitação exercidas

Começo do Livro 3, "Os Sistemas do Mundo",  
na edição de 1713 dos *Principia* de Newton.



entre elas. Por exemplo, o modelo de Newton não tem em conta a estrutura interna e a composição química dos planetas, ou o calor, a luz, as forças eléctricas e magnéticas que existem no seio do sistema solar. Como acontece em qualquer modelo, certos aspectos não são considerados; no entanto esta representação do universo explica esplendidamente os movimentos observados.

Esta ideia de uma máquina universal não era apenas de Newton. Nos seus "Principes de Philosophie" (1644), René Descartes, o filósofo francês mais influente do séc. XVII, escrevia:

Não reconheço qualquer diferença entre as máquinas que os artesãos fazem e os diferentes corpos que a natureza constrói por si, a não ser que os efeitos das máquinas dependem apenas do ajuste de certos tubos ou molas, que, tendo necessariamente alguma proporção com as mãos dos que os fazem, são sempre tão grandes que as suas formas e movimentos podem ser vistos, enquanto os tubos e as molas que causam os efeitos dos corpos naturais são ordinariamente tão pequenos que não podem ser apercebidos pelos nossos sentidos. E é certo que todas as leis da Mecânica pertencem à Física, portanto todas as coisas que são artificiais, são ao mesmo tempo naturais.

Robert Boyle (1627-1691), cientista britânico e homem piedoso, particularmente célebre pelos seus estudos sobre as propriedades do ar (ver Capítulo 11), exprimiu as suas ideias "mecanicistas" até nos seus escritos religiosos. Afirmava ele que um Deus que concebeu um universo funcionando de maneira autónoma como uma máquina, é mais maravilhoso e mais capaz de suscitar a adoração dos homens do que um Deus que simplesmente tivesse criado diferentes espécies de matéria e as dotasse de uma tendência natural para se comportarem como o fazem. Boyle pensava também que seria um insulto para Deus acreditar que a máquina universal tivesse sido concebida tão imperfeitamente que o seu funcionamento necessitasse de qualquer intervenção divina posteriormente à sua criação. Segundo ele, o talento de um engenheiro que projecta "uma máquina complexa" é mais digno de admiração quando a máquina não necessita de vigilância para funcionar bem ou para impedir que ela se avarie. "Isto porque", continuava ele,

...o que põe em evidência a sabedoria de Deus na sua concepção do universo, é que esta imensa máquina possa realizar tudo aquilo para que foi construída, pela simples ordenação da matéria bruta regida por certas leis de movimento local, e que esta máquina possa trabalhar por si própria, sem necessidade da vigilância a todo o instante de um inspector inteligente para regular ou ajudar o bom funcionamento de cada uma das suas partes...

Boyle e muitos outros cientistas dos séculos XVII e XVIII consideravam Deus como um supremo engenheiro e físico, autor das leis da matéria e do movimento. Os homens de ciência não podiam glorificar melhor a Sua obra do que descobrindo e proclamando estas leis.

Nesta Unidade tem-se em vista essencialmente acompanhar o desenvolvimento da física após Newton. Na mecânica, a teoria de Newton alargou-se no sentido de ter em conta uma gama maior de conceitos. As leis de conservação a ser discutidas nos Capítulos 9 e 10 tomaram uma importância crescente. Estes princípios básicos proporcionaram



"The Ancient of Days", de William Blake, um poeta inglês que tinha pouca simpatia pelo estilo newtoniano de "filosofia natural".

uma nova forma de pensar em mecânica e, assim, abriram a via a novos domínios de estudo em física — por exemplo, o calor e o movimento ondulatório.

A mecânica newtoniana aplicava-se directamente apenas a uma pequena gama de experiências: as relativas ao movimento de corpos simples ou de corpos muito afastados uns dos outros como planetas, projecteis, ou discos deslizantes sem atrito. Aplicar-se-ão as mesmas leis a fenómenos mais complexos? Poderão considerar-se os líquidos, os sólidos e os gases exactamente como máquinas ou sistemas mecânicos, os quais podem ser explicados a partir das ideias de matéria e movimento utilizadas por Newton para explicar o sistema solar?

À primeira vista, podia parecer inverosímil que tudo pudesse ser reduzido aos princípios da mecânica em termos de matéria e de movimento. Como explicar temperatura, cores, sons, odores, dureza, etc.?

O próprio Newton acreditava que a perspectiva mecânica era a via de acesso à compreensão destas propriedades e de todas as outras. No prefácio de "Principia" escrevia ele:

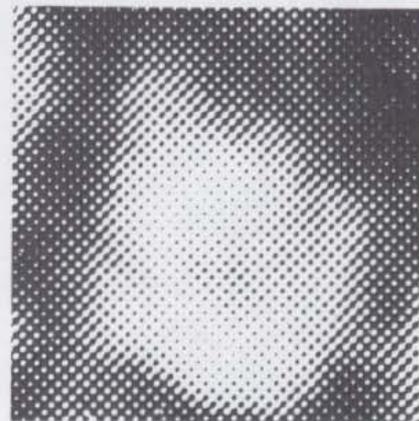
Desejo que possamos explicar os restantes fenómenos da Natureza segundo o mesmo tipo de raciocínio a partir dos princípios mecânicos, porque várias razões me levam a suspeitar que eles dependem todos de algumas forças cujas causas são desconhecidas, e pelas quais as partículas dos corpos são impelidas umas para as outras, e se unem em figuras regulares, ou são repelidas e se afastam mutuamente. É por serem desconhecidas estas forças que os filósofos têm até agora tentado em vão compreender a Natureza; mas espero que os princípios agora expostos sejam de alguma utilidade para este método de Filosofia, ou para algum outro mais verdadeiro.

Após Newton, os cientistas tentaram compreender a natureza, em muitas áreas distintas, "segundo o mesmo tipo de raciocínio a partir dos princípios da mecânica". Veremos nesta Unidade como foi grande o êxito da mecânica newtoniana, mas veremos também que a sua aplicabilidade é limitada.



Ironicamente, o próprio Newton rejeitava os aspectos determinísticos da «máquina universal» que os seus seguidores popularizaram.

Uma pequena porção do centro da gravura foi ampliada para mostrar como a gravura é "realmente". A gravura é apenas um conjunto de pontos? O facto de conhecermos a estrutura de base da gravura não altera as nossas outras reacções face à gravura, antes dá uma outra dimensão à compreensão que dela temos.



9.1 Conservação da massa	5
9.2 Colisões	9
9.3 Conservação do momento linear	13
9.4 Momento linear e leis de Newton do movimento	18
9.5 Sistemas isolados	20
9.6 Colisões elásticas	21
9.7 Leibniz e a lei de conservação	23



# Conservação da Massa e do Momento Linear

## 9.1 Conservação da massa

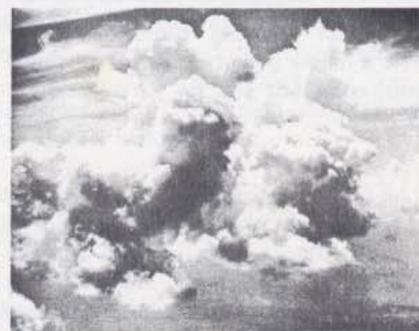
Destinando-se o universo a existir para sempre, então a matéria de que é feito não pode desaparecer. A ideia de que a quantidade de matéria contida no universo não varia, é na verdade muito antiga. O poeta romano Lucrécio (séc. I A.C.) citava uma crença existente na Grécia desde o séc. V A.C.:

...e nenhuma força pode mudar o conjunto das coisas; porque não há coisa alguma exterior, quer para onde possa emergir do universo qualquer espécie de matéria quer donde uma nova provisão possa surgir e abater-se sobre o universo, e mudar toda a natureza das coisas e alterar os seus movimentos. [*De Natura Rerum*].

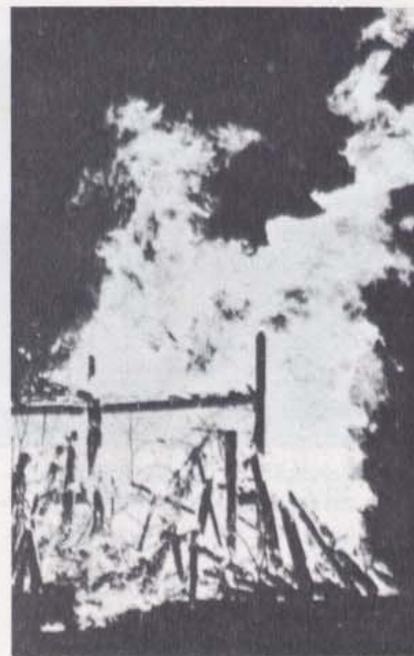
Exactamente vinte e dois anos antes do nascimento de Newton, o filósofo inglês Francis Bacon considerava o que se segue como um dos princípios básicos da ciência moderna:

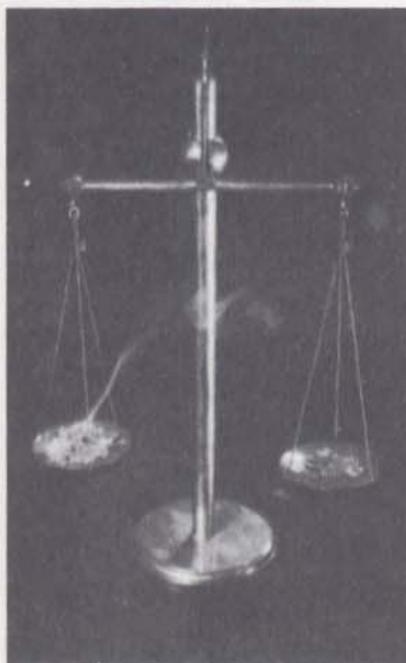
Nada há mais verdadeiro na natureza do que as proposições gêmeas “nada se produz de nada” e “nada se reduz a nada”... a soma total da matéria permanece inalterada, sem aumento nem diminuição. [*Novum Organum* (1620)].

Este ponto de vista concorda, até certo ponto, com as observações quotidianas. Se bem que a forma da matéria possa mudar, em muitas experiências do dia-a-dia a matéria em si mesma aparece de algum modo como indestrutível. Por exemplo, é-nos fácil admitir que uma rocha enorme possa ser transformada em pedras, e depois em pó, sem que a quantidade total de matéria seja afectada por isso. Mas o que acontece com um corpo que se reduz a cinzas ou que se dissolve em ácido? A quantidade de matéria mantém-se constante mesmo quando ocorrem tais reacções químicas?



GE 9.1

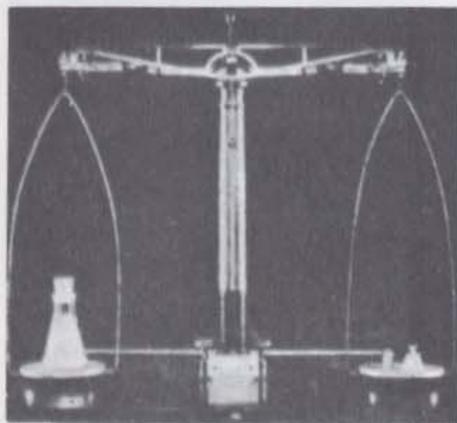




Nalgumas reacções químicas ao ar livre a massa dos objectos parece diminuir, enquanto noutras parece aumentar.

Repare no frasco fechado que se vê no seu retrato na página 7.

GE 9.2



A conservação da massa foi demonstrada em experiências envolvendo reacções químicas em frascos fechados.

Para verificar se realmente a quantidade total de matéria permanece ou não sempre constante, precisamos de aprender a medir uma quantidade de matéria. É evidente que não pode ser medida simplesmente pelo seu volume. Por exemplo, se deitarmos água num recipiente, marcarmos o nível da água e a fizermos gelar, constataremos que o volume do gelo é maior que o volume de água correspondente. Isto verifica-se mesmo se tivermos o cuidado de vedar o recipiente tornando impossível qualquer adição de água do exterior. Analogamente, se se comprimir um gás fechado num recipiente estanque, o seu volume diminuirá embora não haja qualquer fuga.

Na sequência dos trabalhos de Newton, fomos levados a considerar que a *massa* de um objecto dá uma medida adequada da quantidade de matéria que ele contém. Em todos os exemplos citados nas Unidades 1 e 2, supusemos que a massa de um corpo era invariável. Entretanto, a massa de um fósforo diminui depois de ter ardido e a massa de um prego de ferro aumenta quando enferruja. Acreditou-se durante muito tempo que alguma coisa escapando-se do fósforo e alguma coisa juntando-se ao ferro do prego explicaria estas variações. Todavia foi apenas no fim do séc. XVIII que o químico Antoine Lavoisier pôde fundamentar essa crença numa base experimental sólida.

Lavoisier provocou reacções químicas em frascos *fechados*, e pesou cuidadosamente os frascos e o seu conteúdo antes e depois de cada experiência. Por exemplo, mostrou que queimando ferro num frasco fechado, a massa de óxido de ferro produzido é igual à soma das massas do ferro e do oxigénio utilizados na reacção. Com base nesta prova experimental, ele pôde concluir com confiança:

Podemos estabelecer como um axioma incontestável que nada se cria nas operações da arte nem nas da natureza; há uma quantidade de matéria igual antes e depois da experiência, ...e nada mais tem lugar para além de mudanças e modificações nas combinações destes elementos. É sobre este princípio que se baseia toda a arte de realizar experiências em química.

[*Traité Élémentaire de Chimie* (1789)].

Lavoisier estava convencido que, se colocasse um material num frasco selado e medisse a sua massa, em qualquer momento posterior reencontraria a mesma massa, independentemente do que tivesse acontecido com o material no interior do frasco. Poderá o material passar do estado sólido ao estado líquido, do estado líquido ao estado gasoso, etc., poderá mudar de cor ou de consistência, poderão dar-se reacções químicas violentas com o material no interior do frasco, mas pelo menos uma coisa permanecerá inalterada: a massa *total* do frasco com o seu conteúdo.

Nos anos que se seguiram ao trabalho de pioneiro feito por Lavoisier, realizou-se um grande número de experiências similares, com uma precisão cada vez maior, e obteve-se sempre o mesmo resultado. Mesmo utilizando balanças extremamente sensíveis (cuja precisão é hoje superior a 0,000 001%), conclui-se que a massa *se conserva* — isto é, permanece constante — nas reacções químicas.

TRAITE  
ÉLÉMENTAIRE  
DE CHIMIE,  
PRÉSENTÉ DANS UN ORDRE NOUVEAU  
ET D'APRÈS LES DÉCOUVERTES MODERNES;

Avec Figures:

Par M. LAVOISIER, de l'Académie des Sciences, de la Société Royale de Médecine, des Sociétés d'Agriculture de Paris & d'Orléans, de la Société Royale de Londres, de l'Institut de Bologne, de la Société Helvétique de Basle, de celles de Philadelphie, Harlem, Manchester, Padoue, &c.

TOME PREMIER.



A PARIS,

Chez CUCHET, Libraire, rue & hôtel Serpente.

M. DCC. LXXXIX.

Sous le Privilège de l'Académie des Sciences & de la Société Royale de Médecine.

Antoine Laurent Lavoisier (1743-1794) é considerado o "pai da química moderna" porque evidenciou a importância decisiva das medições quantitativas, confirmou o princípio de conservação da massa em reacções químicas e ajudou a desenvolver o actual sistema de nomenclatura dos elementos químicos. Ele mostrou também que processos orgânicos como a digestão e a respiração são semelhantes à combustão.

Para arranjar dinheiro para a sua pesquisa científica, Lavoisier investiu numa companhia privada que cobrava impostos para o governo francês. Em virtude de ser permitido aos cobradores ficar com qualquer taxa extra que pudessem recolher do público, eles tornaram-se um dos grupos mais detestados em França. Lavoisier não participava directamente na cobrança dos impostos, mas, tendo-se casado com a filha de um membro importante do executivo da companhia, tornou-se de certo modo associado da companhia, e esta foi uma das razões por que Lavoisier foi guilhotinado durante a Revolução Francesa.

Madame Lavoisier figura também no elegante retrato pintado por David. Ela tinha catorze anos quando casou. Tão inteligente como bela, deu assistência a seu marido tomando notas, traduzindo trabalhos científicos de inglês para francês e desenhando ilustrações. Cerca de dez anos após a execução de seu marido, casou-se com outro cientista, o conde Rumford, que é recordado pelas suas experiências que lançaram a dúvida sobre a validade da teoria do calórico.



O significado da expressão «sistema fechado» será discutido com mais pormenor na Secção 9.5.

A afirmação de que «a variação da massa total é igual a zero» pode ser expressa simbolicamente por  $\Delta \sum_i m_i = 0$ , em que  $\sum_i$  representa a soma das massas  $m_i$  de todas as partes do sistema.

Em resumo: apesar de mudanças de lugar, de forma, de composição química, etc., a massa de qualquer sistema fechado permanece constante. Esta é a expressão daquilo a que chamaremos a lei de conservação da massa. Trata-se de uma lei fundamental da física e da química.

Como é óbvio, deve saber-se se um dado sistema é fechado ou não antes de aplicar-lhe a lei. Por exemplo, é talvez surpreendente que a própria Terra não seja exactamente um sistema fechado em que toda a massa se conserve. Pelo contrário, a Terra, incluindo a atmosfera, está constantemente a ganhar e a perder matéria. O ganho mais importante ocorre sob a forma de poeiras. Estas partículas são detectadas pelo seu impacto nos satélites que se encontram muito para além da atmosfera. Também produzem luz e ionização quando passam através da atmosfera e a sua velocidade é reduzida por ela. O número de tais partículas é tanto maior quanto menores são as suas dimensões. A maior parte são partículas muito finas, com diâmetros da ordem de  $10^{-4}$  cm. Tais partículas não podem ser detectadas individualmente do solo quando entram na atmosfera. São demasiado pequenas para se manifestarem como meteoritos, porque resultam da vaporização de partículas com alguns milímetros de diâmetro. Estima-se que o influxo total de massa de todas estas partículas, grandes e pequenas, é cerca de  $10^5$  g/s sobre toda a superfície da Terra. (Nota: a massa da Terra é cerca de  $6 \times 10^{27}$  g.). Este ganho não é contrabalançado pela perda de partículas de pó ou maiores, não contando a perda ocasional de naves espaciais. A Terra também recolhe algum do gás quente que se evapora do Sol, mas esta quantidade é comparativamente pequena.

A Terra perde massa pela evaporação de moléculas do topo da atmosfera. A taxa a que se processa esta evaporação depende do número de moléculas que se encontram suficientemente próximo do topo da atmosfera para se escaparem sem colidir com outras moléculas. Por outro lado, tais moléculas devem ter velocidades suficientemente elevadas para vencerem a atracção gravitacional da Terra. As velocidades das moléculas são determinadas pela temperatura da parte superior da atmosfera. Em consequência, a taxa de evaporação depende grandemente desta temperatura. No presente a taxa é provavelmente menor que  $5 \times 10^3$  g/s sobre toda a Terra. Esta perda é muito pequena comparada com a adição de poeira. (Não é crível que moléculas de água se percam directamente por “evaporação” atmosférica; primeiro teriam de ser dissociadas em moléculas de hidrogénio e de oxigénio).

Tente responder a estas questões antes de prosseguir.

GE 9-3-9.7

**Q.1 Verdadeiro ou falso:** Num sistema fechado, a massa só se conserva se não houver nenhuma reacção química no sistema.

**Q.2** Se se misturar  $50 \text{ cm}^3$  de álcool com  $50 \text{ cm}^3$  de água, obtém-se um volume total de apenas  $98 \text{ cm}^3$ . Um conjunto de instrumentos pesa menos na Lua que na Terra. Estes exemplos estão em contradição com a lei de conservação da massa?

**Q.3** Qual dos enunciados seguintes é verdadeiro?

(a) Lavoisier foi a primeira pessoa a pensar que a quantidade de matéria contida no universo é invariável.

- (b) A massa de um sistema aumenta apreciavelmente sob a acção do calor.
- (c) Foi necessário utilizar um sistema fechado para estabelecer a lei de conservação da massa.

### 9.2 Colisões

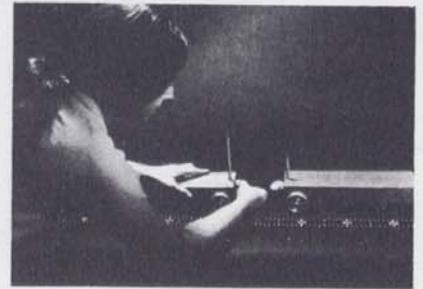
Ao observar as coisas que se movem no mundo que nos rodeia, somos facilmente levados a crer que tudo o que está em movimento acaba por parar, como é o caso de qualquer relógio ou máquina. Poderia parecer, pois, que o movimento no universo está diminuindo e que o universo, tal como qualquer máquina, tende a parar.

Para muitos filósofos do séc. XVII, a ideia de um universo que tende a imobilizar-se era incompatível com a ideia da perfeição divina; seguramente Deus não teria criado um mecanismo tão imperfeito. Sentiu-se assim a necessidade de encontrar uma definição de "movimento" que permitisse afirmar que "a quantidade de movimento no universo é constante".

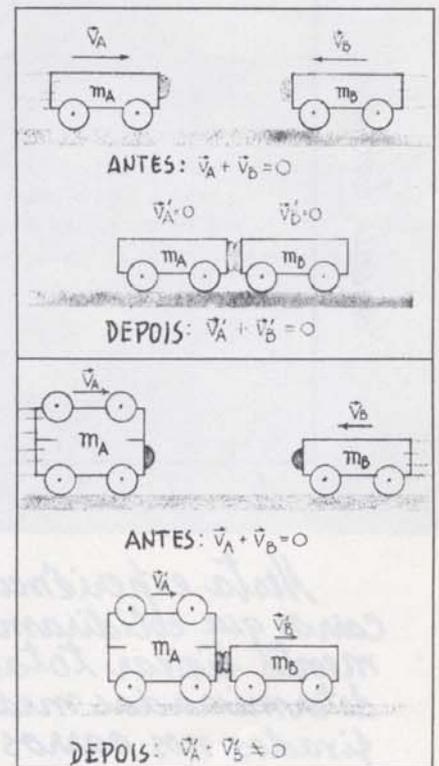
Haverá uma maneira "adequada" de definir e de medir o movimento? Haverá alguma constância do movimento que mantenha a máquina universal em funcionamento? Para responder a estas perguntas podemos examinar os resultados de algumas experiências simples envolvendo um par de carros idênticos deslocando-se praticamente sem atrito (ou, de preferência, dois discos de neve carbónica ou duas peças que deslizem sobre almofada de ar). Na primeira destas experiências, coloca-se um pedaço de massa de vidraceiro em cada carro para que fiquem colados um ao outro após uma colisão; empurra-se igualmente cada um deles de modo a dirigirem-se um para o outro com a mesma velocidade (em módulo) e a chocarem frontalmente. Ao realizar a experiência constata-se que ambos os carros param quando colidem: o seu movimento cessa. Mas há qualquer coisa relacionada com os seus movimentos que não variou? Há, sim. Se adicionarmos a velocidade  $\vec{v}_A$  de um carro à velocidade  $\vec{v}_B$  do outro carro, verificaremos que o *vector-soma* não varia. A soma vectorial das velocidades dos carros é nula *antes* da colisão e é nula *depois* da colisão.

É natural que nos interroguemos se este resultado será válido para todas as colisões, isto é se há uma "lei de conservação da velocidade". É de notar que tínhamos escolhido condições muito particulares no exemplo precedente: dois carros de massas iguais deslocando-se um para o outro com iguais velocidades (em módulo). Suponhamos que um dos carros tem uma massa dupla da do outro. (Para isto basta colocar um carro idêntico aos dois primeiros sobre um deles). Como anteriormente, façamos com que os carros se desloquem um para o outro com a mesma velocidade (em módulo) e colidam. Desta vez os carros *não* se imobilizam após a colisão. Resta ainda algum movimento: os dois objectos deslocam-se ambos no sentido da velocidade inicial do objecto com maior massa. Portanto, a nossa primeira suposição de que o *vector-soma* das velocidades permaneceria constante em todas as colisões é falsa.

Repare que nas Unidades 1 e 2 tratámos de fenómenos em que este facto não era tido em conta.

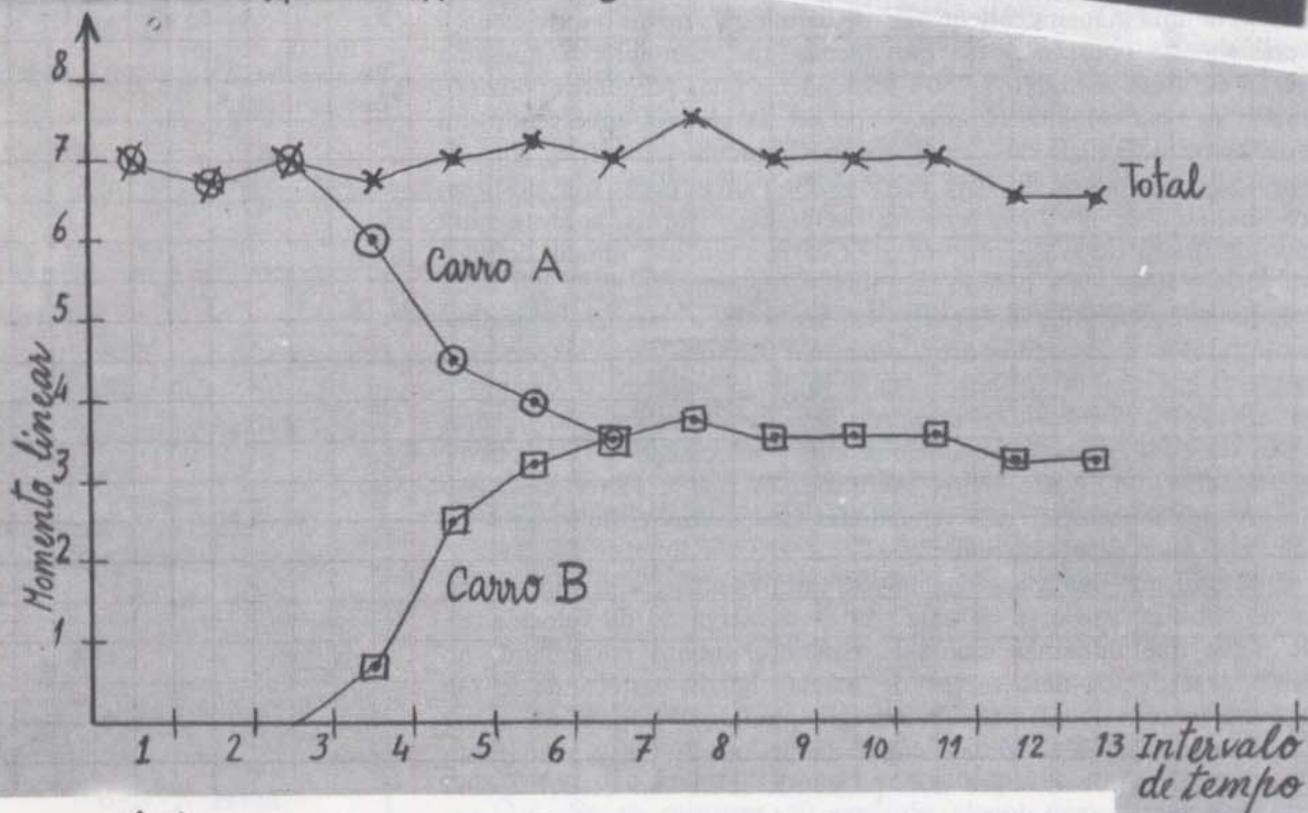
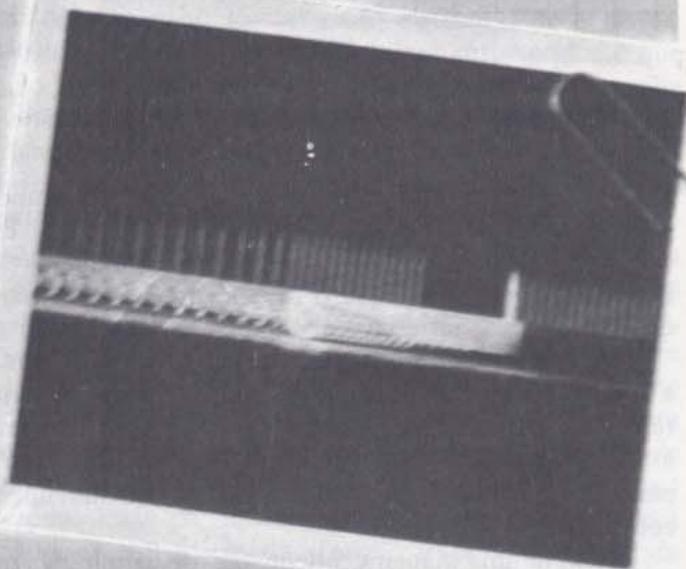


Em símbolos,  $\Delta \sum \vec{v}_i = \Delta \sum \vec{v}_f = \vec{0}$  neste caso particular.



## Experiência: Colisão inelástica

Intervalo	Carro A	Carro B	Total
1	7	—	7
2	$6\frac{3}{4}$	—	$6\frac{3}{4}$
3	7	—	7
4	6	$\frac{3}{4}$	$6\frac{3}{4}$
5	$4\frac{1}{2}$	$2\frac{1}{2}$	7
6	4	$3\frac{1}{4}$	$7\frac{1}{4}$
7	$3\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{2}$	7
8	$3\frac{3}{4}$	$3\frac{3}{4}$	$7\frac{1}{2}$
9	$3\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{2}$	7
10	$3\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{2}$	7
11	$3\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{2}$	7
12	$3\frac{1}{4}$	$3\frac{1}{4}$	$6\frac{1}{2}$
13	$3\frac{1}{4}$	$3\frac{1}{4}$	$6\frac{1}{2}$



Nesta experiência mediram-se as velocidades dos dois carros que colidiram inelasticamente e verificou-se se o momento linear total se conservava. As velocidades foram determinadas medindo a separação das imagens dos lápis fixados nos carros. Massas dos carros: 1057 g e 1063 g.

Um outro exemplo de colisão confirmará esta conclusão. Desta vez escolhamos um carro cuja massa seja dupla da do segundo e cuja velocidade (em módulo) seja igual a metade da do segundo carro. No momento da colisão frontal, os carros colam-se um ao outro e constatamos que eles se imobilizam. O vector-soma das velocidades é igual a zero *após* a colisão, mas não era igual a zero *antes* da colisão. Uma vez mais, não há conservação da velocidade.

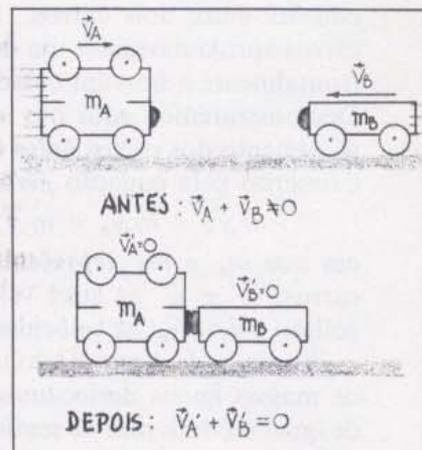
Começamos assim a suspeitar que uma definição correcta da “quantidade de movimento” deverá ter em conta simultaneamente a *massa* de um corpo e o *módulo* da sua velocidade, se queremos mostrar que a “quantidade de movimento” é sempre a mesma, antes e depois da colisão. O filósofo francês Descartes sugerira que uma medida adequada da “quantidade de movimento” de um corpo era dada pelo produto da sua massa pelo *módulo* da sua velocidade. O *módulo* da velocidade não envolve a *direcção* do movimento e era considerado sempre como tendo um valor positivo. As experiências precedentes mostram todavia que este produto (um escalar e sempre positivo) é uma quantidade que não se conserva. Na primeira e terceira colições, por exemplo, o produto da massa pelo *módulo* da velocidade é igual a zero para cada um dos carros imobilizados após o choque, mas é evidentemente diferente de zero antes da colisão.

Porém, se introduzirmos uma modificação muito importante na definição de quantidade de movimento dada por Descartes, obteremos então uma quantidade que se conserva. Em vez de definir a “quantidade de movimento” como o produto da massa pelo *módulo* da velocidade,  $mv$ , nós defini-la-emos (como Newton) como o produto da massa pela *velocidade*,  $m\vec{v}$ . Assim se considera globalmente tanto a direcção do movimento como o *módulo* da velocidade. Na página 12 são analisadas as quantidades  $m\vec{v}$  envolvidas nas três colições frontais que considerámos. A conclusão é que, para todas estas colições, o movimento dos dois carros antes e depois da colisão é descrito pela seguinte equação:

$$\underbrace{m_A \vec{v}_A + m_B \vec{v}_B}_{\substack{\text{antes} \\ \text{da colisão}}} = \underbrace{m_A \vec{v}'_A + m_B \vec{v}'_B}_{\substack{\text{depois} \\ \text{da colisão}}}$$

em que  $m_A$  e  $m_B$  representam a massa de cada um dos carros,  $\vec{v}_A$  e  $\vec{v}_B$  as suas velocidades antes da colisão, e  $\vec{v}'_A$  e  $\vec{v}'_B$  as suas velocidades depois da colisão.

Noutros termos: o vector-soma das quantidades “massa  $\times$  velocidade” é constante, ou conservado, em cada uma das colições estudadas. Verificar-se-á que esta equação é muito importante e útil, como expressão matemática de uma lei fundamental.



Em símbolos gerais,  $\Delta \sum m_i \vec{v}_i = 0$ .

Na Unidade I, representámos as velocidades inicial e final por  $\vec{v}_i$  e  $\vec{v}_f$ . Aqui são representadas por  $\vec{v}$  e  $\vec{v}'$  porque agora temos necessidade de fazer intervir índices como A e B.

GE 9.8-9.9

**Q.4** Descartes definiu a quantidade de movimento de um corpo como sendo o produto da sua massa pelo *módulo* da sua velocidade. Esta quantidade de movimento conserva-se como ele pensava? No caso negativo, como modificaria o leitor a sua definição para que haja conservação?

## Análise de Três Colisões

Na Secção 9.2 discutimos três exemplos de colisões entre dois carros. Em cada caso, os carros aproximavam-se um do outro, chocavam frontalmente e ficavam colados após a colisão. Demonstraremos aqui que em cada colisão o movimento dos carros antes e depois da colisão é descrito pela equação *geral*

$$m_A \vec{v}_A + m_B \vec{v}_B = m_A \vec{v}'_A + m_B \vec{v}'_B$$

em que  $m_A$  e  $m_B$  representam as massas dos carros,  $\vec{v}_A$  e  $\vec{v}_B$  as suas velocidades antes da colisão e  $\vec{v}'_A$  e  $\vec{v}'_B$  as velocidades após a colisão.

*Exemplo 1:* Antes da colisão, os dois carros de massas iguais deslocam-se com velocidades de igual módulo mas de sentidos opostos. Após a colisão, os carros ficam colados um ao outro e parados, isto é com velocidade igual a zero. Antes da colisão, o produto da massa pela velocidade tem o mesmo valor em módulo para ambos os carros mas os sentidos são opostos, consequentemente é óbvio que o vector-soma é nulo. Após a colisão, ambas as velocidades são iguais a zero, portanto o produto da massa pela velocidade é também igual a zero. Embora este caso simples possa ser descrito em poucas frases, em casos mais complicados torna-se muito mais fácil a resolução do problema substituindo valores na equação. Para mostrar como isso se faz, partiremos do caso simples, ainda que um resultado tão evidente não justificasse o cálculo detalhado que se segue. Em símbolos, tem-se

$$m_A = m_B, \quad \vec{v}_B = -\vec{v}_A, \quad \text{e} \quad \vec{v}'_A = \vec{v}'_B = \vec{0}.$$

Imediatamente antes da colisão, o vector-soma das grandezas  $m\vec{v}$  é dado por

$$m_A \vec{v}_A + m_B \vec{v}_B,$$

que neste caso é igual a

$$\begin{aligned} m_A \vec{v}_A + m_A (-\vec{v}_A) \\ = m_A \vec{v}_A - m_A \vec{v}_A \\ = \vec{0} \end{aligned}$$

Após a colisão, a soma é dada por  $m_A \vec{v}'_A + m_B \vec{v}'_B$ , que no caso presente vale

$$m_A(\vec{0}) + m_B(\vec{0}) = \vec{0}$$

Quer dizer, tanto antes como depois da colisão, o vector-soma dos produtos da massa pela velocidade tem o mesmo valor: zero.

*Exemplo 2:* Antes da colisão, os carros dirigem-se um para o outro com velocidade de igual módulo. A massa de um dos carros é dupla da do outro. Após a colisão, verifica-se que a velocidade do conjunto formado pelos dois carros colados um ao outro é igual a  $1/3$  da velocidade inicial do carro de maior massa. Em símbolos, tem-se

$$m_A = 2m_B, \quad \vec{v}_B = -\vec{v}_A, \quad \text{e} \quad \vec{v}'_A = \vec{v}'_B = \frac{1}{3}\vec{v}_A.$$

Antes da colisão:

$$\begin{aligned} m_A \vec{v}_A + m_B \vec{v}_B &= (2m_B)\vec{v}_A + m_B(-\vec{v}_A) \\ &= 2m_B \vec{v}_A - m_B \vec{v}_A \\ &= m_B \vec{v}_A \end{aligned}$$

Depois da colisão:

$$\begin{aligned} m_A \vec{v}'_A + m_B \vec{v}'_B &= (2m_B)\frac{1}{3}\vec{v}_A + m_B\frac{1}{3}\vec{v}_A \\ &= \frac{2}{3}m_B \vec{v}_A + \frac{1}{3}m_B \vec{v}_A \\ &= m_B \vec{v}_A \end{aligned}$$

De novo a soma das grandezas  $m\vec{v}$  é a mesma antes e depois da colisão, e portanto a equação geral descreve correctamente a colisão.

*Exemplo 3:* Dois carros aproximam-se um do outro; a massa de um dos carros é dupla da do outro. Antes da colisão, o módulo da velocidade do carro de menor massa é duplo do do carro de maior massa. Após a colisão, verifica-se que a velocidade do conjunto formado pelos dois carros colados um ao outro é igual a zero. Em símbolos, tem-se

$$m_A = 2m_B, \quad \vec{v}_B = -2\vec{v}_A \quad \text{and} \quad \vec{v}'_A = \vec{v}'_B = \vec{0}.$$

Antes da colisão:

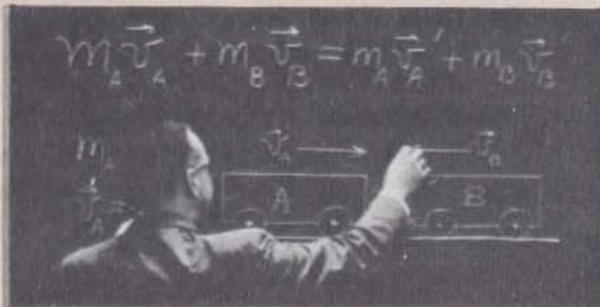
$$\begin{aligned} m_A \vec{v}_A + m_B \vec{v}_B &= (2m_B)\vec{v}_A + m_B(-2\vec{v}_A) \\ &= 2m_B \vec{v}_A - 2m_B \vec{v}_A \\ &= \vec{0} \end{aligned}$$

Depois da colisão:

$$m_A(\vec{0}) + m_B(\vec{0}) = \vec{0}$$

Novamente se verifica o princípio, que pode ser aplicado também a esta colisão, e *de facto a todas as colisões deste tipo*, independentemente das massas dos carros e das suas velocidades iniciais.

Nestes exemplos considerou-se apenas o movimento em linha recta. Todavia o princípio é mais útil em colisões não-frontais, em que os corpos se afastam segundo diferentes ângulos. Na página 26 apresenta-se um exemplo deste tipo de colisão.



**Q.5** Dois carros chocam de frente e ficam colados. Em que casos, dos que se seguem, os carros ficam imóveis imediatamente após a colisão?

	Carro A		Carro B	
	massa	módulo da velocidade antes do choque	massa	módulo da velocidade antes do choque
(a)	2 kg	3 m/s	2 kg	3 m/s
(b)	2	2	3	3
(c)	3	3	3	2
(d)	2	3	1	6

**9.3 Conservação do momento linear**

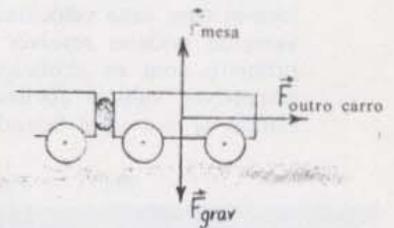
O produto da massa pela velocidade desempenha muitas vezes um papel interessante em mecânica, pelo que lhe foi dado um nome especial: em vez de se lhe chamar “quantidade de movimento”, como no tempo de Newton, actualmente designa-se por *momento linear*, ou simplesmente *momento*. O momento linear total de um conjunto ou de um sistema de corpos (por exemplo, os dois carros) é o vector-soma dos momentos lineares dos corpos que constituem o sistema. Em cada uma das colisões que examinámos, o momento linear do sistema considerado como um todo, isto é o vector-soma dos momentos das partes individuais do sistema, era o mesmo antes e depois da colisão. Além disso, o momento linear total não varia *durante* a colisão, como evidenciam os resultados típicos da experiência descrita na página 10. Assim, podemos resumir em poucas palavras as conclusões das experiências descritas: *o momento linear do sistema conserva-se*.

Se bem que tivéssemos chegado a esta regra estudando o caso particular de dois carros que ficam colados um ao outro após a colisão, verificaremos que a *lei de conservação do momento linear* é perfeitamente geral, ou seja, é uma lei universal. O momento linear de *qualquer* sistema conserva-se *se for satisfeita uma condição*: que seja nula a força resultante exterior aplicada ao sistema.

Para compreender o significado desta condição, examinemos as forças aplicadas a um dos carros. Cada carro está submetido à acção de três forças principais: uma força gravitacional dirigida para baixo,  $F_{grav}$ , exercida pela Terra; uma força de reacção dirigida para cima,  $F_{mesa}$ , exercida pela mesa; e, durante a colisão, uma força  $F_{outro\ carro}$ , exercida pelo outro carro. As duas primeiras forças evidentemente anulam-se entre si, já que o carro não tem movimento acelerado segundo a vertical, nem para cima nem para baixo. Portanto a força resultante aplicada ao carro é precisamente a força que sobre ele exerce o outro carro durante a colisão. (Para simplificar a discussão, admitiremos que as forças de atrito exercidas pela mesa e pelo ar sobre o carro são desprezáveis. Esta foi a razão de utilizar discos de neve carbónica, peças deslizantes sobre almofada de ar ou carros com rodas de atrito desprezável. Isto simplifica o estudo da lei de conservação do momento linear. No entanto, como veremos mais adiante, a lei é válida quer o atrito seja desprezável quer não).

Como o momento linear de um sistema é o vector-soma do momento linear de cada uma das suas partes, chama-se-lhe por vezes «momento linear total» do sistema. Admitiremos que «total» está subentendido.

GE 9.10-9.11



Forças que actuam sobre o carro B durante a colisão.

### Exemplo de Utilização da Lei de Conservação do Momento Linear

Eis um exemplo (fictício) que ilustra como se pode utilizar a lei de conservação do momento linear.

(a) Uma cápsula espacial, de massa igual a 1 000 kg, encontra-se imóvel no espaço, afastada do Sol e dos planetas. Um meteorito com a massa de 0,1 kg dirige-se para a cápsula com a velocidade de 1 000 m/s. Qual será a velocidade da cápsula (com o meteorito incorporado nela) após a colisão? Uma vez que a colisão se dá segundo uma linha recta, pode-se omitir a notação vectorial e usar os símbolos seguintes:

$m_A$	massa do meteorito	= 0,1 kg
$m_B$	massa da cápsula	= 1 000 kg
$v_A$	velocidade inicial do meteorito	= 1 000 m/s
$v_B$	velocidade inicial da cápsula	= 0
$v'_A$	velocidade final do meteorito	} = ?
$v'_B$	velocidade final da cápsula	

Segundo a lei de conservação do momento linear,

$$m_A v_A + m_B v_B = m_A v'_A + m_B v'_B$$

$$(0,1 \text{ kg})(1000 \text{ m/s}) + (1000 \text{ kg})(0) = (0,1 \text{ kg})v'_A + (1000 \text{ kg})v'_B$$

$$100 \text{ kg} \cdot \text{m/s} = (0,1 \text{ kg})v'_A + (1000 \text{ kg})v'_B$$

Dado que o meteorito se cola à cápsula,  $v'_A = v'_B$ , portanto pode-se escrever

$$100 \text{ kg} \cdot \text{m/s} = (0,1 \text{ kg})v'_A + (1000 \text{ kg})v'_A$$

$$100 \text{ kg} \cdot \text{m/s} = (1000,1 \text{ kg})v'_A$$

Por conseguinte

$$v'_A = \frac{100 \text{ kg} \cdot \text{m/s}}{1000,1 \text{ kg}} = 0,1 \text{ m/s}$$

Após a colisão, o conjunto cápsula-meteorito desloca-se com uma velocidade de 0,1 m/s. (Alternativamente pode-se resolver o problema trabalhando primeiro com os símbolos e substituindo-os pelos respectivos valores apenas no passo final. Substituindo  $v'_B$  por  $v'_A$  e fazendo  $v_B = 0$ , chega-se a

$$m_A v_A = m_A v'_A + m_B v'_A$$

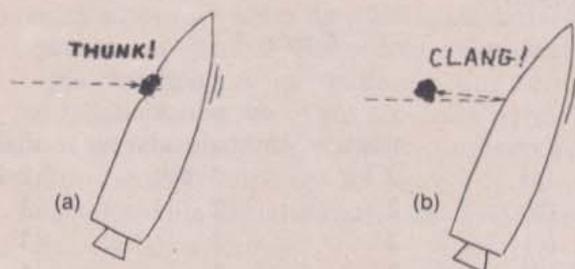
$$= (m_A + m_B)v'_A$$

Resolvendo a equação em ordem a  $v'_A$ , obtém-se

$$v'_A = \frac{m_A v_A}{(m_A + m_B)}$$

Esta equação é válida em geral para um projectil que colide (e nele se fixa) com um corpo inicialmente em repouso.

(b) Uma outra cápsula, idêntica à primeira e situada perto dela, está também inicialmente em repouso e sofre a colisão de um meteorito com a mesma massa e a mesma velocidade que o anterior. Mas este meteorito embate numa outra parte da



cápsula e não se incrusta nela; ressalta segundo a mesma direcção e em sentido oposto ao do embate, sem que varie praticamente o módulo da velocidade. (O número 9.24 do Guia de Estudo justifica de algum modo a razão de ser desta afirmação). Qual será a velocidade da cápsula após a colisão? Como a colisão se dá segundo uma linha recta, pode-se omitir a notação vectorial e exprimir a inversão de sentido mediante um sinal —.

Utilizando os mesmos símbolos que em (a), tem-se:

$m_A$	= 0,1 kg
$m_B$	= 1 000 kg
$v_A$	= 1 000 m/s
$v_B$	= 0
$v'_A$	= — 1 000 m/s
$v'_B$	= ?

De acordo com a lei de conservação do momento linear,

$$m_A v_A + m_B v_B = m_A v'_A + m_B v'_B$$

$$(0,1 \text{ kg})(1000 \text{ m/s}) + (1000 \text{ kg})(0) = (0,1 \text{ kg})(-1000 \text{ m/s}) + (1000 \text{ kg})v'_B$$

$$100 \text{ kg} \cdot \text{m/s} = -100 \text{ kg} \cdot \text{m/s} + (1000 \text{ kg})v'_B$$

$$v'_B = \frac{200 \text{ kg} \cdot \text{m/s}}{1000 \text{ kg}} = 0,2 \text{ m/s}$$

Após a colisão, a cápsula entra em movimento com uma velocidade duas vezes superior à velocidade da cápsula no caso (a). (Também aqui se pode deduzir uma solução geral simbólica, mas o resultado é válido apenas no caso especial de um projectil ressaltar de uma maneira perfeitamente elástica num corpo de massa muito superior à do projectil).

Há uma conclusão geral a tirar destes exemplos. Decorre da lei de conservação do momento linear que o momento linear de um objecto varia menos quando o objecto *absorve* o projectil do que quando o *reflecte*. Para assimilar isto, ajudar-nos-á meditar no seguinte: uma interacção em que se produz apenas a paragem do meteorito não é tão grande como uma interacção em que se produz a paragem do meteorito e em que, de seguida, o meteorito é rechaçado!

Os dois carros constituem um *sistema* de corpos, sendo cada carro uma parte do sistema. A força exercida por um carro sobre o outro carro é uma força exercida por uma parte do sistema sobre uma outra parte do sistema; não é uma força exercida sobre o sistema como um todo. Embora haja forças exteriores que actuam sobre o sistema (atracção terrestre e reacção da mesa), elas anulam-se entre si — em consequência, não há força resultante exterior, ou melhor, a força resultante exterior é nula. Pode-se dizer que o sistema está “isolado”. É sob esta condição que o momento linear de um sistema de corpos permanece constante ou é conservado.

Se a força resultante exterior aplicada a um sistema for nula, o momento linear do sistema não variará: esta é a *lei de conservação do momento linear*.

Até aqui considerámos apenas exemplos de corpos que exercem um sobre o outro forças por contacto directo e que ficam colados após a colisão. Mas o que é notável na lei de conservação do momento linear é que ela se aplica universalmente. Por exemplo:

a) É válida qualquer que seja o *tipo* de forças que os corpos exerçam uns sobre os outros: forças gravitacionais, forças eléctricas ou magnéticas, tensão de fios, compressão de molas, atracção ou repulsão. A soma dos  $m\vec{v}$  antes é igual à soma dos  $m\vec{v}$  depois da interacção.

b) Pouco importa que os corpos se colem ou rocem um no outro ou façam ricochete. Nem é mesmo necessário que se toquem; como é o caso por exemplo de dois ímans potentes que se repelem ou de uma partícula alfa que se aproxima de um núcleo e é repelida por ele. A lei de conservação do momento linear é ainda válida.

c) A lei não se aplica apenas a sistemas de dois objectos; pode haver qualquer número de objectos no sistema. Nestes casos, a equação de conservação envolve todos os objectos do sistema, havendo que considerar uma parcela correspondente a cada objecto em ambos os membros da equação.

d) O tamanho do sistema não tem importância. A lei aplica-se tanto a uma galáxia como a um átomo.

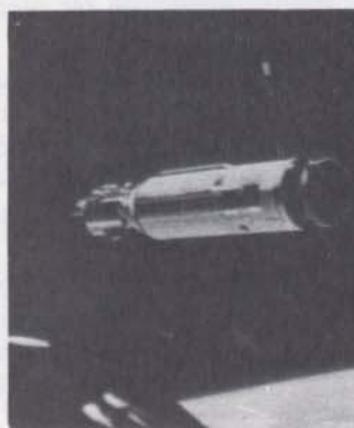
e) O ângulo da colisão também não importa. Em todos os exemplos estudados até aqui, considerámos colisões entre dois corpos deslocando-se ao longo da mesma linha recta; tratava-se de “colisões

Em geral, para  $n$  objectos pode escrever-se a lei sob a forma

$$\sum_{j=1}^n (m_j \vec{v}_j)_{\text{antes}} = \sum_{j=1}^n (m_j \vec{v}_j)_{\text{depois}}$$



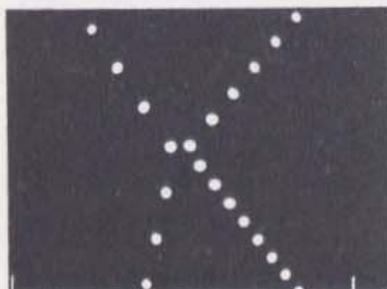
GE 9.12-9.15



a uma dimensão". Porém, se dois corpos chocarem de lado, em vez de chocarem frontalmente, cada um deles afastar-se-á segundo uma direcção diferente da de aproximação. A lei de conservação do momento linear aplica-se também a tais colisões a duas dimensões. (Recorde-se que o momento linear é uma grandeza vectorial). A lei de conservação do momento linear aplica-se igualmente a três dimensões; o vector-soma dos momentos é ainda o mesmo antes e depois da colisão.

Na página 14 encontra-se um exercício resolvido que o ajudará a familiarizar-se com a utilização da lei de conservação do momento linear. No fim deste capítulo encontra-se uma página especial sobre a análise de uma colisão bidimensional. Há também um conjunto variado de fotografias estroboscópicas no *Manual* e filmes sem-fim sobre colisão de corpos e explosão de objectos, inclusive a duas dimensões. Quanto mais exemplos analisar, mais ficará convencido que a lei de conservação do momento linear se aplica a *qualquer* sistema isolado.

O problema resolvido na página 14 evidencia um aspecto característico da física. Os problemas de física são sempre resolvidos estabelecendo primeiramente a expressão da lei *geral* e aplicando-a depois a uma situação específica. Tanto o aluno principiante como o físico experiente acham prático este procedimento mas, no fundo, também acham um tanto misterioso que se possa *fazer* isto — que algumas leis gerais da física permitam resolver uma quase infinidade de problemas individuais específicos. A vida quotidiana parece diferente: habitualmente não se pode deduzir respostas de leis gerais explícitas, pelo contrário tem-se de tomar rapidamente decisões intuitivas. Todavia, a maneira como um físico emprega as leis gerais para resolver problemas científicos torna-se, com a prática, perfeitamente natural e intuitiva também.



Uma das fotografias estroboscópicas que aparece no *Manual*.

**Q.6** Qual dos corpos seguintes tem menor momento linear? Qual tem maior momento linear?

- Uma bola lançada por um jogador de andebol;
- um avião a jacto em pleno voo;
- um avião a jacto dirigindo-se para o terminal do aeroporto depois de ter aterrado.

**Q7** Uma patinadora sobre gelo está imóvel sobre a superfície horizontal e lisa de um rink. Em consequência de ter apanhado uma bola de borracha que lhe lançaram horizontalmente, ela passa a mover-se com uma velocidade de módulo igual a 2 cm/s. Indique o valor aproximado do módulo da velocidade com que teria ficado a patinadora

- se a bola tivesse sido lançada com uma velocidade duas vezes maior;
- se a massa da bola fosse dupla;
- se a massa da patinadora fosse dupla;
- se a patinadora, em vez de apanhar a bola, a tivesse rechaçado no sentido oposto com a mesma velocidade (em módulo).

### Dedução da Lei de Conservação do Momento Linear a partir das Leis de Newton

Suponhamos que dois corpos de massas  $m_A$  e  $m_B$  exercem forças um sobre o outro (por atracção gravitacional, ou por fricção mútua, etc.). Designe  $\vec{F}_{BA}$  a força exercida sobre o corpo  $B$  pelo corpo  $A$  e  $\vec{F}_{AB}$  a força exercida sobre o corpo  $A$  pelo corpo  $B$ . Sobre qualquer dos corpos não actua nenhuma outra força não equilibrada; assim, os corpos constituem um sistema isolado. De acordo com a terceira lei de Newton, as forças  $\vec{F}_{AB}$  e  $\vec{F}_{BA}$  são, em cada instante, iguais em módulo e de sentidos opostos. Cada corpo actua sobre o outro durante exactamente o mesmo intervalo de tempo  $\Delta t$ . Aplicando a cada um dos corpos a segunda lei de Newton, obtém-se

$$\begin{aligned} \vec{F}_{AB} \Delta t &= \Delta(m_A \vec{v}_A) \\ \vec{F}_{BA} \Delta t &= \Delta(m_B \vec{v}_B) . \end{aligned}$$

Pela terceira lei de Newton

$$\vec{F}_{AB} \Delta t = -\vec{F}_{BA} \Delta t ,$$

portanto  $\Delta(m_A \vec{v}_A) = -\Delta(m_B \vec{v}_B)$ .

Suponhamos que cada uma das massas  $m_A$  e  $m_B$  é constante. Designem  $\vec{v}_A$  e  $\vec{v}_B$  as velocidades dos dois corpos num dado instante e  $\vec{v}'_A$  e  $\vec{v}'_B$  as suas velocidades num instante posterior. Então pode-se escrever a última equação como segue

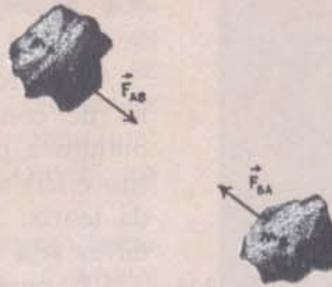
$$m_A \vec{v}'_A - m_A \vec{v}_A = -(m_B \vec{v}'_B - m_B \vec{v}_B) .$$

Rearranjando os termos desta equação, chega-se a

$$\begin{aligned} m_A \vec{v}'_A - m_A \vec{v}_A &= -m_B \vec{v}'_B + m_B \vec{v}_B \\ m_A \vec{v}'_A + m_B \vec{v}'_B &= m_A \vec{v}_A + m_B \vec{v}_B . \end{aligned}$$

que é precisamente a expressão da lei de conservação do momento linear.

O que acabámos de fazer para um sistema de dois corpos, pode ser feito analogamente para um sistema compreendendo um número qualquer de corpos. (Por exemplo, no número 9.22 do Guia de Estudo pede-se a dedução da lei de conservação do momento linear para um sistema de três corpos).



Aglomerados globulares de estrelas como este contêm dezenas de milhares de estrelas como o Sol mantidas em conjunto pela atracção gravitacional.

### 9.4 Momento linear e leis de Newton do movimento

Na Secção 9.2 desenvolvemos o conceito de momento linear e a lei de conservação do momento linear considerando os resultados obtidos a partir da colisão de carros. Estabelecemos leis “empíricas”, isto é, leis sintetizando resultados experimentais — não foram deduzidas da teoria. Foi desta maneira que a lei foi descoberta — “inventada” talvez seja o melhor termo — generalizando resultados de experiências.

GE 9.16

É possível mostrar agora, porém, que a lei de conservação do momento linear está implícita nas leis de Newton do movimento. Para o fazer basta um pouco de álgebra. Em primeiro lugar escreveremos a segunda lei de Newton sob uma forma um pouco diferente da que usámos anteriormente.

A segunda lei de Newton é uma relação entre a força resultante exterior  $\vec{F}_{res}$  aplicada a um corpo, a massa  $m$  do corpo e a sua aceleração  $\vec{a}$ :  $\vec{F}_{res} = m\vec{a}$ . Podemos também escrever esta lei em termos de *variação de momento linear* do corpo. Se nos lembrarmos que a aceleração é a taxa de variação da velocidade,  $\vec{a} = \Delta\vec{v}/\Delta t$ , podemos escrever a segunda lei como segue:

$$\vec{F}_{res} = m \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$

ou

$$\vec{F}_{res} \Delta t = m \Delta\vec{v}.$$

Se  $m$  é constante,  
 $\Delta(m\vec{v}) = m\vec{v}' - m\vec{v}$   
 $= m(\vec{v}' - \vec{v})$   
 $= m\Delta\vec{v}.$

A  $\vec{F}\Delta t$  chama-se «impulsão».

Se a massa do corpo for constante, a variação do seu momento linear  $\Delta(m\vec{v})$  é igual ao produto da massa do corpo pela variação da sua velocidade  $m(\Delta\vec{v})$ . Podemos então escrever

$$\vec{F}_{res} \Delta t = \Delta(m\vec{v}),$$

GE 9.17-9.20

isto é, o produto da força resultante exterior aplicada a um corpo pelo intervalo de tempo durante o qual esta força actua é igual à variação do momento linear do corpo.

Na segunda lei de Newton, «variação de movimento» significa variação de momento linear — ver Definição II no começo dos *Principia*.

Este enunciado da segunda lei de Newton é mais parecido com o que Newton utilizou no seu livro *Principia*. Em conjunto com a terceira lei de Newton, é quanto basta para podermos deduzir a lei de conservação do momento linear nos casos que estudámos. Os pormenores desta demonstração são dados na página 17.

GE 9.21-9.24

Em todos os exemplos precedentes considerámos que a massa de cada corpo era constante; mas uma variação de momento linear pode provir tanto de uma variação de massa como de uma variação de velocidade, ou das duas simultaneamente. Por exemplo, quando um foguetão expelle os gases de combustão, a sua massa diminui. A massa de um comboio de vagões de carvão aumenta quando se desloca sob um dispositivo que deixe cair carvão nos vagões. Na Unidade 5 o leitor aprenderá que a massa de *qualquer* corpo aumenta à medida que aumenta a sua velocidade (embora este efeito se torne apreciável apenas para velocidades extremamente elevadas). Como  $\vec{F}_{res} = m\vec{a}$  é a expressão da segunda lei de Newton aplicável aos casos particulares

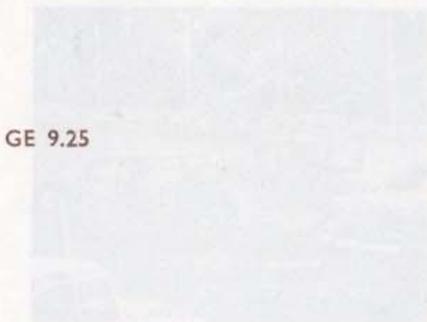
em que a massa é constante, esta forma não é apropriada para as situações em que a massa varia, como o não são também as formas da lei de conservação do momento linear que se baseiam na relação  $\vec{F}_{res} = m\vec{a}$ . Todavia podem ser deduzidas outras formas da lei que são apropriadas para sistemas cuja massa não é constante; ver, por exemplo, as primeiras páginas do artigo "Space Travel", na *Colectânea 5*.

Sob uma ou outra forma, a lei de conservação do momento linear pode ser deduzida das segunda e terceira leis de Newton. Contudo, a lei de conservação do momento linear permite-nos resolver muitos problemas que seriam de solução difícil ou impossível por aplicação directa das leis de Newton. Por exemplo, suponhamos um canhão livre de movimentos que dispara uma granada horizontalmente. Embora estando inicialmente em repouso, o canhão será obrigado a mover-se enquanto dispara a granada; ele *recua*. Os gases libertados pela explosão expandem-se no cano do canhão e empurram o canhão para trás tão violentamente quanto impelem a granada para a frente. Se dispuséssemos de um registo contínuo do módulo da força, podíamos aplicar a segunda lei de Newton separadamente ao canhão e à granada para determinar as suas acelerações, e após alguns passos mais (envolvendo cálculo) podíamos determinar os módulos da velocidade da granada e da velocidade de recuo do canhão. Mas, na prática, é muito difícil conseguir um registo contínuo do módulo da força, embora seja quase certo que decresce à medida que a granada se encaminha para a extremidade do cano. Em suma, seria muito difícil empregar as leis de Newton.

Todavia, podemos utilizar a lei de conservação do momento linear mesmo sem conhecer nada acerca da força. A lei de conservação do momento linear, porque é uma lei do tipo que estabelece "antes = depois", pode ser aplicada aos casos em que não dispomos de informação suficiente para aplicar as leis de Newton de instante a instante durante todo o intervalo de tempo que decorre entre "antes" e "depois". No caso do canhão e da granada, a lei de conservação do momento linear diz-nos que, como o momento linear do sistema (canhão mais granada) é igual a zero inicialmente, será também igual a zero após ter sido disparada a granada. Se conhecermos a massa de cada um dos corpos e pudermos medir a velocidade de um deles, então podemos calcular a velocidade do outro. (O filme sem-fim "Recuo" permite precisamente analisar um caso deste tipo). Por outro lado, se as velocidades de ambos os corpos puderem ser medidas, então podemos calcular a razão das suas massas. Na Unidade 6 veremos precisamente como este método foi utilizado para determinar a massa do neutrão recém-descoberto.



GE 9.25



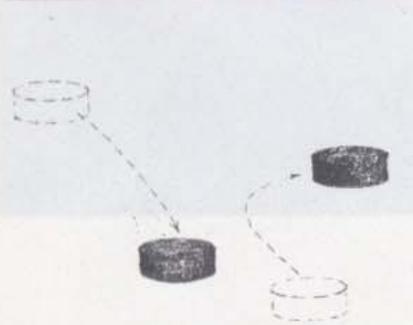
GE 9.26

GE 9.27

---

Q8 Dado que a lei de conservação do momento linear pode ser deduzida das leis de Newton, qual o seu interesse?

---



GE 9.28-9.33

### 9.5 Sistemas isolados

Existem semelhanças importantes entre as leis de conservação da massa e do momento linear. Em ambos os casos verificamos as leis mediante a observação de sistemas que foram de algum modo fechados ou isolados do resto do universo. Ao verificar ou ao aplicar a lei de conservação da *massa*, arranjamos um sistema (um frasco, por exemplo) que esteja isolado, de modo que não possa entrar nem sair matéria. Ao verificar ou ao aplicar a lei de conservação do *momento linear*, arranjamos um sistema que esteja isolado no sentido de que cada corpo do sistema não experimente a acção de qualquer força cuja origem seja exterior ao sistema.

Consideremos, por exemplo, a colisão de dois discos de neve carbónica numa mesa horizontal lisa. Dado que o atrito é quase desprezável, os discos constituem muito aproximadamente um sistema fechado ou isolado. Não é necessário incluir no sistema a mesa e a Terra, porque os seus efeitos individuais sobre cada disco se anulam reciprocamente; embora cada disco sofra a acção de uma força gravitacional exercida pela Terra, a mesa exerce sobre ele uma força de igual intensidade e de sentido contrário.

Mesmo neste exemplo artificial, o sistema não está perfeitamente isolado. Existe sempre uma ligeira fricção com o universo exterior — com a camada de gás sob o disco ou com as correntes de ar, por exemplo. As forças exteriores não são todas *completamente* contrabalançadas, e portanto os dois discos não constituem de facto um sistema verdadeiramente isolado. No entanto, em todos os casos reais pode-se imaginar que o sistema é alargado por forma a *incluir* as influências exteriores, obtendo-se um sistema em que as forças não contrabalançadas são desprezáveis.

Por exemplo, se dois carros derraparem numa estrada coberta de geada e colidirem, as forças de atrito exercidas pela estrada sobre cada carro podem valer algumas centenas de quilogramas. Ainda assim estas forças podem ser consideradas desprezáveis quando comparadas com a força enorme (muitas toneladas) exercida por cada carro sobre o outro quando colidem. Em muitos casos podemos desprezar a acção da estrada e considerar que o conjunto dos dois carros em derrapagem, *durante a colisão*, é muito aproximadamente um sistema isolado. Se o atrito com a estrada (ou com a mesa onde se deslocam os discos, etc.) for demasiado grande para poder ser ignorado, a lei de conservação do momento linear é ainda válida, mas devemos aplicá-la a um sistema maior, concretamente que inclua a estrada ou a mesa ou seja o que for. No caso dos carros em derrapagem ou dos discos, uma vez que a mesa ou a estrada está ligada à Terra, deveríamos incluir todo o globo terrestre no “sistema fechado”.

---

Q9 Defina o que entende por sistema “fechado” ou “isolado” no caso da lei de conservação da massa, e no caso da lei de conservação do momento linear.

Q10 Explique se cada um dos sistemas seguintes pode ser considerado ou não como um sistema isolado:

- uma bola lançada horizontalmente;
- um satélite artificial da Terra;
- a Terra e a Lua.

### 9.6 Colisões elásticas

Em 1666, membros da "Royal Society of London", recentemente fundada, assistiram a uma demonstração durante uma das reuniões regulares da Sociedade.

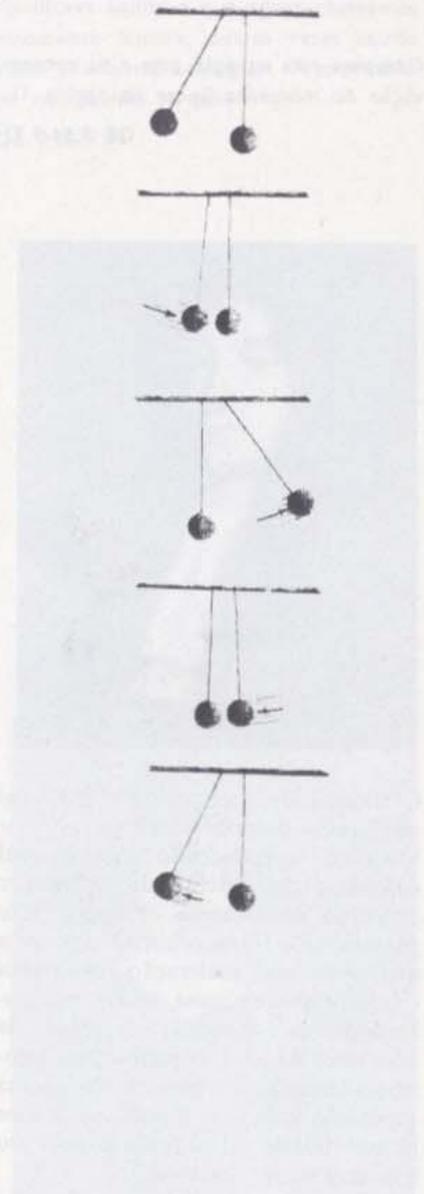
Duas bolas de madeira dura, de iguais dimensões, foram suspensas das extremidades de dois fios, de modo a constituírem dois pêndulos. Quando uma das bolas foi abandonada de uma certa altura, desceu e veio bater na outra, a qual havia ficado pendurada em repouso.

Após o choque, a primeira bola ficou quase imóvel e a segunda bola subiu até quase à mesma altura donde havia sido abandonada a primeira. Quando a segunda bola regressou e bateu na primeira, foi agora a segunda bola que ficou praticamente em repouso, e a primeira bola subiu até quase à mesma altura de onde havia partido. E assim o movimento das bolas prosseguiu, para um lado e para o outro, em sucessivas oscilações.

Esta demonstração despertou grande interesse entre os membros da Sociedade, tendo provocado também, nos anos que se seguiram, discussões acaloradas e muitas vezes confusas. Porque é que as bolas, após cada colisão, atingiam praticamente a altura donde haviam partido? Porque é que o movimento era "transferido" de uma bola para a outra no momento do choque? Porque é que a primeira bola não ressaltava para trás ou continuava a mover-se lentamente para a frente?

A lei de conservação do momento linear não exclui a possibilidade de se verificarem resultados diferentes; de facto, ela diz simplesmente que o momento linear da bola  $A$ , imediatamente antes da colisão com a bola  $B$ , é igual ao momento linear total de  $A$  e  $B$  imediatamente após o choque; ela nada diz sobre o modo como se reparte o momento linear por  $A$  e  $B$ . O facto de a bola  $A$  parar e a bola  $B$  partir com a velocidade inicial de  $A$  é apenas um de entre um número infinito de resultados diferentes possíveis e todos compatíveis com a lei de conservação do momento linear. Por exemplo, o momento linear seria conservado se a bola  $A$  ressaltasse para trás com uma velocidade 10 vezes superior à sua velocidade inicial e se a bola  $B$  fosse para a frente com uma velocidade 11 vezes superior à velocidade inicial de  $A$ .

Em 1668, três homens apresentaram à Sociedade as suas conclusões sobre o problema das colisões. Os três homens eram o matemático John Wallis, o arquitecto e cientista Christopher Wren e o físico Christiaan Huygens. Wallis e Wren deram respostas parciais a algumas das questões que se punham; Huygens analisou o problema pormenorizadamente.



Em símbolos gerais,  $\Delta \sum_j \frac{1}{2} m_j v_j^2 = 0$ .

Compare esta equação com a da conservação do momento linear na página 11.

GE 9.34-9.37



Christiaan Huygens (1629-1695) foi um físico holandês. Projectou um telescópio aperfeiçoado com o qual descobriu um satélite de Saturno e observou nitidamente os anéis deste planeta. Ele foi o primeiro a obter a expressão da aceleração centrípeta ( $v^2/R$ ), elaborou uma teoria ondulatória da luz e inventou um relógio de pêndulo. As suas contribuições científicas foram muito importantes e a sua reputação teria sido sem dúvida maior se não tivesse sido ofuscado pelo seu contemporâneo Newton.

Huygens, e outros que se lhe seguiram durante aproximadamente um século, não utilizou o factor  $\frac{1}{2}$ . À quantidade  $mv^2$  foi dado o nome *vis viva*, expressão latina que significa «força viva». Os cientistas dos séculos dezassete e dezoito interes-

Huygens explicou o comportamento dos pêndulos de madeira dura mostrando que, em tais colisões, uma *outra lei de conservação* se verifica, além da lei de conservação do momento linear. Não só se conserva o vector-soma das quantidades  $m\vec{v}$ , mas também a vulgar soma aritmética das quantidades  $mv^2$ ! Sob a forma algébrica moderna, a relação que ele descobriu pode ser escrita como segue

$$\frac{1}{2}m_A v_A^2 + \frac{1}{2}m_B v_B^2 = \frac{1}{2}m_A v_A'^2 + \frac{1}{2}m_B v_B'^2$$

A quantidade escalar  $\frac{1}{2}mv^2$  veio a chamar-se *energia cinética*. (A razão de ser do  $\frac{1}{2}$ , que não afecta realmente a relação no caso presente, compreender-se-á no capítulo seguinte). Assim, a equação anterior é a expressão matemática da lei de conservação da energia cinética, a qual se verificou aplicar-se à colisão de dois objectos “perfeitamente duros”. Uma simples demonstração algébrica evidencia que o resultado observado na reunião da Sociedade, em que a bola *A* pára e a bola *B* entra em movimento com a velocidade inicial de *A*, é o *único* resultado compatível *simultaneamente* com a conservação do momento linear e com a conservação da energia cinética (ver GE 9.34).

Uma questão se põe imediatamente: a lei de conservação da energia cinética é tão geral como a lei de conservação do momento linear? A energia cinética total é conservada em *qualquer* interacção que ocorra em *qualquer* sistema isolado?

É fácil ver que a resposta é negativa. Considere-se o primeiro exemplo da Secção 9.2, em que dois carros com massas iguais (e com massa de vidraceiro recobrimdo as superfícies que entram em contacto) se aproximam um do outro com velocidades de igual módulo, chocam, colam-se um ao outro e param. A energia cinética do sistema depois da colisão é 0, uma vez que a velocidade de ambos os carros é 0. Antes da colisão a energia cinética do sistema era  $\frac{1}{2}m_A v_A^2 + \frac{1}{2}m_B v_B^2$ . Dado que os termos  $\frac{1}{2}m_A v_A^2$  e  $\frac{1}{2}m_B v_B^2$  têm sempre valores positivos, a sua soma nunca pode ser igual a zero (a menos que tanto  $v_A$  como  $v_B$  sejam iguais a zero, caso em que não haveria colisão — e o problema nem se punha). A energia cinética *não* é conservada nesta colisão em que os corpos se colam um ao outro. De facto, em *nenhuma* colisão em que os corpos se colem um ao outro se verificará a conservação da energia cinética.

A lei de conservação da energia cinética não é, portanto, tão geral como a lei de conservação do momento linear. Quando dois corpos colidem, a energia cinética pode ser ou não ser conservada, conforme o tipo de colisão. Como Huygens salientou, a energia cinética é conservada desde que os corpos que colidem não se esmigalhem ou quebrem ou deformem ou colem um ao outro ou aqueçam ou sofram qualquer outra transformação que os modifique internamente. Aos corpos que, ao chocar, ressaltam sem sofrer qualquer destas transformações, dá-se o nome de “perfeitamente elásticos”, e as colisões entre tais corpos são chamadas “colisões perfeitamente elásticas”. Nas colisões perfeitamente elásticas o momento linear e a energia cinética são *ambos* conservados.

Na maior parte das colisões que nós observamos, a energia cinética não é conservada — a soma das quantidades  $\frac{1}{2}mv^2$  após a colisão é *menor* que antes da colisão. Consoante a quantidade de energia cinética

“perdida” na colisão, assim a colisão pode ser classificada como “parcialmente elástica” ou “perfeitamente inelástica”. A perda de energia cinética é máxima nas colisões perfeitamente inelásticas, quando os corpos que colidem ficam juntos.

As colisões entre esferas de aço, esferas de vidro, esferas de madeira dura, bolas de bilhar ou algumas bolas de borracha (borracha de silicone) são quase perfeitamente elásticas desde que as colisões não sejam tão violentas que danifiquem os corpos; a energia cinética total após a colisão é tipicamente da ordem de 96% do seu valor antes da colisão. Conhecem-se exemplos de verdadeiras colisões perfeitamente elásticas apenas em colisões entre átomos ou partículas subatómicas.

saram-se muito em distinguir e baptizar várias «forças». Eles utilizavam a palavra num sentido pouco preciso; significava por vezes um puxão ou um empurrão (como nos tempos modernos se usa coloquialmente a palavra força), por vezes significava aquilo a que agora chamamos «momento linear», outras vezes aquilo a que chamamos «energia». A expressão *vis viva* já não se usa.

GE 9.38-9.40

Q11 Qual das frases completa correctamente o enunciado? A energia cinética é conservada

- (a) em todas as colisões;
- (b) sempre que o momento linear é conservado;
- (c) nalgumas colisões;
- (d) quando os objectos que colidem não são muito duros.

Q12 A energia cinética nunca é negativa porque

- (a) as quantidades escalares são sempre positivas;
- (b) é impossível desenhar vectores com comprimento negativo;
- (c) o módulo da velocidade é sempre superior a zero;
- (d) é proporcional ao quadrado do módulo da velocidade.

## 9.7 Leibniz e a lei de conservação

René Descartes acreditava que a quantidade total de movimento no universo não variava. Escrevia ele nos seus *Principes de Philosophie* (1644):

É perfeitamente razoável admitir que Deus, que ao criar a matéria deu diferentes movimentos às suas partes, preserve toda a matéria nas mesmas condições em que a criou, portanto preserve nela a mesma quantidade de movimento.

Descartes propôs como definição da quantidade de movimento de um objecto o produto da massa pela velocidade (em módulo) do objecto. Mas, como se viu na Secção 9.2, esta grandeza conserva-se apenas em casos muito particulares.

Gottfried Wilhelm Leibniz estava ciente do erro das ideias de Descartes sobre o movimento. Numa carta datada de 1680, escrevia ele:

A física de Descartes tem uma grande falha; é que as suas regras do movimento ou leis da natureza, que constituem a base, são falsas na sua maior parte. Isto está demonstrado. E o seu grande princípio, que a quantidade de movimento é conservada no mundo, é um erro.



Descartes (1596-1650) foi o cientista francês mais importante do século XVII. Além da sua contribuição para a ideia da conservação do momento linear, ele é recordado pelos cientistas como o inventor dos sistemas de coordenadas e de representação gráfica das equações algébricas. O seu sistema de filosofia, que teve como modelo a estrutura da geometria, é ainda influente.

Todavia, Leibniz estava tão seguro como Descartes estivera que *algo* envolvendo movimento era conservado, e chamou-lhe “força”. Ele descreveu o que entendia por “força” num artigo publicado em 1686, pomposamente intitulado “Uma rápida demonstração de um erro famoso de Descartes e outros eruditos, respeitante à pretensa lei da natureza segundo a qual Deus preserva a mesma quantidade de movimento; pela qual, porém, a ciência da mecânica é completamente falseada”. Dizia ele que

...a força deve ser avaliada pela quantidade do efeito que pode produzir, por exemplo pela altura a que um corpo pesado pode ser elevado... e não pela velocidade que se lhe pode imprimir.

Analisando dados sobre altura e velocidade (em módulo), Leibniz acabou por identificar “força” com a quantidade  $mv^2$  (a que chamou *vis viva*).

Como Huygens havia salientado, a quantidade  $(\frac{1}{2})mv^2$  conserva-se apenas nas colisões perfeitamente elásticas. Na maior parte das colisões a quantidade total de  $(\frac{1}{2})mv^2$  após a colisão é sempre *menor* que antes da colisão. Ainda assim, Leibniz estava convencido que  $(\frac{1}{2})mv^2$  se conservava *sempre*. Para defender a sua lei de conservação, inventou uma explicação engenhosa para a perda aparente de *vis viva*. Afirmava ele que a *vis viva* não se perde nem se destrói, mas simplesmente “se dissipa por entre as partes pequenas” de que são feitos os corpos que colidem. Tratava-se de pura especulação e Leibniz não apresentou provas que a suportassem. Todavia, no Cap. 11 veremos que isto era uma antecipação das ideias modernas sobre a relação entre energia e o movimento das moléculas.

Mas Leibniz estendeu as ideias de conservação a outros fenómenos além das colisões. Por exemplo, quando se lança uma pedra verticalmente para cima, a quantidade  $(\frac{1}{2})mv^2$  diminui enquanto a pedra sobe, sem que ocorra qualquer colisão. No topo da trajectória  $(\frac{1}{2})mv^2$  vale momentaneamente zero, e então reaparece quando a pedra cai. Com perspicácia, Leibniz interrogou-se sobre se a “força” comunicada à pedra inicialmente é de algum modo *armazenada* enquanto a pedra sobe, em vez de se perder. Esta ideia de que  $(\frac{1}{2})mv^2$  é apenas uma parte de uma quantidade mais geral que se conserva realmente, conduzir-nos-á no Cap. 10 directamente à mais poderosa de todas as leis da ciência — a lei de conservação da energia.



Leibniz (1646-1716) foi um filósofo e diplomata alemão contemporâneo de Newton. Foi conselheiro de Luís XIV de França e de Pedro, o Grande, da Rússia. Independentemente de Newton, inventou o método de análise matemática denominado cálculo. Houve uma prolongada disputa pública entre os dois grandes homens resultante de acusações recíprocas de plágio de ideias.

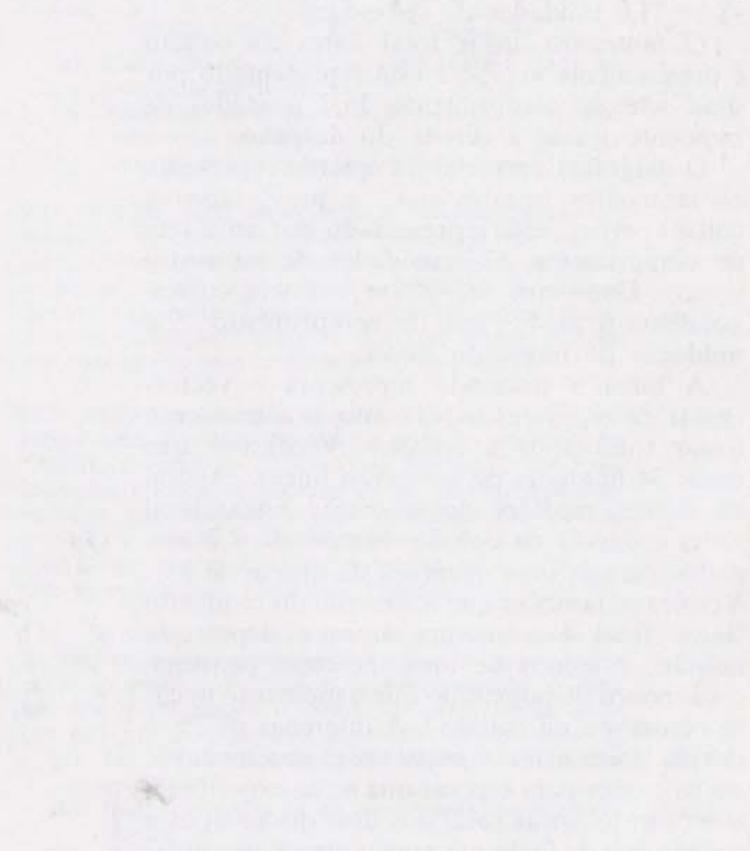
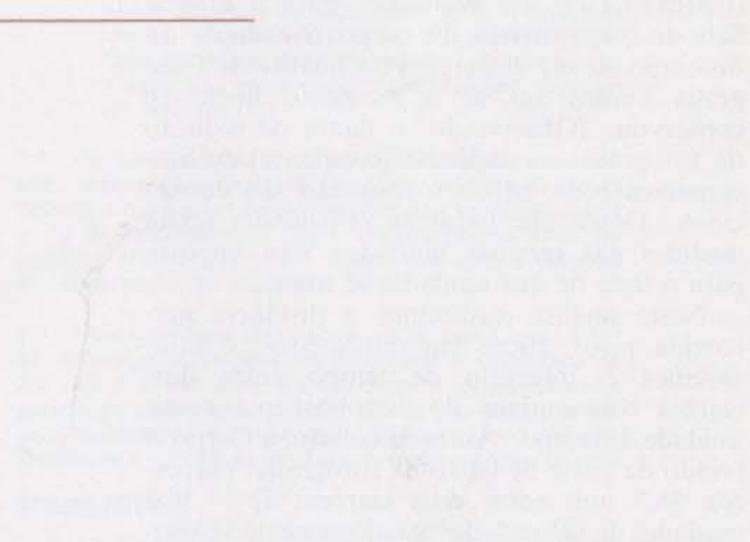
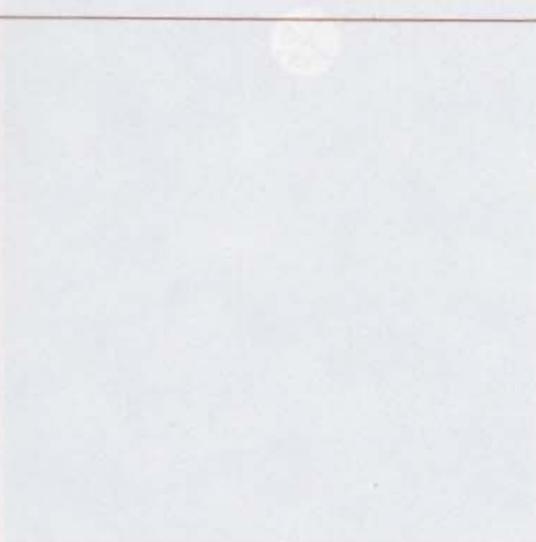
**Q13** Segundo Leibniz, o princípio de Descartes da conservação de  $mv$  era

- (a) correcto, mas trivial;
- (b) uma outra maneira de exprimir a conservação de *vis viva*;

- (c) incorrecto;
- (d) correcto apenas em colisões elásticas.

Q14 Como explicava Leibniz o aparente desaparecimento da quantidade  $(\frac{1}{2})mv^2$

- (a) durante o movimento ascendente de um objecto que se lançou ao ar?
  - (b) quando o objecto cai no solo?
- 



## Uma Colisão a Duas Dimensões

A fotografia estroboscópica mostra uma colisão entre dois discos de madeira numa "mesa horizontal sem atrito", vista de cima. Os discos deslizam sobre esferas de plástico minúsculas, o que elimina praticamente o atrito. O Corpo  $B$  (marcado com  $+$ ) está em repouso antes da colisão. Após a colisão ele move-se para a esquerda e o Corpo  $A$  (marcado com  $-$ ) desloca-se para a direita. Sabe-se que a massa do corpo  $B$  é dupla da do corpo  $A$ :  $m_B = 2m_A$ . Pela análise da fotografia iremos ver se o momento linear se conservou. (Observação: o factor de redução da fotografia e a cadência (constante) de funcionamento do estroboscópio não são conhecidos. Desde que todas as velocidades sejam medidas nas mesmas unidades, não importa para o teste de que unidades se trata).

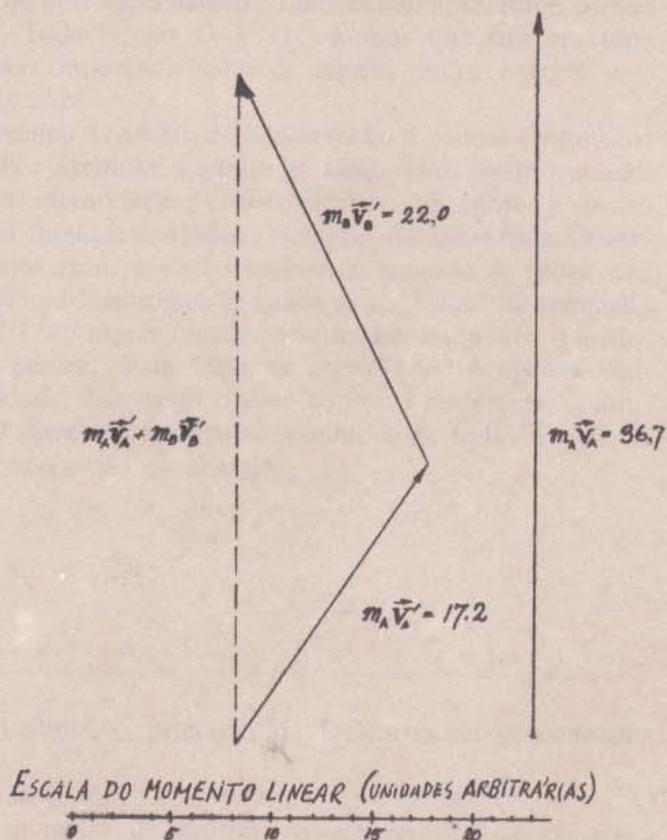
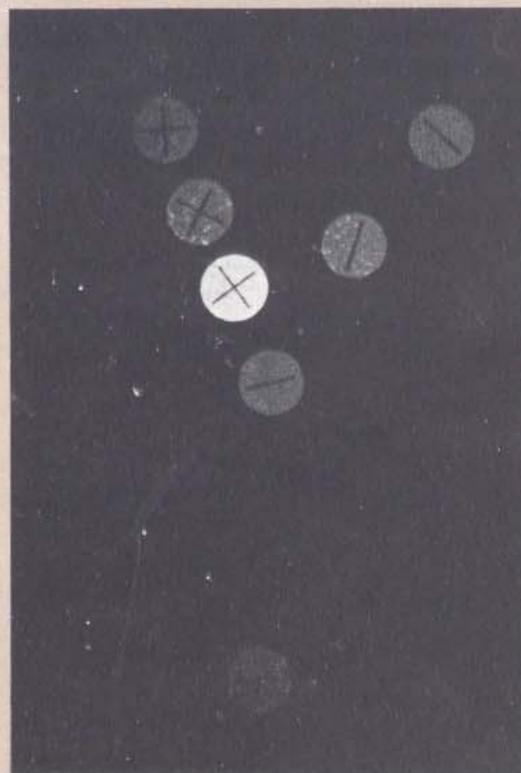
Nesta análise mediremos a distância percorrida pelos discos em centímetros, e utilizaremos o intervalo de tempo entre dois clarões consecutivos do estroboscópio como unidade de tempo. Antes da colisão, o Corpo  $A$  (vindo da parte de baixo da fotografia) percorreu 36,7 mm entre dois clarões:  $\vec{v}_A = 36,7$  unidades de velocidade. Analogamente se verifica que  $\vec{v}_A' = 17,2$  unidades de velocidade e  $\vec{v}_B' = 11,0$  unidades de velocidade.

O momento linear total antes da colisão é precisamente  $m_A \vec{v}_A$ ; e está representado por uma seta de comprimento 36,7 unidades de momento linear à direita do desenho.

O diagrama vectorial à esquerda representa os momentos lineares  $m_A \vec{v}_A'$  e  $m_B \vec{v}_B'$  após a colisão;  $m_A \vec{v}_A'$  está representado por uma seta de comprimento 17,2 unidades de momento linear. Dado que  $m_B = 2m_A$ , a seta correspondente a  $m_B \vec{v}_B'$  tem de comprimento 22,0 unidades de momento linear.

A linha a tracejado representa o vector-soma de  $m_A \vec{v}_A'$  e  $m_B \vec{v}_B'$ , isto é, o momento linear total após a colisão. Verifica-se que mede 34 unidades de momento linear. Assim, os valores medidos do momento linear total antes e depois da colisão diferem de 2,7 unidades, ou seja uma diferença da ordem de 7%. Verifica-se também que a *direcção* do momento linear total é a mesma antes e depois da colisão, a menos de uma incerteza pequena.

Teremos demonstrado que o momento linear se conservou na colisão? A diferença de 7% é devida unicamente a imprecisões das medidas, ou há razões para esperar que nesta experiência o momento linear total dos dois discos após a colisão seja de facto um pouco menor que antes da colisão?



9.1 O material de aprendizagem do Projecto Física particularmente apropriado para o Capítulo 9 inclui:

*Experiências*

- Colisões a Uma Dimensão
- Colisões a Duas Dimensões

*Filmes Sem-Fim*

- Colisões a Uma Dimensão I
- Colisões a Uma Dimensão II
- Colisões Inelásticas a Uma Dimensão
- Colisões a Duas Dimensões I
- Colisões a Duas Dimensões II
- Colisões Inelásticas a Duas Dimensões
- Dispersão de um Grupo de Objectos
- Explosão de um Grupo de Objectos

*Transparências*

- Colisões a Uma Dimensão
- Colisões a Duas Dimensões de Massas Iguais
- Colisões a Duas Dimensões de Massas Desiguais
- Colisões Inelásticas a Duas Dimensões

Adicionalmente, os artigos da "Colectânea 3", *The Seven Images of Sciences and Scientific Cranks* são de interesse geral para o curso.

9.2 Certamente Lavoisier não examinou todos os casos possíveis de interacção. Que justificação tinha ele para afirmar que a massa se conservava "em todas as operações da arte e da natureza"?

9.3 Estima-se que todos os anos caem sobre a Terra pelo menos 2000 toneladas de poeira de meteoritos. Esta poeira é constituída na sua maior parte por fragmentos que estavam em órbita em torno do Sol.

- (a) É razoável considerar a Terra (cuja massa vale cerca de  $6 \times 10^{21}$  toneladas) como um sistema fechado relativamente à lei de conservação da massa?
- (b) Que tamanho deveria ter o sistema, incluindo a Terra, para ser completamente fechado?

9.4 Pensa que em sua vida, quando construírem balanças de maior precisão, poderá assistir a experiências que mostrem que a lei de conservação da massa não é inteiramente válida em reacções químicas ocorrendo em sistemas fechados?

9.5 Dayton C. Miller, investigador de renome no "Case Institute of Technology", demonstrou que dois objectos colocados lado a lado num dos pratos de uma balança não equilibram exactamente dois outros objectos idênticos colocados um sobre o outro no outro prato da balança. (Isto é devido ao facto de a influência da gravidade decrescer com a distância ao centro da Terra). Contradiz esta experiência a lei de conservação da massa?

9.6 Um brinquedo de criança chamado Cobra consiste numa pequena pastilha de tiocianato de mercúrio. Quando se inflama, começa a formar-se e a sair da pequena pastilha um rolo longo e ondulado, donde o nome do brinquedo. Imagine e descreva uma experiência que permitisse verificar a lei de conservação da massa neste caso.

9.7 Considere a seguinte reacção química, que foi estudada por Landolt para verificar a lei de conservação da massa. Num recipiente fechado mistura-se uma solução de 19,4 g de cromato de potássio em 100,0 g de água

com uma solução de 33,1 g de nitrato de chumbo em 100,0 g de água. Forma-se um precipitado sólido amarelo vivo, que assenta no fundo do recipiente. Uma vez retirado do líquido, verifica-se que o precipitado tem uma massa de 32,3 g e que as suas propriedades são diferentes das dos reagentes.

- (a) Qual é a massa do líquido remanescente? (Suponha que a massa total de todas as substâncias do sistema se mantém constante).
- (b) Se o líquido remanescente (após remoção do precipitado amarelo) for aquecido a 95°C, a água nele contida evapora-se, ficando um sólido branco. Qual é a massa do sólido branco? (Suponha que a água não entra em qualquer reacção, nem em (a) nem em (b)).

9.8 Um carro parado é atingido em cheio por um carro com uma massa dupla da sua; os dois carros ficam colados e o conjunto desloca-se com uma velocidade igual a  $\frac{2}{3}$  da velocidade do carro em movimento antes da colisão. Mostre que isto é consistente com a equação de conservação do momento linear.

9.9 Uma carruagem de mercadorias de massa igual a  $10^5$  kg desloca-se sobre uma via horizontal à velocidade de 2,0 m/s e colide com uma carruagem de mercadorias parada de massa igual a  $1,5 \times 10^5$  kg. As duas carruagens enfeixam-se e rolam em conjunto após o choque. Determine a velocidade das duas carruagens após a colisão.

SUGESTÕES:

A equação geral de conservação do momento linear para um sistema de dois corpos é

$$m_A \vec{v}_A + m_B \vec{v}_B = m_A \vec{v}_A' + m_B \vec{v}_B'$$

- (a) Quais são as grandezas cujo valor é dado no enunciado do problema?
- (b) Rearranje os termos no sentido de obter uma expressão para  $\vec{v}_A'$ .
- (c) Determine o valor de  $\vec{v}_A'$ . (Repare que  $\vec{v}_A' = \vec{v}_B'$ .)

9.10 Foi-lhe dada uma definição técnica precisa de momento ou momento linear (*momentum* em inglês). Consulte um bom dicionário (de português e de inglês) e registre os vários significados atribuídos à palavra. Encontra nesses significados mais gerais algo de semelhante à nossa definição? Quantos dos significados parecem ser consistentes com a definição técnica dada?

9.11 Benjamim Franklin, em correspondência com o seu amigo James Bowdoin (fundador e primeiro presidente da "American Academy of Arts and Sciences"), levantava objecções à teoria corpuscular da luz dizendo que uma partícula deslocando-se a uma velocidade tão elevada ( $3 \times 10^8$  m/s) teria o impacto de uma bola de 10 kg lançada por um canhão com a velocidade de 100 m/s. Que massa atribuía Franklin à "partícula de luz"?

9.12 Se colocarmos ímans potentes no topo de cada um de dois carros, e orientarmos os ímans de modo a que pólos do mesmo sinal fiquem de frente quando se lança um dos carros contra o outro, os carros afastar-se-ão um do outro sem que haja realmente contacto entre si.

- (a) Em que sentido se pode chamar a isto uma colisão?
- (b) Será aplicável a lei de conservação do momento linear?
- (c) Descreva um processo que permitisse testar a sua resposta à questão (b).

9.13 A partir da equação

$$m_A \vec{v}_A + m_B \vec{v}_B = m_A \vec{v}'_A + m_B \vec{v}'_B$$

mostre que a variação de momento linear do objecto *A* é igual e oposta à variação de momento linear do objecto *B*. Usando o símbolo  $\Delta p$  para exprimir a variação de momento linear, reescreva a lei de conservação do momento linear para dois corpos. Como seria para 3 corpos?

9.14 Uma pessoa lança uma bola ao ar, verticalmente, com grande velocidade. É evidente que o momento linear da bola não se conserva: primeiramente, o momento linear diminui, enquanto a bola sobe; depois, quando a bola cai, o momento linear aumenta. Qual é o tamanho do "sistema fechado" para o qual o momento linear da bola, em conjunto com os outros corpos desse sistema (diga quais), é conservado? Que acontece ao resto do sistema quando a bola sobe? e quando desce?

9.15 Se todos os habitantes da Terra estivessem reunidos num campo e saltassem com uma velocidade inicial de 1 m/s,

- (a) Durante quanto tempo estariam no ar?
- (b) Que altura atingiriam?
- (c) Qual seria a velocidade da Terra no seu movimento para baixo?
- (d) De que distância se deslocaria a Terra?
- (e) Que tamanho deveria ter o campo?

9.16 Chegou Newton à lei de conservação do momento linear nos *Principia*? Se dispuser de um exemplar desta obra, leia o Corolário III e a Definição II (precisamente antes e depois das três leis).

9.17 Se a massa permanecer constante, então  $\Delta(mv) = m(\Delta v)$ . Verifique esta relação por substituição de valores numéricos, por exemplo no caso em que *m* vale 3 unidades e *v* varia de 4 a 6 unidades.

- 9.18 (a) Porque é que os paquetes ou os aviões transoceânicos não podem fazer viragens muito apertadas?  
 (b) Com base no conhecimento que tem da relação entre momento linear e força, comente as notícias sobre objectos voadores não identificados que fazem viragens muito apertadas em pleno voo.

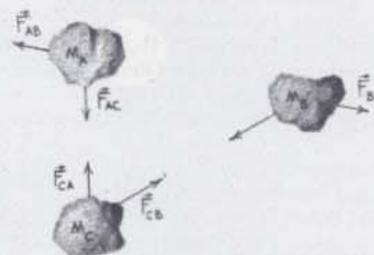
9.19 Uma rapariga em "skis" (massa de 60 kg, incluindo os "skis") atinge a base de uma encosta com a velocidade de 20 m/s. Qual é o seu momento linear? Ela choca com um montão de neve e pára ao fim de 3 segundos. Qual a força que a neve exerce sobre a rapariga? A que distância penetra a rapariga no montão de neve? Que acontece ao seu momento linear?

9.20 Durante as competições desportivas, as forças exercidas sobre certas partes do corpo, sobre a bola, etc., podem ser espantosamente grandes. Para ilustrar isto, considere as forças que entram em jogo quando se bate uma bola de golfe. Suponha que a massa da bola é 0,46 kg. Com base na fotografia estroboscópica da página 29 da Unidade 1, na qual o intervalo de tempo entre dois clarões era 0,01 s, calcule:

- (a) a velocidade da bola após o impacto;
- (b) o valor do momento linear após o impacto;

- (c) a duração do impacto;
- (d) a força média exercida sobre a bola durante o impacto.

9.21 No *Texto* deduz-se a lei de conservação do momento linear para dois corpos a partir das terceira e segunda leis de Newton. O princípio da conservação da massa é essencial para esta dedução? Se sim, onde é que entra?



9.22 Considere um sistema isolado de três corpos, *A*, *B* e *C*. As forças actuando entre os corpos podem ser diferenciadas por um índice: por exemplo, a força exercida sobre o corpo *A* pelo corpo *B* pode ser representada pelo símbolo  $\vec{F}_{AB}$ . Pela terceira lei de Newton,  $\vec{F}_{BA} = -\vec{F}_{AB}$ . Como o sistema está isolado, a única força que actua sobre cada corpo é a soma das forças exercidas sobre esse corpo pelos outros dois; por exemplo:  $\vec{F}_A = \vec{F}_{AB} + \vec{F}_{AC}$ . A partir destes princípios, mostre que a variação do momento linear total do sistema será igual a zero.

9.23 A questão GE 4.23, no Capítulo 4, referia-se à colocação em órbita lunar de uma cápsula Apolo. A pergunta era: Dadas a velocidade  $v_0$  necessária à entrada em órbita e a velocidade *v*, no momento presente, quanto tempo deverá funcionar o foguetão, cuja força propulsora vale *F*, para comunicar à cápsula de massa *m* a velocidade precisa? Na altura o problema foi resolvido considerando a aceleração.

- (a) Responda à pergunta mais directamente considerando a variação do momento linear.
- (b) Qual seria o momento linear total de todo o gás de escape do foguetão?
- (c) Se a "velocidade de escape" do gás fosse  $v_e$ , qual seria aproximadamente a massa de combustível necessária?

9.24 (a) Mostre que, quando dois corpos colidem, as suas variações de velocidade são inversamente proporcionais às suas massas. Isto é, se  $m_A$  e  $m_B$  forem as massas e  $\Delta \vec{v}_A$  e  $\Delta \vec{v}_B$  as variações de velocidade, mostre que

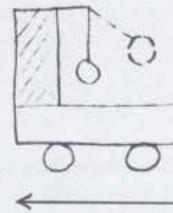
$$\frac{\Delta v_A}{\Delta v_B} = \frac{m_B}{m_A}$$

- (b) Com base na lei de conservação do momento linear, mostre que, se uma partícula leve (um chumbo de espingarda de pressão de ar, por exemplo) ressaltar num objecto maciço (a esfera de um lançador de peso, por exemplo), a velocidade da partícula leve varia muito mais que a velocidade do objecto maciço.
- (c) Para uma colisão elástica frontal entre um corpo de massa  $m_A$  deslocando-se com a velocidade  $v_A$  e um corpo de massa  $m_B$  parado, combinando as

equações de conservação do momento linear e de conservação da energia cinética chega-se à relação

$$v_A' = \frac{v_A(m_A - m_B)}{(m_A + m_B)}$$

Mostre que se o corpo *B* tiver uma massa muito maior que o corpo *A*, então  $v_A'$  é praticamente igual a  $v_A$  — isto é, o corpo *A* ressalta em sentido inverso sem perda de velocidade (em módulo) apreciável.



**9.25** A equação  $m_A \vec{v}_A + m_B \vec{v}_B = m_A \vec{v}_A' + m_B \vec{v}_B'$  é perfeitamente geral e aplicável a um número incalculável de situações distintas. Por exemplo, consideremos uma granada de 10 kg disparada por um canhão de 1 000 kg. Se a granada for atirada com uma velocidade de 1 000 m/s, qual será a velocidade de recuo do canhão? (Suponha que o canhão recua sem que intervenham forças de atrito). Conselho: a sua resposta pode incluir os seguintes passos:

- Se *A* se refere ao canhão e *B* à granada, quais são os valores de  $\vec{v}_A$  e de  $\vec{v}_B$  (antes do disparo)?
- Quanto vale o momento linear total antes do disparo?
- Quanto vale o momento linear total depois do disparo?
- Compare o valor dos momentos lineares do canhão e da granada depois do disparo.
- Compare as razões entre as velocidades (em módulo) e as massas da granada e do canhão após o disparo.

**9.26** Os motores do primeiro andar do foguetão Apollo/Saturno desenvolvem uma força propulsora média de 35 milhões de newtons durante 150 s. (O foguetão completo pesa 28 milhões de newtons perto da superfície da Terra).

- Qual o valor do momento linear adquirido pelo foguetão durante aquele intervalo de tempo?
- A velocidade final do veículo é 9800 km/hora. Que é preciso saber para calcular a massa do veículo?

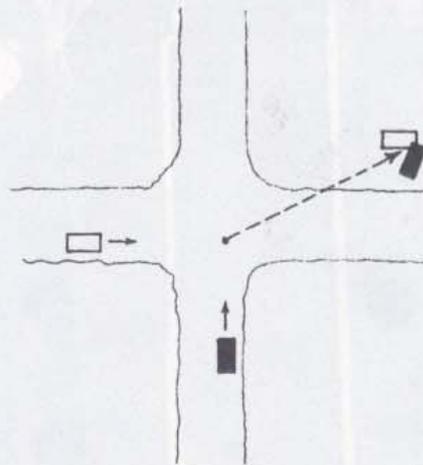
**9.27** A segunda lei de Newton pode ser escrita sob a forma  $\vec{F} \cdot \Delta t = \Delta(m\vec{v})$ . Utilize a segunda lei para explicar os seguintes factos:

- É mais seguro saltar para uma rede esticada por bombeiros ou para um monte de feno do que para solo duro.
- Quando saltamos de uma certa altura, devemos dobrar os joelhos ao chegar ao solo em vez de manter as pernas rígidas.
- As cabeças dos martelos são feitas geralmente em aço e não em borracha.
- Alguns carros têm pára-choques em plástico que, sob um impacto, se deformam, mas que retomam lentamente a sua forma original. Outros têm o pára-choques da frente um tanto pontagudo.

**9.28** Um estudante de física, tendo aprendido a matéria relativa a colisões elásticas e leis de conservação, pensa que poderá construir um carro autopropulsado. Ele tenciona fixar ao carro um pêndulo oscilante, tipo “super-bola”, e um bloco, de tal modo que quando a bola atinge a parte mais baixa da sua trajectória, colide

com o bloco e ressalta elasticamente. Admite poder comunicar assim ao veículo uma série de impulsos que o farão avançar.

- Este projecto será bem sucedido? (Suponha que a “super-bola” é perfeitamente elástica). Justifique a sua resposta.
- Que aconteceria se o carro tivesse uma velocidade inicial para a frente?
- Que aconteceria se o carro tivesse uma velocidade inicial para trás?



**9.29** Um relatório de polícia descreve um acidente em que dois veículos colidem (inelasticamente) num cruzamento de estradas de campo, com gelo. Os carros deslizaram e pararam num campo, como se mostra no desenho esquemático. Suponha que as massas dos carros são aproximadamente iguais.

- Que se pode afirmar, em termos de comparação, sobre as velocidades (em módulo) dos dois carros antes da colisão?
- De que dados necessitaria para calcular as velocidades reais dos carros?
- Que hipóteses simplificadoras admitiu ao responder a (b)?

**9.30** Dois discos ligados entre si por uma mola estão sobre uma mesa horizontal onde podem deslocar-se sem atrito.

- Podem ser considerados como um sistema isolado?
- Em que é que as forças gravitacionais envolvidas afectaram a sua resposta?
- Que se passa com as forças exercidas pelos discos sobre a Terra?
- Qual deveria ser o tamanho do sistema para poder ser considerado como completamente isolado?

9.31 Um caçador dispara uma arma de fogo horizontalmente sobre um alvo colocado numa encosta. Descreva a variação do momento linear do caçador, da bala, do alvo e da Terra. O momento linear conserva-se

- (a) no momento do disparo?
- (b) quando a bala acerta no alvo?
- (c) durante o voo da bala?

9.32 Uma bola de bilhar movendo-se à velocidade de 0,8 m/s colide com a tabela da mesa. A colisão é frontal e pode ser considerada como perfeitamente elástica. Qual é o momento linear da bola

- (a) antes do impacto?
- (b) depois do impacto?

(Os especialistas sabem que isso depende do movimento de rotação imprimido à bola, mas, para simplificar o problema, despreze esta condição).

- (c) Qual a variação do momento linear da bola?
- (d) O momento linear conserva-se?

9.33 Discuta a conservação do momento linear do sistema figurado que reproduz um desenho do Livro *Le Petit Prince* (O Príncipezinho). Que aconteceria

- (a) se ele pulasse para o ar?
- (b) se ele corresse à volta?



O príncipezinho sobre o estardoide B612

9.34 Quando uma bola colide com outra de igual massa e parada, a primeira bola pára e a segunda entra em movimento com a velocidade que tinha a primeira. Na página 22 afirma-se que este resultado é o único consistente simultaneamente com as leis de conservação do momento linear e da energia cinética. (Quer dizer, se  $m_A = m_B$  e  $v_B = 0$ , então o resultado deve ser  $v_A' = 0$  e  $v_B' = v_A$ ). Combinando as equações que exprimem as duas leis de conservação, mostre que a afirmação é correcta. (Sugestão: Reescreva as equações substituindo  $m_A$  e  $m_B$  por  $m$  e fazendo  $v_B = 0$ ; resolva a equação simplificada do momento linear em ordem a  $v_A'$ ; substitua o valor na equação simplificada da energia cinética e resolva-a em ordem a  $v_B'$ ).

9.35 Preencha os espaços em branco do quadro seguinte:

Objecto	$m$ (kg)	$v$ (m/s)	$mv$ (kg.m/s)	$\frac{1}{2}mv^2$ (kg.m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> )
bola de basebol	0,14	30,0	—	—
disco de hóquei no gelo	—	50,0	8,55	—
superbola	0,050	1,5	—	—
automóvel	1460	—	—	$1,79 \times 10^6$
mosquito	—	—	$2,0 \times 10^5$	$4,0 \times 10^{-6}$
jogador de futebol	—	—	—	—

9.36 Duas bolas, uma das quais tem uma massa tripla da outra, movendo-se com a mesma velocidade (em módulo), chocam frontalmente. A bola de maior massa pára e a outra entra em movimento em sentido inverso com uma velocidade (em módulo) dupla da que tinha inicialmente. Mostre que tanto o momento linear como a energia cinética se mantêm.

9.37 Suponha que o momento linear e a energia cinética se conservam na colisão frontal de uma bola de massa  $m$  e velocidade  $v$  com uma segunda bola de massa  $3m$  em repouso. Com base no princípio de conservação do momento linear e da energia cinética, determine a velocidade das duas bolas após a colisão.

9.38 Imagine uma maneira de estimar numericamente em que medida uma colisão é “perfeitamente elástica” — por exemplo, a colisão de uma bola que ressalta no solo.

9.39 Aplique a lei de conservação do momento linear na discussão qualitativa das situações seguintes: um homem nadando; um barco mudando de rumo; um homem andando; um foguetão descolando; uma espingarda disparando; um avião a hélice em movimento retilíneo e em movimento circular; um avião a jacto subindo; uma maçã caindo à terra; um cometa sendo capturado pelo Sol; uma nave espacial deixando a Terra; um núcleo atómico emitindo uma pequena partícula.

9.40 Descreva as variações de energia cinética envolvidas no exercício do salto à vara desde a corrida do saltador até à queda no colchão.



10.1	Trabalho e energia cinética	33
10.2	Energia potencial	35
10.3	Conservação de energia mecânica	38
10.4	Forças que não realizam trabalho	41
10.5	Calor e a máquina a vapor	43
10.6	James Watt e a revolução industrial	48
10.7	As experiências de Joule	54
10.8	Energia em sistemas biológicos	56
10.9	Formulação de uma lei geral	61
10.10	Um enunciado preciso e geral da lei de conservação da energia	66
10.11	Fé na conservação da energia	68



# Energia

## 10.1 Trabalho e energia cinética

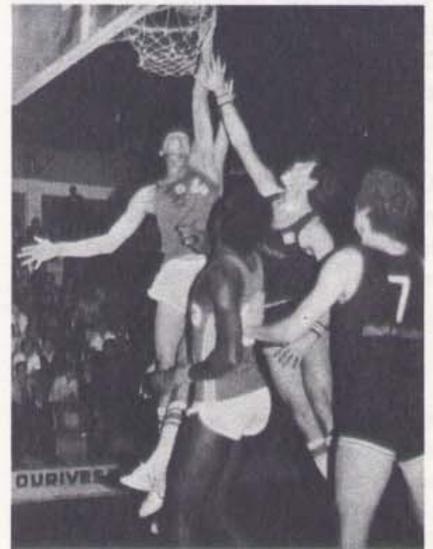
Na linguagem corrente dizemos que lançar a bola, recebê-la e correr no decurso de uma partida de basquetebol é “jogar”, mas sentar-se a uma secretária, escrever e pensar é “trabalhar”. Todavia, na linguagem da física, diremos que enquanto estudamos realizamos pouco trabalho, ao passo que na partida de basquetebol realizamos muito trabalho. A expressão “realizar trabalho” significa algo de muito preciso em física: significa “exercer uma força sobre um objecto deslocando-se o objecto na direcção da força”. Quando se lança uma bola, aplica-se-lhe uma grande força durante um percurso de cerca de um metro; realiza-se portanto muito trabalho. Pelo contrário, para virar as páginas de um livro, exerce-se apenas uma pequena força numa distância curta; portanto, não se realiza muito trabalho — isto no sentido em que a palavra trabalho é entendida em física.

Suponha que é empregado numa fábrica para levantar caixas do chão e colocá-las num tapete rolante à altura da cintura. Neste caso a linguagem comum está de acordo com a linguagem da física ao afirmar-se que está realizando trabalho: se levantar duas caixas de uma só vez, efectua duas vezes mais trabalho do que se levantar uma só; e o mesmo acontecerá se colocar uma caixa num tapete rolante situado a uma distância dupla do chão. O trabalho que realiza depende simultaneamente da *intensidade* da força que tem de exercer sobre a caixa e da *distância* de que desloca a caixa na direcção da força.

Com este exemplo em mente, podemos agora elaborar uma definição de trabalho que seja útil em física — uma definição que nos permita atribuir um valor numérico ao conceito. O trabalho  $W$  realizado por uma força  $\vec{F}$  que actua sobre um objecto define-se como sendo o produto da intensidade  $F$  da força pela distância  $d$  de que se desloca o objecto, na direcção de  $\vec{F}$ , sob a acção da força:

$$W = Fd$$

Para levantar uma caixa pesando 100 newton a uma altura de 0,8 metro é preciso exercer uma força vertical para cima de 100 newton.



GE 10.1

Repare que o trabalho que executa sobre uma caixa não depende da *rapidez* com que o executa.

Dada a maneira como a distância  $d$  é aqui definida, a expressão  $W = Fd$  é correcta. Contudo, não diz explicitamente como calcular  $W$  se o movimento não for exactamente na direcção da força. A definição implica que  $d$  seja a componente do deslocamento ao longo da direcção de  $\vec{F}$ ; e, assim, a expressão é inteiramente correcta.

O trabalho realizado sobre a caixa vale  $100 \text{ newton} \times 0,8 \text{ metro} = 80 \text{ newton} \cdot \text{metro}$ .

A partir da nossa definição de trabalho infere-se que não se realiza trabalho quando não há deslocamento. Qualquer que seja a força com que se empurre uma parede, não se realiza trabalho se a parede não se mover. Também não se realiza trabalho quando o deslocamento é perpendicular à direcção da força. Ao transportar uma pasta com livros (sustendo-a contra a atracção gravitacional terrestre para a manter a uma altura constante) não se realiza trabalho desde que se caminhe por forma a que a pasta se desloque segundo uma linha horizontal.

Se bem que o trabalho seja um conceito útil em si mesmo, a sua utilidade reside sobretudo no facto de ser essencial à compreensão do conceito de energia. Há um grande número de formas de energia. Algumas delas serão examinadas neste capítulo. Defini-las-emos no sentido de podermos dizer como podem ser medidas, como podem ser expressas algebricamente e como a energia muda de uma forma para outra. O conceito *geral* de energia é muito difícil de definir, mas a definição de algumas formas *particulares* de energia não oferece grande dificuldade, e é através do conceito de trabalho que melhor podem ser dadas estas definições.

A grande importância do conceito de trabalho deriva de que o trabalho representa uma quantidade de energia transformada, isto é que passa de uma forma para outra. Por exemplo, quando se lança uma bola e, portanto, se realiza trabalho sobre ela, há transformação de energia química, que o corpo produz a partir dos alimentos e do oxigénio, em energia de movimento da bola. Quando se levanta uma pedra (realizando trabalho sobre ela), há transformação de energia química em energia potencial gravitacional. Se a pedra for largada, a Terra atrai-a (realiza trabalho sobre a pedra), e a energia potencial gravitacional é transformada em energia de movimento. Quando a pedra choca com o solo, comprime-o (realiza trabalho sobre ele), e a energia de movimento da pedra é transformada em calor. Estas são algumas das formas que a energia toma, e o trabalho é uma medida da quantidade de energia transferida.

Na página seguinte mostra-se como se pode utilizar a definição de trabalho  $W = Fd$  em conjunto com as leis de Newton do movimento para obter a expressão da forma de energia que é talvez a mais simples de utilizar — a forma a que temos chamado “energia de movimento”. De recordar que um corpo em movimento tem muitas características que estão ligadas a noções distintas — por exemplo, módulo da velocidade  $v$  (Cap. 1), velocidade  $\vec{v}$  (Cap. 3), momento linear  $m\vec{v}$  (Cap. 9). Vimos também como os pensadores do século XVII tentaram atingir uma ideia clara sobre uma quantidade que se *conservasse* em todo o movimento. Imaginemos agora que exercemos uma força de intensidade constante  $F$  sobre um objecto de massa  $m$ , acelerando-o numa distância  $d$  desde o repouso até a uma velocidade de módulo  $v$ . Usando a segunda lei de Newton, pode-se mostrar em poucos passos de álgebra que

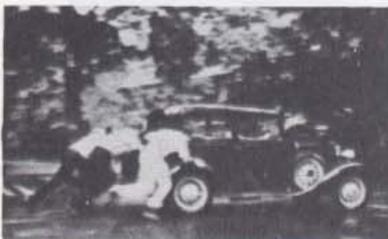
$$Fd = \frac{1}{2}mv^2$$

Repare que o trabalho é uma grandeza escalar. Uma definição mais geral de trabalho será apresentada na Secção 10.4.

A equação  $W = Fd$  implica que o trabalho seja sempre uma quantidade positiva. Contudo, por convenção, quando a força exercida sobre um corpo se opõe ao seu

A convenção dos sinais surge naturalmente de uma definição mais correcta do trabalho mecânico como  $W = Fl \cos \theta$  em que  $\theta$  é o ângulo entre  $\vec{F}$  e  $\vec{l}$ .

GE 10.2



Os pormenores desta dedução são dados na primeira metade da página 36, "Realizando Trabalho sobre um Trenó".

Como se viu,  $Fd$  é a expressão do trabalho realizado sobre o objecto por qualquer que seja o agente que exerce a força  $F$ . O trabalho realizado sobre o objecto é igual à quantidade de energia transformada (pode tratar-se de energia química como no exemplo da página 36) em energia de movimento do objecto. A energia de movimento de um objecto num instante qualquer é dada pela quantidade  $\frac{1}{2}mv^2$  nesse instante, a que se chama *energia cinética*. Utilizaremos o símbolo  $EC$  para representar a energia cinética:

$$EC = \frac{1}{2}mv^2$$

Compreende-se agora a razão por que escrevemos  $\frac{1}{2}mv^2$  em vez de  $mv^2$  no Capítulo 9. Se uma das quantidades se conserva, o mesmo acontece com a outra — e a conservação era o que nos interessava então. Todavia  $\frac{1}{2}mv^2$  está relacionada de uma maneira simples com o conceito de trabalho, pelo que se torna uma expressão mais útil para a energia de movimento.

A equação  $Fd = \frac{1}{2}mv^2$  obteve-se considerando o caso de um objecto inicialmente em repouso, isto é com energia cinética inicial igual a zero. De uma maneira geral o objecto pode estar já em movimento quando a força lhe é aplicada. Neste caso o trabalho realizado pela força sobre o objecto é ainda igual à variação da sua energia cinética:

$$Fd = \Delta(EC)$$

em que  $\Delta(EC)$  é, por definição, igual a  $(\frac{1}{2}mv^2)_{\text{final}} - (\frac{1}{2}mv^2)_{\text{inicial}}$ . A demonstração desta equação geral encontra-se na segunda coluna da página 36.

Uma vez que o trabalho é definido como o produto de uma força por uma distância, a sua unidade no sistema SI é o *newton*  $\times$  *metro* ou *newton*.*metro*. Ao *newton*.*metro* também se chama *joule* (abreviadamente  $J$ ). O *joule* é a unidade de trabalho ou de energia.

Q1 Se uma força  $F$  actuar sobre um objecto enquanto este se desloca de uma distância  $d$  na direcção da força, o trabalho realizado sobre o objecto é (a)  $F$ , (b)  $Fd$ , (c)  $F/d$ , (d)  $\frac{1}{2}Fd^2$ .

Q2 A energia cinética de um corpo de massa  $m$  com velocidade de módulo  $v$  é (a)  $\frac{1}{2}mv$ , (b)  $\frac{1}{2}mv^2$ , (c)  $mv^2$ , (d)  $2mv^2$ , (e)  $m^2v^2$ .

## 10.2 Energia potencial

Como se viu na secção precedente, ao realizar trabalho sobre um objecto pode-se aumentar a sua energia cinética. Mas pode-se realizar trabalho sobre um objecto *sem* aumentar a sua energia cinética. Por exemplo, para elevarmos um livro na vertical é necessário realizar trabalho sobre o livro mesmo se o elevarmos a uma velocidade pequena

A palavra grega *kinetos* significa «em movimento».

A velocidade de um objecto tem de ser medida em relação a um referencial, de modo que a energia cinética é também uma grandeza relativa. Ver GE 10.3.

GE 10.3-10.8

O nome da unidade de energia e trabalho homenageia J. P. Joule, um físico inglês do século dezanove, famoso pelas suas experiências em que mostrou que o calor é uma forma de energia (ver Secção 10.7). Hoje não há acordo geral quanto à pronúncia do nome de Joule. Segundo uns deve ler-se como «jule» e segundo outros como «jaule». A maioria dos físicos prefere a primeira.

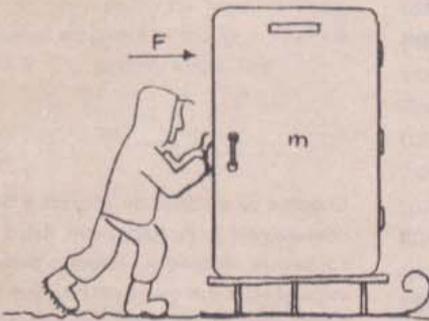
## Realizando Trabalho sobre um Trenó

Suponhamos que um trenó carregado, de massa  $m$ , está inicialmente em repouso sobre uma superfície gelada em que o atrito é desprezável. O leitor, calçado com sapatos de bicos, exerce uma força horizontal constante  $F$  sobre o trenó. O peso do trenó é compensado pela reacção do gelo, exercida de baixo para cima, portanto  $F$  é a força resultante aplicada ao trenó. O leitor continua a empurrar, correndo cada vez mais rapidamente para acompanhar o trenó em movimento acelerado, até que o trenó tenha percorrido uma distância  $d$ .

Como a força resultante  $F$  é constante, a aceleração do trenó é constante. Duas equações que se aplicam ao movimento em que se parte do repouso com aceleração constante, são

$$\begin{aligned} v &= at \\ \text{e} \quad d &= \frac{1}{2}at^2 \end{aligned}$$

em que  $a$  designa a aceleração do corpo,  $t$  o intervalo de tempo durante o qual ele acelera



(isto é, o intervalo de tempo durante o qual uma força resultante actua sobre o corpo),  $v$  a velocidade final do corpo e  $d$  a distância percorrida pelo corpo no intervalo de tempo  $t$ .

De acordo com a primeira equação,  $t = v/a$ . Se substituirmos esta expressão de  $t$  na segunda equação, obtemos

$$d = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}a \frac{v^2}{a^2} = \frac{1}{2} \frac{v^2}{a}.$$

O trabalho realizado sobre o trenó é  $W = Fd$ . Da segunda lei de Newton,  $F = ma$ , portanto

$$\begin{aligned} W &= Fd \\ &= ma \times \frac{1}{2} \frac{v^2}{a}. \end{aligned}$$

Esta expressão pode simplificar-se eliminando a aceleração, e obtém-se

$$W = \frac{1}{2}mv^2.$$

Quer dizer: o trabalho realizado neste caso pode ser calculado precisamente a partir da massa do corpo e da sua velocidade final. Pode-se mostrar, mediante matemática mais avançada, que o resultado é o mesmo quer a força seja constante quer não.

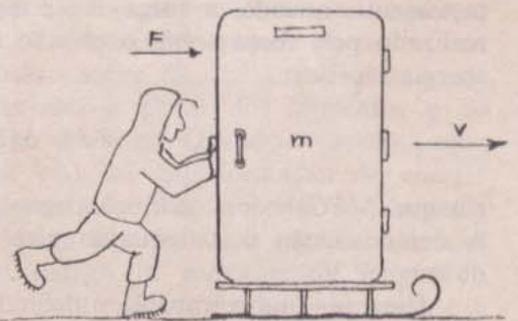
Mais geralmente, pode-se mostrar que a variação da energia cinética de um corpo já em movimento é igual ao trabalho realizado sobre o corpo. Por definição de velocidade média,

$$d = v_{\text{méd}} t.$$

Se considerarmos um corpo acelerado uniformemente cuja velocidade varia de  $v_0$  a  $v$ , a velocidade média durante o intervalo de tempo  $t$  é  $\frac{1}{2}(v + v_0)$ , portanto

$$d = \frac{v + v_0}{2} \times t.$$

Por definição de aceleração,  $a = \Delta v/t$ ; em consequência,  $t = \Delta v/a = (v - v_0)/a$ .



Substituindo  $t$  por  $(v - v_0)/a$ , obtém-se

$$\begin{aligned} d &= \frac{v + v_0}{2} \times \frac{v - v_0}{a} \\ &= \frac{(v + v_0)(v - v_0)}{2a} \\ &= \frac{v^2 - v_0^2}{2a}. \end{aligned}$$

O trabalho  $W$  realizado é  $W = Fd$ , ou, atendendo a que  $F = ma$ ,

$$\begin{aligned} W &= ma \times d \\ &= ma \times \frac{v^2 - v_0^2}{2a} \\ &= \frac{m}{2} (v^2 - v_0^2) \\ &= \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2. \end{aligned}$$

e constante de tal modo que a sua energia cinética permaneça constante. Ao realizar este trabalho, estamos gastando energia química armazenada no nosso corpo; mas em que forma de energia a estamos transformando?

A resposta é, como sugeriu Leibniz, a seguinte: há “energia” associada com a altura a que um objecto se encontra acima do nível do solo. A justeza desta ideia torna-se evidente quando se deixa cair o livro — a energia associada à altura diminui na medida em que a energia cinética de queda aumenta. À energia associada à altura chama-se *energia potencial gravitacional*. Elevando o livro cada vez mais alto, aumenta a energia potencial gravitacional. Se se deslocar um objecto verticalmente para cima, de uma distância  $d$ , sob a acção de uma força  $\vec{F}$ , sem variar a sua energia cinética, então o acréscimo da energia potencial gravitacional,  $\Delta(EP)_{\text{grav}}$  é igual a

$$\Delta(EP)_{\text{grav}} = Fd.$$

Pode-se considerar a energia potencial como uma energia *armazenada*. Se deixarmos cair um livro, a energia potencial gravitacional diminuirá durante a queda, e a energia cinética aumentará correspondentemente. Quando o livro atingir a altura inicial, toda a energia potencial gravitacional que foi armazenada durante a elevação se terá transformado em energia cinética.

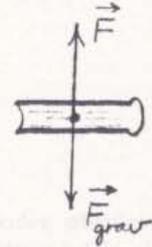
Muitas aplicações úteis decorrem desta ideia de energia potencial ou armazenada. Por exemplo, o martelo a vapor usado na construção é elevado por vapor a alta pressão, que lhe “injecta” energia, e depois deixa-se converter naturalmente a energia potencial gravitacional em energia cinética. Uma ideia engenhosa consiste em utilizar energia eléctrica excedentária, durante períodos de menor consumo, para bombear água para um reservatório alto. Mais tarde, quando o maior consumo de electricidade assim o exige, a água é deixada correr para movimentar geradores eléctricos.

Há outras formas de energia potencial, além da gravitacional. Por exemplo, se se esticar uma fita de borracha ou uma mola, aumenta-se a sua *energia potencial elástica*. Quando se solta a fita de borracha, ela pode ceder a energia armazenada a um projectil sob a forma de energia cinética. Parte do trabalho efectuado a encher um balão elástico é também armazenada como energia potencial.

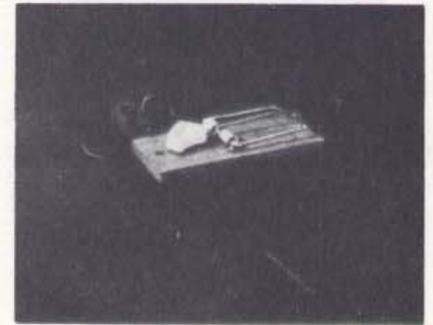
Outras formas de energia potencial estão associadas com outros tipos de forças. Num átomo, os electrões carregados negativamente são atraídos pelo núcleo carregado positivamente. Se um electrão for *afastado* do núcleo por uma força externa, a *energia potencial eléctrica* aumentará. Se for permitido o regresso do electrão à posição inicial, a energia potencial diminuirá e a energia cinética do electrão aumentará.

Se aproximarmos dois imãs (por exemplo, em pequenos carros) de modo a que os pólos nortes estejam frente a frente, a *energia potencial magnética* aumentará. Quando abandonados, os imãs afastar-se-ão, ganhando energia cinética à custa da energia potencial.

Onde está localizada a energia potencial em todos estes casos? Poderia parecer à primeira vista que “pertence” ao corpo que se moveu. Mas esta não é a melhor interpretação. Não esqueçamos que sem o outro objecto — a Terra, o núcleo, o outro imã — o trabalho não teria



Para levantar o livro a velocidade constante, tem de exercer-se uma força  $\vec{F}$  para cima igual em intensidade ao peso  $\vec{F}_{\text{grav}}$  do livro. O trabalho que se realiza ao levantar o livro ao longo da distância  $d$  é  $Fd$ , que é numericamente igual a  $F_{\text{grav}}d$ . Ver GE 10.9 e 10.10.



A ratoeira contém energia potencial elástica.

GE 10.11

GE 10.12

aumentado qualquer forma de energia potencial. Teria, sim, aumentado apenas a energia cinética do objecto sobre o qual se realizasse trabalho. A energia potencial não percente somente a *um* dos corpos que interactuam, mas sim a todo o sistema interactuante! De facto, a energia potencial existe em cada um ou em todos os corpos interactuantes. Por exemplo, um dos imãs poderia ficar com toda a energia cinética se o largássemos e mantivéssemos o outro parado. Se fosse possível prender um livro a um gancho que o mantivesse fixo algures num ponto do espaço, a Terra “cairia” para o livro. A Terra adquiriria então a mesma energia cinética, à custa da energia potencial acumulada, que o livro adquire quando cai livremente para a Terra.

GE 10.13

O trabalho realizado sobre o sistema Terra-livro é igual à energia despendida a partir da nossa reserva de energia química.

O aumento da energia potencial gravitacional, que ocorre ao levantar-se um livro “pertence” ao sistema Terra-livro e não somente ao livro. O trabalho é executado por um agente “externo” (nós), aumentando a energia total do sistema Terra-livro. Quando o livro cai, é em resposta a forças exercidas por uma parte do sistema sobre a outra e portanto a *energia total* do sistema não se altera — apenas se converte de *EP* em *EC*. Isto é discutido com mais detalhe na secção seguinte.

Q3 Se uma pedra de massa  $m$  cair na vertical percorrendo a distância  $d$ , solicitada pelo seu peso  $F_{grav} = ma_g$ , a diminuição de energia potencial é (a)  $md$ , (b)  $ma_g$ , (c)  $ma_g d$ , (d)  $\frac{1}{2}md^2$ , (e)  $d$ .

Q4 Quando se comprime uma mola realiza-se trabalho.

A energia potencial elástica (a) desaparece, (b) parte a mola, (c) aumenta, (d) diminui.

Q5 Dois objectos carregados electricamente repelem-se.

Para aumentar a energia potencial eléctrica, deve-se

- (a) mover os objectos mais depressa;
- (b) mover um objecto num círculo em torno do outro objecto;
- (c) colar uma fita de borracha aos objectos;
- (d) afastar os objectos;
- (e) aproximar os objectos.

### 10.3 Conservação de energia mecânica

Na Secção 10.1 foi estabelecido que a quantidade de trabalho efectuado sobre um objecto é igual à quantidade de energia transformada de uma forma para outra. Por exemplo, a energia química de um músculo é transformada em energia cinética de uma bola lançada. Esta afirmação implica que a *quantidade* de energia envolvida não se altera — somente a sua *forma* se altera. Isto é particularmente evidente em movimentos onde não se aplicam forças “exteriores” a um sistema mecânico.

Durante a queda livre de uma pedra, por exemplo, há transformação contínua de energia potencial gravitacional do sistema pedra-Terra em energia cinética. Se não houver atrito apreciável do ar, então a *diminuição* da energia potencial gravitacional em qualquer ponto do percurso é igual ao *aumento* da energia cinética. Do mesmo

modo, se uma pedra for lançada para cima, o *aumento* da energia potencial gravitacional entre dois pontos quaisquer do seu percurso é igual à *diminuição* da energia cinética. Para uma pedra a cair ou a subir (sem forças externas tais como o atrito), vem

$$\Delta(EP)_{\text{grav}} = -\Delta(EC) .$$

Esta relação pode escrever-se sob a forma

$$\Delta(EC) + \Delta(EP)_{\text{grav}} = 0$$

ou, ainda mais concisamente,

$$\Delta(EC + EP_{\text{grav}}) = 0 .$$

Se chamarmos a  $(EC + EP_{\text{grav}})$  *energia mecânica total* do sistema, então a *variação* da energia mecânica total é *zero*. Isto equivale a dizer que a energia mecânica total  $(EC + EP_{\text{grav}})$  permanece constante — é *conservada*.

Afirmção semelhante pode ser feita para uma corda de guitarra a vibrar. Quando a corda é inicialmente puxada, o sistema corda-guitarra tem bastante energia potencial elástica. Quando a corda é abandonada, a energia potencial elástica diminui enquanto a energia cinética da corda aumenta.

Quando a corda vibra por si própria desde a sua posição de equilíbrio até à posição de máxima tensão, a sua energia cinética diminui e a energia potencial elástica aumenta. Enquanto vibra, há uma transformação repetida de energia potencial elástica em energia cinética e vice-versa. Se não houvesse perda de energia mecânica (como através das ondas sonoras que se propagam), a diminuição de energia potencial elástica em qualquer ponto do movimento da corda seria acompanhada por um igual aumento de energia cinética, e vice-versa.

$$\Delta(EP)_{\text{elástica}} = -\Delta(EC) .$$

Num caso ideal destes, a energia mecânica total  $(EC + EP_{\text{elástica}})$  permanece constante — é conservada.

Vimos que a energia potencial de um sistema pode ser transformada em energia cinética de qualquer parte do sistema, e vice-versa. A energia potencial também pode ser transformada numa outra forma de energia potencial sem variação da *energia total*  $(EC + EP)$ . Podemos escrever esta regra de vários modos:

$$\Delta EC = -\Delta EP$$

ou

$$\Delta EC + \Delta EP = 0$$

ou

$$\Delta(EC + EP) = 0$$

ou

$$EC + EP = \text{constante} .$$

Estas equações exprimem de modos diferentes a *lei de conservação da energia mecânica* para o caso em que não existe força “exterior”. Se, contudo, uma força exterior realizar o trabalho  $W$  sobre uma parte

As equações desta secção são verdadeiras quando o atrito é desprezável. Alargaremos o âmbito mais tarde de modo a incluir o atrito, que pode provocar a conversão de energia mecânica em calor.

GE 10.14



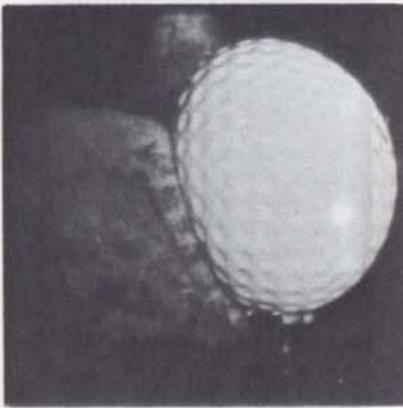
Até aqui temos considerado sempre apenas *variações* da EP. Há uma certa subtilidade em definir o valor real da EP. Ver GE 10.15.

do sistema, a energia do sistema aumenta também de  $W$ . Consideremos, por exemplo, um sistema mala-Terra. Se efectuarmos trabalho sobre a mala, ao levá-la do solo até ao segundo andar, a energia mecânica total do sistema Terra-mala aumentará. Se o transportador for incluído no sistema, então é de admitir uma diminuição da sua energia química interna em proporção com o trabalho realizado, de modo que a energia *total* do sistema transportador + mala + Terra não se altera.

Em virtude de poder derivar-se das leis do movimento de Newton, a lei de conservação da energia mecânica não nos diz nada que não pudéssemos, em princípio, saber também a partir das leis do movimento de Newton. Contudo, há situações em que não temos informações suficientes sobre as forças em presença para aplicarmos as leis de Newton; é então que a lei de conservação da energia mecânica evidencia a sua utilidade. Dentro em pouco veremos como a lei adquiriu uma generalidade enorme e, portanto, se tornou muito útil para a compreensão de uma imensa variedade de fenómenos naturais.

Uma colisão perfeitamente elástica é um bom exemplo de uma situação em que muitas vezes não podemos aplicar as leis do movimento de Newton, porque não sabemos e não podemos medir facilmente a força que um objecto exerce sobre o outro durante a colisão. Nós sabemos que durante a colisão real, os objectos deformam-se mutuamente, como se pode ver ao lado na fotografia da bola de golfe. As deformações são produzidas por forças elásticas, de modo que parte da energia cinética dos objectos que colidem se transforma em energia potencial elástica à medida que os objectos se deformam mutuamente. Depois a energia potencial elástica transforma-se novamente em energia cinética à medida que os objectos se separam. Se os objectos e o ambiente em redor forem exactamente os mesmos, como antes (a mesma forma, a mesma temperatura, etc.), então toda a energia potencial elástica terá sido convertida em energia cinética.

Este conhecimento é útil mas incompleto. A lei de conservação da energia mecânica só nos dá a energia cinética *total* dos objectos depois da colisão, e não a energia cinética de cada objecto separadamente. (A aplicação das leis de Newton, com informação suficiente disponível, daria resultados mais pormenorizados, nomeadamente a velocidade de *cada* um dos objectos). Recordemos que a lei de conservação do momento linear também nos proporcionou um conhecimento útil mas incompleto. Podemos utilizá-la para achar o momento linear *total*, mas não os vectores momento linear *individuais*, de objectos elásticos em colisão. No Capítulo 9 vimos como a conservação do momento linear e a conservação da energia mecânica limitam em conjunto os possíveis resultados de colisões perfeitamente elásticas. Para o caso de dois objectos que colidem, estas duas restrições de conservação são suficientes para dar uma solução exacta para as duas velocidades depois da colisão. Para sistemas mais complicados, a conservação de energia ainda é importante porque geralmente não estamos interessados no conhecimento pormenorizado do movimento de cada uma das partes do sistema. É mais que certo não nos importarmos, por exemplo, com o movimento de cada molécula no escape dum foguete; provavelmente preocupar-nos-emos apenas, globalmente, com



Durante o contacto com um taco de golfe, uma bola de golfe é deformada, como se mostra na fotografia a alta velocidade. À medida que a bola se afasta do taco, a bola retoma a sua forma esférica normal e a energia potencial elástica transforma-se em energia cinética.

a força propulsora e a temperatura. O princípio de conservação da energia aplica-se a sistemas totais, definidos, e são estes sistemas que têm interesse geralmente.

- Q6 Quando uma pedra cai sem atrito
- conserva a energia cinética;
  - conserva a energia potencial gravitacional;
  - a energia cinética transforma-se em energia potencial gravitacional;
  - não se realiza trabalho sobre a pedra;
  - não há alteração da energia total.

Q7 Em que posição é maior a energia potencial elástica da corda vibrante da guitarra? Em que posição é maior a energia cinética?

Q8 Se um guitarrista fornecer a mesma quantidade de energia potencial elástica a uma corda grave e a uma corda aguda, qual adquirirá maior velocidade quando largada? (A massa de um metro de corda grave é maior do que a de um metro de corda aguda).

Q9 Como calcularia a energia potencial armazenada no sistema representado na gravura à margem, constituído pelo pedregulho no topo da rocha e pela Terra?



#### 10.4 Forças que não realizam trabalho

Na Secção 10.2 definimos o trabalho realizado sobre um objecto como o produto da intensidade ( $F$ ) da força  $\vec{F}$  aplicada ao objecto pela distância  $d$ , na direcção de  $\vec{F}$ , segundo a qual o objecto se desloca enquanto a força se exerce. Em todos os exemplos dados, o objecto desloca-se na direcção do vector força.

Mas, geralmente, a direcção do movimento e a direcção da força *não* são as mesmas. Por exemplo, suponhamos que se transporta um livro horizontalmente (de modo que a sua energia cinética não se altere). Uma vez que não há alteração da energia do livro, podemos concluir que não se realizou trabalho sobre o livro (no sentido da nossa definição de trabalho). Exerceu-se realmente uma força sobre o livro e o livro deslocou-se ao longo de uma trajectória, mas a força aplicada e a trajectória formavam ângulos rectos. Exerceu-se uma força vertical sobre o livro — de baixo para cima para compensar o seu peso e o livro deslocou-se horizontalmente. Se for aplicada uma força  $\vec{F}$  sobre um objecto enquanto o objecto se desloca segundo ângulos rectos com a direcção da força,  $\vec{F}$  não tem componente na direcção de  $d$  e a força *não realiza trabalho*. Esta afirmação é inteiramente consistente com a ideia de trabalho como *energia que se converte de uma forma em outra*. Sendo constante a velocidade do livro, a sua energia cinética é constante, e, como a distância à Terra é constante, também a sua energia potencial gravitacional é constante; não há transferência de energia mecânica.

Um raciocínio semelhante, mas não tão evidente, aplica-se a um satélite numa órbita circular. A velocidade e a distância à Terra são ambas constantes e portanto a energia cinética e a energia potencial

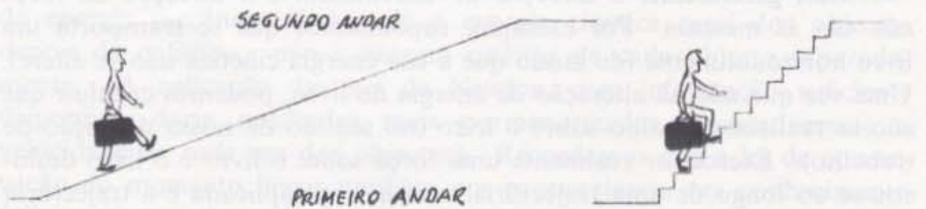
gravitacional são ambas constantes; não há transformação de energia. Numa órbita circular, o vector força centrípeta é constantemente perpendicular à direcção tangencial do movimento, portanto não se realiza trabalho. Para colocar um satélite artificial numa órbita circular é necessário trabalho, mas uma vez em órbita a  $EC$  e a  $EP$  permanecem constantes e já não se realiza trabalho sobre o satélite.

Quando a órbita é excêntrica, o vector força geralmente não é perpendicular à direcção do movimento, e por isso há transformação contínua de energia entre as formas cinética e potencial gravitacional. A energia total do sistema permanece, todavia, constante.

Situações em que a força resultante é exactamente perpendicular à direcção do movimento são tão raras como situações em que a força e a direcção do movimento são exactamente paralelas. Que dizer sobre o caso geral em que existe um ângulo qualquer entre a força e a direcção do movimento?

GE 10.16

Em geral, o trabalho efectuado sobre um objecto depende da distância percorrida pelo corpo *na direcção da força*. Como foi anteriormente referido, a equação  $W = Fd$  é uma definição correcta de trabalho somente se  $d$  for a distância percorrida segundo a direcção da força. Consideremos o exemplo do escorregamento numa rampa de um pátio de recreio. A força gravitacional  $\vec{F}_{grav}$  é dirigida *para baixo*. Não interessa o comprimento ou a forma da rampa; somente a distância *para baixo* determina a quantidade de trabalho realizado por  $\vec{F}_{grav}$ . Segue-se logicamente que a variação da energia potencial gravitacional depende só da variação da altura — perto da superfície da Terra, pelo menos. Por exemplo, transportar uma mala do primeiro andar para o segundo andar produz o mesmo aumento de  $EP_{grav}$  (do sistema mala + Terra) independentemente do caminho percorrido, e requer a mesma quantidade de trabalho para cada caminho.



Se se tem de vencer também forças de atrito, será necessário trabalho adicional, e esse trabalho adicional pôde depender do caminho escolhido — por exemplo, se é longo ou curto.

Mais genericamente, a variação de  $EP_{grav}$  depende somente da variação de posição e não da forma do percurso de que resulta a variação. O mesmo se passa com variações de energia potencial elástica e de energia potencial eléctrica — dependem só das posições inicial e final e não do percurso seguido entre estas posições.

Uma conclusão interessante se infere do facto de a variação de  $EP_{grav}$  depender só da variação de altura. No exemplo do rapaz a escorregar na rampa, a energia potencial gravitacional diminui à medida

que a sua altitude diminui. Se as forças de atrito forem infinitamente pequenas, então todo o trabalho resulta da transformação de  $EP_{\text{grav}}$  em  $EC$  e o aumento de  $EC$  dependerá somente da diminuição da altitude. Por outras palavras, a velocidade do rapaz quando alcança o solo é a mesma quer ele escorregue pela rampa quer salte do topo da mesma. Um princípio semelhante aplica-se a satélites em órbita e a electrões em tubos de televisão: na ausência de atrito, a variação de energia cinética depende somente das posições inicial e final e não do percurso seguido entre elas. Este princípio confere grande simplicidade a algumas leis físicas, como veremos quando considerarmos os campos eléctricos e gravitacionais no Capítulo 14.

Q10 Que trabalho é realizado sobre um satélite durante cada revolução, se a sua massa for  $m$ , o seu período  $T$ , a sua velocidade  $v$  e a sua órbita uma circunferência de raio  $R$ ?

Q11 Dois esquiadores estavam no cimo de uma montanha. Enquanto um esquiador desceu a encosta e saltou um obstáculo, o outro desceu no elevador. Compare as suas variações de energia potencial gravitacional.

Q12 Um terceiro esquiador desceu directamente a encosta em linha recta. Compare a velocidade deste esquiador na base com a do esquiador que saltou o obstáculo.

Q13 Não se realiza trabalho quando

- uma caixa pesada é empurrada a uma velocidade constante ao longo de um pavimento horizontal irregular;
- se prega um prego numa tábua com um martelo;
- é nula a componente da força paralela à direcção do movimento;
- é nula a componente da força perpendicular à direcção do movimento.

## 10.5 Calor e a máquina a vapor

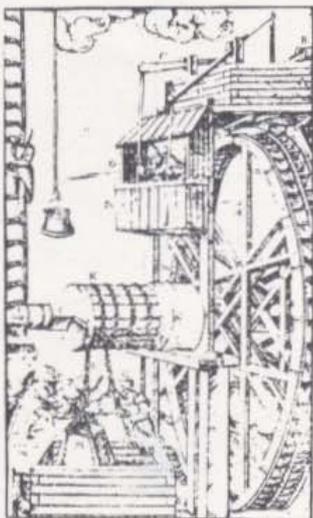
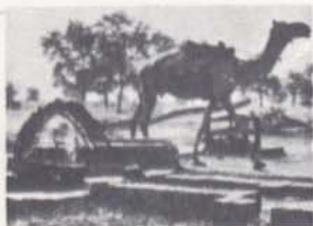
Até aqui temos admitido que as nossas equações envolvendo trabalho e energia se verificam apenas se o atrito não existir ou for desprezável. Porquê? Suponha que forças de atrito *actuam* numa mala ou noutro objecto quando transportados. Contra estas forças terá de ser realizado trabalho pelo objecto, à medida que se desloca. (Este trabalho aquece as escadas, o ar, etc.). Consequentemente, fica muito menos trabalho disponível para aumentar a  $EP$  ou a  $EC$  ou ambas.

Contudo, é possível modificar a expressão da lei de conservação da energia mecânica de modo a incluir estes efeitos.

Suponhamos que um livro colocado sobre uma mesa é empurrado e escorrega ao longo da superfície horizontal da mesa. Se a superfície for irregular, exercerá uma força de atrito razoavelmente grande, e o livro em breve parará. A sua energia cinética anular-se-á rapidamente. Mas não há correspondente aumento de energia potencial, uma vez que não há variação de altura. Parece, pois, que neste exemplo a energia mecânica não se conserva.

GE 10.17





No entanto, um exame mais atento ao livro e à superfície da mesa mostrariam que estão mais quentes que antes do movimento. O desaparecimento de energia cinética é acompanhado pelo aparecimento de *calor*. Isto sugere — mas de modo nenhum prova — que a energia cinética do livro se transformou em calor; isto é, que o calor é uma forma de energia. Esta secção trata de como a ideia de calor como forma de energia foi aceite durante o século XIX. Veremos como a teoria foi ajudada pelo conhecimento prático da relação entre calor e trabalho, conhecimento que foi adquirido ao desenvolver-se, por razões muito práticas, a máquina a vapor.

Até há cerca de 200 anos, a maior parte do trabalho era feito por pessoas ou animais. O trabalho era também obtido a partir do vento e da água, mas ambos não eram fontes de energia de confiança porque não podiam ser utilizados facilmente em qualquer local e quando necessários. No século XVIII, a exploração das reservas de carvão, fez surgir a necessidade de um método económico para bombear a água das minas que, doutro modo, ficariam inundadas e teriam de ser abandonadas. A máquina a vapor desenvolveu-se inicialmente para fazer face a esta necessidade prática.

A máquina a vapor é um aparelho que converte a energia de alguns combustíveis (por exemplo, a energia química do carvão ou do petróleo ou a energia nuclear do urânio) em calor e este em energia mecânica. Esta energia mecânica pode então ser utilizada directamente para produzir trabalho, como numa locomotiva a vapor, ou pode ser transformada em energia eléctrica. Em sociedades industriais típicas do século XX, a maior parte da energia utilizada em fábricas e lares é obtida através da energia eléctrica. Em Portugal, embora a energia hidroeléctrica contribua de modo significativo para a satisfação das necessidades de energia eléctrica, a fracção coberta pelas máquinas a vapor tende a aumentar. Há ainda outras máquinas de calor — máquinas de combustão interna e turbinas, por exemplo — mas a máquina a vapor é ainda um bom modelo para o estudo do funcionamento de toda esta família de máquinas.

A produção e transmissão de energia eléctrica e a sua conversão em energia mecânica serão discutidas no Capítulo 15.

Vamos aqui debruçar-nos sobre o elo central e histórico da cadeia de conversões de energia, a máquina a vapor.

Desde tempos remotos que se sabe que o calor pode ser utilizado para produzir vapor, podendo este depois produzir trabalho mecânico. A colípila, inventada por Herão de Alexandria cerca de 100 A. D., trabalhava segundo o princípio da terceira lei de Newton (ver na margem da página seguinte). O irrigador de relva rotativo trabalha do mesmo modo, excepto que a força motora é devida à pressão da água em vez da pressão do vapor.

A colípila de Herão era um brinquedo, mais para entretenimento do que para qualquer trabalho útil. Nos tempos antigos a aplicação mais “útil” do vapor para produzir trabalho talvez tenha sido um dispositivo movido a vapor inventado também por Herão. Esse dispositivo abria uma porta de um templo, quando se produzia fogo no altar, o que causava o espanto dos crentes. Contudo, só no fim do século XVIII foram inventadas máquinas a vapor com interesse comercial.

Hoje, diríamos que uma máquina a vapor usa uma reserva de calor para produzir trabalho mecânico; isto é, converte calor em energia mecânica. Mas muitos inventores nos séculos XVIII e XIX não pensaram no calor deste modo. Olharam o calor como uma substância fina, invisível, que podia ser utilizada repetidamente para produzir trabalho sem se esgotar. Contudo, não tiveram que esperar para aprender todas as leis da física presentemente conhecidas até se tornarem engenheiros bem sucedidos. De facto, a sequência dos acontecimentos foi precisamente ao contrário; as máquinas a vapor foram desenvolvidas primeiro por homens que se preocuparam menos com a ciência do que com fazer dinheiro — ou pelo menos com a melhoria e a segurança na exploração de minas. Mais tarde, cientistas que tinham não só um conhecimento prático *do que* trabalhava mas também a curiosidade de *como* trabalhava, fizeram novas descobertas em física.

A primeira máquina a vapor com sucesso comercial foi inventada por Thomas Savery (1650-1715), um engenheiro militar inglês. Apresenta-se a seguir a explicação, por partes, do seu funcionamento, tomando por base o diagrama abaixo indicado. Na máquina de Savery a água existente no poço da mina sobe para uma câmara chamada cilindro através de um tubo e uma válvula D. Com a válvula D fechada e a válvula B aberta, o vapor a alta pressão proveniente da caldeira é admitido no cilindro, através da válvula A, obrigando a água a sair do cilindro e a subir no tubo. A água escoar-se no topo, ao nível do solo. Depois, fecham-se as válvulas A e B e abre-se a válvula D, permitindo uma ligação aberta entre o cilindro e a água contida no poço da mina. Quando a válvula C está aberta, cai água fria sobre o cilindro, arrefecendo o vapor e provocando a sua condensação. Uma



Um modelo da colipila de Herão. O vapor produzido na caldeira sai pelos orifícios da esfera, obrigando-a a girar.

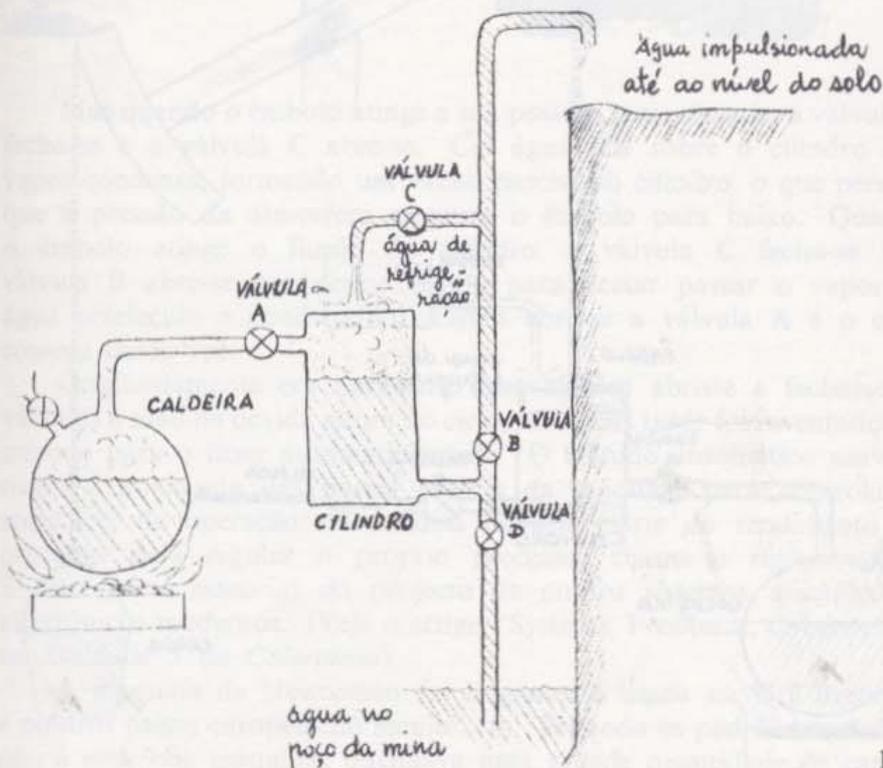


Diagrama esquemático da máquina de Savery.

Nas palavras de Erasmus Darwin,  
a máquina

Recebendo jactos frios, a rápida  
expansão pára,  
E reduz a imensidão de vapor  
a uma gota.  
Pressionado pelo ar pesado  
o êmbolo cai  
Sem resistência, deslizando através  
das suas paredes de ferro;  
Rapidamente move a alavanca osci-  
[lante,]  
em parto de gigante  
Levanta os seus largos ombros,  
e cabeceando faz estremecer a Terra.

vez que a água ocupa um volume muito menor do que a mesma massa de vapor, forma-se um vácuo parcial no cilindro, permitindo que a pressão do ar na mina force a água do poço da mina a subir no tubo e a entrar no cilindro.

O mesmo processo, começando por fechar a válvula **D** e abrir as válvulas **A** e **B**, pode repetir-se sem cessar. A máquina é, com efeito, uma bomba, que move a água do poço da mina para o cilindro e, depois, a empurra do cilindro para o nível do solo.

Uma desvantagem notável da máquina de Savery era o uso do vapor a alta pressão que provocava um risco de explosão da caldeira ou do cilindro. Este efeito foi remediado por Thomas Newcomen (1663-1729), outro inglês, que inventou uma máquina que usava vapor a pressão mais baixa. A máquina de Newcomen era superior ainda sob outros aspectos. Por exemplo, podia levantar cargas, além de água.

Na máquina de Newcomen há um braço que oscila ligado à carga, num lado, e a um êmbolo que se desloca num cilindro, no outro lado. O braço balança de um modo tal que, quando a válvula **A** está aberta e se enche o cilindro com vapor à pressão atmosférica normal, o peso da carga levanta o êmbolo para a parte superior do cilindro. Enquanto o êmbolo vai para esta posição, a válvula **A** ainda está aberta e a válvula **B** ainda está fechada.

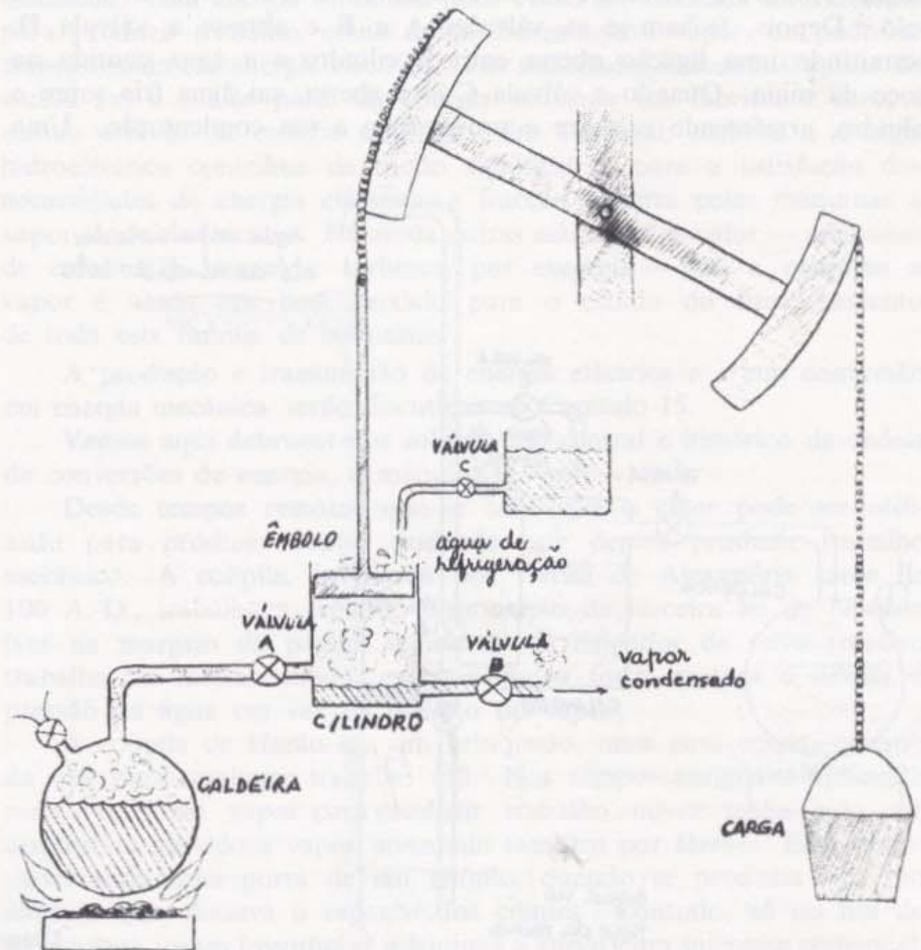
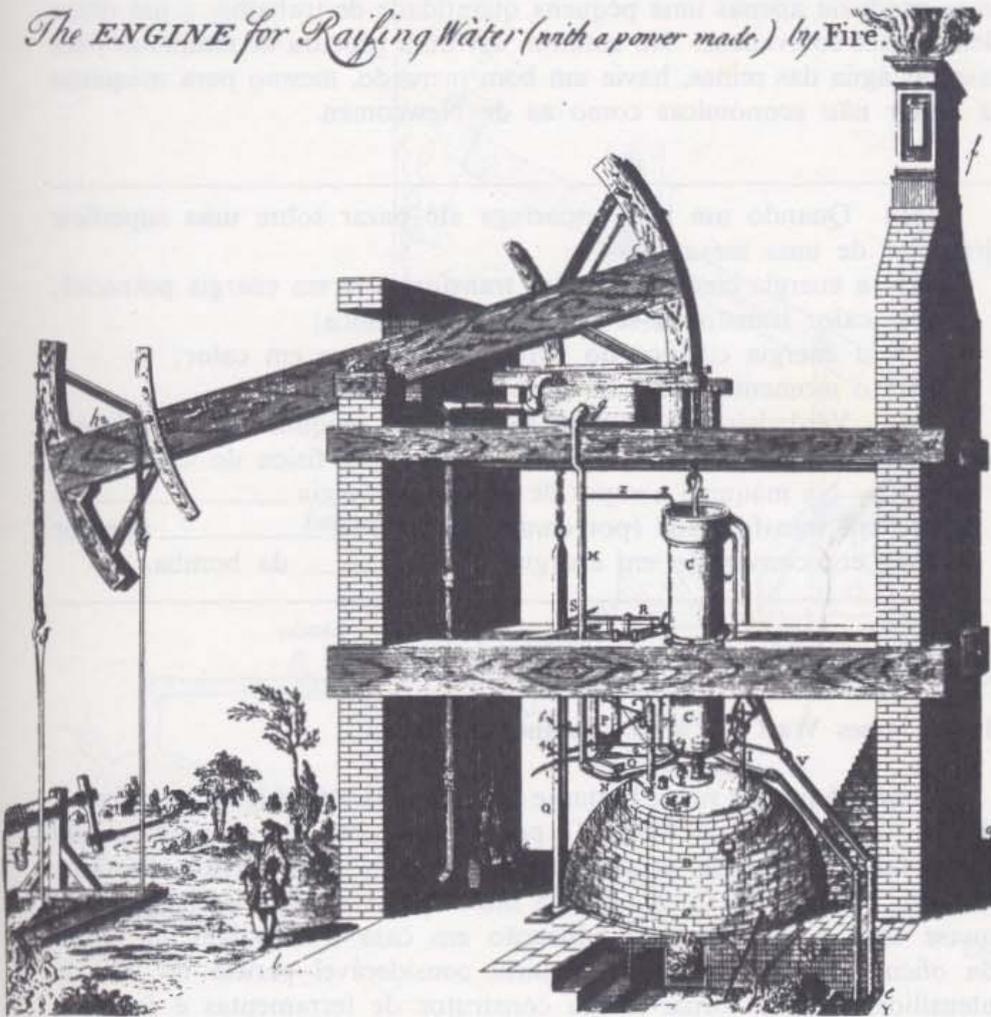


Diagrama esquemático da máquina de Newcomen. Na máquina original de Newcomen a carga era água tirada de um poço de mina.

*The ENGINE for Raising Water (with a power made.) by Fire.*



À esquerda, uma gravura contemporânea de uma máquina a vapor de Newcomen a trabalhar. Em Julho de 1698, foi atribuída a Savery uma patente para "Uma nova invenção para elevar água e provocar movimento em todos os géneros de trabalho de moinho pela força propulsora do fogo, que será de grande uso e utilidade para drenar minas, abastecer cidades com água, e para pôr a trabalhar todas as espécies de moinhos onde estes não possam beneficiar de água e ventos constantes". A patente foi válida por 35 anos e impediu que Newcomen fizesse muito dinheiro com a sua máquina, que era superior à de Savery, durante este período.

Mas quando o êmbolo atinge a sua posição mais elevada, a válvula **A** fecha-se e a válvula **C** abre-se. Cai água fria sobre o cilindro e o vapor condensa, formando um vácuo parcial no cilindro, o que permite que a pressão da atmosfera empurre o êmbolo para baixo. Quando o êmbolo atinge o fundo do cilindro, a válvula **C** fecha-se e a válvula **B** abre-se por pouco tempo para deixar passar o vapor de água arrefecido e condensado. Então abre-se a válvula **A** e o ciclo começa outra vez.

Originariamente era necessário que alguém abrisse e fechasse as válvulas à mão na devida altura do ciclo, mas mais tarde foi inventado um método para o fazer automaticamente. O método automático usava o ritmo e a energia das partes móveis da máquina para controlar a sequência da operação. Esta ideia de usar parte do rendimento do processo para regular o próprio processo, chama-se *realimentação*. É uma parte essencial do projecto de muitos sistemas mecânicos e electrónicos modernos. (Veja o artigo "Systems, Feedback, Cybernetics" na Unidade 3 da *Colectânea*).

A máquina de Newcomen foi largamente usada na Grã-Bretanha e noutros países europeus no século XVIII. Segundo os padrões modernos não é uma boa máquina; queimava uma grande quantidade de carvão

GE 10.18

*[Faint, illegible text, likely bleed-through from the reverse side of the page.]*

mas produzia apenas uma pequena quantidade de trabalho, a um ritmo lento e aos solavancos. No entanto, devido à procura de máquinas para aspirar água das minas, havia um bom mercado, mesmo para máquinas a vapor não económicas como as de Newcomen.

**Q14** Quando um livro escorrega até parar sobre uma superfície irregular de uma mesa

- (a) a energia cinética do livro transforma-se em energia potencial;
- (b) calor transforma-se em energia mecânica;
- (c) a energia cinética do livro transforma-se em calor;
- (d) o momento linear do livro conserva-se.

**Q15** Verdadeiro ou falso: A invenção da máquina a vapor dependeu fortemente de desenvolvimentos teóricos na física do calor.

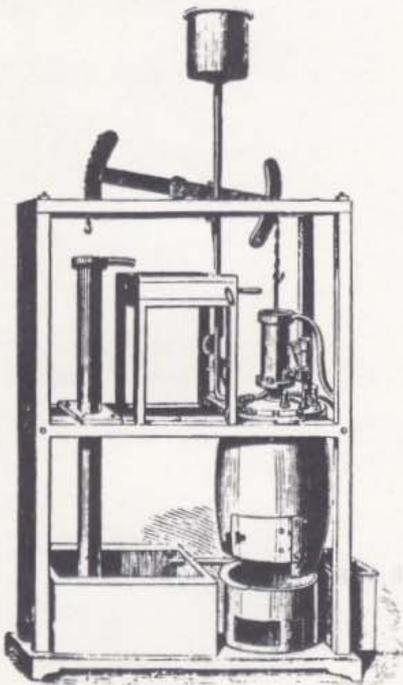
**Q16** Na máquina a vapor de Savery, a energia \_\_\_\_\_ do carvão era transformada (por combustão) em \_\_\_\_\_ que por sua vez era convertido em energia \_\_\_\_\_ da bomba.

### 10.6 James Watt e a revolução industrial

Uma máquina a vapor bastante desenvolvida teve origem no trabalho de um escocês, James Watt. O pai de Watt era um carpinteiro que tinha um negócio de venda de equipamento para navios, bastante rendoso. Watt teve fraca saúde a maior parte da sua vida e recebeu quase toda a sua primeira educação em casa a trabalhar no sótão da oficina de seu pai onde adquiriu considerável perícia no uso de utensílios. Queria tornar-se um construtor de ferramentas e foi para Londres aprender o ofício. Após o seu regresso à Escócia em 1757, obteve a posição de construtor de ferramentas na Universidade de Glasgow.

No Inverno de 1763-1764, pediram a Watt que reparasse um modelo de máquina de Newcomea que era usado em aulas práticas na

Watt na sua oficina contemplando um modelo da máquina de Newcomen. (Uma figura romântica de um volume sobre tecnologia do século dezanove).



O modelo real da máquina de Newcomen que inspirou Watt a conceber a separação do condensador e do êmbolo.



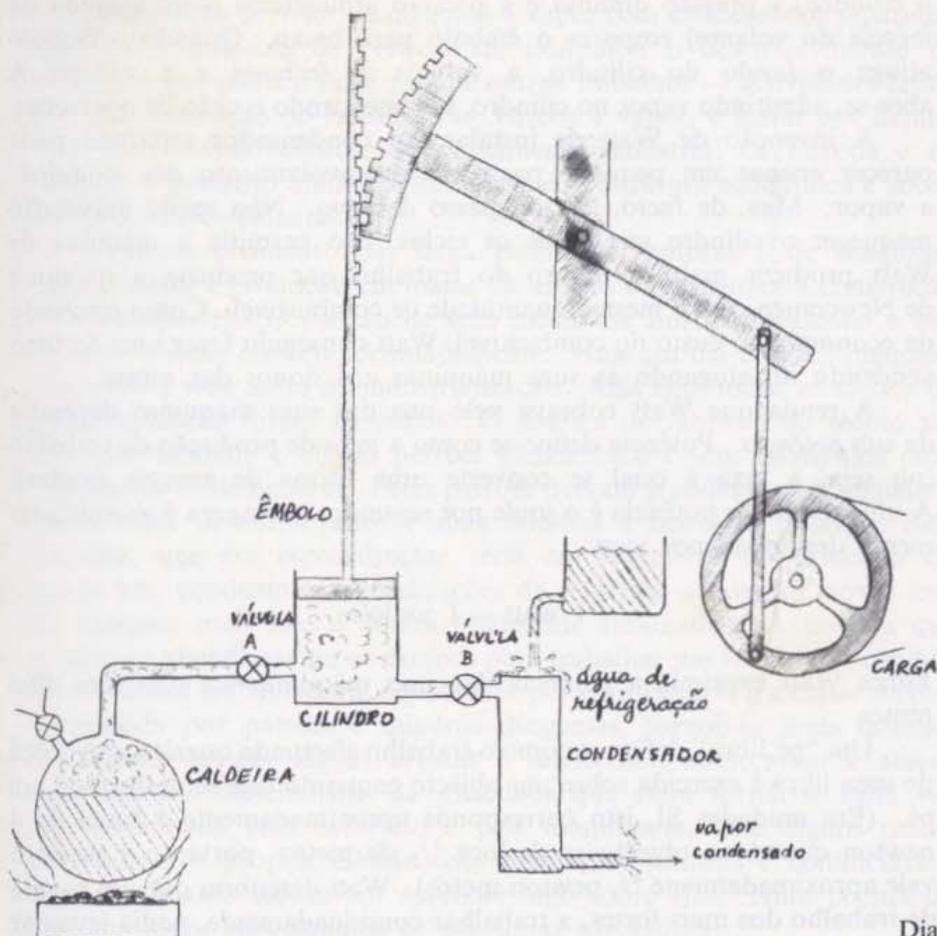


Diagrama esquemático da máquina de Watt.

universidade. Ao familiarizar-se com o modelo, ficou impressionado com a quantidade de vapor que era necessário para pôr a máquina em funcionamento. Watt procedeu a uma série de experiências sobre o comportamento do vapor e chegou à conclusão de que o maior problema estava relacionado com a temperatura das paredes do cilindro. Observou que a máquina de Newcomen desperdiçava a maior parte do calor no aquecimento das paredes do cilindro, que eram depois arrefecidas sempre que a água fria era injectada para condensar o vapor.

No princípio de 1765, Watt descobriu como se podia evitar este desperdício. Concebeu um tipo modificado de máquina a vapor na qual o vapor contido no cilindro, depois de efectuar o trabalho de empurrar o êmbolo, era admitido num recipiente *separado* para ser condensado. Com este sistema, o cilindro podia manter-se sempre quente e o condensador podia manter-se sempre frio.

O diagrama em cima representa a máquina de Watt. Com a válvula A aberta e a válvula B fechada, o vapor sob pressão entra no cilindro e empurra o êmbolo para cima em oposição à carga. Quando o êmbolo atinge o topo do cilindro, a válvula A fecha-se para cortar o fornecimento de vapor. Depois abre-se a válvula B, permitindo que o vapor saia do cilindro e entre no condensador. O condensador é mantido arrefecido por água corrente, que condensa o vapor. Quando o vapor deixa

o cilindro, a pressão diminui e a pressão atmosférica (com a ajuda da inércia do volante) empurra o êmbolo para baixo. Quando o êmbolo atinge o fundo do cilindro, a válvula **B** fecha-se e a válvula **A** abre-se, admitindo vapor no cilindro, recomençando o ciclo de operações.

A invenção de Watt de instalar um condensador separado pode parecer apenas um pequeno passo no desenvolvimento das máquinas a vapor. Mas, de facto, foi um passo decisivo. Não sendo necessário reaquecer o cilindro em todos os ciclos, isso permitia à máquina de Watt produzir mais do dobro do trabalho que produzia a máquina de Newcomen com a mesma quantidade de combustível. Como resultado da economia no custo do combustível, Watt conseguiu fazer uma fortuna vendendo ou alugando as suas máquinas aos donos das minas.

A renda que Watt cobrava pelo uso das suas máquinas dependia da sua *potência*. Potência define-se como a *taxa* de produção de trabalho (ou seja, a taxa à qual se converte uma forma de energia noutra). A unidade SI de potência é o joule por segundo, que agora é apropriadamente designado por *watt*:

$$1 \text{ watt} = 1 \text{ joule/s.}$$

James Watt exprimia a potência das suas máquinas em unidades diferentes.

Um "pé.libra" define-se como o trabalho efectuado quando uma força de uma libra é exercida sobre um objecto enquanto este se desloca de um pé. (Em unidades SI, isto corresponde aproximadamente à força de 4 newton quando o objecto se desloca  $\frac{1}{3}$  de metro: portanto 1 pé.libra vale aproximadamente  $\frac{4}{3}$  newton.metro). Watt descobriu que um cavalo de trabalho dos mais fortes, a trabalhar continuamente, podia levantar um peso de 150 libras à razão de quase quatro pés por segundo; por outras palavras, podia produzir cerca de 550 pé.libra de trabalho por segundo. Watt usou isto como definição de uma unidade conveniente para exprimir a potência das suas máquinas: o *cavalo-vapor* ("horsepower"). Desde então, o cavalo-vapor tem sido usado em engenharia — se bem que agora tenha exactamente o valor de 746 watt, por definição.

#### Potências típicas (em cavalo-vapor)

GE 10.19-10.26

Homem movendo uma manivela	0,06 c. v.
Roda hidráulica	3
Moinho de vento	10
Máquina a vapor de Savery (1702)	1
Máquina de Newcomen (1732)	12
Máquina de Smeaton Long Benton (1772)	40
Máquina de Watt (1778)	14
Máquina de Cornish para trabalhos hidráulicos em Londres (1837)	135
Máquinas de centrais eléctricas (1900)	1000
Turbina de central nuclear (1970)	300 000

[Adaptado de R. J. Forbes, em C. Singer et al., *History of Technology*.]

Matthew Boulton (sócio de Watt) declarou a Boswell (o biógrafo de Samuel Johnson):

«Vendo aqui, Senhor, o que o mundo deseja ter: ENERGIA!»

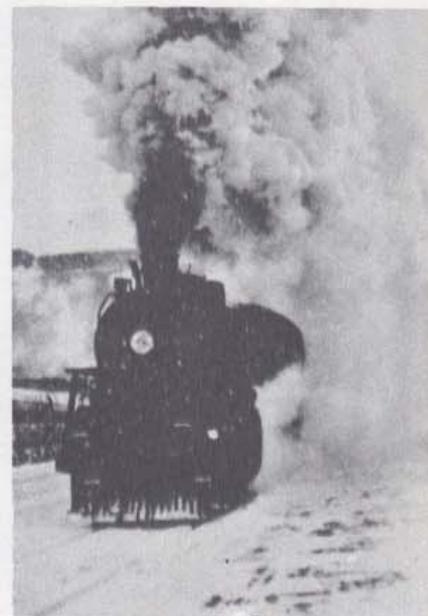
A invenção de Watt da máquina a vapor com condensador separado, superior à máquina de Newcomen, estimulou o desenvolvimento de máquinas que podiam fazer muitos outros trabalhos — actividades fabris diversas, condução de locomotivas, barcos a vapor, e assim por diante. Deu um estímulo enorme ao crescimento industrial na Europa e na América e portanto ajudou a transformar a estrutura económica e social da civilização ocidental.

O desenvolvimento em larga escala de motores e de máquinas revolucionou a produção em massa de artigos de consumo, a construção e os transportes. O padrão de vida médio na Europa Ocidental e nos Estados Unidos cresceu acentuadamente. Hoje em dia é difícil imaginar como era a vida antes da industrialização. Mas nem todos os efeitos da industrialização foram benéficos. O sistema de fábricas do século XIX deu oportunidade a alguns patrões gananciosos e sem escrúpulos para explorar os trabalhadores. Estes patrões tiveram grandes lucros, enquanto mantiveram os empregados e suas famílias à beira da miséria. Esta situação, que era especialmente séria em Inglaterra no princípio do século XIX, conduziu a reivindicações de reformas através de novas leis. Os excessos mais graves foram finalmente eliminados. À medida que as pessoas abandonavam os campos para trabalhar nas fábricas, o conflito entre a classe trabalhadora, constituída por empregados, e a classe média, constituída por patrões e quadros dirigentes, tornou-se mais intenso. Ao mesmo tempo, alguns artistas e intelectuais começaram a atacar as tendências materialistas da sociedade que viam tornar-se cada vez mais dominada pelo comércio e pela maquinaria. Em alguns casos, confundiam a própria ciência com aplicações técnicas e denunciavam ambas enquanto recusavam aprender algo sobre elas. Num poema de William Blake encontramos as perguntas sarcásticas:

E resplandeceu o Rosto Divino  
sobre as nossas nebulosas montanhas?  
E foi aqui construída Jerusalém  
entre estas satânicas fábricas escuras?

Algures, Blake aconselhava os seus leitores “a afastarem-se de Bacon, Locke e Newton”. John Keats lamentava-se acerca da ciência quando incluiu a seguinte linha num poema: “Não voam todos os encantos / Ao simples toque da fria filosofia?” Estas atitudes são de facto parte de uma tradição que remonta ao tempo dos antigos Gregos oponentes do atomismo de Demócrito. Vimos que a física de Galileu e de Newton também foi atacada por distorsão de valores e hoje ainda podemos ouvir a mesma acusação.

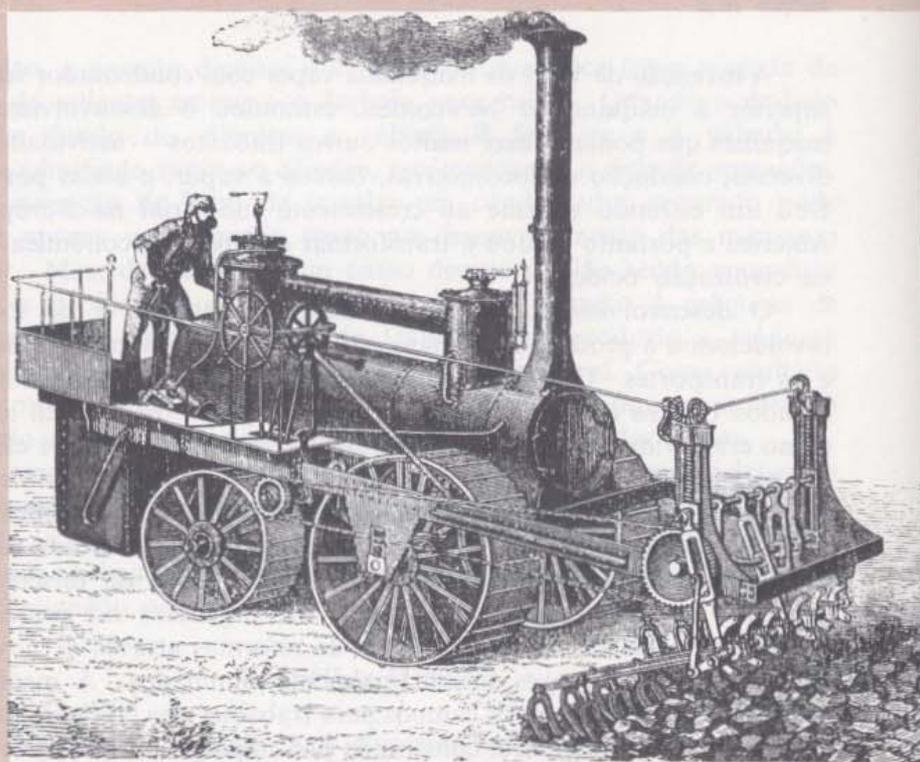
Embora as máquinas a vapor já não sejam muito utilizadas como fontes directas de energia na indústria e nos transportes, o vapor é ainda indirectamente a maior fonte de energia. A turbina a vapor, inventada pelo engenheiro inglês Charles Parsons em 1884, substituiu largamente outros tipos de máquinas a vapor mais antigas. Presentemente, é por intermédio de turbinas a vapor que trabalham os geradores eléctricos na maior parte das centrais eléctricas. E são geradores eléctricos movidos a vapor que fornecem a maior parte de energia para a maquinaria



Uma locomotiva a vapor do século vinte.



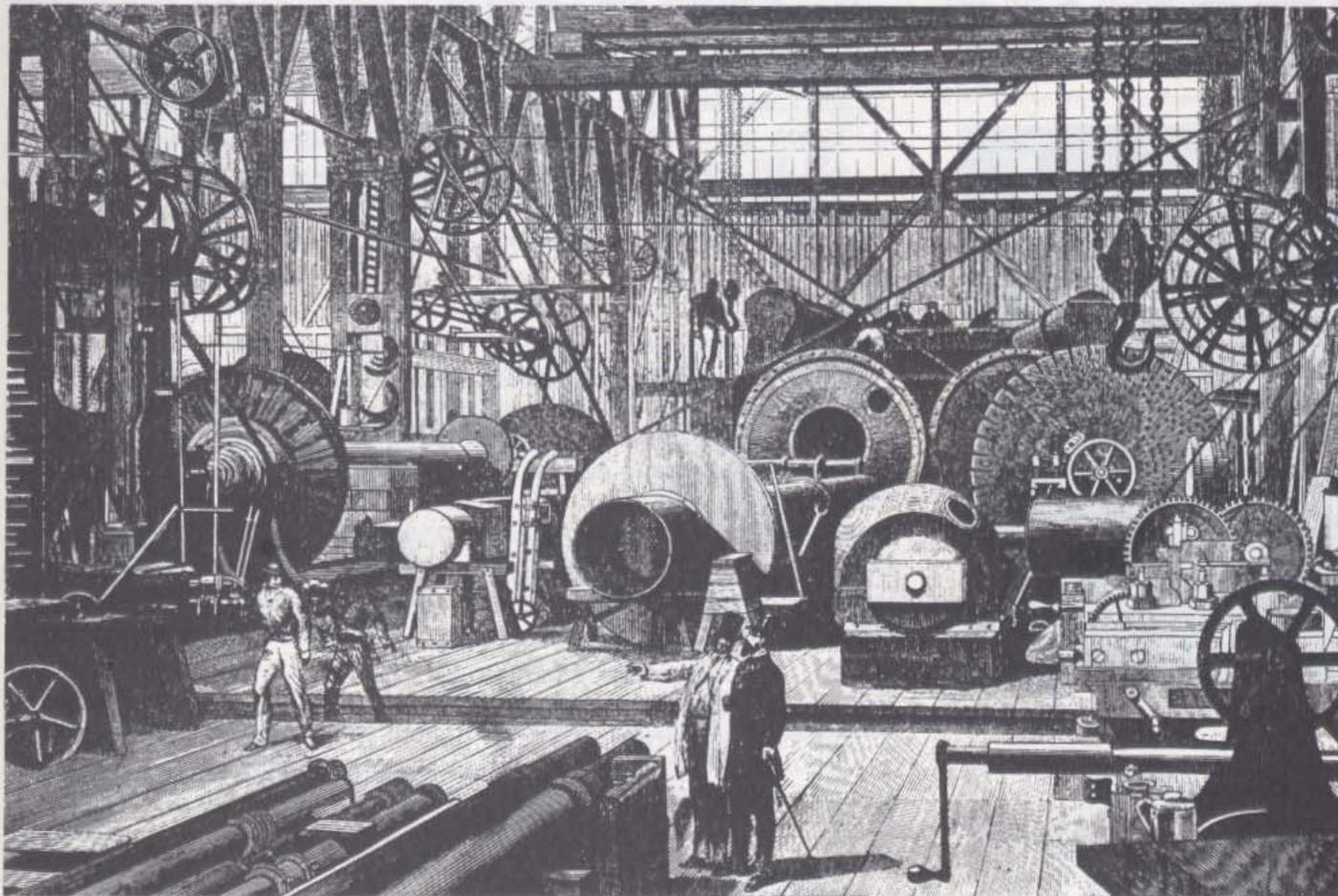
O caminho de ferro de Richard Trevithick em Euston Square, Londres, 1809.



Máquina agrícola a vapor francesa do século dezanove.

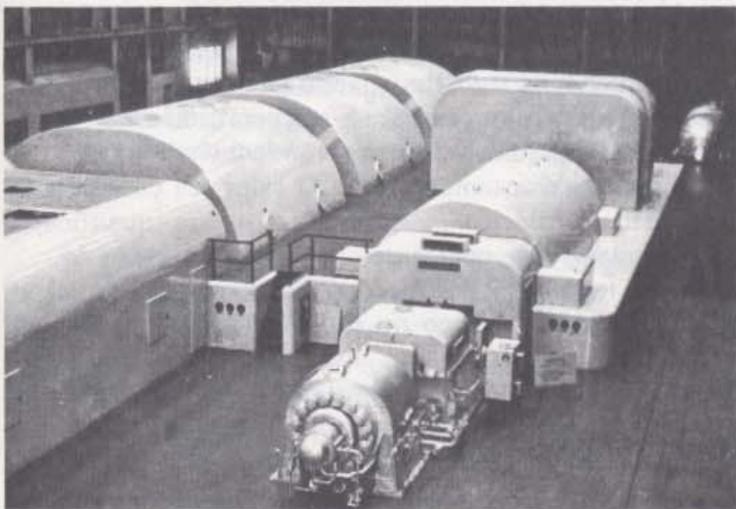


O primeiro barco a vapor prático, o «Charlotte Dundas», construído por William Symington, um engenheiro que registou a patente da sua máquina a vapor aperfeiçoada. Foi experimentado no Canal Clyde and Forth, em 1801.



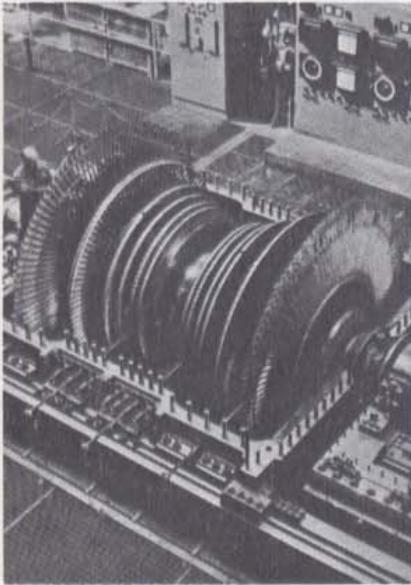
da civilização moderna. Mesmo nas centrais nucleares, a energia nuclear usa-se para produzir vapor que depois move as turbinas e os geradores eléctricos.

O principio básico da turbina de Parsons é mais simples do que o das máquinas de Newcomen e Watt: um jacto de vapor a alta pressão ataca as pás de um rotor, fazendo mover o rotor a alta velocidade. Uma descrição do tipo de turbina actualmente em operação em centrais nos Estados Unidos mostra a mudança de escala desde o brinquedo de Herão:



A caldeira nesta estação [em Brooklyn, New York] é da altura de um edifício de 14 andares. Pesa cerca de 3000 toneladas, mais do que um lança-torpedos da marinha portuguesa. Aquece o vapor até uma temperatura de  $565^{\circ}\text{C}$  e até uma pressão de mais de 1000000 quilogramas por metro quadrado. Gera mais de 600000 quilogramas de vapor por hora. Este vapor move uma turbina que produz 150000 quilowatts de electricidade, suficiente para satisfazer as necessidades de todos os lares numa cidade do tamanho de Lisboa. A caldeira queima 60 toneladas (cerca de um vagão) de carvão por hora.

Em baixo, uma turbina de 200 mil quilowatts em montagem. Notem-se os milhares de lâminas no rotor.



James Prescott Joule (1818-1889), Joule era filho de um saudável cervejeiro de Manchester. Diz-se que veio a interessar-se pelas suas árduas experiências inicialmente no desejo de desenvolver máquinas mais eficientes para a fábrica de cerveja da família.

A caldeira com a altura de 14 andares não fica no solo. Está suspensa — com as suas 3 000 toneladas — de uma armação de aço. Algumas caldeiras são ainda maiores — tão grandes como a estátua da Liberdade — e produzem mais de 1 360 000 quilogramas de vapor por hora. Este vapor faz girar uma turbina que produz 450 000 quilowatts de electricidade — todas as necessidades residenciais de uma cidade com mais de 4 000 000 de pessoas!

**Q17.** O objectivo do condensador separado na máquina a vapor de Watt é

- (a) poupar água de modo a ser utilizada outra vez;
- (b) poupar combustível não tendo que arrefecer e reaquecer o cilindro;
- (c) manter a pressão do vapor tão baixa quanto possível;
- (d) tornar a máquina mais compacta.

**Q18** A história da máquina a vapor sugere que os efeitos sociais e económicos da tecnologia são

- (a) sempre benéficos para toda a gente;
- (b) principalmente indesejáveis;
- (c) sem importância de um modo ou de outro;
- (d) muito diferentes para os diferentes estratos da sociedade.

**Q19** O que é o cavalo-vapor?

### 10.7 As experiências de Joule

Na máquina a vapor usa-se uma certa quantidade de calor para produzir uma certa quantidade de trabalho. Que acontece ao calor ao produzir o trabalho?

A resposta geralmente dada no princípio do século XIX por muitos cientistas e engenheiros era que a quantidade de calor permanecia constante; e que o calor podia produzir trabalho quando passava de uma região a uma dada temperatura para outra região a temperatura mais baixa. Por exemplo, as primeiras máquinas a vapor condensavam o vapor a alta temperatura em água a baixa temperatura. O calor era considerado uma substância, chamada "calórico". Admitia-se que a quantidade total de calórico no universo era constante.

De acordo com a teoria do calórico, o processo pelo qual o calor pode produzir trabalho é análogo ao processo pelo qual a água pode produzir trabalho se cair de um nível alto para um nível baixo, com a quantidade total de água constante. A explicação foi aceite porque parecia plausível, ainda que não tivessem sido feitas medições da quantidade de calor antes e depois de ter produzido trabalho.

Porém, havia cientistas que discordavam. Alguns apoiavam a ideia de que o calor era uma forma de energia. Um dos cientistas que defendeu este ponto de vista foi o físico inglês James Prescott Joule. Durante o ano de 1840, Joule procedeu a uma longa série de experiências concebidas para mostrar que o calor era uma forma de energia. Esperava demonstrar, mediante experiências distintas, que a mesma diminuição de energia mecânica produzia sempre a mesma quantidade de calor. Isto significaria, pensava Joule, que o calor era uma forma de energia.

Para uma das suas primeiras experiências, construiu um gerador eléctrico simples, que se movia pela queda de um peso. A corrente eléctrica que era gerada aquecia um arame. O arame estava imerso num vaso com água e assim aquecia a água. A partir da distância percorrida pelo peso, calculava o trabalho efectuado (diminuição da energia potencial gravitacional); o produto da massa de água pelo aumento de temperatura dava-lhe uma medida da correspondente quantidade de calor produzido. Noutra experiência comprimia gás numa garrafa imersa em água, medindo a quantidade de trabalho efectuado para comprimir o gás. Por outro lado, media a quantidade de calor transmitido à água em resultado do aquecimento do gás aquando da compressão.

Mas as suas experiências mais famosas foram realizadas com um dispositivo em que pesos, descendo lentamente, faziam girar uma roda de pás num recipiente com água. Devido à fricção entre a roda e o líquido, era efectuado trabalho sobre o líquido, aumentando a sua temperatura.

Joule repetiu esta experiência muitas vezes, melhorando constantemente o dispositivo e apurando a análise dos resultados. Aprendeu a ter muito cuidado com o isolamento do recipiente de modo a não se perder calor para o ambiente. Media a subida de temperatura com uma precisão de uma pequena fracção de um grau. Na análise dos resultados tinha em consideração a pequena quantidade de energia cinética que os pesos descendentes tinham quando atingiam o solo.

Joule publicou os seus resultados em 1849. Relatava ele:

1.º Que a quantidade de calor produzido pela fricção de corpos, quer sólidos quer líquidos, é sempre proporcional à quantidade de energia despendida.

2.º Que a quantidade de calor capaz de elevar a temperatura de uma libra de água de 1ºF requer o dispêndio de energia mecânica representada pela queda de 772 libras de uma distância de um pé.

A primeira afirmação é a evidência de que o calor é uma forma de energia, ao contrário da teoria do calórico. A segunda afirmação dá a grandeza numérica da razão que achou entre a unidade de energia mecânica (o pé.libra) e a unidade de calor (o calor necessário para elevar de 1ºF a temperatura de uma libra de água).

No sistema SI, a unidade de calor é a quilocaloria e a unidade de energia mecânica é o joule. Os resultados de Joule são equivalentes à afirmação de que 1 quilocaloria é igual a 4 150 joule. A experiência

A ideia de calor como substância que se conserva é consistente com muitos fenómenos. Uma experiência que mostra isto é «Calorimetria» no *Manual*.

Joule usou o termo «força» em vez de «energia». O vocabulário científico corrente ainda estava em formação.

Esta unidade designa-se BTU («British Thermal Unit»).

GE 10.27-10.28

A quilocaloria é o que alguns dicionários chamam «grande caloria». É a quantidade de calor necessária para elevar a temperatura de um quilograma de água de 1° Celsius («centígrado»). Esta unidade é idêntica à «Caloria» (com um C maiúsculo) utilizada para exprimir o conteúdo energético dos alimentos em dietética.

O rendimento de uma máquina a vapor é aproximadamente 15-20%; para um automóvel é cerca de 22%; e para um motor Diesel é cerca de 40%.

Na Secção 10.10 mencionamos algumas restrições a pôr ao conceito simplista de calor como uma forma de energia.

da roda de pás de Joule, assim como outras basicamente semelhantes, têm sido desde então realizadas com grande precisão. O valor aceite actualmente para o “equivalente mecânico do calor” é

$$1 \text{ quilocaloria} = 4\,184 \text{ joule.}$$

Podemos, portanto, considerar o calor como uma forma de energia. Consideraremos a natureza da energia “interna” associada com temperatura mais à frente, no Capítulo 11.

A descoberta de Joule de um valor para o “equivalente mecânico do calor” tornou possível a descrição de máquinas de uma nova maneira. O conceito de *rendimento* aplica-se a uma máquina ou a qualquer dispositivo que converte uma forma de energia noutra. O rendimento define-se como a percentagem da energia fornecida que é recolhida utilmente à saída. Uma vez que a energia se conserva, o rendimento máximo possível é 100% — quando *toda* a energia fornecida é recolhida utilmente à saída. Obviamente, na concepção de máquinas, o rendimento deve ser considerado tão atentamente quanto a potência. Acontece que há limites teóricos para o rendimento, de modo que mesmo uma máquina concebida perfeitamente nunca poderia produzir trabalho com 100% de eficiência. Voltaremos a tratar deste assunto no Capítulo 11.

**Q20** De acordo com a teoria do calórico, o calórico

- (a) pode produzir trabalho quando passa por dois objectos à mesma temperatura;
- (b) é outro nome para a temperatura;
- (c) é produzido por máquinas a vapor;
- (d) é uma substância que se conserva.

**Q21** A quilocaloria é

- (a) uma unidade de temperatura;
- (b) uma unidade de energia;
- (c) 1 quilograma de água a 1°C;
- (d) uma libra de água a 1°F.

**Q22** Na experiência da roda de pás de Joule, toda a variação de energia potencial gravitacional era utilizada para aquecer a água?

## 10.8 Energia em sistemas biológicos

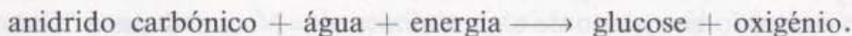
Todas as coisas com vida precisam de uma reserva de energia para manterem a vida e para desempenharem as suas actividades normais. Os seres humanos não são excepção; como todos os animais, dependemos da comida que nos fornece energia.

Muitos seres humanos são omnívoros, isto é, comem produtos animais e plantas. Alguns animais são herbívoros, comem só plantas, enquanto outros são carnívoros, comem só carne. Em última análise, contudo, todos os animais, mesmo os carnívoros, vão buscar às plantas

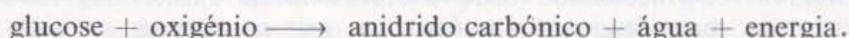
a energia de que necessitam para viver. O animal devorado por um leão alimentou-se de plantas, ou talvez de outro animal que tinha comido plantas.

As plantas verdes obtêm energia a partir da luz do Sol. Parte dessa energia é utilizada pela planta para desempenhar funções vitais. A maior parte da energia é utilizada para produzir hidratos de carbono a partir da água ( $H_2O$ ) e do anidrido carbónico ( $CO_2$ ). A energia utilizada para sintetizar hidratos de carbono não se perde; é armazenada nas moléculas de hidratos de carbono sob a forma de energia química.

O processo pelo qual as plantas sintetizam hidratos de carbono chama-se fotossíntese. É um processo que não está ainda completamente compreendido e que continua a ser objecto de intensa pesquisa. Sabe-se que a síntese tem lugar num grande número de pequenas etapas e muitas das etapas são bem conhecidas. É concebível que o homem venha a aprender a fotossintetizar hidratos de carbono sem recorrer às plantas, sendo então capaz de produzir comida economicamente para a população mundial em rápido crescimento. O processo global de produção de hidratos de carbono (a glucose, por exemplo) pela fotossíntese pode representar-se como se segue:



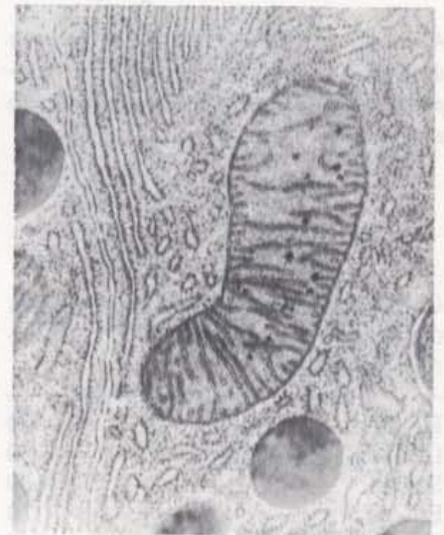
A energia armazenada nas moléculas de glucose é utilizada pelo animal que come a planta para: manter a temperatura do seu corpo, manter operacionais o coração, os pulmões e outros órgãos, permitir reacções químicas várias que ocorrem no corpo e produzir trabalho sobre objectos externos. O processo pelo qual a energia armazenada nas moléculas de açúcar é posta à disposição da célula é complexo, mas descrevê-lo-emos brevemente. Tem lugar em pequeninos corpos chamados mitocôndrios que se encontram nas células. Cada mitocôndrio contém enzimas que, numa série com cerca de dez etapas, divide as moléculas de glucose em moléculas simples. Noutra sequência de reacções, estas moléculas são oxidadas, libertando a maior parte da energia armazenada e formando anidrido carbónico e água.



As proteínas e as gorduras são utilizadas para construir e reconstituir tecidos e enzimas e proteger órgãos delicados. Também podem ser utilizadas para fornecer energia. As proteínas e as gorduras entram em reacções químicas que produzem as mesmas moléculas que a divisão dos hidratos de carbono. Sob esse aspecto o processo de libertação de energia é o mesmo que no caso dos hidratos de carbono.

A energia libertada é utilizada para transformar uma molécula chamada difosfato de adenosina (DPA) em trifosfato de adenosina (TPA). Em resumo, a energia química originalmente armazenada em moléculas de glucose, na planta, é finalmente armazenada como energia química em moléculas de TPA, no animal. As moléculas de TPA passam do mitocôndrio para o corpo da célula. Onde quer que seja necessária na célula, a energia pode ser fornecida por uma molécula de TPA. Pela libertação da energia que tem armazenada, o TPA transforma-se nova-

Hidratos de carbono são moléculas de carbono, hidrogénio e oxigénio. Um exemplo simples é a glucose, com a fórmula química  $C_6H_{12}O_6$ .



Microfotografia electrónica de um mitocôndrio conversor de energia numa célula alongada (200 000 vezes o tamanho real).

Conteúdo energético aproximado de vários alimentos (em Calorias por quilograma)

Manteiga	7 000
Chocolate (doce)	5 000
Carne ("hamburger")	4 000
Pão	2 600
Leite (completo)	700
Maçã (crua)	500
Alface	150

Adaptado do Manual Agrícola, N.º 8, Junho de 1950, do Departamento de Agricultura dos Estados Unidos.

A energia armazenada nos alimentos pode determinar-se queimando-os num recipiente fechado imerso em água e medindo a subida da temperatura da água.

Cálculos aproximados da energia gasta durante várias actividades (em Calorias por hora).

Dormir	70
Deitado (acordado)	80
Sentado	100
Em pé	120
Dactilografar rapidamente	140
Andar (5 km/hora)	220
Cavar uma vala	400
Correr depressa	600
Remar numa corrida	1 200

Adaptado de um manual do Departamento de Agricultura dos Estados Unidos.

mente em DPA. Depois, de novo no mitocôndrio, o DPA será outra vez convertido em TPA, rico em energia.

O resultado final deste processo que tem lugar no mitocôndrio é que a glucose, em presença de oxigénio, se transforma em anidrido carbónico e água. A energia libertada é transferida para o TPA e armazenada até que se torne necessária ao corpo do animal.

As operações químicas e físicas do corpo humano são de algum modo análogas às de uma máquina. Precisamente, tal como a máquina a vapor utiliza energia química armazenada no carvão ou petróleo, o corpo utiliza energia química armazenada na comida. Em ambos os casos o combustível é oxidado para libertar a sua energia armazenada — vigorosamente, na máquina a vapor, e suavemente, em pequenas fases, no corpo humano. Tanto na máquina a vapor como no corpo, parte da energia absorvida é utilizada para produzir trabalho e a restante é gasta internamente e, por último, "perdida" para o meio ambiente sob a forma de calor.

Alguns alimentos fornecem mais energia, por unidade de massa, do que outros. A energia armazenada na comida é geralmente medida em quilocalorias, mas podia também ser medida em joules — ou mesmo em pé-libras ou Unidades Térmicas Britânicas. A tabela à esquerda dá o conteúdo energético de alguns alimentos. Notemos que a "Caloria" ou "grande caloria" utilizada pelos dietistas é idêntica àquilo que definimos como a quilocaloria.

Uma grande parte da energia que se adquire dos alimentos, mantém a "maquinaria" interna do corpo a trabalhar e mantém o corpo quente. Mesmo a dormir o nosso corpo utiliza cerca de uma quilocaloria por minuto! Esta quantidade de energia é necessária só para nos mantermos vivos.

Para produzir trabalho, precisamos de maior quantidade de energia. Mas só uma fracção dela pode ser utilizada para produzir trabalho; a restante é gasta como calor. Como qualquer máquina, o corpo humano não é 100% eficiente. O rendimento do corpo, quando realiza trabalho, varia com o trabalho e com a condição física e a perícia do trabalhador, mas provavelmente não excede 25%, sendo em geral inferior. Estudos desta natureza são efectuados no domínio da *bioenergética*, um dos campos mais fascinantes e úteis em que convergem a física e a biologia.

Na tabela à esquerda estão coligidos resultados de experiências de consumo de energia, em várias actividades, por parte de um jovem saudável, de constituição e metabolismo médios. As estimativas foram feitas medindo a quantidade de anidrido carbónico exalado. Expressam, pois, a quantidade total de energia alimentar utilizada, incluindo a quantidade necessária apenas para manter o corpo a funcionar.

De acordo com os resultados da tabela, se um estudante saudável não fizesse senão dormir durante oito horas por dia e descansar o resto do tempo, precisaria ainda de 1700 quilocalorias de energia por dia, pelo menos. Há países onde um grande número de trabalhadores vive com menos de 1700 quilocalorias por dia. O Anuário das Nações Unidas de Registos Estatísticos Nacionais para 1964 mostra que na Índia a média é cerca de 1600 quilocalorias por dia, enquanto nos Estados Unidos a média é de 3100. Cerca de metade da população do Sueste

Asiático está à beira da fome, e muitas outras populações no mundo, incluindo parte dos Estados Unidos, estão muito perto dessa situação. Calcula-se que se os alimentos disponíveis fossem igualmente distribuídos entre todos os habitantes da Terra, cada um teria em média cerca de 2400 quilocalorias por dia. Isto é apenas um pouco mais do que o mínimo necessário para um trabalhador.

Admite-se hoje que, à taxa de crescimento actual, a população do mundo pode duplicar nos próximos trinta anos. Assim, por volta do ano 2000, seria de sete mil milhões, ou mais. Além disso, a taxa de crescimento da população está ela própria a crescer! Entretanto, a produção de reservas alimentares por pessoa não tem aumentado numa escala global. Por exemplo, nos últimos dez anos o aumento de produção das colheitas atingiu, nos países mais pobres, menos que um por cento por ano, de longe inferior ao aumento de população. O problema de arranjar alimentos para combater a fome no mundo é um dos mais difíceis problemas que a humanidade enfrenta actualmente.

Neste problema de vida ou de morte, quais são os papéis que a ciência e a tecnologia podem desempenhar? Obviamente, um melhor aproveitamento da agricultura ajudaria, não só no aproveitamento de terras incultas como aumentando a produção por hectare nas terras cultivadas existentes. A aplicação de fertilizantes pode aumentar a produção das colheitas, e fábricas de fertilizantes não são muito difíceis de construir. Mas, mesmo aqui, encontramos uma lei geral sobre o uso das aplicações da ciência através da tecnologia: antes de aplicar uma técnica, estudemos todas as consequências que daí se podem esperar; doutro modo, poderemos criar dois novos problemas por cada problema antigo que queiramos "remediar".

Em qualquer país, as perguntas a fazer incluem as seguintes: Como interactivarão os fertilizantes com as plantas em crescimento e com o solo? Escoar-se-ão alguns fertilizantes, estragando rios e lagos e a indústria piscatória local? Que quantidade de água será necessária? Que variedade da planta desejada será a melhor para usar no contexto ecológico local? Como aprenderá o vulgar homem do campo as novas técnicas? Como poderá pagar para as usar?

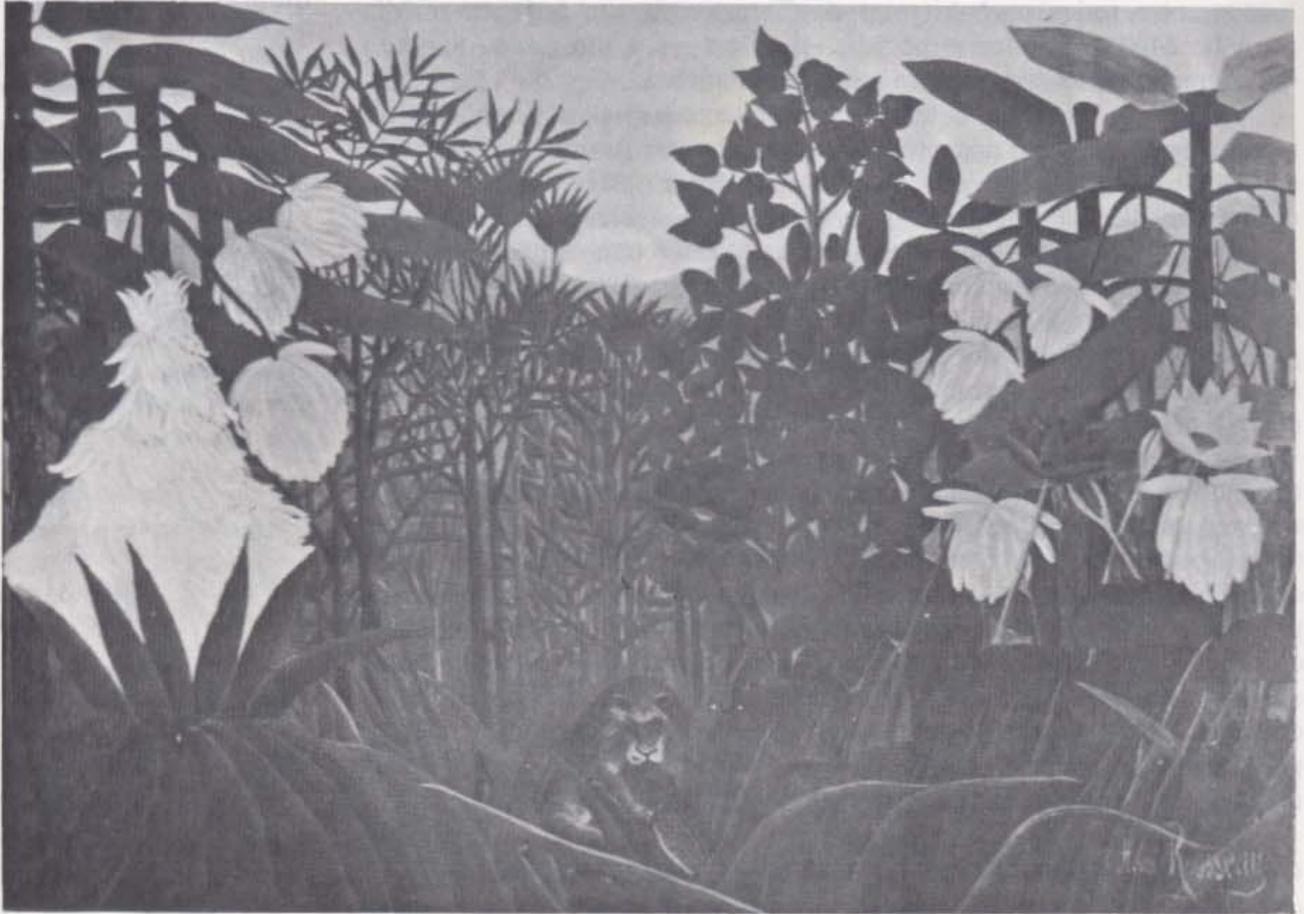
Com um estudo desta natureza pode acontecer que se conclua que, além dos fertilizantes, um país precisa urgentemente de um melhor sistema de créditos bancários a pequenos lavradores, e de melhor educação agrícola para ajudar o lavrador. Este treino desempenhou papel fundamental no rápido crescimento de produtividade nos países mais ricos. O Japão, por exemplo, forma 7000 engenheiros agrónomos por ano. Toda a América Latina forma somente 1100 por ano. No Japão há um técnico agrícola por cada 600 herdades. Comparemos este número com, talvez, um técnico por 10 000 herdades na Colômbia e um técnico por 100 000 herdades na Indonésia.

Mas, para soluções a longo prazo, o problema do aumento da produção de alimentos nos países mais pobres ultrapassa a alteração das práticas agrícolas. Virtualmente, todas as facetas das economias e culturas dos países afectados estão envolvidas. Existem factores importantes desde a ajuda económica internacional e a política interna de preços dos alimentos até à urbanização, crescimento industrial, saúde pública e a prática de planeamento familiar.

### GE 10.32

A física da transformação de energia em processos biológicos é um exemplo de um campo interdisciplinar vivo, chamado biofísica (onde a física, a biologia, a química e a nutrição participam conjuntamente). Outra ligação com a física surge no problema do abastecimento inadequado de alimentos à humanidade; também aqui muitos físicos, com outras pessoas, estão presentemente a tentar encontrar soluções com o seu trabalho especializado.

"The Repast of the Lion"  
por Henri Rousseau  
The Metropolitan Museum of Art



Que colaboração podem dar, em tudo isto, os investigadores científicos? É geralmente verdade que uma das causas de alguns piores problemas sociais é a ignorância, incluindo a ausência de conhecimento científico específico. Por exemplo, o conhecimento sobre o modo de crescimento eficiente de plantas alimentares nos trópicos é lamentavelmente escasso. Melhores métodos para a dessalinização da água do mar ou da água salobra são necessários para permitir a irrigação dos campos com água destas abundantes fontes. Mas antes disto ser economicamente possível, será preciso aumentar os conhecimentos sobre a estrutura das moléculas nos líquidos e sobre o movimento das moléculas através de membranas do tipo das usadas no equipamento de dessalinização. Respostas a estas perguntas, e a outras como estas, só podem surgir através da investigação em ciência "pura", de trabalhadores científicos treinados, com acesso a oportunidades de investigação adequadas.

**Q23** Os animais obtêm a energia de que necessitam da comida, mas as plantas

(a) obtêm energia da luz solar;

- (b) obtêm energia da água e do anidrido carbónico;
- (c) obtêm energia das sementes;
- (d) não precisam de uma reserva de energia.

Q24 O corpo humano tem um rendimento de cerca de 20%. Isto significa que:

- (a) só um quinto da comida que se ingere é digerida;
- (b) quatro quintos da energia que se obtém da comida são destruídos;
- (c) um quinto da energia que se obtém da comida é utilizado para pôr a trabalhar a “maquinaria” do corpo;
- (d) gastar-se-ia 80% de cada dia a descansar sossegadamente sem trabalhar;
- (e) só um quinto da energia que se obtém da comida pode ser utilizado para permitir que o corpo execute trabalho sobre objectos externos.

Q25 Explique esta afirmação: “O repasto do leão é a luz solar”.

### 10.9 Formulação de uma lei geral

Na Secção 10.3 introduzimos a lei de conservação da energia mecânica. Esta lei só pode ser utilizada em situações em que a energia mecânica não se transforma em calor, ou vice-versa. Mas, no princípio do século XIX, o desenvolvimento da ciência da engenharia e da filosofia levou a pensar que todas as formas de energia (incluindo o calor) podiam transformar-se umas nas outras sem perdas e, portanto, que a quantidade total de energia no universo era constante.

A invenção da pilha eléctrica de Volta, em 1800, mostrou que a electricidade podia produzir-se a partir de reacções químicas. Cedo se descobriu que a corrente eléctrica podia produzir calor e luz. Hans Christian Oersted, um fisico dinamarquês, descobriu, em 1820, que uma corrente eléctrica produz efeitos magnéticos. E em 1831, Michael Faraday, o grande cientista inglês, descobriu a indução electromagnética: um íman, movendo-se perto de uma bobina ou de um fio, dá lugar ao aparecimento de uma corrente eléctrica na bobina ou no fio. Para alguns pensadores, estas descobertas indicavam uma unidade dos fenómenos da natureza e sugeriam que eram, todos, o resultado da mesma “força” básica. Esta ideia, ainda que vaga e formulada imprecisamente, deu fruto, sob a forma da lei de conservação da energia. Todos os fenómenos da natureza envolvem a conversão de uma forma de energia noutra, mas a *quantidade* total de energia não varia durante a transformação.

A invenção e o uso das máquinas a vapor ajudaram a estabelecer a lei de conservação da energia, mostrando como medir variações de energia. Praticamente desde o princípio da sua aplicação, as máquinas a vapor foram classificadas mediante uma quantidade chamada “serviço” (“duty”). Este termo referia-se à altura a que uma máquina podia levantar uma carga consumindo uma dada quantidade de combustível. Por outras palavras, o critério era a quantidade de *trabalho* que uma máquina podia realizar pelo preço de uma tonelada de carvão. O carácter



Joule começou a sua longa série de experiências investigando o «serviço» de motores eléctricos. Neste caso o serviço era medido pelo trabalho que o motor podia executar quando se gastava uma certa quantidade de zinco na bateria que fazia funcionar o motor.



Joule começou a sua longa série de experiências investigando o «serviço» de motores eléctricos. Neste caso o serviço era medido pelo trabalho que o motor podia executar quando se gastava uma certa quantidade de zinco na bateria que fazia funcionar o motor.

O interesse de Joule era verificar se os motores poderiam competir economicamente com as máquinas a vapor.

prático desta classificação é típico da tradição da engenharia em que se desenvolveu a máquina a vapor.

O conceito de trabalho começou por ser usado em geral como uma medida da quantidade de energia transformada de uma forma noutra (embora as palavras "trabalho" e "energia" não fossem usadas). Isto permitiu chegar a conclusões quantitativas sobre a transformação de energia. Por exemplo, Joule utilizou o trabalho efectuado pelos pesos descendentes como medida da quantidade de energia potencial gravitacional transformada em calor.

Em 1843, Joule afirmara que, quando uma certa quantidade de energia mecânica parece desaparecer, aparece sempre uma quantidade definida de calor. Para ele, isto era uma indicação da conservação daquilo a que hoje chamamos energia. Joule dizia que estava

...satisfeito porque os grandes agentes da natureza são *indestrutíveis* pela vontade do Criador; e que, onde quer que se consuma energia mecânica, é *sempre* obtido um equivalente exacto de calor.



Johann Wolfgang von Goethe (1749-1832).

Goethe pensava que a sua teoria da cor (que muitos cientistas modernos consideram sem utilidade) excedia em importância todas as suas obras literárias.



Friedrich von Schelling (1775-1854).

Dito isto, Joule continuou o seu trabalho no laboratório. Era, basicamente, um homem prático e tinha pouco tempo para especulações teológicas ou metafísicas. Entretanto, outras pessoas, ainda que com base em argumentos especulativos, estavam também a chegar à conclusão de que a quantidade total de energia no universo é constante.

Um ano antes da observação de Joule, por exemplo, Julius Robert Mayer, um físico alemão, tinha proposto uma lei geral de conservação da energia. Ao contrário de Joule, não tinha feito experiências quantitativas, se bem que tivesse observado processos fisiológicos envolvendo calor e respiração. Utilizou resultados de outros cientistas sobre propriedades térmicas do ar para calcular o equivalente mecânico do calor (Mayer obteve aproximadamente o mesmo valor que obteve Joule).

Mayer tinha sido fortemente influenciado pela escola filosófica alemã, agora conhecida como *Naturphilosophie* ou "filosofia natural", que floresceu na Alemanha durante o fim do século XVIII e princípio do século XIX. (Mais pormenores são apresentados no Epílogo da Unidade 2). Os que mais influenciaram aquela escola foram Johann Wolfgang von Goethe e Friedrich von Schelling. Nenhum destes homens é conhecido hoje como cientista. Goethe é geralmente considerado como o maior poeta e dramaturgo da Alemanha, ao passo que Schelling é considerado um filósofo secundário. Ambos tiveram grande influência na geração de cientistas alemães educados no princípio do século XIX. Os filósofos naturais estavam associados intimamente com o movimento romântico na literatura, na arte e na música, movimento que era uma reacção ao que muitos olhavam como a esterilidade e a indiferença ética da visão mecanicista do mundo que cresceu no século XVII.

Para os filósofos naturais, a ideia de que a natureza pode ser compreendida em termos de uma máquina feita de matéria sem vida e de movimento não era apenas sombria, mas causava repulsa. Não acreditavam que a riqueza dos fenómenos naturais, incluindo o Homem com o seu intelecto, as suas emoções e as suas esperanças, pudesse ser entendida como o resultado do movimento de partículas.

À primeira vista, poderia parecer que a filosofia natural tinha pouco que ver com a lei de conservação da energia; aquela lei é prática e quantitativa, enquanto que os filósofos naturais tinham tendência para ser qualitativos e especulativos. Contudo, na sua persistência em procurar a realidade subjacente da natureza, os filósofos naturais influenciaram, na verdade, a lei de conservação da energia. Acreditavam que os vários fenómenos da natureza — gravidade, electricidade, magnetismo, etc, — não estão realmente separados uns dos outros, mas são simplesmente manifestações diferentes de uma “força” básica. Ao encorajar cientistas a procurar relações entre “forças” diferentes (ou, em termos modernos, entre diferentes formas de energia), os filósofos naturais estimularam as experiências e as teorias que conduziram à lei de conservação da energia.

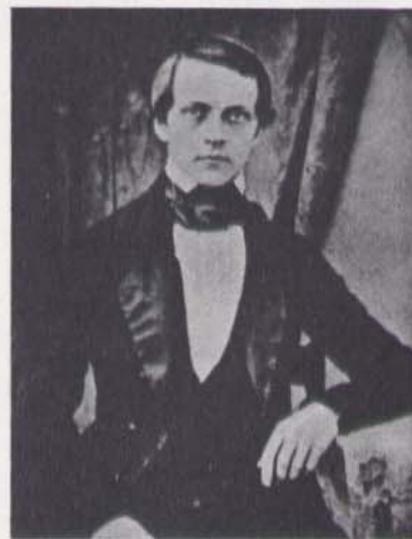
Afirmavam que a natureza podia ser explicada, como “realmente” é, somente pela observação directa, sem mecanismos complicados e “artificiais”, apenas utilizando sentimentos e intuições. Goethe e Schelling eram ambos muito interessados pela ciência e pensaram que a sua filosofia podia servir de guia para a descoberta de um significado oculto, interno da natureza. Para Goethe o objectivo era “Que eu possa detectar a força mais secreta que amarra o mundo e guia o seu curso”.

Na altura em que a conservação da energia foi estabelecida e geralmente aceite, a filosofia natural já não era popular. Os cientistas que tinham sido previamente influenciados por ela, incluindo Mayer, opunham-se-lhe agora fortemente. De facto, a princípio alguns cientistas renitentes duvidaram da lei de conservação da energia simplesmente por não aceitarem a filosofia natural. Por exemplo, William Barton Rogers, fundador do Instituto de Tecnologia de Massachusetts, escreveu da Europa ao seu irmão, em 1858:

Parece-me que muitos dos que discutem esta questão da conservação da força estão a mergulhar na neblina do misticismo.

Contudo, a lei de conservação da energia foi tão rapidamente e com tanto sucesso posta em uso em física, que as suas origens filosóficas foram depressa esquecidas. Este episódio recorda-nos uma lição que aprendemos antes: no trabalho do dia a dia dos cientistas, a experimentação e a teoria matemática são os guias habituais. Mas ao proceder-se a um avanço verdadeiramente importante na ciência, a especulação filosófica também desempenha muitas vezes um papel importante.

Mayer e Joule eram apenas dois entre pelo menos uma dúzia de pessoas que, de 1832 a 1854, propuseram de algum modo, a ideia de que a energia se conserva. Alguns exprimiram tal ideia vagamente; outros exprimiram-na de um modo bastante claro. Alguns chegaram ao seu objectivo principalmente a partir de considerações filosóficas; outros, a partir de dados práticos relacionados com máquinas e motores, ou a partir de pesquisa laboratorial; outros ainda a partir de uma combinação de diferentes factores. Muitos deles, incluindo Mayer e Joule, trabalharam bastante independentemente uns dos outros. A ideia de conservação da energia estava de algum modo “no ar” conduzindo essencialmente a descobertas simultâneas, mas separadas.



Hermann von Helmholtz (1821-1894).

A publicação de Helmholtz, «Zur Erhaltung der Kraft», era altamente elaborada e matematicamente sofisticada. Relacionou a lei de conservação da energia com os princípios estabelecidos da mecânica newtoniana e por esse facto ajudou a tornar a lei cientificamente respeitável.

A larga aceitação da lei de conservação da energia deve bastante à influência de um artigo publicado em 1847. Isto passou-se dois anos antes de Joule publicar os resultados das suas experiências mais precisas. O autor, um jovem médico e físico alemão, Hermann von Helmholtz, intitulou o seu trabalho "Sobre a Conservação da Força". Helmholtz formulou corajosamente a ideia que outros exprimiram vagamente; nomeadamente, "que é impossível criar uma força motriz permanente a partir do nada". Este tema foi expresso mais claramente muitos anos mais tarde numa das palestras populares de Helmholtz:

Chegamos à conclusão de que a Natureza, como um todo, possui uma reserva de força que não pode de qualquer modo aumentar ou diminuir e que, portanto, a quantidade de força na Natureza é precisamente tão eterna e inalterável como a quantidade de matéria. Expressa nesta forma, mencionei a lei geral: "O Princípio de Conservação da Força".

Qualquer máquina ou motor que produz trabalho (fornece energia) só pode fazê-lo extraindo-o de alguma fonte de energia. A máquina não pode fornecer mais energia do que a que obtém da fonte, e quando se esgota a fonte, a máquina deixa de trabalhar. Os motores e as máquinas apenas podem *transformar* energia; não podem criá-la ou destruí-la.

GE 10.33

**Q26** O significado da filosofia natural alemã na história da ciência é que

- (a) foi a forma mais extrema do ponto de vista mecanicista;
- (b) foi uma reacção contra a especulação excessiva;
- (c) estimulou a especulação sobre a unidade dos fenómenos naturais;
- (d) atrasou o progresso da ciência opondo-se à mecânica newtoniana.

**Q27** As descobertas em electricidade e magnetismo no princípio do século XIX contribuíram para a descoberta da lei de conservação da energia porque

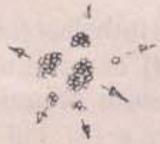
- (a) atraíram a atenção para a conversão de uma forma de energia noutra;
- (b) tornaram possível produzir mais energia a preço mais baixo;
- (c) revelaram o que acontecia à energia que era aparentemente perdida nas máquinas a vapor;
- (d) tornaram possível transmitir energia a longas distâncias.

**Q28** O desenvolvimento das máquinas a vapor ajudou a descobrir a lei de conservação da energia porque

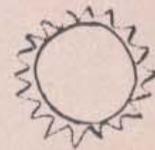
- (a) as máquinas a vapor produzem uma grande quantidade de energia;
- (b) a teoria do calórico não podia explicar como trabalhavam as máquinas a vapor;

# Conservação de Energia na Terra

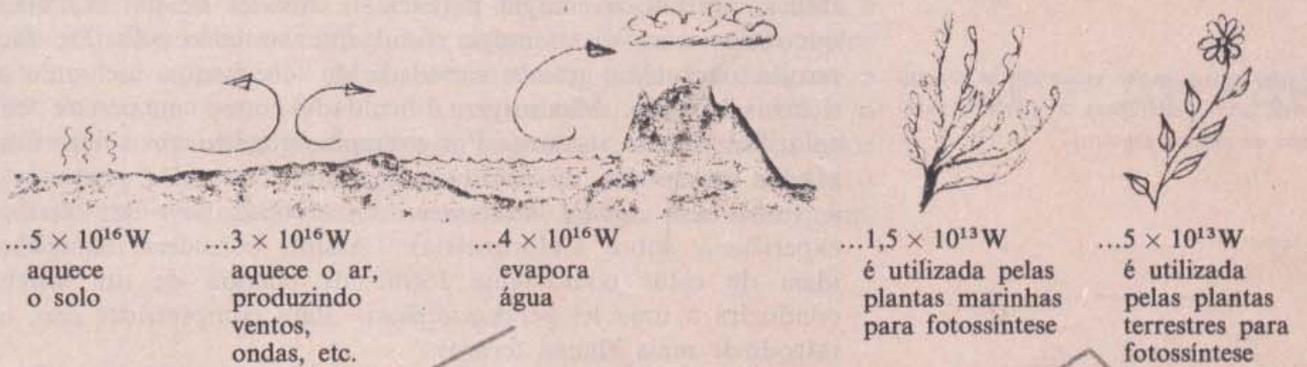
As reacções nucleares no interior da Terra produzem energia à taxa de  $3 \times 10^{13} \text{ W}$



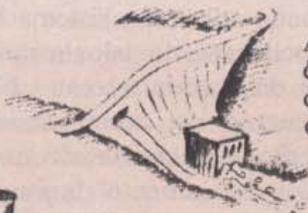
As reacções nucleares no Sol produzem energia à taxa de  $3,5 \times 10^{27} \text{ W}$



A Terra recebe cerca de  $17 \times 10^{16} \text{ W}$  do Sol, de que cerca de  $\frac{1}{3}$  é imediatamente reflectida — principalmente pelas nuvens e pelos oceanos; o resto é absorvido, convertido em calor e, finalmente, irradiado para o espaço exterior sob a forma de radiação infravermelha. Da parte da energia solar que não é reflectida,...



A maior parte da energia recebida pela água é cedida de novo quando a água se condensa em nuvens e chuva; mas, em cada segundo, cerca de  $10^{15}$  joules ficam sob a forma de energia potencial gravítica da chuva que cai.



Alguma desta energia é utilizada para produzir  $10^{11} \text{ W}$  de potência hidroelétrica

Plantas verdes antigas decompuseram-se e constituíram uma reserva de cerca de  $2,2 \times 10^{23}$  joules sob a forma de petróleo, gás e carvão. Esta reserva está a ser utilizada à taxa de  $5 \times 10^{12} \text{ W}$ .

Plantas verdes actuais estão a ser utilizadas sob a forma de alimento para o homem e os animais, à taxa de  $2 \times 10^{13} \text{ W}$ . A agricultura utiliza cerca de  $\frac{1}{10}$  desta energia e, finalmente, as pessoas consomem  $3 \times 10^{11} \text{ W}$  sob a forma de alimentos.



Reacções nucleares controladas produzem  $2 \times 10^{10} \text{ W}$  de potência eléctrica.

$5 \times 10^{11} \text{ W}$

$12 \times 10^{11} \text{ W}$  é utilizada na produção de  $4 \times 10^{11} \text{ W}$  de potência eléctrica

$9 \times 10^{11} \text{ W}$  é utilizada em motores de combustão. Cerca de  $\frac{3}{4}$  desta potência dissipa-se sob a forma de calor; menos de  $3 \times 10^{11} \text{ W}$  é convertida em potência mecânica

$3 \times 10^{12} \text{ W}$  é utilizada em aquecimento repartida igualmente pelos usos industrial e doméstico

O emprego directo como matérias-primas em plásticos e produtos químicos atinge  $2 \times 10^{11} \text{ W}$



- (c) o conceito exacto de trabalho foi desenvolvido para classificar as máquinas a vapor;
- (d) a energia interna de uma máquina a vapor foi sempre considerada constante.

### 10.10 Um enunciado preciso e geral da lei de conservação da energia

Podemos agora tentar unir muitas das ideias expressas neste capítulo num enunciado preciso da lei de conservação da energia. Seria agradavelmente simples chamar ao calor energia "interna" associada à temperatura, juntá-lo à energia potencial e cinética de um sistema, e dizer que esta soma é a energia total que se conserva. De facto, isto resulta para uma grande variedade de fenómenos, incluindo as experiências de Joule. Mas surgem dificuldades com o conceito de "conteúdo" calorífico de um sistema. Por exemplo, quando um sólido é aquecido até ao seu ponto de fusão, o acréscimo de calor posterior causará a fusão *sem subida de temperatura* (como deve ter verificado na experiência sobre Calorimetria). Assim, considerar simplesmente a ideia de calor como uma forma de energia de um sistema, não conduzirá a uma lei geral completa. Para compreender *isso*, temos de introduzir mais alguns termos.

Em vez de "calor", utilizemos o conceito de *energia interna*, uma energia do sistema que pode tomar formas que não estão directamente relacionadas com a temperatura. Então podemos usar a palavra "calor" para referir apenas uma *transferência* de energia entre um sistema e o meio envolvente. (De um modo análogo, o termo *trabalho* é utilizado não para descrever algo contido num sistema, mas sim para descrever a transferência de energia de um sistema para outro).

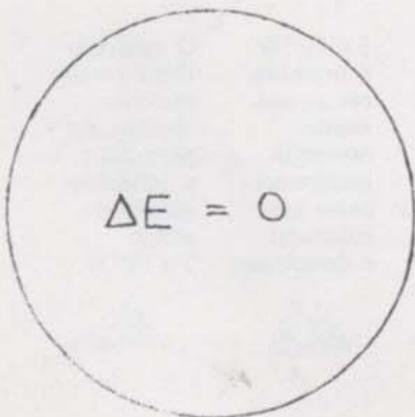
Mesmo com estas definições, não podemos formular um enunciado tão simples como: "o fornecimento de calor a um sistema aumenta a sua energia interna, e o trabalho efectuado sobre um sistema aumenta a sua energia mecânica". Porque o fornecimento de calor a um sistema pode ter outros efeitos além do aumento da energia interna. Numa máquina a vapor, por exemplo, o fornecimento de calor aumenta a energia mecânica do êmbolo. Analogamente, o *trabalho* efectuado sobre um sistema pode ter outros efeitos além do aumento da energia mecânica. Ao esfregarmos as mãos, por exemplo, o trabalho realizado aumenta a energia interna da pele das mãos. Portanto, uma lei geral de conservação da energia deve incluir o trabalho *e* o calor. Mais concretamente, deve tratar da variação da *energia total* de um sistema, e não da parte "mecânica" e da parte "interna".

Como mencionámos antes ao discutirmos as leis de conservação, estas leis podem exprimir-se de dois modos: (a) em termos de um sistema isolado, no qual a quantidade total de qualquer coisa não se altera, ou (b) em termos de como medir os aumentos e diminuições da quantidade total dessa qualquer coisa num sistema aberto (ou não-isolado). Os dois modos de exprimir a lei estão logicamente relacionados pela definição de "isolado". Por exemplo, a conservação do momento linear pode exprimir-se dos dois modos seguintes: (a) Se

Se não quiser saber quais são as dificuldades, pode saltar para o primeiro parágrafo da página seguinte.

A palavra «calor» é utilizada um pouco vagamente, mesmo por físicos. A precisão do seu significado não é necessária em muitos contextos, mas é importante para a discussão nesta secção.

Caso especial de um sistema isolado.



nenhuma força resultante exterior actuar sobre um sistema, então o  $m\vec{v}$  total do sistema é constante; ou (b) Se uma força resultante exterior  $\vec{F}$  actuar sobre um sistema durante um tempo  $\Delta t$ , a variação do  $m\vec{v}$  total do sistema é  $\vec{F} \times \Delta t$ . Em (a) a ausência de força resultante é uma condição de isolamento. Em (b) descreve-se como a presença de uma força resultante afecta o momento linear. Como é óbvio, a forma (b) é geralmente mais útil.

Estamos numa situação semelhante com a lei de conservação da energia. Podemos dizer que a energia total de um sistema permanece constante se o sistema estiver isolado. (Por isolado queremos dizer que não é efectuado trabalho sobre o sistema ou pelo sistema e que nenhum calor transita entre o sistema e o meio envolvente). Ou podemos dizer que a *variação* de energia de um sistema *não-isolado* é igual ao trabalho resultante efectuado sobre o sistema, mais o calor resultante a ele adicionado. Mais precisamente, podemos designar o trabalho resultante por  $\Delta W$  — isto é, o trabalho efectuado *sobre* o sistema menos o trabalho efectuado *pelo* sistema —; e designar o calor resultante por  $\Delta H$  — isto é, o calor adicionado ao sistema menos o calor perdido pelo sistema. Então a variação de energia *total* do sistema,  $\Delta E$ , é dada por

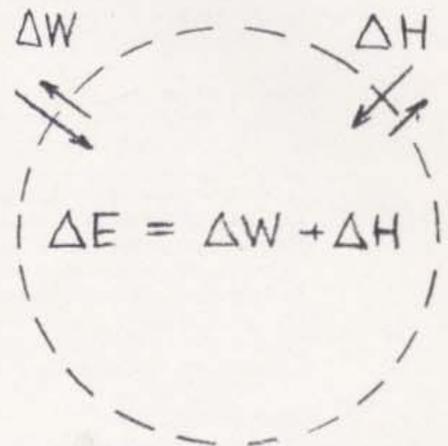
$$\Delta E = \Delta W + \Delta H$$

Esta é uma forma simples e útil da lei de conservação da energia, que é por vezes denominada a *primeira lei da termodinâmica*.

Esta expressão geral inclui, como casos especiais, as versões preliminares da lei de conservação dadas anteriormente neste capítulo. Se não houver qualquer transferência de energia sob a forma de calor, então  $\Delta H = 0$  e portanto  $\Delta E = \Delta W$ . Neste caso, a variação de energia de um sistema é igual ao trabalho resultante efectuado sobre ele. Por outro lado, se não for realizado trabalho sobre ou pelo sistema, então  $\Delta W = 0$ , e  $\Delta E = \Delta H$ . Aqui a variação de energia de um sistema é igual ao calor resultante.

O que ainda nos falta, é uma descrição da parte da energia total de um sistema a que chamamos calor (ou melhor, energia “interna”). Até aqui, vimos apenas que um aumento da energia interna está algumas vezes associado com o aumento de temperatura. Mencionámos também a suspeita antiga de que a energia interna envolve o movimento das “pequenas partes” dos corpos. Retomaremos este problema, em pormenor, no Capítulo 11.

Em geral:



Termodinâmica é o estudo da relação entre calor e energia mecânica.

GE 10.34-10.38

Q29 A primeira lei da termodinâmica é

- verdadeira só para máquinas a vapor;
- verdadeira só quando não há atrito;
- um enunciado geral da conservação da energia;
- o único modo de exprimir a conservação da energia.

Q30 Defina  $\Delta E$ ,  $\Delta W$  e  $\Delta H$  de um sistema.

Q31 Quais são as duas maneiras possíveis para variar a energia total de um sistema?

### 10.11 Fé na conservação da energia

Há mais de um século que a lei de conservação da energia tem subsistido como uma das leis mais fundamentais da ciência. Encontramo-la repetidamente neste curso, ao estudar electricidade e magnetismo, estrutura dos átomos e física nuclear. Noutras ciências, da química à biologia, e em estudos de engenharia, aplica-se a mesma lei. Na verdade, nenhuma outra lei une tão claramente os vários campos científicos, fornecendo a todos os cientistas um conjunto de conceitos comuns.

O princípio de conservação da energia tem tido tanto êxito e é tão firmemente aceite que a maior parte dos físicos acham quase impossível que surja algum fenómeno que o contrarie. Por vezes a energia parece surgir ou desaparecer num sistema, sem serem registadas variações de formas de energia conhecidas. Em tais casos, os físicos preferem admitir que está envolvida alguma forma de energia desconhecida até então, em vez de considerarem seriamente a possibilidade de que a energia não se conserva. Já mencionámos um exemplo desta atitude: a proposta de Leibniz de que a energia podia ser dissipada entre "as pequenas partes" dos corpos de modo a manter o princípio de conservação da energia em colisões inelásticas e processos de atrito. A sua fé na conservação de energia era justificada. Outras evidências mostraram que a "energia interna" variava precisamente a quantidade exacta para explicar variações observadas na energia externa.

Outro exemplo recente é a "invenção" do neutrino pelo físico Wolfgang Pauli, em 1933. Experiências sugeriram que desaparecia energia em certas reacções nucleares. Mas Pauli propôs que uma partícula muito pequena, baptizada "neutrino" por Enrico Fermi, era produzida nestas reacções. Não detectável, o neutrino transportava alguma energia.

Os físicos aceitaram a teoria do neutrino durante mais de vinte anos, embora os neutrinos não tivessem sido detectados por qualquer método. Finalmente, em 1956, foram detectados neutrinos em experiências usando radiações de um reactor nuclear. (A experiência não podia ter sido feita em 1933, em virtude de não existir nenhum reactor nuclear até cerca de uma década mais tarde). Novamente, a fé na conservação de energia foi justificada.

O tema da "conservação" é tão poderoso em ciência que acreditamos que será sempre justificável. Acreditamos que quaisquer excepções aparentes à lei serão compreendidas, mais cedo ou mais tarde, de um modo que não nos obrigue a enjeitar a lei. Quando muito, poderão conduzir-nos à descoberta de novas formas de energia, tornando a lei ainda mais geral e poderosa.

O matemático e filósofo francês Henri Poincaré exprimiu esta ideia em 1903 no seu livro *Science et Hypothèse*:

...o princípio de conservação da energia significa simplesmente que existe *qualquer coisa* que permanece constante. Na verdade, não interessam as novas noções que experiências futuras nos darão do mundo, estamos certos à partida de que haverá *qualquer coisa* que permanecerá constante, a que poderemos chamar *energia*.

GE 10.39-10.40

Achamos hoje que a descoberta de leis de conservação foi uma das mais importantes realizações da ciência. São ferramentas de análise válidas e poderosas. Todas elas afirmam basicamente que, aconteça o que acontecer num sistema de corpos interactuantes, certas quantidades mensuráveis permanecerão constantes enquanto o sistema permanecer isolado.

A lista das leis de conservação conhecidas tem crescido nos últimos anos. A área das partículas fundamentais (ou "elementares") tem permitido desenvolver muito este novo conhecimento. Algumas das leis novas são imperfeita e incompletamente entendidas. Outras ainda não estão solidamente implantadas e ainda estão a ser investigadas.

Apresentamos em baixo uma lista de leis de conservação actualizada. Ninguém pode afirmar que a lista é completa ou eterna. Mas inclui as leis de conservação que constituem a caixa de ferramentas dos físicos modernos. As que têm asterisco são discutidas no texto deste curso. As outras são tratadas em unidades suplementares (de opção), por exemplo, a Unidade Suplementar intitulada *Partículas Elementares*.

1. Momento linear \*
2. Energia (incluindo massa) \*
3. Momento angular (incluindo spin)
4. Carga \*
5. Número de electrões
6. Número de muões
7. Número de bariões
8. Número de estranheza
9. Spin isotópico.

Os números de 5 a 9 resultam de trabalho em física nuclear, física das altas energias ou física das partículas fundamentais ou elementares. Se lhe interessar este aspecto, verá que vale a pena ler nesta altura o trabalho "Conservation Laws" (na Colectânea intitulada *The Nucleus*). As primeiras sete leis da lista atrás citada são discutidas nesta selecção.

10.1 O material do Projecto Física particularmente apropriado para o Capítulo 10 inclui:

**Experiências**

- Conservação de Energia
- Medição da Velocidade de uma Bala
- Temperatura e Termómetros
- Calorimetria
- Calorimetria do Gelo

**Actividades**

- Potência de um Estudante
- Barco movido a Vapor
- Previsão do Alcance de uma Flecha

**Filmes Sem-Fim**

- Cálculo da Velocidade de uma Bala de Espingarda I
- Cálculo da Velocidade de uma Bala de Espingarda II
- Recuo
- Colisão de Vagões de Mercadoria
- Dinâmica de uma Bola de Bilhar
- Um Método de Avaliação de Energia — Introdução de Pregos em Madeira
- Energia Potencial Gravitacional
- Energia Cinética
- Conservação de Energia — Salto à Vara
- Conservação de Energia — Descolagem de um Avião

**Artigos da Colectânea**

- The Steam Engine Comes of Age*
- The Great Conservation Principles*

**Transparências**

- Colisões Lentas
- A Máquina de Watt

10.2 Um homem transporta uma carga pesada através de um andar de uma casa. Desenhe uma seta representando a força que ele aplica à carga e uma outra que represente a direcção do seu movimento. Segundo a definição de trabalho dada, qual o valor do trabalho realizado pelo homem sobre a carga? Sente-se bem com o resultado? Porquê?

10.3 A velocidade de um objecto é sempre *relativa*, isto é o seu valor varia com o sistema de referência adoptado para a medir. Como a energia cinética depende da velocidade, também ela é apenas uma grandeza relativa. Se lhe interessar a ideia da relatividade da energia cinética, considere este problema: um objecto de massa  $m$  é acelerado uniformemente por uma força  $F$  ao longo da distância  $d$ , passando a sua velocidade (em módulo) de  $v_1$  para  $v_2$ . O trabalho realizado,  $Fd$ , é igual à variação da energia cinética  $\frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$ . (Para simplificar, admitamos o caso do movimento envolvendo somente uma direcção ao longo de uma linha recta). Posto isto: descreva este acontecimento visto de um sistema de referência em movimento, ao longo da mesma direcção, com velocidade de módulo  $u$ .

- (a) Qual o valor das velocidades (em módulo) observadas no novo sistema de referência?
- (b) As energias cinéticas têm o mesmo valor em ambos os sistemas de referência?
- (c) A *variação* de energia cinética tem o mesmo valor?
- (d) A quantidade de trabalho calculada é a mesma? Sugestão: de acordo com o princípio da relatividade de Galileu, o valor da aceleração — e portanto da força — é o mesmo quando visto de sistemas de referência com movimento rectilíneo e uniforme um em relação ao outro.

- (e) A variação de energia cinética é ainda igual ao trabalho realizado?
- (f) Do que se segue, indique o que é "invariante" em mudanças de referencial (com movimento rectilíneo e uniforme um em relação ao outro).
  - i) a grandeza  $\frac{1}{2}mv^2$
  - ii) a grandeza  $Fd$
  - iii) a relação  $Fd = \Delta(\frac{1}{2}mv^2)$ .
- (g) Explique por que é erróneo considerar a energia cinética como algo que um corpo *tem*, em vez de a considerar apenas uma grandeza cujo valor se calcula a partir de valores medidos.

10.4 Um electrão de massa  $9,1 \times 10^{-31}$  kg desloca-se com uma velocidade de módulo  $2 \times 10^8$  m/s na direcção do alvo de um aparelho de televisão. Qual é a sua energia cinética? Quantos electrões como este seriam necessários para perfazer uma energia cinética total de um joule?

10.5 Obtenha uma estimativa de energia cinética do que se segue: (a) uma bola de andebol que se lançou; (b) um avião a jacto; (c) um corredor numa prova de 100 metros; (d) a Terra no seu movimento à volta do Sol.

10.6 Um barco quebra-gelos de 200 kg está assente numa superfície lisa de um lago gelado. O vento exerce sobre o barco uma força constante de 400 newtons e o barco desloca-se 900 metros sob a acção dessa força. Suponha que as forças de atrito são desprezáveis e que o barco parte do repouso. Calcule o módulo da velocidade atingida no fim da corrida de 900 metros, mediante cada um dos métodos seguintes:

- (a) Utilize a segunda lei de Newton para determinar a aceleração do barco. Quanto tempo leva o barco a percorrer os 900 metros? Qual a velocidade que ele terá então?
- (b) Calcule a velocidade final do barco igualando o trabalho realizado sobre ele pelo vento e o aumento da sua energia cinética. Compare o resultado obtido com a resposta dada em (a).

10.7 Uma bala de 2 g é disparada para o tronco de uma árvore. Ela entra com uma velocidade de módulo 300 m/s e pára após ter penetrado 5 cm em linha recta.

- (a) Qual foi a variação da energia cinética da bala?
- (b) Que trabalho realizou a árvore sobre a bala?
- (c) Qual o valor médio da força durante o impacto?

10.8 Retomemos a questão GE 9.20. Qual o valor do trabalho realizado pelo taco ("stick") sobre a bola de golfe? Qual o valor do trabalho realizado pela bola de golfe sobre o taco?

10.9 Uma moeda tem uma massa de aproximadamente 3,0 gramas e tem cerca de 1,5 milímetros de espessura. Suponha que tem 50 moedas destas empilhadas umas sobre as outras.

- (a) Quanta energia potencial gravitacional tem a moeda de cima a mais do que a moeda de baixo?
- (b) E o conjunto das 50 moedas quanta energia potencial gravitacional tem a mais do que a moeda de baixo sozinha?

10.10 (a) A que altura pode elevar um livro que pesa 5 newtons se dispuser da energia de um joule?  
 (b) Qual o valor da energia (em joules) necessária para elevar um avião a jacto pesando  $7 \times 10^5$  newtons (completamente carregado) até à sua altitude de cruzeiro de 10 000 metros?

**10.11** Uma experiência a realizar em casa consiste em suspender pesos de uma fita de borracha e em medir os respectivos alongamentos. Trace um gráfico da força em função do aumento do comprimento. Como podia determinar a energia armazenada?

**10.12** Para o comprimento, o tempo e a massa existem padrões (por exemplo, o metro padrão). Mas a energia é uma "grandeza derivada", para a qual não é necessário ter padrões. Entretanto, suponha que alguém vos pede que lhe forneça energia no valor de um joule. Descreva, com o pormenor que puder, o que faria.

- 10.13** (a) Estime quanto tempo levaria a Terra a cair 1 metro sobre uma pedra de 1 kg, se a pedra estivesse de algum modo fixa rigidamente no espaço.  
 (b) Estime a distância de que a Terra realmente se deslocará enquanto uma pedra de 1 kg cai da altura de 1 metro a partir do repouso.

**10.14** A fotografia seguinte mostra uma massa de chumbo que está sendo utilizada para demolir uma parede. Discuta as transformações de energia envolvidas.



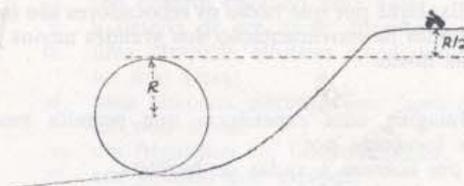
**10.15** Esta discussão mostrará que a energia potencial de um objecto depende do sistema de referência em que é medida. O pedregulho que se vê na fotografia da página 41 não foi erguido até ao sítio onde se encontra — o resto da rocha é que sofreu erosão, ficando o pedregulho onde está, possivelmente quase desde a formação da Terra. Considere a pergunta "Qual a energia potencial gravitacional do sistema pedregulho + Terra?" O leitor pode facilmente calcular a variação da energia potencial se o pedregulho caísse — seria igual ao produto do peso do pedregulho pela altura da queda. Todavia seria este o valor real da energia potencial armazenada pelo sistema pedregulho + Terra? Imagine que havia perto um poço de mina profundo e que o pedregulho caía no poço. Então o pedregulho cairia de uma altura muito maior, reduzindo muito mais a energia potencial gravitacional. Aparentemente a quantidade de energia armazenada depende da altura de que se imagina que o pedregulho pode cair.

- (a) Qual a diminuição máxima possível de energia potencial gravitacional que o sistema isolado pedregulho + Terra podia ter?  
 (b) O sistema pedregulho + Terra é realmente isolado?  
 (c) Existe um valor mínimo absoluto da energia potencial gravitacional de qualquer sistema que incluía o pedregulho e a Terra?

Estas perguntas sugerem que a energia potencial, tal como a energia cinética, é uma grandeza relativa. O valor da energia potencial depende da localização do sistema de referência (em repouso) em que é medida. Isto não é um problema grave, porque só estamos interessados em variações de energia. Num dado problema, um físico escolherá normalmente uma referência para "nível-zero" da energia potencial que permita simplificar os cálculos. Qual seria um nível-zero conveniente para a energia potencial gravitacional de

- (a) um pêndulo?  
 (b) um carro numa "montanha russa"?  
 (c) um peso em oscilação suspenso de uma mola?  
 (d) um planeta em órbita à volta do Sol?

**10.16** A figura abaixo (não desenhada à escala) representa uma roda como as que se vêem nas feiras, onde se pode dar uma volta completa. Um carro partindo de uma plataforma situada acima do topo da roda desce a rampa e dá uma volta completa sem se desprender do carril. Mostre que, para completar a volta, o carro deve partir de uma altura que ultrapasse o topo da roda de pelo menos metade do raio. Sugestão: o peso do carro não deve ser superior à força centrípeta necessária para o manter na trajectória circular no topo da roda.

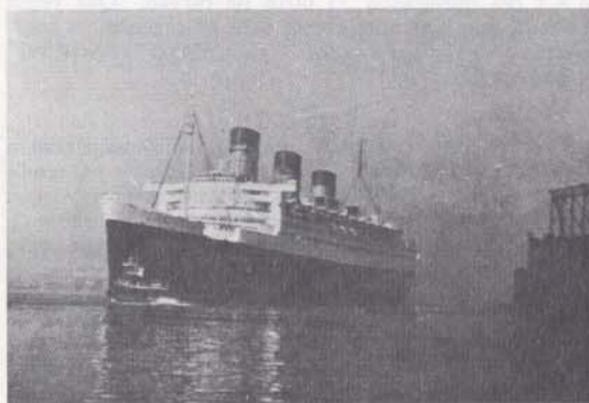


**10.17** Discuta a conversão entre as formas de energia cinética e potencial no sistema constituído por um cometa em órbita à volta do Sol.

**10.18** Acrescente a um diagrama da máquina a vapor o esboço de uma ligação mecânica capaz de abrir e fechar as válvulas automaticamente.

**10.19** Mostre que se uma força de propulsão  $F$  mantém um veículo em movimento com uma velocidade de módulo constante  $v$  (em oposição ao atrito do meio circundante), a potência necessária é igual a  $Fv$ .

**10.20** O "Queen Mary", um dos maiores navios a vapor britânicos, foi transformado num museu marítimo na costa ocidental dos E. U. A. após ter completado 1 000 travessias do Atlântico. A sua massa é de 75 milhões de



quilogramas e a potência máxima das máquinas de 174 milhões de watts permite-lhe atingir uma velocidade máxima de 16 metros por segundo.

- (a) Qual é a sua energia cinética à velocidade máxima?
- (b) Admita que à velocidade máxima toda a potência das máquinas é gasta a vencer a resistência da água. Se as máquinas forem paradas de repente, que distância percorrerá o navio até parar? (Admita que a resistência da água é constante).
- (c) Que força constante seria necessária para levar o navio a parar, a partir da velocidade máxima, numa distância de 2 000 metros?
- (d) As hipóteses admitidas em (b) não são válidas pelas razões seguintes:
  1. Somente 60% da potência fornecida aos veios propulsores tem efeito prático no avanço do navio; o resto é gasto em atrito e turbulência, portanto aquecendo a água.
  2. A resistência da água para as velocidades baixas é menor do que para as velocidades elevadas.
  3. Se as hélices não rodarem livremente, provocam um aumento de resistência.
 Quais dos factores acima tendem a aumentar e quais tendem a diminuir a distância percorrida pelo navio com as máquinas paradas?
- (e) Explique por que razão os rebocadores são importantes na movimentação dos grandes navios junto às docas.

**10.21** Imagine uma experiência que permita medir a potência fornecida por

- (a) um homem a andar de bicicleta
- (b) uma motocicleta
- (c) um motor eléctrico.

**10.22** Com referência à tabela de "Potências Típicas" contida na página 50.

- (a) Que vantagens teria a máquina de Newcomen sobre o moinho de vento?
- (b) Que vantagens julga que teria a máquina de Watt (1778) sobre a máquina de Smeaton (1772)?

**10.23** Além de "horsepower" (cavalo-vapor), um outro termo que se usava no tempo de Watt para caracterizar a capacidade das máquinas a vapor era "duty" (serviço). O "duty" de uma máquina a vapor era definido como a distância em pés a que uma máquina podia elevar uma carga de um milhão de libras, usando como combustível 35 litros de carvão. Por exemplo, a máquina de Newcomen tinha um "duty" de 4,3: podia realizar o trabalho correspondente à elevação de um milhão de libras a uma altura de 4,3 pés queimando 35 litros de carvão. Que pensa que teria sido mais importante para os engenheiros construtores de máquinas a vapor — aumentar o "horsepower" ou aumentar o "duty"?

**10.24** Um termo moderno que está relacionado com o serviço ("duty") de uma máquina é *rendimento*. O rendimento de uma máquina (ou de qualquer dispositivo que converte energia de uma forma em outra) é definido como a percentagem da energia absorvida que é fornecida como energia útil.

- (a) Por que teria sido impossível encontrar um valor para o rendimento de uma máquina antes de Joule?
- (b) O rendimento de um motor de "combustão interna" raramente é superior a 10%. Por exemplo, apenas

cerca de 10% da energia libertada pela combustão de gasolina no motor de um automóvel é utilizada para movimentar o automóvel. Que acontece aos restantes 90%?

**10.25** A máquina A funciona a uma potência superior à da máquina B, mas o seu rendimento é menor. Isto significa que a máquina A realiza

- (a) mais trabalho com a mesma quantidade de combustível, mas mais lentamente,
- (b) menos trabalho com a mesma quantidade de combustível, mas mais rapidamente,
- (c) mais trabalho com a mesma quantidade de combustível e fá-lo mais rapidamente,
- (d) ou menos trabalho com a mesma quantidade de combustível e fá-lo mais lentamente?

**10.26** Em baixo apresenta-se uma tabela de tarifas de transporte de mercadorias. Como varia o custo com o trabalho realizado?

Caminhos de Ferro Portugueses (1976)

Peso (kg)	Tarifas de remessas de mercadorias desde LISBOA até:		
	Santarém (75 km)	Coimbra (220 km)	Porto (337 km)
50	30\$00	33\$00	37\$00
200	71\$00	94\$00	112\$00
500	160\$00	216\$00	262\$00
1 000	307\$00	419\$00	511\$00
2 000	602\$00	826\$00	1 010\$00
4 000	1 192\$00	1 639\$00	2 008\$00

**10.27** Considere os seguintes valores hipotéticos numa experiência envolvendo uma roda de pás como a de Joule: um peso de 1 quilograma desce a distância de 1 metro movimentando uma roda de pás imersa em 5 quilogramas de água.

- (a) Quantas vezes é necessário fazer cair o peso para que a temperatura da água aumente de 0,5°C?
- (b) Enumere as modificações que poderia introduzir na experiência no sentido de obter o mesmo aumento de temperatura com um menor número de quedas do peso (existem pelo menos três).

**10.28** No decurso de uma viagem pela Suíça, Joule tentou medir a diferença de temperatura da água no cimo e na parte inferior de uma queda de água. Admitindo que a quantidade de calor produzida na parte inferior é igual ao decréscimo da energia potencial gravitacional, calcule aproximadamente a diferença de temperatura que é de esperar que se observe entre o cimo e a parte inferior de uma queda de água com uma altura de 50 metros, como a do Niágara. Para o cálculo importa conhecer o caudal de água da queda?

**10.29** Determine a potência equivalente em watts ou em cavalo-vapor de uma das actividades enumeradas na tabela da página 58.

**10.30** Aproximadamente, quantos quilogramas de carne ("hamburgers") teria de comer para armazenar a energia necessária para cavar durante meia hora? Admita que o rendimento do seu corpo vale 20%.

**10.31** Quando os alimentos que uma pessoa ingere lhe fornecem menos energia do que a que ela gasta, a pessoa começa a consumir a sua própria reserva de gordura. A oxidação de uma libra (454 gramas) de gordura animal fornece cerca de 4 300 quilocalorias de energia. Suponhamos que com o seu regime normal de 4 000 quilocalorias por dia o seu peso se mantém. Se reduzir o regime para 3 000 quilocalorias e mantiver a sua actividade física habitual, em quanto tempo o seu peso baixará 2,27 quilogramas?

**10.32** Para realizar o trabalho quotidiano, uma pessoa na Índia necessita em média 1950 quilocalorias de energia alimentar por dia, enquanto uma pessoa na Europa Ocidental necessita em média cerca de 3 000 quilocalorias por dia. Explique como cada uma das afirmações seguintes torna compreensível a diferença das necessidades em energia.

- (a) O peso médio de um indiano adulto é cerca de 50 kg; o peso médio de um europeu ocidental adulto é cerca de 68 kg.
- (b) A Índia tem um clima quente.
- (c) A distribuição de idades das populações para as quais estas médias foram obtidas é diferente nas duas regiões.

**10.33** Nenhum outro conceito em física tem o significado económico "que energia" tem. Discuta a afirmação: "Podíamos exprimir a energia em escudos precisamente como em joules ou calorías".

**10.34** Mostre como as leis de conservação da energia e do momento linear podem ser aplicadas a um foguetão durante a subida.

**10.35** Discuta a seguinte afirmação: "Durante uma viagem normal, toda a energia química da gasolina utilizada num automóvel é gasta a aquecer o carro, a estrada e o ar".

**10.36** Mostre que todas as equações que demos no Capítulo 10 para exprimir a conservação da energia são casos particulares do enunciado geral:  $\Delta E = \Delta W + \Delta H$ . Sugestão: considere um ou mais dos termos iguais a zero.

**10.37** (a) Descreva o procedimento pelo qual se pode fazer passar uma cápsula espacial de uma dada órbita circular para uma órbita circular de raio menor.

- (b) Qual a relação de grandeza da energia cinética na órbita menor comparada com a correspondente à órbita maior?
- (c) Qual a relação de grandeza da energia potencial gravitacional na órbita menor comparada com a correspondente à órbita maior?
- (d) Pode-se mostrar (através do cálculo) que, quando se passa de uma órbita circular para outra, a variação de energia potencial gravitacional é *duas vezes* superior à variação de energia cinética. Então, qual será a relação de grandeza da energia total na órbita menor comparada com a correspondente à órbita maior?
- (e) Como explica a variação da energia total?

**10.38** Qualquer dos termos da equação  $\Delta E = \Delta H + \Delta W$  pode ter valores negativos.

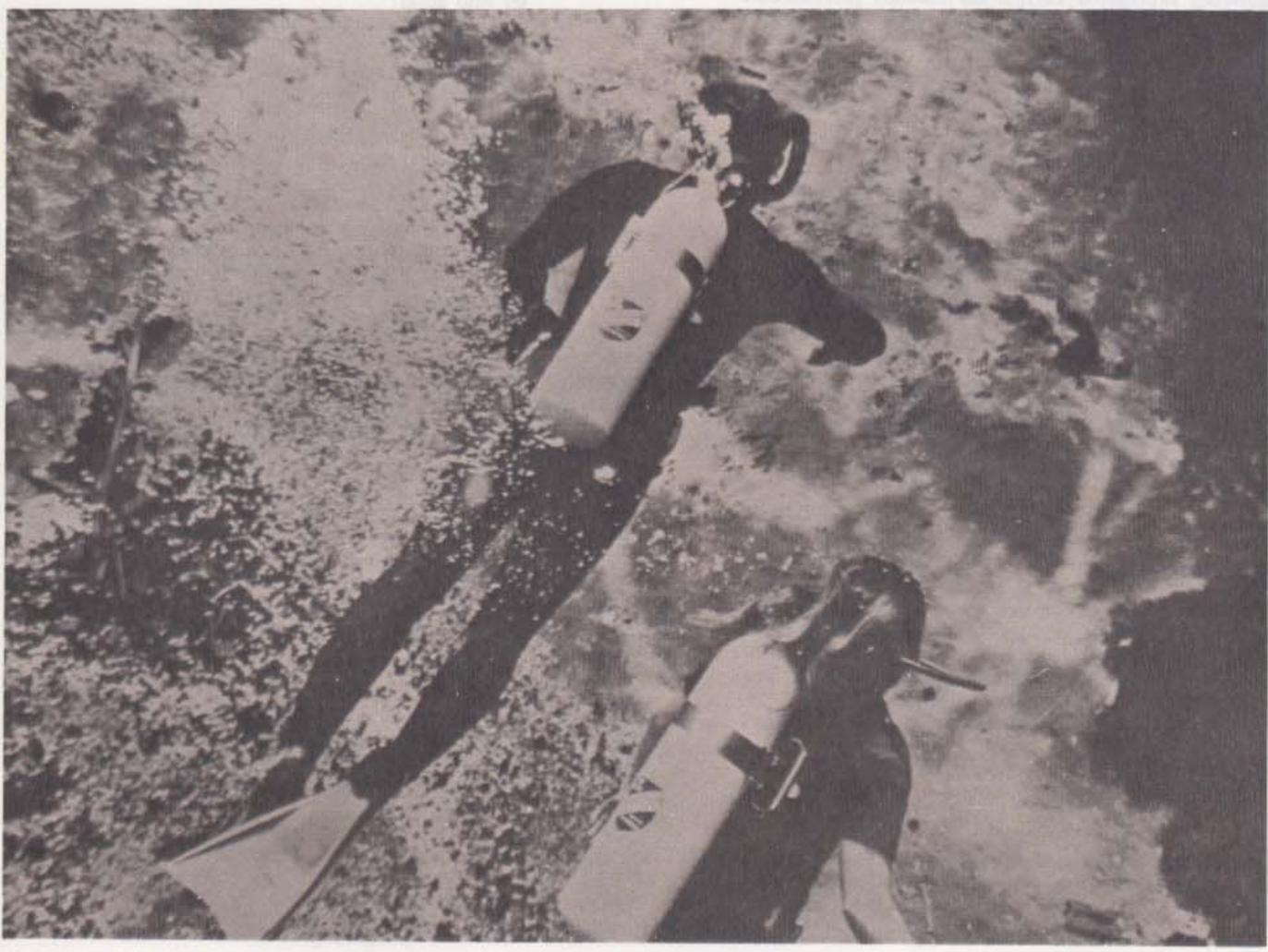
- (a) O que é que seria verdadeiro para um sistema em que
  - i.  $\Delta E$  é negativo?
  - ii.  $\Delta H$  é negativo?
  - iii.  $\Delta W$  é negativo?
- (b) Que termos seriam negativos para os seguintes sistemas?
  - i. um homem cavando uma vala;
  - ii. a bateria de um carro durante o arranque;
  - iii. uma lâmpada eléctrica imediatamente após ter sido acesa;
  - iv. uma lâmpada eléctrica uma hora depois de ter sido acesa;
  - v. um frigorífico em funcionamento;
  - vi. um petardo que explode.

**10.39** Em cada um dos casos seguintes, indique a cadeia de transformações de energia desde o Sol até à energia na sua forma final:

- (a) Uma panela de água ferve sobre um fogão eléctrico.
- (b) Um automóvel acelera a partir do repouso numa estrada horizontal, sobe uma colina com velocidade constante e acaba por parar junto a um semáforo.
- (c) Um moinho de vento bombeia água de um campo inundado.

**10.40** Mostre como se aplica a lei de conservação da energia ao movimento correspondente a cada uma das situações indicadas no GE 9.39 (página 30) e ao caso da página 31.

11.1	Panorama do capítulo	75
11.2	Um modelo para o estado gasoso	77
11.3	Velocidades das moléculas	80
11.4	Dimensões das moléculas	84
11.5	Previsão do comportamento dos gases a partir da teoria cinética	86
11.6	A segunda lei da termodinâmica e a dissipação de energia	92
11.7	O demónio de Maxwell e a interpretação estatística da segunda lei da termodinâmica	96
11.8	A seta do tempo e o paradoxo da recorrência	98



## CAPÍTULO 11

# Teoria Cinética dos Gases

### 11.1 Panorama do capítulo

Por volta de 1840, vários cientistas chegaram à conclusão de que o calor não é uma substância mas uma forma de energia que pode ser convertida em outras formas. Dois destes cientistas, James Prescott Joule e Rudolf Clausius, foram ainda mais além: uma vez que o calor pode produzir energia mecânica e a energia mecânica pode produzir calor, eles admitiram que a "energia calorífica" de uma substância é simplesmente a energia cinética dos seus átomos e moléculas. Neste capítulo, ver-se-á que, em larga escala, esta ideia é correcta, constituindo a base da chamada *teoria cinético-molecular do calor*.

Todavia, o conceito de átomo e molécula não era aceite por todos, no início do século passado. Na realidade, admitindo que a matéria era formada por porções muito pequenas, elas teriam que ser tão pequenas que não pudessem ser observadas separadamente, mesmo com o auxílio dos microscópios mais poderosos. Nestas circunstâncias, não podendo os cientistas do século XIX observar os movimentos das moléculas, também não podiam verificar directamente a hipótese de que o calor é a energia cinética molecular. Primeiramente, tiveram que deduzir desta hipótese algumas previsões sobre o comportamento de quantidades mensuráveis de matéria, comprovando, em seguida, tais previsões por meio de experiências. Por razões que serão explicadas mais adiante, é mais fácil *testar* tal hipótese a partir da análise das previsões que é possível fazer relativamente às propriedades dos gases. Por conseguinte, este capítulo tratará, em primeiro lugar, da teoria cinética aplicada aos gases.

O desenvolvimento da teoria cinética dos gases no século XIX proporcionou o último grande triunfo da mecânica de Newton. Usando um modelo teórico simples de um gás e aplicando as leis de Newton do movimento às moléculas gasosas como se elas fossem minúsculas



Diagrama de um gás em movimento, mostrando moléculas e trajetórias.

### GE 11.1

As moléculas são as menores porções de uma substância — podem ser combinações de moléculas de substâncias mais simples.

bolas de bilhar, os cientistas deduziram equações relacionando propriedades dos gases facilmente observáveis — tais como pressão, densidade e temperatura — com propriedades não directamente observáveis — tais como as dimensões e as velocidades das moléculas. Por exemplo, a teoria cinética dos gases forneceu:

(1) A explicação de regras estabelecidas previamente por métodos de aproximação (como a “lei de Boyle” que relaciona a pressão e o volume de um gás).

(2) A predição de novas relações (por exemplo, o resultado surpreendente de que o atrito entre camadas gasosas movendo-se com velocidades diferentes aumenta com a temperatura, mas é independente da densidade do gás).

(3) Valores de dimensões e velocidades das moléculas gasosas.

Deste modo, os êxitos da teoria cinética mostraram que a mecânica de Newton proporcionava uma maneira de compreender os efeitos e o comportamento de moléculas invisíveis.

Contudo, a aplicação da mecânica de Newton a um modelo mecânico dos gases conduz a algumas previsões que *não* correspondem aos factos. Isto é, o modelo não é válido para todos os fenómenos. Por exemplo, segundo a teoria cinética, a energia de um conjunto de moléculas deverá ser igualmente partilhada pelos diferentes tipos de movimentos das moléculas e dos átomos que as constituem. Mas as propriedades dos gases deduzidas deste princípio de “partilha igualitária” estão em completo desacordo com a experiência. A mecânica de Newton pode ser aplicada com êxito a uma larga gama de movimentos e de colisões de moléculas num gás, mas não aos movimentos de átomos no seio de moléculas. Uma teoria adequada do comportamento dos átomos — “mecânica quântica” — só foi desenvolvida no século xx (na Unidade 5, são apresentados alguns conceitos de mecânica quântica).

A teoria cinética baseada na mecânica newtoniana depara com outra dificuldade resultante do facto de a maioria dos fenómenos não serem reversíveis. Uma colisão inelástica constitui um exemplo de processo irreversível; outros exemplos são a mistura de dois gases ou a preparação de um ovo mexido. Na teoria de Newton, o reverso de um acontecimento é tão aceitável como o próprio acontecimento. Poderão os processos irreversíveis ser descritos por uma teoria baseada na mecânica de Newton, ou farão apelo a alguma nova lei fundamental da natureza? Ao discutir tal problema do ponto de vista da teoria cinética, ver-se-á como o conceito de “acaso” intervém na física.

Os físicos contemporâneos não tomam muito a sério a concepção que assimila as moléculas a “bolas de bilhar” — tal como aconteceu com muitos físicos do século passado. Todos os modelos são ultra-simplificados e há que estar preparado para constatar que as hipóteses simples de um modelo devem ser modificadas de tempos a tempos, a fim de estabelecer uma teoria adaptada aos dados experimentais. Não obstante, a teoria cinética é ainda muito útil; os físicos gostam dela e apresentam-na muitas vezes como um exemplo da maneira segundo a qual uma teoria física deve ser desenvolvida. Na Secção 11.5 apresenta-se uma das deduções matemáticas que é possível fazer a partir do modelo usado na teoria cinética. Tal dedução não é apresentada para ser

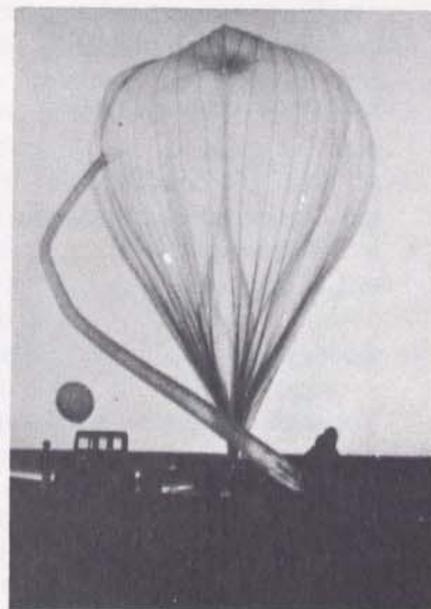
memorizada em pormenor, mas pretende ser uma ilustração de um raciocínio matemático baseado em modelos que os físicos consideram úteis para compreender muitos fenómenos naturais.

**Q1** As formas primitivas da teoria cinética molecular baseavam-se na hipótese de que a energia calorífica é

- (a) um líquido
- (b) um gás
- (c) a energia cinética das moléculas
- (d) composta de moléculas.

**Q2** Verdadeiro ou falso: Na teoria cinética dos gases, tal como se encontrava desenvolvida no século XIX, admitia-se que as leis de Newton do movimento se aplicavam ao estudo do movimento e das colisões entre moléculas.

**Q3** Verdadeiro ou falso: No século XX, verificou-se que a mecânica newtoniana era aplicável não só ao estudo do movimento das moléculas mas também do movimento dos átomos no seio das moléculas.



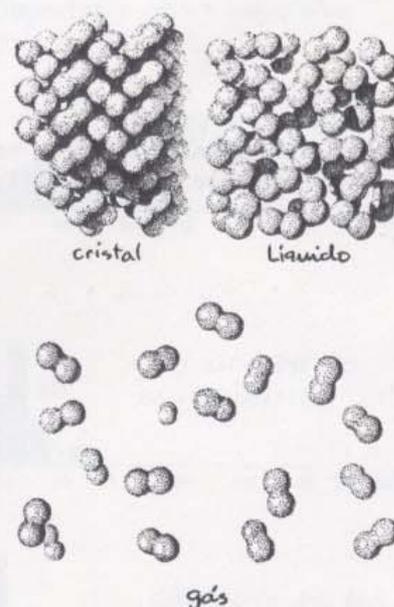
Balão de transporte de aparelhagem usado para a previsão do tempo.

## 11.2 Um modelo para o estado gasoso

Quais são as diferenças entre um gás e um líquido ou um sólido? Através da observação, sabemos que um líquido ou um sólido têm volume definido; mesmo que a forma varie, a porção de espaço ocupada é sempre a mesma. Pelo contrário, um gás expande-se até encher todo o espaço em que está contido (por exemplo, uma sala) ou, no caso de não estar confinado, escapa-se e dispersa-se em todas as direcções. As densidades dos gases são pequenas comparadas com as dos líquidos e as dos sólidos — em regra, cerca de 1 000 vezes menores. Considera-se que as moléculas gasosas estão usualmente muito afastadas umas das outras e que só colidem ocasionalmente. Segundo o modelo da teoria cinética, as forças entre moléculas apenas actuam em distâncias muito curtas, de tal maneira que é possível supor que as moléculas se movem livremente durante a maior parte do tempo. Em contrapartida, nos líquidos as moléculas encontram-se bastante próximas, pelo que as forças entre elas actuam continuamente e impedem-nas de se afastarem. Nos sólidos, estão normalmente ainda mais próximas e as forças de interacção mantêm-nas dispostas de forma ordenada e definida. Por conseguinte, o modelo inicial dos gases é um modelo muito simples, segundo o qual as moléculas se comportam como bolas de bilhar miniaturizadas — isto é, esferas minúsculas ou grupos de esferas que não exercem quaisquer forças umas sobre as outras excepto quando entram em contacto. Além disso, supõe-se que todos os choques entre estas esferas são perfeitamente elásticos, ou seja que a energia cinética total de duas esferas é a mesma antes e depois do choque.

Convém notar que a palavra “modelo” é utilizada em ciência com dois sentidos. No Capítulo 10, foi referido o modelo da máquina de Newcomen dado a reparar a James Watt. Tratava-se de um *modelo*

Os gases podem ser confinados sem recorrer a um vaso. Uma estrela, por exemplo, é uma massa de gás confinada pela força gravítica. Outro exemplo é a atmosfera terrestre.



“Modelo” muito simplificado dos três estados da matéria. (*General Chemistry*, segunda edição, por Linus Pauling; W. H. Freeman and Company, 1953).

*operacional* que realmente funcionava, embora fosse muito menor que a máquina original e algumas das suas partes fossem feitas de materiais diferentes. No caso presente, estamos tratando de um *modelo teórico* de um gás, modelo que existe apenas na nossa imaginação. Tal como os pontos, as linhas, os triângulos e as esferas estudadas em geometria, este modelo teórico pode ser discutido matematicamente e os resultados obtidos podem ser úteis quando tentamos compreender o mundo real, acessível através da experimentação.

A fim de acentuar que estamos a considerar um modelo teórico, usaremos a palavra "partícula" em vez das palavras "átomos" ou "moléculas". É presumível que existam átomos e moléculas com propriedades bem definidas. Mas as partículas do modelo que está na base da teoria cinética são objectos imaginados, tais como esferas perfeitamente elásticas, cujas propriedades hipotéticas se espera que sejam semelhantes às dos átomos e moléculas reais.

No nosso modelo, encaramos um gás como *um grande número de partículas muito pequenas em movimento rápido e desordenado*. Mesmo tratando-se de uma pequena porção de gás (como uma bolhinha numa gasosa), um "grande número" significa algo como um milhão de biliões ( $10^{18}$ ) de partículas ou mais; "muito pequeno" significa um diâmetro da ordem de uns cem milhões de avos do centímetro ( $10^{-10}$  metro) e "movimento muito rápido" corresponde a uma velocidade média de algumas centenas de quilómetros por hora. E o que significa movimento "desordenado"? No século XIX, os físicos teóricos admitiam que, se fosse possível acompanhar o movimento de uma molécula, se verificaria que a respectiva trajectória era bem definida e descritível por meio das leis de Newton do movimento. Como é óbvio, é praticamente impossível acompanhar simultaneamente o movimento de um milhão de biliões de partículas. Elas movem-se em todas as direcções e cada uma muda de direcção e de velocidade na sequência de um choque com outra partícula. Por conseguinte, é impossível prever o movimento de uma partícula *individual*. Em vez disso, teremos que contentar-nos com a descrição do comportamento *médio* de grandes colecções de partículas. Continuamos a aceitar que, em cada instante, o comportamento das moléculas individuais é determinado pelas leis do movimento. Mas torna-se mais fácil descrever o comportamento médio se se ignorar completamente os movimentos individuais. Para o comprovarmos, é útil analisar os resultados do lançamento simultâneo de um grande número de moedas. Seria muito difícil prever como se comporta cada moeda. Todavia, admitindo que se comportam aleatoriamente, é possível prever com confiança que do lançamento de um milhão de moedas resultarão aproximadamente 50 por cento de caras e 50 por cento de coroas. O mesmo princípio se aplica às moléculas que se agitam no interior de um vaso. Pode apostar-se com segurança que o número de moléculas que se deslocam numa dada direcção é muito próximo do número das que se deslocam em qualquer outra direcção. Também é razoável esperar que a probabilidade de encontrar partículas num centímetro cúbico considerado no interior do vaso seja a mesma, qualquer que seja a região em que tal volume se localize (mesmo que não se saiba onde se encontra uma dada partícula num dado instante). "Desordenado" significa, pois, que as velocidades e posições

A palavra «gás», que foi usada pela primeira vez pelo químico belga Jan Baptista van Helmont (1580-1644), tem a sua origem na palavra grega *coos*.

Na página seguinte, apresenta-se mais pormenorizadamente o conceito de flutuações aleatórias.

GE 11.2

## Médias e flutuações

As moléculas são demasiado pequenas, numerosas e rápidas para que nos seja possível medir a velocidade de uma dada molécula, ou a sua energia cinética, ou a distância que percorre antes de colidir com outra molécula. Por esta razão a teoria cinética dos gases limita-se a fazer previsões relativas a valores médios. Isto é, tal teoria habilita-nos a prever com grande precisão a velocidade *média* das moléculas numa porção de gás, ou a energia cinética *média*, ou a distância *média* que as moléculas percorrem entre colisões.

Qualquer medição feita sobre uma porção de gás é o resultado do efeito combinado de milhões e milhões de moléculas, que se traduz por um valor médio num dado intervalo de tempo. Estes valores médios medidos em instantes diferentes, ou em pontos diferentes da amostra, são ligeiramente diferentes. Se admitirmos que as moléculas se deslocam ao acaso, podemos recorrer às regras matemáticas da estatística para estimar até que ponto as médias podem diferir. Faz-se, então, apelo a duas regras básicas da estatística:

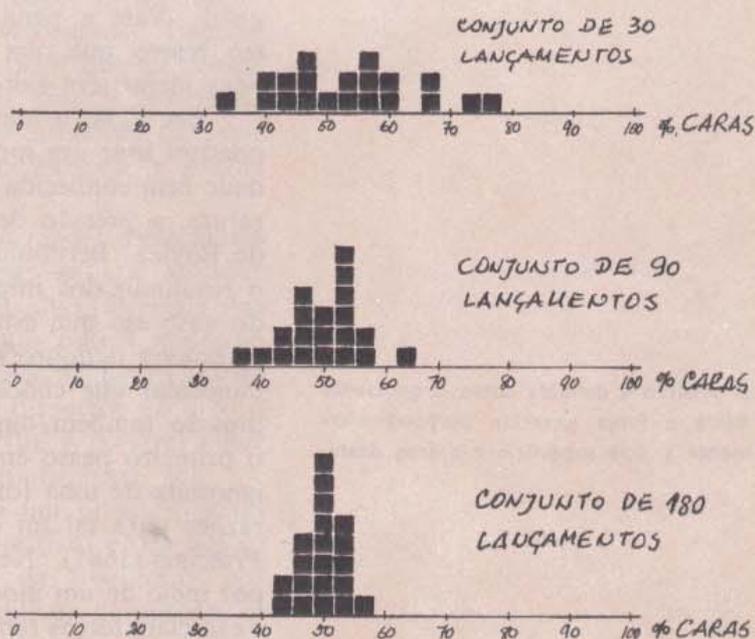
1. As grandes variações em relação à média são menos prováveis que as pequenas variações (por exemplo, se lançarmos 10 moedas é menos provável obter 9 caras e 1 coroa do que 6 caras e 4 coroas).
2. Quanto maiores forem as amostras, tanto menores serão as variações expressas em percentagens (por exemplo, lançando 1 000 moedas é mais provável que o resultado se aproxime de 50% de caras do que se lançarmos só 10 moedas).

Um exemplo simples de previsão estatística é a afirmação de que, se uma moeda for lançada muitas vezes, sairão "caras" 50% das vezes e "coroas" outras 50%. Para um pequeno número de lançamentos, observar-se-ão "flutuações" (variações) mais ou menos importantes em relação à média prevista (50% de caras ou coroas). As duas regras estatísticas anteriores estão ilustradas nas figuras ao lado. A figura superior mostra a percentagem de caras em conjuntos de 30 lançamentos. Cada quadrado a negro representa um conjunto de 30 lançamentos e a sua posição no eixo horizontal indica a percentagem de caras. Como prevê a regra 1, há mais valores próximos do

valor teórico 50% do que longe dele. A figura do meio é semelhante à primeira, mas neste caso cada quadrado representa um conjunto de 90 lançamentos. Tal como anteriormente, há mais valores próximos de 50% do que afastados; e, como prevê a regra 2, há menos valores longe de 50% do que na figura de cima. A figura de baixo é semelhante às duas de cima mas agora cada quadrado representa um conjunto de 180 lançamentos; as grandes flutuações em relação a 50% são ainda menos frequentes do que no caso dos conjuntos menores.

A teoria estatística mostra que as flutuações *médias* em relação a 50% diminuem proporcionalmente à raiz quadrada do número de lançamentos. Podemos usar esta regra para comparar as flutuações médias correspondentes, por exemplo, a 30 000 000 de lançamentos com os correspondentes a 30 lançamentos; como os conjuntos de 30 000 000 de lançamentos contêm 1 000 000 de vezes mais lançamentos que os conjuntos de 30, a flutuação média no primeiro caso será 1 000 vezes menor.

Estes mesmos princípios são aplicáveis às flutuações em relação ao valor médio no caso de grandezas distribuídas aleatoriamente. E dado que, mesmo um dedal de ar contém  $10^{18}$  moléculas, não é provável que flutuações do valor médio no caso de qualquer amostra isolada de um gás sejam suficientemente grandes para serem mensuráveis. A ocorrência de uma flutuação importante não é *impossível* mas é extremamente improvável.



A noção de desordem é desenvolvida nos seguintes artigos da Colectânea 3: «A Lei da Desordem», «A Lei», «A Seta do Tempo» e «O Acaso no Século Vinte».

se distribuem ao acaso, que cada molécula tem igual probabilidade de estar a deslocar-se para a direita ou para a esquerda (ou em qualquer outra direcção) e igual probabilidade de se encontrar perto do centro ou da periferia (ou em qualquer outra posição).

Em resumo: temos estado a discutir as propriedades de um modelo de gás, imaginando que tal modelo consiste num grande número de pequeníssimas partículas em movimento rápido e desordenado. As partículas movem-se livremente a maior parte do tempo, exercendo forças umas sobre as outras apenas quando chocam. O modelo é concebido de maneira a representar a estrutura dos gases reais, mas é simplificado a ponto de tornar os cálculos fáceis. Comparando os resultados dos cálculos com as propriedades observadas, é possível estimar as velocidades e dimensões das moléculas.

---

Q4 Na teoria cinética, admite-se que as partículas exercem forças significativas umas sobre as outras

- (a) apenas quando se encontram muito afastadas
- (b) apenas quando se encontram muito próximas
- (c) em qualquer altura
- (d) nunca.

Q5 Porque é que a teoria cinética foi sobretudo aplicada aos gases e não aos líquidos ou aos sólidos?

---

### 11.3 Velocidades das moléculas

GE 11.3

A ideia básica da teoria cinética — o calor está relacionado com a energia cinética do movimento molecular — foi frequentemente sugerida no passado. Porém, muitas dificuldades se opuseram à sua aceitação geral. Vale a pena mencionar algumas destas dificuldades para pôr em relevo que, em ciência (mais do que fora dela), nem todas as boas ideias têm êxito imediato.

Em 1738, o matemático suíço Daniel Bernoulli mostrou como era possível usar um modelo cinético dos gases para explicar uma propriedade bem conhecida destas substâncias: mantendo-se constante a temperatura, a pressão de um gás varia proporcionalmente à densidade (lei de Boyle). Bernoulli admitiu que a pressão de um gás é simplesmente o resultado dos impactos das moléculas individuais contra as paredes do vaso em que está contido. Se a densidade do gás duplicar (isto é, se houver o dobro de moléculas por centímetro cúbico), o número de moléculas que chocam com as paredes, em cada segundo, duplica e a pressão também duplica. Embora a proposta de Bernoulli represente o primeiro passo em direcção à moderna teoria cinética dos gases, foi ignorada de uma forma geral pelos cientistas do século XVIII. Uma das razões para tal foi que Newton propôs uma teoria diferente nos seus *Principia* (1687). Newton mostrou que a lei de Boyle *podia* ser explicada por meio de um modelo em que as partículas permaneciam em repouso e exerciam forças repulsivas sobre as partículas vizinhas. Embora Newton

A pressão é definida como o quociente entre a força exercida perpendicularmente a uma superfície e a área desta.

não reivindicasse ter provado que os gases *são* realmente formados por partículas que se repelem, outros cientistas, impressionados pelas descobertas de Newton noutras áreas da física, consideraram que o seu tratamento da pressão dos gases estava também correcto (como veio a verificar-se, não estava).

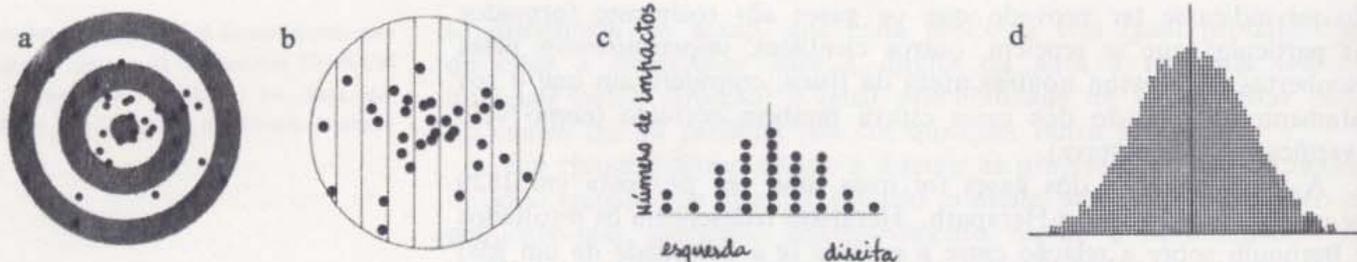
A teoria cinética dos gases foi mais uma vez proposta em 1820 por um físico inglês, John Herapath. Herapath redescobriu os resultados de Bernoulli sobre a relação entre a pressão (e a densidade de um gás) e as velocidades das partículas, mas o seu trabalho foi também ignorado por muitos outros cientistas. Os primeiros trabalhos de Herapath sobre a teoria cinética não foram aceites para publicação pela Sociedade Real de Londres e, apesar de uma longa e dura batalha (que incluiu cartas ao editor do *Times* de Londres), Herapath não conseguiu o reconhecimento da sua teoria.

James Prescott Joule, porém, reconheceu o valor do trabalho de Herapath e, em 1848, leu um texto na Sociedade Literária e Filosófica de Manchêster em que tentou ressuscitar a teoria cinética. Joule mostrou como era possível calcular a velocidade de uma molécula de hidrogénio (como Herapath tinha feito) e obteve o valor de 2 000 metros por segundo a 0°C, o ponto de fusão da água. Também este texto foi ignorado por outros cientistas, principalmente porque, de uma forma geral, os físicos não procuram trabalhos cientificamente importantes em publicações de "sociedades literárias e filosóficas". Mas a equivalência entre o calor e a energia mecânica começou a tornar-se evidente na altura em que diversos físicos começaram a explorar independentemente as consequências da hipótese segundo a qual a energia calorífica de um gás é a energia cinética das moléculas. Em 1856, Rudolf Clausius publicou na Alemanha um texto sobre "A Natureza do Movimento a que chamamos Calor", o qual estabelecia os princípios básicos da teoria cinética essencialmente tal como hoje são aceites. Pouco depois, James Clerk Maxwell na Inglaterra e Ludwig Boltzmann na Áustria começaram a elaborar todos os pormenores matemáticos da teoria.

*Distribuição maxwelliana de velocidades.* Não parece provável que todas as moléculas de um gás tenham a mesma velocidade. Usando o cálculo de probabilidades, Maxwell sugeriu, em 1859, que as velocidades das moléculas num gás assumem todos os valores possíveis; a maioria das moléculas têm velocidades não muito diferentes da velocidade média mas algumas têm velocidades muito menores e outras velocidades muito maiores.

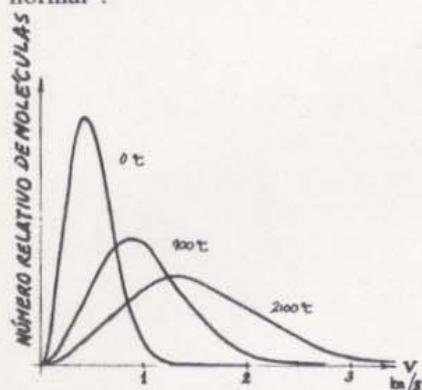
A natureza da distribuição maxwelliana das velocidades moleculares pode ser ilustrada recorrendo à seguinte analogia: se um atirador dispara várias vezes uma arma apontada para um alvo, algumas das balas atingirão provavelmente o centro do alvo, mas outras atingirão pontos mais ou menos afastados, tal como se mostra na figura (a) da página seguinte. Contando o número de impactos dispersos no alvo a várias distâncias à esquerda e à direita do centro, (b), é possível obter um gráfico do número de impactos em função da distância, (c).

O gráfico da distribuição dos impactos ilustra um princípio geral da estatística; se uma grandeza varia aleatoriamente (isto é, ao acaso) em torno de um valor médio, então o gráfico da frequência dos desvios em relação à média tem um aspecto semelhante ao da porção (d)



### EXPERIÊNCIA DO TIRO AO ALVO

(a) Dispersão dos impactos no alvo; (b) alvo dividido em faixas verticais de igual largura; (c) gráfico do número de impactos por faixa; (d) se o número de impactos for grande e as faixas forem estreitas, a curva envolvente do gráfico aproxima-se, em geral, bastante da curva matemática conhecida pela designação de "distribuição normal".



Distribuição maxwelliana de velocidades em gases a diferentes temperaturas.

da figura acima. Observa-se um pico correspondente ao valor médio e um declive suave de cada lado deste. "Curvas em forma de sino" (como são frequentemente chamadas), semelhantes à representada, descrevem a distribuição de vários tipos de grandezas físicas. Por outro lado, a *lei de distribuição normal* aplica-se ainda a grandes conjuntos de pessoas, como é o caso da distribuição das alturas num grupo de homens.

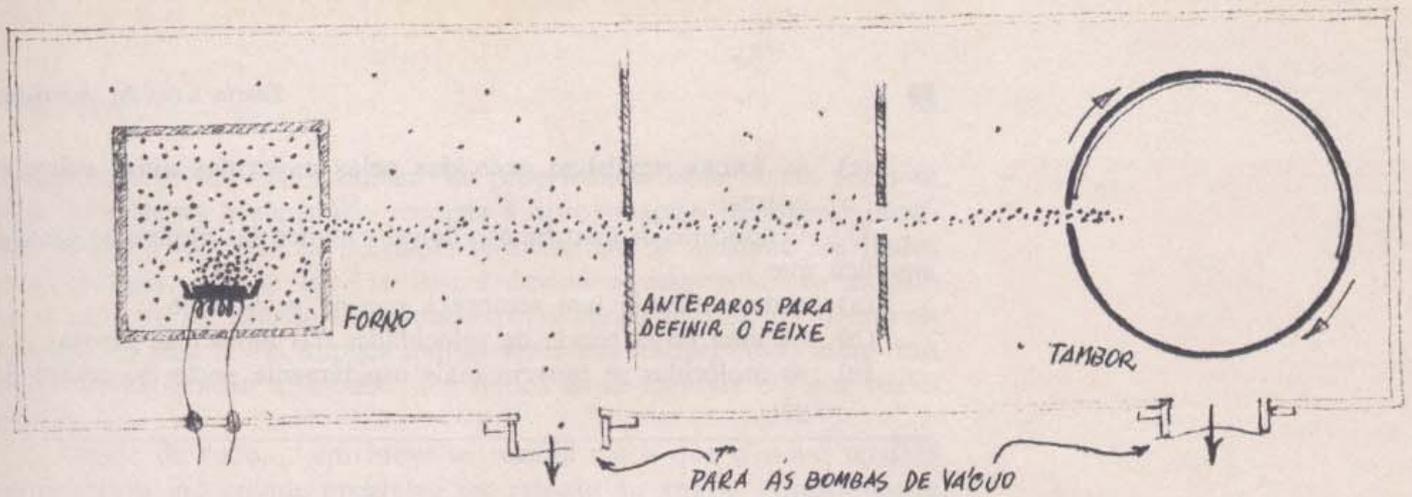
Na margem da página, representa-se a lei de distribuição de Maxwell das velocidades das moléculas de um gás, para três temperaturas diferentes. A curva não é simétrica uma vez que nenhuma molécula pode ter velocidade inferior a zero, ao passo que várias moléculas podem ter velocidades muito elevadas. Para um gás a uma dada temperatura, a cauda de cada curva é muito mais longa à direita (altas velocidades) do que à esquerda (baixas velocidades). À medida que a temperatura aumenta, o pico da curva desloca-se no sentido das velocidades superiores (e a distribuição de velocidades torna-se mais larga).

Que razão há para pensar que a lei de distribuição de Maxwell se aplica às velocidades moleculares? Várias previsões bem sucedidas, baseadas nesta lei, constituíram uma prova indirecta de que assim era, tendo a verificação experimental sido obtida por volta de 1920. Otto Stern na Alemanha e, mais tarde, Zartmann nos Estados Unidos conceberam um método de medição de velocidades num feixe de moléculas (ver a ilustração do método de Zartmann na página seguinte). Stern, Zartmann e outros verificaram que as velocidades moleculares estão na realidade distribuídas de acordo com a lei de Maxwell. Na prática, as velocidades de todas as moléculas de um gás são modificadas em consequência dos choques entre elas. E, mesmo que se isole uma pequena porção de gás, a *distribuição* de velocidades permanece muito aproximadamente a mesma. Dado o número extraordinariamente elevado de moléculas presentes em qualquer amostra de gás, a velocidade *média* apresenta um valor muito estável.

GE 11.4  
GE 11.5

Q6 Na teoria cinética dos gases, admite-se que a pressão exercida pelo gás sobre as paredes do vaso é devida

- à colisão das moléculas gasosas umas com as outras
- à colisão das moléculas gasosas com as paredes do vaso



### Medição directa das velocidades moleculares

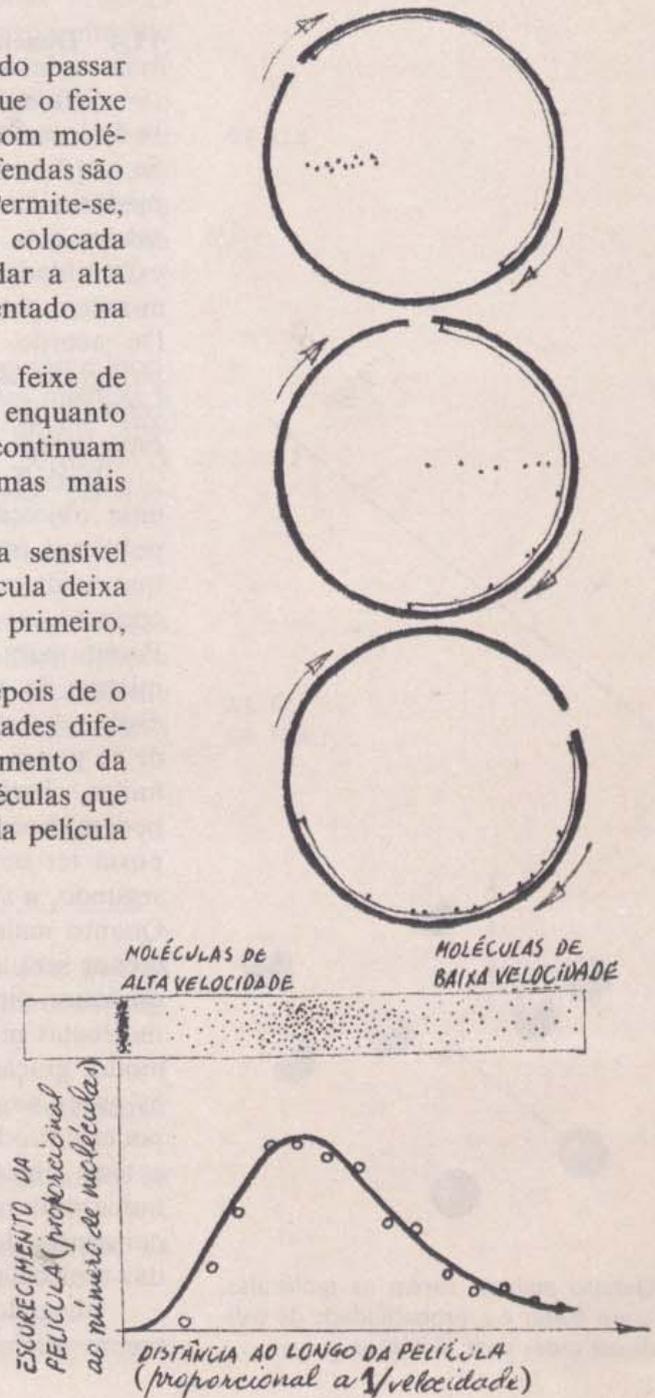
É possível obter um feixe delgado de moléculas fazendo passar um gás quente por uma série de fendas. A fim de evitar que o feixe se alargue, há que procurar impedir que ocorram colisões com moléculas que se movem ao acaso; para isso, a origem do gás e as fendas são instaladas no interior de uma câmara onde se faz o vácuo. Permite-se, então, que as moléculas passem através de uma fenda colocada segundo a geratriz de um tambor cilíndrico que pode rodar a alta velocidade. O esquema geral do dispositivo está representado na figura superior.

À medida que o tambor roda, a fenda afasta-se do feixe de moléculas e estas ficam impedidas de penetrar no tambor enquanto não se completar uma revolução. Entretanto, as moléculas continuam a deslocar-se para a direita no interior do tambor, umas mais depressa e outras mais devagar.

Fixa à parede interna do tambor existe uma película sensível que actua como detector; cada molécula que atinge a película deixa uma marca. As moléculas mais rápidas atingem a película primeiro, antes de o tambor ter rodado muito.

As moléculas mais lentas são detectadas mais tarde, depois de o tambor ter rodado mais. Em geral, moléculas com velocidades diferentes atingem pontos diferentes da película. O escurecimento da película num dado ponto é proporcional ao número de moléculas que o atingem. Por conseguinte, a medição do escurecimento da película indica a distribuição relativa das velocidades moleculares. A tira pintalgada que se encontra à direita representa a película desenrolada e mostra as posições dos impactos das moléculas ao fim de um grande número de rotações do tambor. A banda escura indica a zona onde o feixe incidia antes de o tambor começar a rodar. (Indica o local onde seriam detectadas moléculas infinitamente rápidas quando o tambor se encontra em rotação).

O gráfico ilustra a comparação entre alguns resultados experimentais e os que a teoria deixa prever. Os círculos indicam os resultados experimentais e a linha a cheio representa as previsões da teoria cinética.



(c) às forças repulsivas exercidas pelas moléculas umas sobre as outras.

Q7 O conceito de distribuição de velocidades das moléculas gasosas significa que

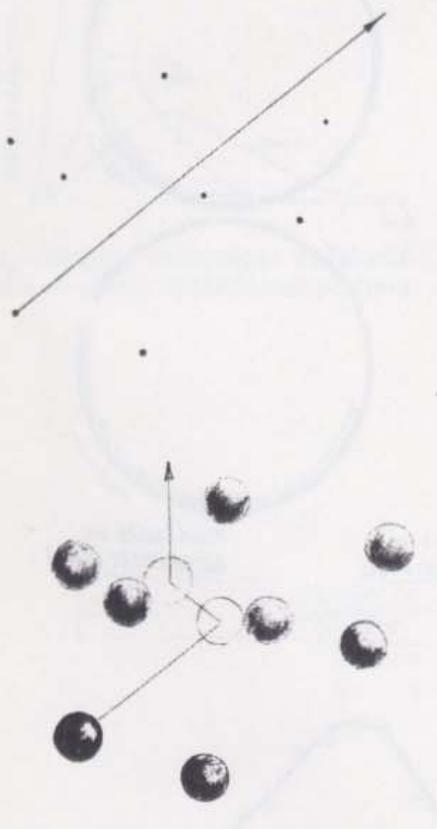
- (a) cada molécula tem sempre a mesma velocidade
- (b) há uma larga banda de velocidades das moléculas gasosas
- (c) as moléculas se movem mais rapidamente perto do centro do gás.

#### 11.4 Dimensões das moléculas

Será razoável supor que os gases são compostos de moléculas que se deslocam com velocidades de algumas centenas de metros por segundo? Se este modelo fosse correcto, seria de esperar que os gases se misturassem muito rapidamente. Mas todos os que estudaram química sabem que, se se preparar ácido sulfídrico ou clorídrico junto a uma extremidade de uma sala de grandes dimensões, são necessários alguns minutos para que tal se note (pelo cheiro) na extremidade oposta. De acordo com os resultados da teoria cinética mencionados no parágrafo anterior, cada molécula de gás teria atravessado a sala centenas de vezes, durante aquele tempo o que significa que algo deve estar errado no modelo da teoria cinética.

Rudolf Clausius compreendeu que esta discrepância constituía uma objecção válida à sua versão da teoria cinética. No texto que publicara em 1856, tinha admitido que as partículas eram tão pequenas que podiam ser tratadas como pontos matemáticos. Se isto fosse correcto, as partículas quase nunca colidiriam umas com as outras. Porém, para ter em conta a *lentidão* observada ao estudar a difusão e a mistura de gases, Clausius decidiu modificar o modelo. Pensou que era provável que as moléculas de um gás não fossem tão pequenas, a ponto de se poder desprezar as suas dimensões, mas antes tivessem dimensões finitas. Partículas de dimensões finitas movendo-se muito rapidamente podem chocar frequentemente umas com as outras. Embora uma molécula possa ter uma velocidade instantânea de várias centenas de metros por segundo, a sua direcção é alterada em cada colisão com outra molécula. Quanto mais frequentes forem as colisões com outras moléculas, tanto menor será a probabilidade de que a molécula se afaste muito, segundo qualquer direcção. A frequência das colisões depende do número de moléculas presentes no volume considerado e das suas dimensões. Deste modo, graças ao novo modelo, Clausius pôde explicar por que motivo os gases se difundem tão lentamente: apesar de, para muitos fins, se poder considerar que as moléculas se encontram relativamente afastadas e têm dimensões muito pequenas, elas são suficientemente grandes e numerosas para criar obstáculos umas às outras. Além disso, Clausius conseguiu deduzir uma relação quantitativa exacta entre as dimensões das moléculas e a distância média que elas percorrem entre colisões.

Chegado a este ponto, deparou-se a Clausius o dilema que atormenta qualquer fisico teórico. Se um modelo simples é modificado a



Quanto maiores forem as moléculas, tanto maior é a probabilidade de colidirem umas com as outras.

fim de explicar um maior número de propriedades observáveis, torna-se mais complexo e é necessário recorrer a aproximações para fazer previsões a partir dele. Se as previsões teóricas não se ajustam aos dados experimentais, não se sabe se isso é devido a uma falha do modelo ou a um erro de cálculo introduzido pelas aproximações. O desenvolvimento de uma teoria implica muitas vezes um compromisso entre dois critérios: explicação adequada dos dados experimentais e rigor matemático.

Apesar de tudo,... em breve se tornou claro que o novo modelo representava um grande progresso em relação ao antigo. Constatou-se que outras propriedades dos gases também dependem das dimensões das moléculas e, combinando dados relativos a várias destas propriedades, foi possível caminhar para trás e obter valores razoavelmente seguros das dimensões moleculares. Neste momento é oportuno referir apenas o resultado de tais cálculos: verificou-se que, em geral, a dimensão das moléculas gasosas era da ordem de  $10^{-10}$  a  $10^{-9}$  metros. Este resultado não é muito diferente dos valores modernos, o que é assombroso atendendo a que, previamente, ninguém sabia se uma molécula era 1 000 vezes maior ou menor do que aquele valor. Com efeito, como Lord Kelvin observou:

O conceito de átomo foi tão persistentemente associado a incríveis hipóteses de força infinita, rigidez absoluta, acções místicas a distância e indivisibilidade, que os químicos e muitos outros especialistas das ciências naturais dos tempos modernos perderam a paciência e lançaram o átomo para o reino da metafísica, considerando-o menor que "algo que se possa conceber".

Kelvin mostrou que outros métodos podiam também ser usados para estimar a dimensão dos átomos. Nenhum destes métodos forneceu resultados tão seguros como a teoria cinética, mas foi encorajante verificar que todos conduziram a dimensões moleculares da mesma ordem de grandeza (com desvios de cerca de 50 por cento).

Q8 No seu modelo da teoria cinética, Clausius admitiu que as partículas têm dimensões finitas, em vez de serem pontos matemáticos, porque

- como é óbvio, tudo tem dimensões
- era necessário admitir uma dimensão finita a fim de calcular a velocidade das moléculas
- a dimensão de uma molécula já era bem conhecida antes da época em que Clausius viveu
- a dimensão finita das moléculas podia explicar a lentidão da difusão dos gases.

GE 11.6

GE 11.7

GE 11.8

### 11.5 Previsão do comportamento dos gases a partir da teoria cinética

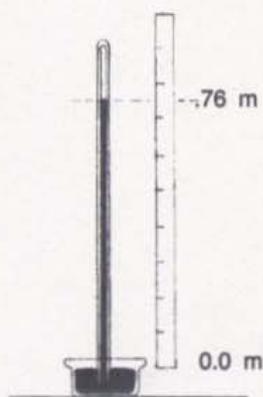
Uma das características mais facilmente mensuráveis de uma porção de gás contida num recipiente é a pressão. Graças à nossa experiência com balões e pneumáticos, a noção de pressão atmosférica pode parecer óbvia; mas nem sempre foi assim.

No seu livro de mecânica, *Duas Ciências Novas* (1638), Galileu fez notar que uma bomba do tipo das que são usadas para retirar água dos poços ou das minas, não pode elevar a água acima de cerca de 10,3 metros. Este facto era bem conhecido e, como já foi visto, uma consequência importante da capacidade limitada das bombas para elevar a água foi a necessidade de procurar outro método para extrair a água de minas profundas. Esta necessidade constituiu o estímulo inicial para o desenvolvimento das máquinas a vapor. Outra consequência foi o despertar da curiosidade dos físicos relativamente ao modo de funcionamento das bombas de elevação e à limitação da sua capacidade de elevação.

**Pressão atmosférica.** O enigma ficou resolvido na sequência das experiências de Torricelli (discípulo de Galileu), Guericke, Pascal e Boyle. Por volta de 1660, estava razoavelmente bem estabelecido que o funcionamento de uma bomba "elevatória" depende da pressão do ar. A bomba reduz a pressão no topo do cano e a pressão exercida pela atmosfera sobre a água situada em baixo força-a a subir por aquele. Se a bomba reduzir aproximadamente a zero a pressão no topo do cano, a pressão atmosférica elevará a água até cerca de 10,3 metros — mas não mais. Isto significa que a pressão atmosférica ao nível do mar é suficiente para sustentar uma coluna de água com 10,3 metros de altura. Se em vez de água, for utilizado mercúrio, que é 14 vezes mais denso que a água, a pressão atmosférica normal poderá sustentar uma coluna de mercúrio com  $\frac{1}{14}$  de altura, ou seja, cerca de 0,76 metros. Trata-se de uma altura, mais conveniente para as experiências de laboratório e, por isso, na maior parte da investigação feita no século XVII sobre os efeitos da pressão atmosférica recorreu-se a colunas de mercúrio ou "barómetros", designação utilizada pela primeira vez por Torricelli.

À primeira vista, afigura-se curioso o facto de a altura da coluna de mercúrio sustentada pela pressão atmosférica não depender do diâmetro do tubo, isto é, não depender da quantidade total de mercúrio. Para compreender a razão de tal facto, há que distinguir entre *pressão* e *força*. A pressão é definida como a força exercida perpendicularmente a uma superfície dividida pela área desta superfície:  $P = F_{\perp}/A$ . Por conseguinte, uma força grande pode produzir apenas uma pequena pressão, desde que se exerça sobre uma grande área. Por exemplo, é possível caminhar sobre a neve sem se enterrar, usando sapatos de neve bastante largos. Em contrapartida, uma força pequena pode produzir uma pressão muito grande se estiver concentrada numa pequena área. Uma mulher que use sapatos com saltos muito finos pode deteriorar um chão de madeira ou um tapete; nos sítios em que os saltos se apoiam no chão, a pressão é superior à exercida pela pata de um elefante.

Em 1661, dois cientistas ingleses, Richard Towneley e Henry Power, descobriram uma relação fundamental entre a pressão exercida



O barómetro de Torricelli é um tubo de vidro fechado numa das extremidades e que mergulha num vaso com mercúrio. A parte superior do tubo não contém ar. A pressão atmosférica exercida sobre o mercúrio do vaso equilibra o peso da coluna de mercúrio do tubo até uma altura de cerca de 0,76 metro.

GE 11.9  
GE 11.10



NOTICE  
to  
LADIES  
wearing  
SPIKE HEELS

THE MUSEUM FINDS THAT SPIKE HEELS CAUSE UNREPAIRABLE DAMAGE TO OUR FLOORS. HELP US PREVENT IT BY USING A PAIR OF HEEL COVERS - DEPOSIT 50¢ AND WHEN YOU LEAVE THE MUSEUM, RETURN THEM AND YOUR 50¢ DEPOSIT WILL BE RETURNED.

Thank You

Reprodução de um aviso de um museu para evitar os estragos que os sapatos de saltos finos provocam nos soalhos.

por um gás e a sua densidade: a pressão é proporcional à densidade. Representando a pressão por  $P$  e a densidade por  $D$ , é possível escrever esta relação sob as formas  $P \propto D$  ou  $P = kD$  em que  $k$  é uma constante ( $\propto$  significa "proporcional a"). Por exemplo, se a densidade de uma certa quantidade de ar duplicar (comprimindo-a), a pressão vem multiplicada por dois. Robert Boyle confirmou esta relação por meio de numerosas experiências, pelo que tal lei empírica é conhecida como a *lei de Boyle*. Todavia, a lei de Boyle só é válida em condições especiais.

GE 11.11

GE 11.12

*O efeito da temperatura sobre a pressão de um gás.* Robert Boyle, ao escrever em 1660 sobre a pressão atmosférica, reconheceu que se a temperatura de um gás varia no decurso de uma experiência, a relação  $P = kD$  já não se aplica. Por exemplo, a pressão exercida por um gás contido num vaso fechado aumenta se o gás for aquecido, embora a sua densidade permaneça constante.

Muitas experiências foram feitas no século XVIII para estudar a dilatação dos gases com o calor, mas os resultados não foram suficientemente concludentes para ser possível estabelecer uma relação quantitativa entre a densidade (ou o volume) e a temperatura. Finalmente, verificou-se que existe uma lei geral surpreendentemente simples. O químico francês Joseph-Louis Gay-Lussac (1778-1850) descobriu que o volume de todos os gases por ele estudados — ar, oxigénio, hidrogénio, azoto, óxido de azoto, amoníaco, ácido clorídrico, anidrido sulfuroso e anidrido carbónico — varia da mesma maneira: quando a pressão permanece constante, a variação de volume é proporcional à variação de temperatura. Por outro lado, se o volume permanece constante, a variação de pressão é proporcional à variação de temperatura.

Os resultados experimentais obtidos por Boyle, Gay-Lussac e outros cientistas podem ser traduzidos por meio de uma relação conhecida como a *lei dos gases ideais*.

$$P = kD(t + 273^\circ)$$

em que  $t$  é a temperatura em graus Celsius e  $k$  é uma constante de proporcionalidade que depende apenas da natureza do gás (e das unidades adoptadas para exprimir  $P$ ,  $D$  e  $t$ ).

Esta lei é dita dos gases *ideais* porque não se aplica com exactidão aos gases reais a não ser a muito baixas pressões. Não é uma lei física no mesmo sentido da lei de conservação do momento linear mas antes uma síntese experimental e aproximada das propriedades observadas dos gases reais. E não é aplicável quando a pressão é tão alta, ou a temperatura tão baixa, que o gás esteja na iminência de se liquefazer.

Por que é que o número 273 aparece na expressão anterior? Isso acontece porque a temperatura é medida na escala de Celsius (ou centígrada). Se se tivesse adoptado a escala de Fahrenheit, a expressão da lei dos gases ideais seria:

$$P = k'D(t + 460^\circ)$$

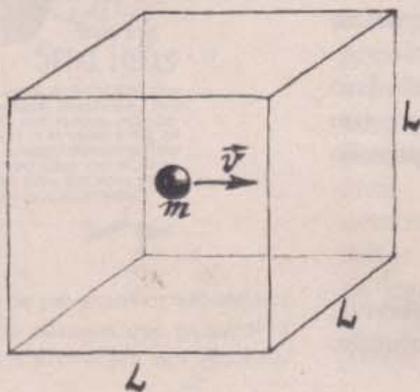
em que  $t$  é a temperatura em graus Fahrenheit. Por outras palavras, o facto de o número ser 273 ou 460 não tem significado profundo,

Na escala de Celsius (ou centígrada), a água gela a  $0^\circ$  e ferve a  $100^\circ$ , quando a pressão é igual à pressão atmosférica normal. Na escala de Fahrenheit, a água gela a  $32^\circ$  e ferve a  $212^\circ$ . Alguns pormenores relacionados com a definição das escalas de temperatura são apresentados no *Manual* quando se descreve a experiência sobre Calor e Temperatura.

### Dedução de uma expressão para a pressão com base na teoria cinética

Parte-se do modelo de gás descrito na Secção 11.2: "um grande número de partículas muito pequenas animadas de um movimento rápido e desordenado". Admitir-se-á, no caso presente, que as partículas são pontos com dimensões nulas, de tal maneira que é possível ignorar as colisões entre partículas. Se as partículas tivessem dimensões finitas, os resultados do cálculo seriam ligeiramente diferentes. Todavia, a aproximação que aqui se usa é suficientemente exacta na maioria dos casos. Em vez de tentar analisar os movimentos das partículas que se deslocam em todas as direcções com velocidades muito diferentes, é preferível começar por fixar a atenção numa só molécula que saltita entre duas paredes opostas de uma caixa. É difícil que as moléculas de um gás real se movam, na realidade, desta forma, mas pode começar-se o estudo pela análise desta situação simples e alargar depois a discussão por forma a incluir outros tipos de movimentos.

No decurso da discussão, torna-se necessário contemplar a possibilidade de uma das paredes ser móvel, o que se fará, mas admitindo que essa parede móvel se ajusta perfeitamente à caixa. No GE 9.24, mostrou-se, a partir das leis de conservação do momento linear e de energia, que, quando uma partícula muito leve atinge um objecto muito mais pesado, como a parede em consideração, a quantidade de energia transferida é muito pequena. Se a colisão for elástica, o sentido do movimento da partícula é invertido mas o módulo da velocidade muda muito pouco. Além disso, se uma força actuar sobre a parede, do lado de fora, por forma a mantê-la no seu lugar apesar do bombardeamento que se veri-



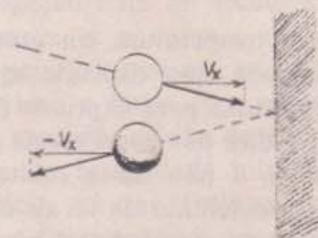
fica pelo lado de dentro, a parede não se deslocará durante as colisões, pelo que *nenhum trabalho* será realizado sobre ela, e as partículas serão reflectidas sem qualquer variação de velocidade.

Que força exercerão estas partículas sobre a parede quando a atingem? De acordo com a terceira lei de Newton, a força média exercida sobre a parede é igual e oposta à força média exercida por esta sobre as partículas que a atingem. E, de acordo com a segunda lei de Newton, a força exercida sobre a partícula vem dada pelo produto da massa desta pela sua aceleração ( $\vec{F} = m\vec{a}$ ). Como se viu na Secção 9.4, também se pode escrever

$$\vec{F} = \frac{\Delta(m\vec{v})}{\Delta t}$$

em que  $\Delta(m\vec{v})$  é a variação do momento linear durante o intervalo de tempo  $\Delta t$ . Por conseguinte, para calcular a força média que actua na parede é necessário conhecer a variação por segundo do momento linear em resultado das colisões das moléculas com a parede.

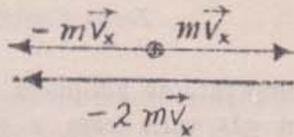
Imagine-se que uma partícula, que se desloca com velocidade  $v_x$  (componente algébrica de  $\vec{v}$  segundo a direcção  $x$ ), está prestes a colidir com uma parede, tal como se representa na figura. A componente do momento linear da partícula segundo a direcção  $x$  é  $m\vec{v}_x$ . Uma vez que a partícula colide elasticamente com a parede, ela é reflectida com uma velocidade de igual módulo. Em consequência, o momento linear na direcção  $x$  após a colisão é



$m(-\vec{v}_x) = -m\vec{v}_x$ . A variação do momento da partícula em consequência desta colisão é

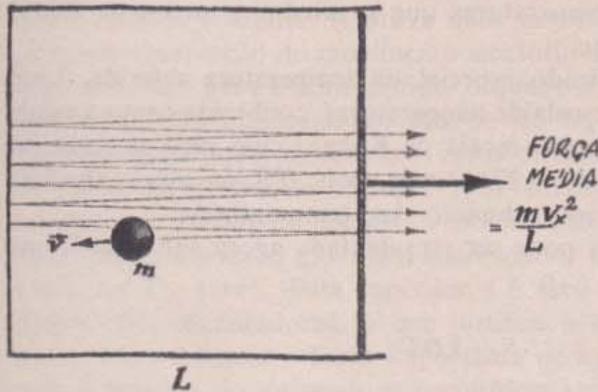
Momento	Momento	Variação do
linear final	linear inicial	momento linear
$(-m\vec{v}_x)$	$(m\vec{v}_x)$	$= (-2m\vec{v}_x)$

Note-se que todas as grandezas vectoriais consideradas nesta dedução têm apenas dois sentidos possíveis: para a direita ou para a esquerda. É, pois, possível indicar o sentido usando os sinais + e - respectivamente.



Imagine-se agora uma só partícula de massa  $m$  movendo-se num vaso cúbico de volume  $L^3$  como se mostra na figura.

O tempo entre duas colisões sucessivas de uma partícula com a parede lateral direita do vaso é o tempo necessário para percorrer a distância  $2L$  com a velocidade  $v_x$ ; ou seja,  $2L/v_x$ . Se  $2L/v_x =$  tempo entre colisões, então  $v_x/2L =$  número de colisões por segundo. Por con-



seguinte, a variação do momento linear em cada segundo vem dada por

Varição do	Número de	Varição do
momento linear	colisões por	momento linear
por colisão	segundo	por segundo
$(-2mv_x)$	$\times (v_x/2L)$	$= (-mv_x^2/L)$

Ora, como a força é igual à taxa de variação do momento linear, a força média que actua a partícula (devido à parede) é igual a  $-mv_x^2/L$ ; e pela terceira lei de Newton, a força média que actua sobre a parede (devido à molécula) é igual a  $+mv_x^2/L$ . Deste modo, a pressão média exercida sobre a parede em consequência das colisões produzidas por uma molécula que se move com velocidade  $v_x$  é

$$P = \frac{F}{A} = \frac{F}{L^2} = \frac{mv_x^2}{L^3} = \frac{mv_x^2}{V}$$

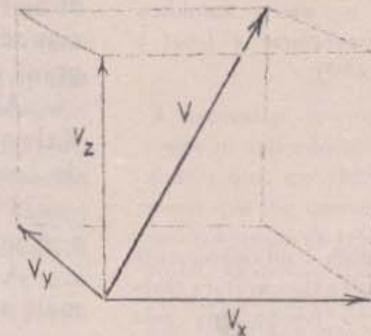
em que  $V = L^3$  é o volume do vaso.

Na realidade, não há só uma mas  $N$  moléculas no vaso. Nem todas se movem com a mesma velocidade, mas apenas é necessário conhecer a velocidade média para poder calcular a pressão que elas exercem. Mais exacta-

mente, é necessário conhecer a média dos *quadrados* das velocidades segundo a direcção  $x$ , que será designada por  $(v_x^2)_{\text{méd}}$ . A pressão exercida sobre a parede por  $N$  moléculas será  $N$  vezes a pressão exercida por uma molécula:

$$P = \frac{Nm(v_x^2)_{\text{méd}}}{V}$$

Num gás real, as moléculas deslocar-se-ão em todas as direcções e não só segundo a direcção  $x$ . Isto é, a velocidade  $\vec{v}$  de uma



molécula tem três componentes algébricas:  $v_x$ ,  $v_y$  e  $v_z$ . Se o movimento é aleatório, não é possível identificar nenhuma direcção preferencial no movimento de um grande conjunto de moléculas pelo que  $(v_x^2)_{\text{méd}} = (v_y^2)_{\text{méd}} = (v_z^2)_{\text{méd}}$ . Com base num teorema da geometria, é possível demonstrar que  $v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2$ . Combinando estas duas expressões, obtém-se:

$$(v^2)_{\text{méd}} = 3(v_x^2)_{\text{méd}}$$

$$(v_x^2)_{\text{méd}} = \frac{1}{3}(v^2)_{\text{méd}}$$

Introduzindo esta última expressão na que permite calcular a pressão, obtém-se:

$$P = \frac{Nm \times \frac{1}{3}(v^2)_{\text{méd}}}{V}$$

$$= \frac{1}{3} \frac{Nm}{V} (v^2)_{\text{méd}}$$

Note-se que  $Nm$  é a massa total do gás pelo que  $Nm/V$  é exactamente a densidade  $D$ . Por conseguinte:

$$P = \frac{1}{3} D (v^2)_{\text{méd}}$$

É esta a expressão teórica da pressão  $P$  exercida por um gás sobre uma parede em termos da sua densidade  $D$  e do módulo da velocidade molecular  $v$ .

Segundo a lei dos gases ideais, mantendo-se constante a pressão, o volume de uma porção de gás reduzir-se-ia a zero a  $-273^{\circ}\text{C}$ .

Verificou-se que o «zero absoluto» da escala de temperaturas é igual a  $-273,16^{\circ}\text{C}$  ( $-459,69^{\circ}\text{F}$ ).

No âmbito desta obra é suficientemente rigoroso afirmar que a temperatura absoluta de um corpo (simbolizada pela letra  $T$  e expressa em graus Kelvin ou  $^{\circ}\text{K}$ ) é igual à temperatura Celsius  $t$  mais  $273^{\circ}$ :

$$T = t + 273^{\circ}$$

A temperatura de ebulição da água, por exemplo, é  $373^{\circ}\text{K}$  na escala absoluta.

GE 11.13-11.14

$^{\circ}\text{Celsius}$		$^{\circ}\text{Absoluto (Kelvin)}$
327	o chumbo funde	600
100	a água ferve	373
0	a água gela	273
-78	o dióxido de carbono solidifica	195
-183	oxigênio	90
-196	azoto	
-273	zero absoluto	0

Comparação entre as escalas Celsius e absoluta de temperatura.

mas depende apenas da escala de temperaturas adoptada. Contudo, é significativo que a pressão de um gás varie com a temperatura de tal modo que a pressão se anula quando o terceiro factor daquela expressão (factor de temperatura) se anula — isto é, quando  $t = -273^{\circ}\text{C} = -460^{\circ}\text{F}$ . De acordo com a lei dos gases ideais, a pressão anula-se a esta temperatura, quaisquer que sejam as propriedades químicas do gás ou a sua densidade inicial. Abaixo de  $-273^{\circ}\text{C}$ , a noção de gás deixa de fazer sentido, uma vez que os gases se liquefazem antes de se atingir uma temperatura tão baixa. Tanto a experiência como a teoria termodinâmica mostraram que, na realidade, é impossível arrefecer seja o que for — gás, líquido ou sólido — até atingir exactamente aquela temperatura. Porém, em algumas experiências têm sido atingidas temperaturas que se situam a menos de 0,0001 graus acima daquele limite.

Atendendo ao significado especial da temperatura referida, Lord Kelvin propôs uma nova escala de temperaturas, conhecida como a escala de *temperaturas absolutas* (ou escala de Kelvin) cujo zero se situa em  $-273^{\circ}\text{C}$ . A temperatura de  $-273^{\circ}\text{C}$  vale, pois,  $0^{\circ}\text{K}$  na escala absoluta e é conhecida como o *zero absoluto* das temperaturas.

A lei dos gases ideais pode ser representada agora sob uma forma mais simples:

$$P = kDT$$

em que  $T$  é a temperatura em graus Kelvin e  $k$  a constante de proporcionalidade.

A expressão  $P = kDT$  sintetiza *factos experimentais* relativos aos gases. É possível voltar agora à teoria cinética dos gases e verificar se este modelo pode fornecer uma explicação *teórica* do comportamento dos gases observado experimentalmente e traduzido por aquela expressão.

*Explicação da pressão dos gases com base na teoria cinética.* De acordo com a teoria cinética dos gases, a pressão de um gás é o resultado de impactos contínuos de um grande número de partículas contra as paredes do vaso. É, pois, razoável que a pressão seja proporcional à densidade: quanto maior for a densidade, maior é o número de partículas que colidem com as paredes. Além disso, a pressão deve depender da velocidade das partículas, a qual determina a força exercida sobre a parede em cada impacto e a frequência dos impactos. Admitindo que as colisões com as paredes são perfeitamente elásticas, basta recorrer à lei de conservação do momento linear para descrever os resultados dos impactos. A dedução pormenorizada, que é feita nas páginas coloridas 88 e 89, é uma aplicação maravilhosamente simples da mecânica newtoniana.

O resultado da aplicação desta teoria ao modelo cinético dos gases é a expressão  $P = \frac{1}{3}D(v^2)_{\text{méd}}$ , em que  $(v^2)_{\text{méd}}$  é a média dos quadrados das velocidades das moléculas. Por conseguinte, há duas expressões, para representar a pressão de um gás: uma que sintetiza os factos experimentais,  $P = kDT$ ; e outra que é deduzida através da aplicação das leis de Newton a um modelo teórico,  $P = \frac{1}{3}D(v^2)_{\text{méd}}$ . A expressão *teórica* coincide com a *experimental* se  $kT = \frac{1}{3}(v^2)_{\text{méd}}$ , o que implica que a temperatura de um gás seja proporcional a  $(v^2)_{\text{méd}}$ . Uma vez que a massa  $m$

de cada molécula é constante, pode afirmar-se que a temperatura de um gás é proporcional a  $\frac{1}{2}m(v^2)_{\text{méd}}$ :  $T \propto \frac{1}{2}m(v^2)_{\text{méd}}$ . Ou seja, a teoria cinética conduz à conclusão que a temperatura de um gás é proporcional à energia cinética média das suas moléculas! É certo que já tínhamos a noção de que o aumento da temperatura de um material tinha algo a ver com o movimento das “pequenas porções” do mesmo e de que, quanto mais elevada for a temperatura de um gás, mais rapidamente se deslocam as suas moléculas. Mas a expressão  $T \propto \frac{1}{2}m(v^2)_{\text{méd}}$  é uma relação exacta e quantitativa, deduzida com rigor a partir do modelo da teoria cinética e de leis empíricas.

Há numerosos tipos de provas experimentais que confirmam que o quadro anterior está correcto e que, por conseguinte, o modelo da teoria cinética é sólido. A prova mais impressionante é talvez a fornecida pela observação do movimento aleatório de partículas microscópicas suspensas num gás ou num líquido, o qual é conhecido como *Movimento Browniano*. As moléculas do gás ou do líquido, que são demasiado pequenas para poderem ser observadas directamente, atingem por todos os lados as partículas maiores (por exemplo, partículas de fumo) e fazem-nas dançar no campo de observação do microscópio. Quanto mais quente estiver o gás tanto mais vivo é o movimento, como prevê a relação  $T \propto \frac{1}{2}mv^2$ . Esta experiência é fácil de montar e proporciona observações encantadoras, o que justifica a sua realização em laboratório. Ela evidencia o facto importante de que as menores porções de toda a matéria do universo se encontram animadas de um movimento de agitação perpétuo e aleatório — é o “universo sem descanso” na expressão do físico do século xx Max Born.

Mas para confiar nas previsões quantitativas da teoria cinética, é necessário um argumento mais profundo. Sabe-se pela experiência que, quando um gás é comprimido ou expandido muito lentamente, a sua temperatura não varia de forma apreciável e a lei simples de Boyle ( $P = kD$ ) é aplicável; mas, quando a compressão ou a expansão são rápidas, a temperatura varia e apenas a lei mais geral dos gases ( $P = kDT$ ) é válida. O modelo da teoria cinética poderá explicar isto?

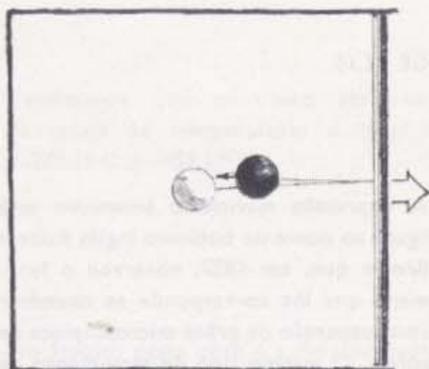
No modelo utilizado nas páginas coloridas, as partículas saltavam para cá e para lá entre as paredes da caixa. Cada colisão com a parede era suposta elástica, pelo que as partículas eram reflectidas sem perda de velocidade. Suponhamos que a força exterior que mantém uma parede no seu lugar é bruscamente reduzida. O que é que vai acontecer à parede? Sendo agora a força exercida sobre a parede, em consequência das colisões das partículas, superior à força exterior, a parede deslocar-se-á para a direita.

Enquanto a parede permaneceu estática, as partículas não realizaram trabalho sobre ela, nem a parede realizou trabalho sobre as partículas. Mas se a parede se deslocar no mesmo sentido da força exercida pelas partículas sobre ela, então as partículas realizam trabalho sobre a parede. A energia necessária para realizar este trabalho deve provir de algum lado. Ora, a única fonte de energia para realizar este trabalho é a energia cinética ( $\frac{1}{2}mv^2$ ) das partículas. De facto, pode demonstrar-se que as moléculas, que colidem de uma forma perfeitamente elástica com uma parede que recua, são reflectidas com uma velocidade ligeiramente menor (ver GE 11.16). Por conseguinte, a energia

## GE 11.15

A expressão *movimento browniano* está ligada ao nome do botânico inglês Robert Brown que, em 1827, observou o fenómeno que lhe corresponde ao examinar uma suspensão de grãos microscópicos de pólen. O mesmo tipo de movimento de partículas («agitação térmica») tem lugar nos líquidos e nos sólidos, mas neste caso as partículas estão muito mais restringidas do que nos gases.

Este fenómeno pode ser verificado quando se provoca uma expansão numa câmara de nevoeiro através do arrefecimento de um extintor de incêndio à base de  $\text{CO}_2$ , etc. Neste caso, a «parede» é a massa de ar que se afasta.



GE 11.17-11.22

cinética das partículas deve diminuir. Mas a relação  $T \propto \frac{1}{2}m(v^2)_{\text{méd}}$  implica que a temperatura do gás baixe. O que efectivamente acontece!

Se tivéssemos aumentado a força exterior exercida sobre a parede em vez de a diminuir, ter-se-ia observado o contrário. O gás teria sido bruscamente comprimido quando a parede se tivesse deslocado para a esquerda, efectuando trabalho sobre as partículas e aumentando a sua energia cinética. Quando  $\frac{1}{2}mv^2$  aumenta, é de esperar que a temperatura do gás aumente — e isto é exactamente o que acontece quando se comprime rapidamente um gás.

O modelo também prevê que, no caso de o movimento da parede ser *lento*, a lei de Boyle seja aplicável — desde que o gás não esteja isolado do espaço circundante. Se este espaço permanecer a temperatura constante — imergindo, por exemplo, o vaso que contém o gás num grande banho de água — as pequenas variações de temperatura do gás serão anuladas pelas trocas de calor com o espaço circundante. Sempre que a energia cinética das moléculas diminuir momentaneamente (por exemplo, durante a expansão), a temperatura do gás ficará abaixo da do ambiente. A não ser que as paredes do vaso sejam feitas de matéria isoladora do calor, este passará para o gás até que, a dada altura, a temperatura do gás ficará em equilíbrio com a do ambiente. Sempre que a energia cinética aumentar momentaneamente (por exemplo, durante a compressão) a temperatura do gás ultrapassará a do ambiente. O calor sairá, então, do gás até que a temperatura deste se reduza e iguale a temperatura ambiente. A tendência natural do calor para passar dos corpos quentes para os corpos frios é a razão pela qual a energia cinética média das partículas permanece aproximadamente constante quando um gás é comprimido ou expandido lentamente.

**Q9** A relação entre a pressão e a densidade de um gás expressa pela lei de Boyle,  $P = kD$ , é válida

- (a) para qualquer gás em quaisquer condições
- (b) para alguns gases em quaisquer condições
- (c) apenas a temperatura constante
- (d) apenas se a densidade é constante.

**Q10** Se um êmbolo é introduzido rapidamente num vaso que contém um gás, o que é que acontece à energia cinética das moléculas do gás? E o que é que acontece à temperatura do gás?

**Q11** Qual das conclusões seguintes é válida apenas quando a lei dos gases ideais e o modelo da teoria cinética são *ambos* aplicáveis?

- (a)  $P$  é proporcional a  $T$ .
- (b)  $P$  é proporcional a  $(v^2)_{\text{méd}}$
- (c)  $(v^2)_{\text{méd}}$  é proporcional a  $T$ .

## 11.6 A segunda lei da termodinâmica e a dissipação de energia

Vimos que o modelo da teoria cinética pode explicar o comportamento de um gás quando é comprimido ou expandido, quando aquece ou arrefece. No final do século XIX, o modelo foi melhorado

para ter em conta muitos efeitos que ainda não foram discutidos. Verificou-se que havia situações em que o modelo falhava — por exemplo, o calor chega até nós, vindo do Sol, através do espaço vazio, o que não pode ser explicado em termos de agitação térmica de partículas. Isto não significa que na maioria dos casos não seja possível recorrer ao modelo simples que explica o fenómeno do calor através da agitação normal das partículas materiais. Trata-se, com efeito, de um triunfo da mecânica newtoniana e, em grande parte, da satisfação da esperança expressa por Newton nos seus *Principia*: de que todos os fenómenos naturais seriam explicáveis em termos do movimento de pequenas porções de matéria. No resto deste capítulo, será abordado resumidamente o ulterior desenvolvimento da termodinâmica teórica (pormenores adicionais encontram-se em vários artigos da *Colectânea 3*).

O primeiro conceito adicional resulta de um tema filosófico fundamental da cosmologia newtoniana: a ideia de que o mundo é semelhante a uma máquina que não se gasta e que nunca se degradará. Esta ideia inspirou a procura de leis de conservação aplicáveis à matéria e ao movimento e, até agora, neste texto, tudo indica que a procura teve êxito. Com efeito, é possível medir a “matéria” por meio da massa e o “movimento” por meio do momento linear ou da energia cinética. Por volta de 1850, a lei de conservação da massa estava firmemente implantada na química, o mesmo acontecendo na física no tocante às leis de conservação do momento e da energia.

Contudo, estas leis de conservação bem sucedidas não conseguiram afastar a suspeita de que, de algum modo, o mundo se degrada e os componentes da máquina se gastam. A energia é conservada enquanto o combustível se consome mas perde a sua *utilidade* à medida que o calor se difunde na atmosfera. A massa conserva-se ao mexer um ovo, mas a *estrutura* organizada deste é destruída. Nestas transformações, algo se conserva, mas também algo se perde. E há processos que são irreversíveis — que nunca voltam para trás. Não há maneira de reorganizar um ovo mexido por forma a reconstituir a estrutura original, embora tal modificação não violasse a lei de conservação da massa. Também não há maneira de provocar um brusco arrefecimento do ar que rodeia um fósforo queimado e de fazer regressar a ele o fumo que se espalha.

As primeiras tentativas para formular leis quantitativas dos fenómenos físicos irreversíveis foram estimuladas pelo desenvolvimento das máquinas a vapor. Nos séculos XVIII e XIX, o rendimento das máquinas a vapor — quantidade de trabalho mecânico que é possível extrair de uma dada quantidade de combustível — aumentou constantemente (ver Secção 10.6). Em 1824, um jovem engenheiro francês, Sadi Carnot, publicou um pequeno livro intitulado *Reflexões sobre a Força Motriz do Fogo*, no qual levantou a seguinte questão: uma máquina terá um rendimento máximo possível? A conservação da energia impõe, evidentemente, um limite de 100% — a energia produzida nunca pode ser maior do que a energia consumida. Mas, através da análise do fluxo de calor numa máquina, Carnot demonstrou que o rendimento é sempre *inferior* a 100% — isto é, a energia útil produzida nem sequer pode ser igual à energia consumida. Há um limite superior fixo para a quantidade de energia mecânica que pode ser obtida de uma dada quantidade de

Das ilustrações da seção de Principia  
Cap. 2, Fig. 2.10.

GE 11.23

«A vida esvai-se ao avanço do relógio.  
O ribeiro seca permitindo a vida.  
O Sol enfraquece ao secar o ribeiro.  
E existe algo que mantém o Sol.  
É este movimento retrógrado para as  
origens,

Contra a corrente, em que muitos de  
nós nos vemos,  
É de tudo isto que nós somos em essência.  
Somos nós próprios».

[Robert Frost, *West-Running Brook*]

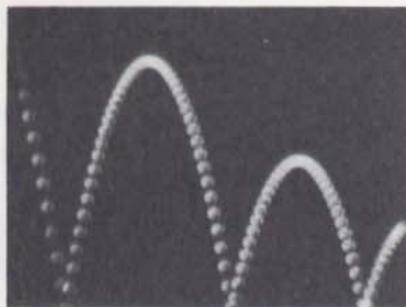


Sadi Carnot (1796-1832).

As máquinas a vapor modernas têm um rendimento cujo limite teórico é da ordem de 35% mas, na prática, raras vezes o rendimento é superior a 20%.

A primeira lei da termodinâmica, ou a lei geral de conservação da energia, não proibe a conversão completa do calor em energia mecânica. A segunda lei é um constrangimento adicional ao que pode acontecer na natureza.

GE 11.24-11.26



calor, utilizando uma máquina, e este limite nunca pode ser ultrapassado qualquer que seja a substância usada na máquina — ar, vapor ou qualquer outra coisa.

(Além deste limite, próprio das máquinas ideais, revelam-se, na prática, limites ainda menores, isto é, as máquinas reais funcionam com rendimentos ainda menores. Por exemplo, é normal o calor escapar-se das partes mais quentes da máquina para as mais frias sem passar pela secção da máquina onde esta corrente natural pode ser utilizada para produzir energia mecânica).

A análise feita por Carnot das máquinas a vapor mostra que há um desperdício *inevitável* de energia mecânica, mesmo em circunstâncias ideais. A quantidade total de energia contida no vapor a alta temperatura, *conserva-se* à medida que ele atravessa a máquina; parte é transformada em energia mecânica útil e o resto é descarregado e espalha-se pelo ambiente a temperatura relativamente baixa. É este calor rejeitado que se dissipa nas vizinhanças e fica indisponível para o trabalho útil.

Estas conclusões sobre as máquinas a vapor foram incorporadas na termodinâmica e formaram a base da *Segunda Lei da Termodinâmica*, a qual teve formulações diversas, praticamente equivalentes. A lei exprime a ideia que é impossível converter completamente em trabalho uma dada quantidade de calor.

Todavia, a análise de Carnot das máquinas a vapor implica mais do que esta conclusão negativa. Em 1852, Lord Kelvin generalizou a segunda lei da termodinâmica afirmando que há uma tendência natural no universo para a “degradação” ou “dissipação” da energia. Outra forma de estabelecer este princípio foi sugerida por Rudolf Clausius em 1865. Clausius introduziu um novo conceito, a *entropia* (da palavra grega que significa transformação). Em termodinâmica, a entropia é definida quantitativamente em termos de temperatura e de transferência de calor mas, nesta altura, é mais útil para nós associar a entropia com desordem. O aumento da entropia de um sistema pode então ser identificado com a desordem crescente do movimento das partes que o constituem.

Imaginemos, por exemplo, uma bola que cai. Se a temperatura for baixa, o movimento aleatório das suas partes também é lento e, durante a queda, o movimento das partículas que constituem a bola faz-se sobretudo para baixo (é, pois, “ordenado”). Mas, após alguns saltos, de que resulta a diminuição da energia mecânica da bola, esta aquece e a agitação térmica das porções da bola aquecida torna-se muito mais vigorosa. Finalmente, a bola fica em repouso (ausência de movimento “ordenado”) e apenas subsiste o movimento desordenado das suas moléculas (e das moléculas do chão nas zonas em que a bola caiu). Em resumo, os saltos de uma bola — tal como todos os movimentos de qualquer corpo — tendem a enfraquecer até se atingir o estado de repouso. Isto equivale a dizer que os movimentos tendem a passar de ordenados a desordenados. De facto, a entropia pode definir-se matematicamente como a medida da desordem de um sistema (embora tal formulação matemática não possa ser feita aqui). A versão generalizada da segunda lei da termodinâmica tal como foi estabelecida por Clausius é, pois, simplesmente: *a entropia de um sistema isolado tende sempre a aumentar.*

Os processos irreversíveis são aqueles em que a entropia aumenta: por exemplo, o calor não passa, por si, dos corpos frios para os corpos quentes; uma bola que se encontra no chão não pode de qualquer modo reunir a energia cinética de agitação aleatória das suas moléculas e dar um salto brusco; um ovo mexido não pode reorganizar-se; um navio transoceânico não pode ser movido por meio de uma máquina que retira calor da água do mar e expulsa cubos de gelo. Todos estes acontecimentos (e muitos outros), que poderiam verificar-se sem violar qualquer dos princípios da mecânica newtoniana, incluindo a lei de conservação da energia, na realidade não acontecem; estão “proibidos” pela segunda lei da termodinâmica.

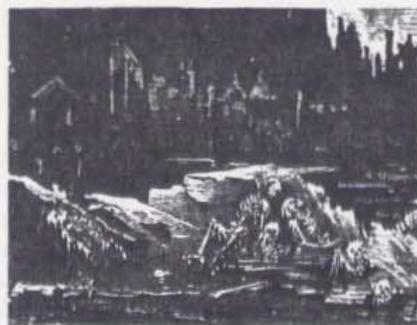
Embora tal não tenha sido afirmado explicitamente até agora, há que ter presente que *todos* os fenómenos familiares são irreversíveis. Lord Kelvin previu, com base no seu princípio de dissipação da energia, que todos os corpos do universo ficarão eventualmente à mesma temperatura graças a trocas de calor entre si. Quando tal acontecer, pensava ele, será impossível produzir trabalho útil a partir do calor, uma vez que as máquinas a vapor só podem produzir trabalho desde que o calor seja transferido de um corpo quente para um corpo frio. O Sol e outras estrelas arrefecerão, a vida sobre a Terra cessará, o universo morrerá.

Esta ideia da “morte do calor”, baseada em previsões da termodinâmica, despertou algum interesse popular no final do século XIX e manifestou-se na literatura da época como foi o caso da *Máquina do Tempo* de H. G. Wells. O astrónomo francês Camille Flammarion escreveu um livro em que descrevia processos de o mundo acabar. O historiador americano Henry Adams, que estudou termodinâmica através dos trabalhos de um dos maiores cientistas americanos, J. Willard Gibbs, defendeu que a segunda lei da termodinâmica podia ser aplicada à história humana, tendo escrito uma série de ensaios que foram publicados sob o título *A Degradação do Dogma Democrático*.

Duas ilustrações da novela de Flammarion, *O Fim do Mundo*.



“A miserável raça humana morrerá de frio”.



“Será o fim”.

GE 11.27

- Q12 A suposta “morte do calor do universo” refere-se a um estado
- em que toda a energia mecânica foi transformada em energia calorífica
  - em que toda a energia calorífica foi transformada noutras formas de energia
  - em que a temperatura do universo atingiu o zero absoluto
  - em que as reservas de carvão e de petróleo se esgotaram.
- Q13 Das afirmações seguintes, quais é que estão de acordo com a segunda lei da termodinâmica?
- O calor não transita naturalmente dos corpos frios para os corpos quentes.
  - A energia tende a converter-se em formas menos úteis.
  - Nenhuma máquina pode transformar o calor que recebe em energia mecânica.
  - A maioria dos processos naturais são reversíveis.

### 11.7 O demónio de Maxwell e a interpretação estatística da segunda lei da termodinâmica

Haverá alguma maneira de evitar a “morte do calor”? Será a irreversibilidade uma lei fundamental da física ou apenas uma aproximação baseada na nossa experiência limitada dos processos naturais?

O físico austríaco Ludwig Boltzmann investigou a teoria da irreversibilidade e concluiu que a tendência para a degradação da energia não é uma lei *absoluta* da física (que se verifica sempre), mas apenas uma lei *estatística*. Imaginemos um vaso cheio de ar, contendo cerca de  $10^{22}$  moléculas. Boltzmann argumentava que, se se fizesse uma lista de todos os arranjos concebíveis das moléculas gasosas num dado instante, praticamente todos teriam que ser considerados como quase completamente “desordenados”. Apenas alguns arranjos, em número relativamente reduzido, poderão ser caracterizados, por exemplo, pelo facto de todas as moléculas se deslocarem no mesmo sentido. Além disso, é de esperar que se um arranjo de moléculas se apresentar momentaneamente ordenado, é inevitável que fique, logo a seguir, menos ordenado em consequência de colisões, etc. A desordem completa provoca naturalmente flutuações que são tanto menos prováveis quanto maiores forem. No caso de conjuntos com  $10^{22}$  partículas, a probabilidade de uma flutuação ser suficientemente grande para ser mensurável, por exemplo, com um manómetro, é consideravelmente pequena. É *concebível*, por conseguinte, embora *totalmente improvável*, que uma caldeira apagada seja aquecida sob a acção exclusiva do bombardeamento das moléculas mais enérgicas do ar circunvizinho; ou que estas moléculas possam empurrar um bloco de rocha por uma colina acima.

Para *pequenos* conjuntos de partículas, todavia, a história é outra. Tal como é bastante provável que a média das alturas das pessoas que viajam num autocarro seja consideravelmente superior ou inferior à média nacional, também é bastante provável, naquele caso, que o número de moléculas que atingem um dos lados de uma partícula microscópica seja muito maior do que o das que atingem o outro lado. Por isso, é possível observar o “movimento browniano” das partículas microscópicas. As flutuações constituem um aspecto importante do mundo dos muito pequenos; mas são praticamente indetectáveis quando se lida com os conjuntos de moléculas típicos do mundo de todos os dias.

Para ilustrar o argumento de Boltzmann, imagine-se um baralho de cartas quando está a ser baralhado. A maioria das combinações possíveis de cartas depois de baralhadas são bastante desordenadas. Se se partir de uma combinação ordenada—por exemplo, cartas classificadas por naipes e por valores—ao baralhá-las é quase certo que se obtém uma combinação desordenada. (Todavia pode acontecer, por acaso, que a um jogador sejam distribuídas 13 espadas, mesmo que ninguém tenha feito batota).



Desenhado por Steinberg; © 1963, The New Yorker Magazine, Inc.

Grandes flutuações são extremamente improváveis; mesmo que possam ocorrer, há que reconhecer que a segunda lei da termodinâmica tem um carácter diferente de todas as outras leis fundamentais da física que foram estudadas até aqui.

Maxwell propôs uma interessante “experiência conceptual” para mostrar como a segunda lei da termodinâmica pode ser violada por um ser imaginário que possa observar as moléculas individuais e classificá-las de maneira que o calor seja transferido do frio para o quente. Imagine-se um vaso contendo um gás e dividido em duas partes, **A** e **B**. Inicialmente, o gás que se encontra na parte **A** está mais quente do que o de **B**. Isto significa que o valor médio da *EC* (energia cinética) correspondente às moléculas de **A** e, por conseguinte, o valor médio das respectivas velocidades, é superior ao das moléculas de **B**. Todavia, como as velocidades se distribuem segundo a lei de Maxwell (Secção 11.3), muitas moléculas de **A** terão velocidades inferiores à média de **A**.

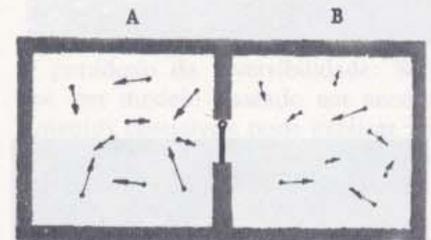
“Imagine-se agora um ser”, sugeriu Maxwell, “que conhece os percursos e as velocidades de todas as moléculas através da sua observação e que nada pode fazer para além de abrir ou fechar um orifício situado no diafragma, recorrendo a uma porta sem massa” (se a porta não tem massa, não é necessário realizar trabalho para a deslocar). Suponha-se que este ser observa as moléculas de **A** e, quando vê aproximar-se uma com velocidade inferior à velocidade média das moléculas de **B** abre a porta, deixando-a entrar em **B**. Nestas condições, a velocidade média das moléculas de **B** diminui. Suponha-se, em seguida, que ele repara numa molécula de **B**, cuja velocidade é superior à velocidade média das moléculas de **A** e que, ao vê-la dirigir-se para o orifício, abre a porta e a deixa entrar em **A**. Então, a velocidade média das moléculas de **A** aumenta. E Maxwell conclui:

O número de moléculas de **A** e **B** não varia, mas a energia de **A** aumenta e a de **B** diminui, isto é, o sistema quente torna-se ainda mais quente e o sistema frio ainda mais frio, sem que se tenha produzido trabalho, graças simplesmente à inteligência de um ser observador e destro.

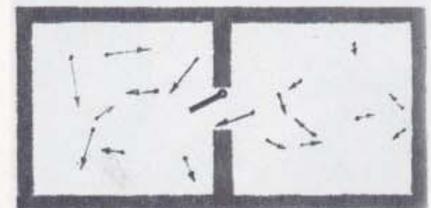
Do mesmo modo, um grupo destes seres pode seleccionar, numa multidão de moléculas animadas de movimentos aleatórios, as que se deslocam num determinado sentido, demarcando assim uma região em que o movimento molecular se faz ordenadamente.

O “ser imaginário que conhece os percursos e as velocidades de todas as moléculas” é conhecido como o “demónio de Maxwell”. E a experiência conceptual de Maxwell mostra que, se houvesse maneira de seleccionar as moléculas individuais, a tendência para o aumento da entropia poderia ser contrariada e invertida. Alguns biólogos sugeriram que certas moléculas de grandes dimensões, como os enzimas, podem influenciar, precisamente por aquele processo, o movimento de moléculas mais pequenas, dando origem a sistemas moleculares ordenados, no seio dos seres vivos. Segundo eles, isto ajuda a compreender o simples facto de que enquanto os objectos inanimados tendem a deteriorar-se passando por estados cada vez mais desordenados, isso não acontece num ser vivo (planta ou animal) em crescimento.

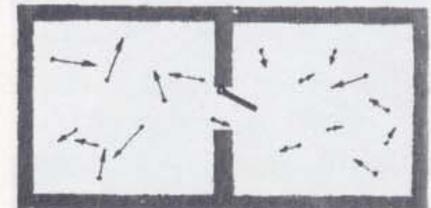
Como o “demónio” de Maxwell poderia usar uma pequena porta, sem massa, para *aumentar* a ordem de um sistema e transferir o calor de um gás frio para um gás quente.



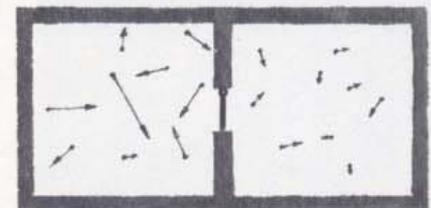
Inicialmente o valor médio da *EC* das moléculas contidas em **A** é maior.



Apenas as moléculas mais rápidas são autorizadas a passar de **B** para **A**.



Apenas as moléculas mais lentas são autorizadas a passar de **A** para **B**.



À medida que o processo continua, o valor médio da *EC* em **A** aumenta e em **B** diminui.

GE 11.28



James Clerk Maxwell (1831-1879).

Embora interessante, esta sugestão constitui um mal-entendido em relação à segunda lei da termodinâmica. A segunda lei não afirma que a ordem nunca pode aumentar num sistema (ou que tal é extremamente improvável); isso é válido apenas no caso de um sistema isolado ou fechado. A ordem de uma *parte* de um sistema pode ser aumentada desde que a de *outras partes* seja diminuída tanto ou mais. Este ponto está muito bem tratado na seguinte passagem de um documento da UNESCO sobre a poluição do ambiente.

Alguns cientistas costumavam sentir que a ocorrência, reprodução ou aumento da ordem nos seres vivos, constituíam exceções à segunda lei da termodinâmica. Mas isso deixou de acontecer. Na realidade, a ordem de um sistema vivo pode aumentar mas apenas difundindo energia na vizinhança e convertendo moléculas complexas, conhecidas como alimentos (hidratos de carbono, gorduras), em moléculas simples ( $\text{CO}_2$ ,  $\text{H}_2\text{O}$ ). Por exemplo, para que o peso de um ser humano saudável permaneça constante, durante um ano, é preciso consumir cerca de 500 quilos (meia tonelada) de alimentos e difundir no ambiente (a partir do homem e da comida) cerca de 500 000 quilocalorias (dois milhões de quilojoules) de energia. A "ordem" do ser humano pode manter-se ou até aumentar, mas a ordem do ambiente diminui muito e muito mais. A manutenção da vida é um processo caro em termos de criação de desordem e ninguém pode compreender todas as implicações da ecologia humana e da poluição do ambiente sem compreender isto primeiro.

Q14 Qual das duas situações referidas, em cada caso, é mais ordenada?

- (a) um ovo inteiro; um ovo mexido.
- (b) um espelho de gelo e água morna; um espelho de água a temperatura constante.

Q15 Falso ou verdadeiro?

- (a) O demónio de Maxwell era capaz de contrariar a segunda lei da termodinâmica.
- (b) Os cientistas fizeram um demónio de Maxwell.
- (c) Maxwell acreditava que o seu demónio existia realmente.

### 11.8 A seta do tempo e o paradoxo da recorrência

No final do século XIX, um pequeno mas influente grupo de cientistas começou a pôr em causa as hipóteses filosóficas fundamentais da mecânica newtoniana e mesmo o conceito de átomo. O físico austriaco Ernst Mach afirmava que as teorias científicas não devem depender de hipóteses como a da existência de coisas (como os átomos) que não podem ser observadas directamente. Um exemplo dos ataques contra a teoria atômica é o argumento que o matemático Ernst Zermelo e outros usaram contra a teoria cinética; Zermelo acreditava que (1) a segunda lei da termodinâmica é uma lei física absolutamente válida, pois concorda com todos os dados experimentais; ora, (2) a teoria ciné-

tica proporciona a possibilidade de excepções a esta lei (devido a grandes flutuações); por conseguinte, (3) a teoria cinética deve estar errada.

Os críticos da teoria cinética podem apontar duas contradições aparentes entre a teoria cinética e o princípio da dissipação da energia: o *paradoxo da reversibilidade* e o *paradoxo da recorrência*. Ambos os paradoxos se baseiam em possíveis excepções à segunda lei da termodinâmica e lançam a dúvida sobre a teoria cinética.

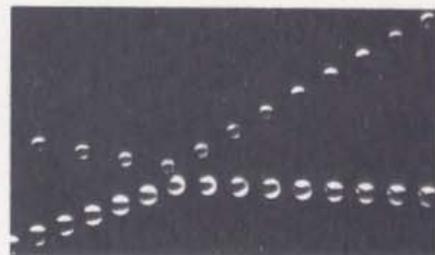
O paradoxo da *reversibilidade* foi posto em evidência, por volta de 1870, por Lord Kelvin e Josef Loschmidt, ambos adeptos da teoria atómica, e não foi encarado como uma objecção séria à teoria cinética até cerca de 1890. O paradoxo baseia-se no facto de as leis de Newton do movimento serem reversíveis no tempo — isto é, são válidas sem qualquer alteração mesmo que os fenómenos passem a desenrolar-se no sentido do passado (mesmo que o tempo “volte para trás”). Por exemplo, se observarmos um filme de uma bola que salta, é fácil dizer se o filme está a ser projectado para a frente ou para trás, pois sabemos que as colisões de uma bola com o chão são inelásticas e que, após cada salto, a bola atinge uma altura menor. Todavia, se os saltos fossem perfeitamente elásticos, a bola atingiria exactamente a mesma altura em cada salto e seria impossível dizer se o filme estava a ser projectado para a frente ou para trás.

Na teoria cinética, *admite-se* que as moléculas experimentam colisões perfeitamente elásticas. Imagine-se que era possível filmar as moléculas de um gás a colidirem elasticamente umas com as outras, de acordo com as hipóteses da teoria cinética. Ao projectar o filme, não haveria possibilidade de afirmar se a projecção estaria a ser feita para a frente ou para trás — em qualquer dos casos, observar-se-ia uma sequência válida de choques. Mas — e este é o paradoxo — quando se projectam filmes de interacções que envolvem objectos grandes (contendo muitas moléculas), constatam-se imediatamente diferenças óbvias entre os dois sentidos de projecção: por exemplo, um objecto partido ou queimado não se recompõe espontaneamente na vida real, embora um filme projectado para trás dê a aparência de que isso acontece.

Como pode a teoria cinética explicar a existência de processos irreversíveis à escala habitual, se é uma teoria baseada em leis do movimento que são reversíveis para cada interacção molecular individual?

A existência de processos irreversíveis à escala habitual parece indicar que o tempo evolui num sentido fixo — do passado para o futuro — em contradição com a possibilidade implícita nas leis de Newton do movimento, segundo a qual é indiferente considerar o tempo a andar para a frente ou para trás. Lord Kelvin apresentou assim o paradoxo:

Se... o movimento de todas as partículas materiais do universo fosse invertido em qualquer altura, o curso da natureza seria simplesmente invertido para sempre, a partir daí. As bolhas de espuma que saltam na base de uma queda de água, reunir-se-iam e penetrariam na água; a energia mecânica voltaria a concentrar-se



O paradoxo da reversibilidade: Será que um modelo baseado em acontecimentos reversíveis pode explicar um mundo em que tantos acontecimentos são irreversíveis?



e empurraria a massa de água, sob a forma de gotas, pela queda acima, reconstituindo uma coluna de água ascendente. O calor produzido pela fricção dos sólidos e dissipado por condução e radiação com absorção, voltaria de novo ao ponto de contacto e, através do corpo em movimento, reconstituir-se-ia a força que o produziu. As pedras polidas recuperariam da lama os materiais necessários para retomarem as formas lascadas iniciais e voltariam a reunir-se aos cumos das montanhas donde se tinham desprendido. E, admitindo como válida a hipótese materialista da vida, as criaturas vivas retrocederiam no seu crescimento, conhecendo o futuro mas sem memória do passado, indo até à situação de não terem nascido. Mas os fenómenos reais da vida transcendem infinitamente a ciência humana; e as especulações a propósito das consequências da sua inversão imaginária são completamente inúteis.

O próprio Kelvin, e mais tarde Boltzmann, recorreram ao conceito de probabilidade para explicar por que não se observam inversões à escala macroscópica. Há um número quase infinito de possíveis arranjos desordenados de moléculas de água na base de uma queda de água; e apenas um número extremamente reduzido destes arranjos pode conduzir ao processo descrito na citação anterior. Inversões daquele tipo são possíveis, em princípio, mas na prática estão excluídas.

A resposta ao argumento de Zermelo é que a primeira afirmação é incorrecta — a segunda lei da termodinâmica não é uma lei absoluta, mas sim uma lei estatística. Por outras palavras, trata-se de uma lei que atribui uma probabilidade muito pequena à detecção de um aumento global da ordem, mas não declara que tal seja impossível.

A teoria cinética conduz, ainda, a uma situação que pode manifestar-se como uma oposição inevitável à dissipação de energia. É o chamado *paradoxo da recorrência* que faz reviver uma ideia frequentemente usada nas filosofias antigas: o mito do “retorno eterno”. De acordo com este mito, a história do mundo a longo prazo é cíclica; todos os acontecimentos históricos se repetem eventualmente, talvez muitas vezes, e as pessoas que morreram voltarão a nascer algum dia e tornarão a viver a mesma vida. O filósofo alemão Friedrich Nietzsche, convencido da verdade desta ideia, tentou mesmo demonstrá-la recorrendo ao princípio de conservação da energia. Escreveu ele:

Se o universo pode ser concebido como uma quantidade definida de energia, como um número definido de centros de energia — e qualquer outro conceito é indefinido e, portanto, inútil — daí resulta que o universo deve evoluir passando por um número calculável de combinações no grande jogo das hipóteses que constitui a sua existência. No infinito (em termos de tempo), num ou noutro instante, todas as combinações possíveis se terão realizado; e não só uma vez, mas também um número infinito de vezes.

Se o número de moléculas é finito, e se há apenas um número finito de arranjos possíveis de moléculas, então, em algum instante, no

GE 11.29

A grande idade do mundo começa de novo,

Voltam os anos dourados,

A terra desembaraça-se como a serpente  
Das suas vestes de Inverno gastas pelo uso...

Outra Atenas surgirá

E por muito tempo legará,

Com o Sol e os céus,

O esplendor da sua primavera...

(Percy Bysshe Shelley, «Hellas», 1822)



Lord Kelvin (1824-1907).

tempo infinito, a mesma combinação de moléculas se há-de reconstituir. Se alguma vez todas as moléculas do universo retomarem exactamente a mesma disposição que tiveram num instante prévio, todos os acontecimentos seguintes deverão ser exactamente os mesmos que se produziram da vez anterior. Isto é, se um dado instante da história do universo alguma vez se repetir, toda a história do universo se repetirá. E não é difícil de concluir que tal poderá repetir-se várias vezes até ao infinito. Desta maneira, a energia *jamais* se dissipará. Nietzsche alegou que esta visão de retorno eterno contrariava a teoria da morte do calor. Pela mesma altura, em 1889, o matemático francês Henri Poincaré publicou um teorema sobre a repetição de estados em sistemas mecânicos. Segundo Poincaré, o seu teorema da repetição implicava que, à medida que o universo sofria a morte do calor, voltava a viver de novo:

GE 11.30-11.32

Um mundo fechado, governado apenas pelas leis da mecânica, passa sempre por um estado próximo do seu estado inicial. Por outro lado, de acordo com as leis experimentais aceites (se se lhes atribui validade absoluta e se se pretende levar as suas consequências até ao fim), o universo tende para um determinado estado final, do qual nunca mais sairá. Neste estado final, que é uma espécie de morte do universo, todos os corpos se encontrarão em repouso à mesma temperatura.

...as teorias cinéticas podem desembaraçar-se por si desta contradição. Segundo elas, o mundo tende, a princípio, para um estado no qual permanece durante muito tempo sem alteração aparente, o que é consistente com a experiência; mas não permanece nesse estado para sempre; ...apenas aí permanece durante um tempo muito grande, tanto maior quanto mais numerosas forem as moléculas. Este estado é a morte do universo, mas uma espécie de sono ligeiro, do qual ele acordará ao fim de milhões de séculos.

Segundo esta teoria, para ver o calor passar de um corpo frio para um corpo quente não é necessário ter a visão perspicaz, a inteligência e a destreza do demónio de Maxwell; basta ter um pouco de paciência.



GE 11.33

Embora Poincaré estivesse inclinado a aceitar a possibilidade da violação da segunda lei da termodinâmica ao fim de um tempo muito longo, outros eram menos tolerantes. Em 1896, Zermelo publicou um trabalho em que atacava não só a teoria cinética mas também a concepção mecanicista do mundo em geral, com base no facto de elas contradizerem a segunda lei da termodinâmica. Boltzmann replicou, repetindo as suas explicações iniciais acerca da natureza estatística da irreversibilidade. Uma vez que estas não satisfizeram Zermelo, Boltzmann (meio a sério) propôs a seguinte hipótese: a história do universo é de facto cíclica, pelo que a energia de todas as suas moléculas pode eventualmente reconcentrar-se para dar início ao próximo ciclo. Durante este processo de reconcentração, todos os processos naturais voltarão para trás, como descreveu Kelvin (ver acima). Todavia, o sentido humano

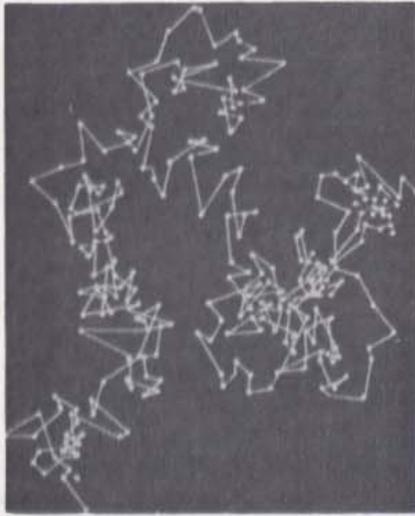
do tempo é tal que os processos naturais evoluem para a frente nos nossos cérebros. Se os processos se inverterem, o nosso sentido do tempo também se inverte. Por conseguinte, não é possível, na realidade, ter a noção de que “o tempo volta para trás”.

O balanço final da disputa entre Boltzmann e os seus críticos é que ambos os lados estavam parcialmente certos e parcialmente errados. Mach e Zermelo tinham razão ao acreditar que os processos moleculares e atômicos não podem ser completamente descritos pelas leis de Newton da mecânica (voltaremos a este assunto na Unidade 5). Com efeito, só dentro de uma certa aproximação é que os gases podem ser descritos em termos de colecções de bolinhas de bilhar frenéticas. Mas Boltzmann também tinha razão ao acreditar na utilidade do modelo molecular; a teoria cinética é muito aproximadamente correcta excepto no que diz respeito às propriedades da matéria que envolvem a estrutura pormenorizada das próprias moléculas.

Em 1905, Albert Einstein mostrou que as flutuações previstas pela teoria cinética podiam ser usadas para calcular a taxa de deslocamento das partículas animadas de movimento browniano. Estudos quantitativos exactos do movimento browniano confirmaram os cálculos teóricos de Einstein. Este novo êxito da teoria cinética — associado às descobertas da radioactividade e da física atômica do início do século xx que serão estudadas na Unidade 5 — convenceram quase todos os cépticos da existência dos átomos e das moléculas. Mas o problema da irreversibilidade e o de saber se as leis da física devem distinguir o passado e o futuro são questões que, sob novas formas, ainda interessam os físicos de hoje.

Com este capítulo conclui-se a aplicação da mecânica de Newton a partículas individuais — foi uma história essencialmente recheada de êxitos, embora para o final se tenha dado a entender que, tal como sucede com todas as teorias, há limitações sérias que terão de ser examinadas mais tarde.

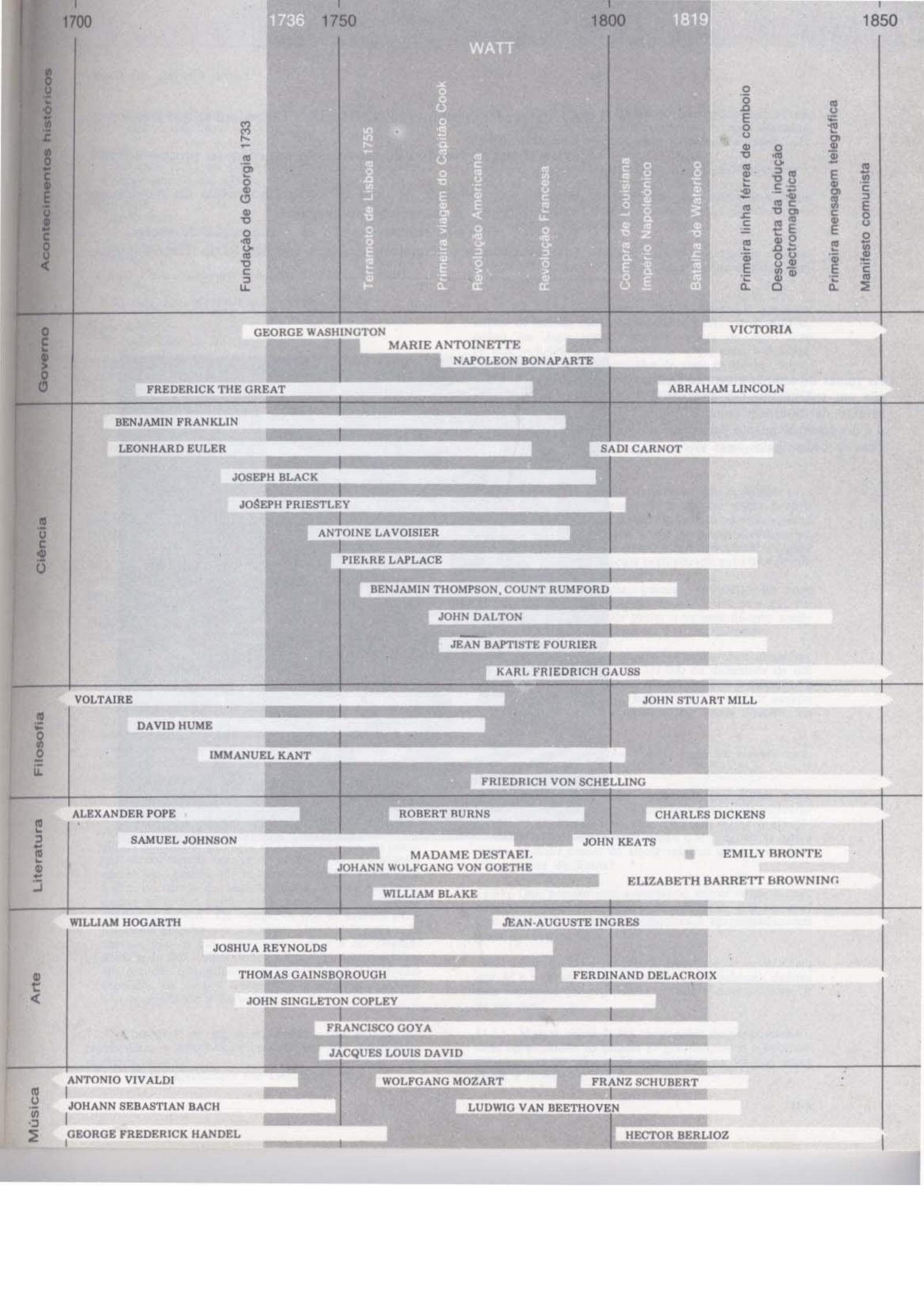
No último capítulo desta Unidade continuar-se-á a usar, com êxito, os conceitos da mecânica newtoniana para estudar o movimento ondulatório. Completar-se-á, deste modo, o estudo dos tipos possíveis de movimentos de partículas: o movimento de partículas singulares ou de corpos isolados foi tratado na Unidade 1; o movimento de um sistema de corpos, como a Terra e o Sol, que estão ligados por uma força de interacção, foi estudado na Unidade 2 e nos capítulos 9 e 10 desta Unidade; os movimentos de um sistema constituído por um número muito grande de corpos separados foi examinado neste capítulo; e, finalmente, no Capítulo 12, estudaremos a acção coerente e concertada de muitas partículas avançando e recuando em conjunto, à medida que uma onda se propaga.



Registo do movimento browniano de uma partícula. Posições sucessivas, registadas de 20 em 20 segundos, estão unidas por segmentos de recta. Os percursos reais entre as posições registadas são tão errantes como o percurso total.

GE 11.34  
GE 11.35

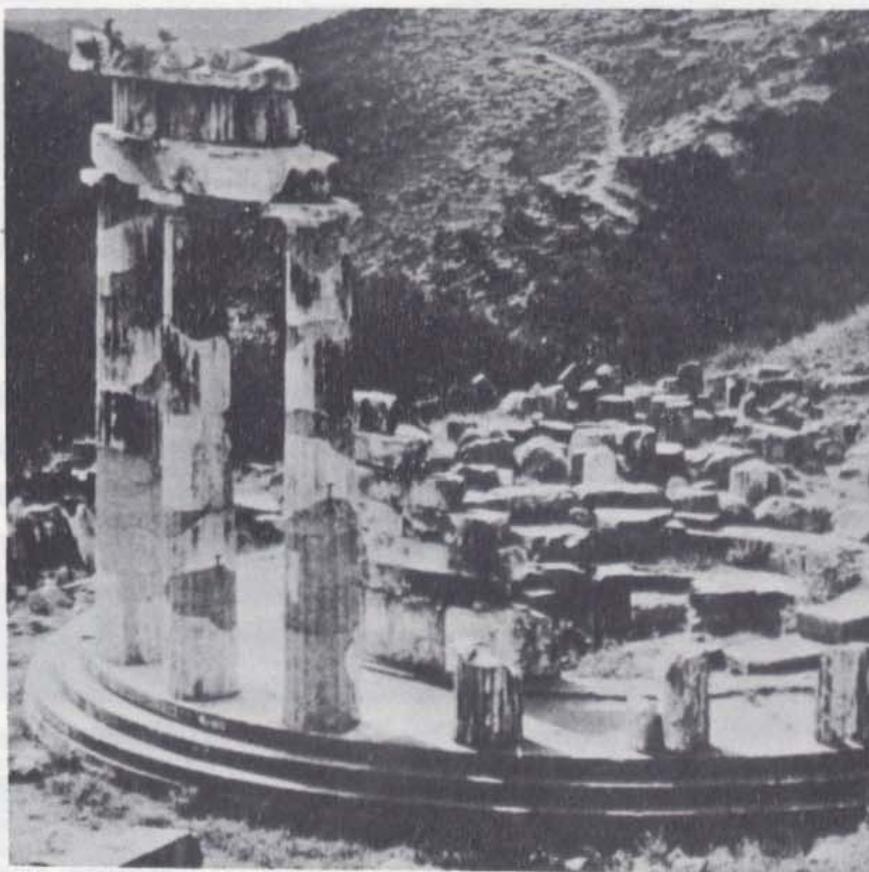
**Q16** A energia cinética de uma pedra que cai transforma-se em calor quando a pedra choca com o chão. Como é óbvio, trata-se de um processo irreversível; jamais se verá o calor converter-se em energia



cinética da pedra, fazendo-a saltar do chão. Considera-se que o processo é irreversível porque:

- (a) As leis de Newton do movimento impedem os processos reversíveis.
  - (b) A probabilidade de uma tal ordenação súbita do movimento molecular é extremamente pequena.
  - (c) Nos processos reversíveis não há conservação de energia.
  - (d) Os processos reversíveis violam a segunda lei da termodinâmica.
- 

As ruínas do templo grego de Delfos são um testemunho tão elegante da invasão da desordem como a árvore o é do desenvolvimento persistente de ilhas de ordem pelos seres vivos.



11.1 O material do Projecto Física particularmente apropriado para o Capítulo 11 inclui:

**Experiências**

Experiência de Monte Carlo sobre Colisões Moleculares  
Comportamento dos Gases

**Actividades**

Pato Bebedor  
Equivalente Mecânico do Calor  
Um Mergulhador numa Garrafa  
Foguetes  
Como Pesar um Carro com um Medidor de Pressão de Pneus  
Máquinas com Movimento Perpétuo

**Filme Sem-Fim**

Reversibilidade do Tempo

**Artigos da Colectânea**

*The Barometer Story*  
*The Great Molecular Theory of Gases*  
*Entropy and the Second Law of Thermodynamics*  
*The Law of Disorder*  
*The Law*  
*The Arrow of Time*  
*James Clerk Maxwell*  
*Randomness and the Twentieth Century*

11.2 A noção de acaso pode ser usada para prever os resultados do lançamento de um grande número de moedas. Dê outros exemplos em que tal noção é útil.

11.3 Os exemplos de teorias cinéticas primitivas indicados na Secção 11.3 incluem apenas modelos *quantitativos*. Algumas das ideias subjacentes têm milhares de anos. Compare a teoria cinética molecular dos gases com as ideias gregas seguintes expressas pelo poeta romano Lucrecio cerca do ano 60 A.C.:

Se pensais que os átomos podem parar e, pela sua paragem, gerar novos movimentos em coisas, estais completamente afastados do caminho da verdade. Uma vez que os átomos se movem livremente no vazio, todos devem conservar-se em movimento, quer pelo seu próprio peso, quer, ocasionalmente, pelo choque com outro átomo. Pode acontecer muitas vezes que dois deles se encontrem e saltem imediatamente em sentidos opostos, como consequência natural da sua rigidez e solidez e da ausência de algo que os pare.

Daqui resulta que nenhum repouso é consentido aos átomos nos seus percursos pela imensidão do espaço. Animados de um movimento incessante e variável, alguns afastam-se bastante após uma colisão, ao passo que outros recuam apenas um pouco. São estes átomos que recuam pouco, que se movem mantendo uma forte união, no enredo das suas formas abraçadas, que constituem as rochas enraizadas e que dão azo à firmeza obstinada do aço. Os outros, os que se movem livremente em grandes espaços, afastando-se muito em cada choque, são os que constituem o ar e a luz resplandecente do Sol. Além destes, há muitos outros átomos em grandes quantidades no espaço vazio que foram expelidos de corpos compostos e cujos movimentos não recuperaram a harmonia.

11.4 Considere os seguintes aspectos das curvas que representam a distribuição maxwelliana das velocidades moleculares:

(a) Todas apresentam um máximo.

- (b) Os máximos deslocam-se no sentido das velocidades maiores para temperaturas mais elevadas.
- (c) Não são simétricas, como as curvas de distribuição normal.

Explique estas características com base no modelo cinético.

11.5 A velocidade do som num gás é aproximadamente igual à velocidade média das moléculas do gás. Será uma coincidência? Explique.

11.6 Como é que Clausius modificou o modelo cinético simples de um gás? O que é que ele pôde explicar com o novo modelo?

11.7 Em 1756, Benjamim Franklin observou que uma colher de chá de óleo era suficiente para, espalhando-se, cobrir um lago numa área da ordem de meio acre (1 acre = 0,404 ha). Isto permite obter uma estimativa do limite superior do tamanho de uma molécula. Suponha que um centímetro cúbico de óleo forma uma camada continua com a espessura de uma molécula e que cobre uma área de 1 000 metros quadrados.

- (a) Qual é a espessura da camada?
- (b) Qual é a dimensão de uma molécula de óleo (supondo, para simplificar, que tem a forma de um cubo)?

11.8 O conhecimento das dimensões das moléculas permite-nos calcular o número de moléculas numa porção de matéria. Se admitirmos que, num sólido ou num líquido, as moléculas estão unidas, como as maçãs numa caixa, então o volume total do corpo é aproximadamente igual ao volume de uma molécula multiplicado pelo número de moléculas do corpo.

- (a) Aproximadamente, quantas moléculas há num centímetro cúbico de água? (Para este cálculo aproximado, pode tomar o volume de uma molécula igual a  $d^3$ , sendo  $d$  o seu diâmetro).
- (b) A densidade de um gás (à pressão de 1 atmosfera e a 0°C) é cerca de 1/1 000 da densidade de um líquido. Aproximadamente, quantas moléculas há num  $\text{cm}^3$  de gás? Esta estimativa está de acordo com o modelo cinético dos gases descrito na página 78.

11.9 A que altura é que a água pode ser elevada com uma bomba elevatória na Lua?

11.10 Ao nível do mar, a pressão atmosférica pode equilibrar, em geral, uma coluna barométrica de mercúrio com 0,76 m (ou de água com 10,3 m). O ar é aproximadamente mil vezes menos denso que a água. O que é que pode dizer acerca da altura mínima que a atmosfera atingirá acima da Terra?

11.11 Que pressão (em atmosferas) exerce sobre o chão quando se encontra calçado com sapatos de saltos largos? com skis? com patins? (1 atmosfera é aproximadamente igual a  $1 \text{ kg/cm}^2$ ).

11.12 A partir da definição de densidade,  $D = M/V$  (em que  $M$  é a massa da amostra e  $V$  o seu volume), deduza uma expressão que relacione a pressão  $P$  com o volume  $V$  de um gás.

11.13 Mostre como todas as relações de proporcionalidade apresentadas na página 87 que descrevem o comportamento de um gás estão englobadas na lei dos gases ideais  $P = kD(t + 273^\circ)$ .

**11.14** A seguinte informação apareceu num panfleto publicado por uma companhia petrolífera:

**QUAL A PRESSÃO DOS SEUS PNEUS?**

Se verificou a pressão dos seus pneus pela última vez num dia quente, pode encontrá-los bastante baixos numa manhã fria.

A Associação dos Fabricantes de Borracha chama a sua atenção para o facto de a pressão baixar aproximadamente uma libra por cada 5,5°C de abaixamento da temperatura do ar. Se a pressão dos seus pneus for 24 libras num dia em que a temperatura é 26,5°C, ela baixará para 19 libras se a temperatura do ar descer para -1°C.

Se recolhe o seu carro numa garagem aquecida a 15,5°C e começa a circular numa manhã em que a temperatura exterior é de -29°C, a pressão baixa de 24 para 18 libras.

Tais afirmações estão de acordo com a lei dos gases perfeitos? (Note: o valor indicado por um medidor de pressão é a pressão *acima* da pressão atmosférica normal, ou seja cerca de 15 libras por polegada quadrada = 1 kg/cm<sup>2</sup>).

**11.15** Faça a distinção entre duas aplicações da palavra "modelo" em ciência.

**11.16** Se uma partícula leve é reflectida por uma parede maciça e estacionária praticamente sem perda de velocidade, então, segundo o princípio da relatividade de Galileu, ela continua a ser reflectida nas mesmas circunstâncias por uma parede em *movimento* para um observador num *referencial ligado à parede*. Mostre que no *sistema do laboratório* a velocidade da partícula reflectida será menor no caso de uma parede que recua (como se afirma na pág. 92).

(Sugestão: estabeleça primeiro uma expressão que relacione a velocidade em relação ao laboratório.)

**11.17** Que espera que aconteça à temperatura de um gás que se escapa de um vaso para o vazio (isto é, sem nada que o faça recuar)?



**11.18** Indique algumas propriedades dos gases directamente observáveis.

**11.19** Que aspectos do comportamento dos gases pode a teoria cinética molecular explicar com êxito?

**11.20** Muitos produtos são actualmente vendidos sob a forma de embalagens "spray". Explique, em termos da teoria cinética dos gases, por que é perigoso expor essas embalagens a temperaturas elevadas.

**11.21** Quando um gás contido num vaso fechado é comprimido sob a acção de um êmbolo, a sua temperatura aumenta. Explique este facto de duas maneiras:

- (a) Recorrendo à primeira lei da termodinâmica.
- (b) Recorrendo à teoria cinética dos gases.



Finalmente, o ar comprimido arrefece até atingir a temperatura ambiente. Descreva esta transferência de calor em termos de colisões moleculares.

**11.22** Do ponto de vista da teoria cinética, como se explica (a) que um gás quente não possa arrefecer se estiver contido num vaso perfeitamente isolante? (b) que uma chaleira de água fria, quando colocada num fogão, atinja a temperatura de ebulição? (Sugestão: a uma dada temperatura, as moléculas do vaso encontram-se também em movimento, embora, porque se trata de um sólido, não se afastem em geral muito.)

**11.23** Nos *Principia*, Newton afirmou a esperança de que todos os fenómenos pudessem ser explicados em termos de movimentos de átomos. Como é que o ponto de vista de Newton se pode comparar com o seguinte ponto de vista grego expresso por Lucrécio cerca de 60 A.C.?

Vou agora expor os *estados por que passou a concentração inicial de matéria até se constituírem a terra e o céu*, as profundezas dos oceanos e as órbitas do Sol

e da Lua. Por certo, os átomos não se arrumaram a si próprios por um acto de inteligência, nem determinaram que movimentos cada um iria ter. Mas, multidões de átomos, lançados em multidões de trajectórias durante tempos infinitos, através de choques mútuos, acabaram por se associar de todas as maneiras possíveis e produzir tudo o que seria possível formar como resultado das suas combinações. Deste modo, aconteceu que, depois de uma viagem de duração imensa, em que experimentaram toda a sorte de movimentos e de associações, se combinaram finalmente aqueles cujo encontro súbito foi o ponto de partida para a constituição das substâncias — terra, mar, céu e raças de seres vivos.

**11.24** O enunciado de Clausius da segunda lei da termodinâmica é o seguinte: "O calor não passa por si só de um corpo mais frio para um mais quente". Dê exemplos de aplicação desta lei. Explique o princípio do funcionamento de um frigorífico e mostre que ele não contraria a afirmação de Clausius.

**11.25** Há uma tremenda quantidade de energia interna nos oceanos e na atmosfera. Que pensa de uma invenção que procure recorrer a esta fonte de energia para produzir trabalho mecânico? (Por exemplo, um barco que aspira água do mar e expulsa blocos de gelo, usando o calor da água para se movimentar.)

**11.26** Imagine uma sala perfeitamente isolada de tal maneira que o calor não pode entrar nem sair. Na sala encontra-se um frigorífico ligado a uma tomada de corrente. Se se deixar aberta a porta do frigorífico, o que é que acontece à temperatura da sala?

**11.27** Uma vez que há tendência para o calor se transferir dos corpos quentes para os frios, será que o universo atingirá finalmente o zero absoluto?

**11.28** O demónio de Maxwell contraria a segunda lei da termodinâmica? Indique as hipóteses da argumen-

tação de Maxwell. Quais lhe parecem mais provavelmente verdadeiras?

**11.29** Sendo evidente que os movimentos moleculares são aleatórios, é de esperar que qualquer disposição de moléculas se repita aguardando um tempo suficiente. Explique como surge um paradoxo quando se compara esta previsão com a segunda lei da termodinâmica.

- 11.30** (a) Explique o que significa a afirmação de Newton segundo a qual as leis do movimento são reversíveis no tempo.  
 (b) Explique como surge um paradoxo quando se compara a reversibilidade temporal das leis de Newton do movimento com a segunda lei da termodinâmica.

**11.31** Se a probabilidade de que um determinado estado do universo se repita exactamente é finita, então também é finita a probabilidade de ocorrência de um estado exactamente oposto — isto é, um estado em que as moléculas se encontram na mesma posição mas com velocidades invertidas. O que é que isto implica em relação à história subsequente do universo?

**11.32** Indique as hipóteses da teoria da "recorrência". Quais pensa que são verdadeiras?

**11.33** Alguns sistemas filosóficos e religiosos do Extremo e do Médio Oriente contêm a ideia do retorno eterno. Se alguma vez fez leituras acerca destas filosofias, exponha as analogias que existem com algumas das ideias expostas na última parte deste capítulo. Será correcto partir da existência destas analogias para pretender que há alguma ligação directa entre tais ideias filosóficas e físicas?

**11.34** Quais as dificuldades encontradas pela mecânica newtoniana para explicar o comportamento das moléculas?

**11.35** Indique algumas vantagens e desvantagens dos modelos teóricos.

12.1	Introdução	109
12.2	Propriedades das ondas	110
12.3	Propagação das ondas	113
12.4	Ondas periódicas	115
12.5	Quando as ondas se encontram: o princípio da sobreposição	117
12.6	Figuras de interferência de duas fontes	119
12.7	Ondas estacionárias	124
12.8	Frentes de onda e difração	128
12.9	Reflexão	132
12.10	Refração	136
12.11	Ondas sonoras	138



# Ondas

## 12.1 Introdução

O mundo é cruzado sem cessar por ondas de todas as espécies. As ondas aquáticas, quer se trate das altas ondas no meio dos oceanos quer da ligeira ondulação causada pelos pingos da chuva num lago, são fontes de admiração ou de prazer. Quando a crosta terrestre se desloca, ondas violentas propagam-se na parte sólida do globo e vão causar tremores de terra a milhares de quilómetros de distância. Um músico, ao puxar a corda de uma guitarra, origina uma onda sonora que impressiona os nossos ouvidos. As perturbações ondulatorias podem manifestar-se de uma forma concentrada como a onda de choque de um avião que voa a velocidades supersónicas. Ou podem manifestar-se em sucessão como o trem de ondas produzido por um sino ou por uma corda vibrante.

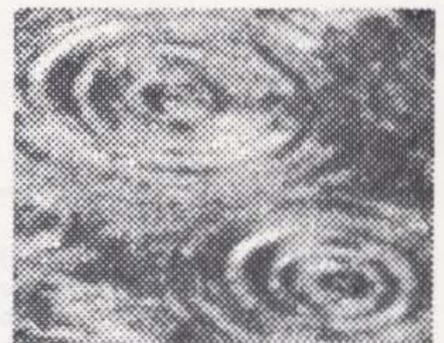
Além das ondas mecânicas, em que corpos ou partículas se deslocam fisicamente em movimento de vaivém, há perturbações ondulatorias em campos eléctricos e magnéticos. Na Unidade 4, aprender-se-á que tais ondas são responsáveis por aquilo que os nossos sentidos identificam como luz. Em todos os fenómenos em que intervêm ondas, os efeitos produzidos dependem da quantidade de energia associada à propagação da onda.

Até aqui, temos estudado o movimento em termos de partículas individuais. Neste capítulo, começaremos a estudar o movimento de conjuntos de partículas que se deslocam à medida que uma onda mecânica se propaga. Verificaremos, então, até que ponto estão intimamente relacionadas as noções de partículas e de onda, o que nos ajudará a descrever os fenómenos da natureza.

Uma analogia poderá ser-nos útil neste momento. Se examinarmos, com o auxílio de uma lupa, uma fotografia a preto e branco de um jornal, descobriremos que a figura é constituída por numerosos pontos negros impressos no papel branco (cerca de 3 100 pontos por centímetro quadrado). Sem a lupa, não é possível distinguir os pontos individuais mas apenas uma mancha com todos os sombreados possíveis desde o negro total até ao branco. Estes dois modos de ver acentuam aspectos



GE 12.1



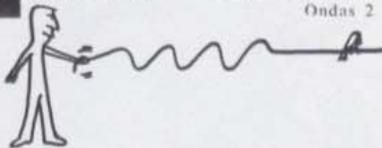
Uma pequena porção do canto inferior direito da fotografia da página ao lado.

As ondas devem ser estudadas no laboratório. A maior parte deste capítulo é apenas um resumo do que lá se aprenderá. Os artigos «Ondas» e «O que é uma onda» na *Colectânea 3* fornecem informações adicionais sobre o comportamento das ondas. No GE 12.1 apresenta-se uma lista de acetatos e de filmes sem-fim sobre ondas. Os folhetos de Instrução Programada *Ondas 1* e *Ondas 2* podem ajudar a assimilar os aspectos matemáticos das ondas periódicas (ver Secção 12.4) e da sobreposição de ondas (ver Secção 12.5).

Projecto Física Instrução Programada Ondas 1



Projecto Física Instrução Programada Ondas 2



diferentes da mesma coisa. Analogamente, o físico pode, por vezes, escolher entre duas (ou mais) maneiras de encarar os fenómenos. Nas três primeiras Unidades do *Texto*, foi a visão das partículas a que mais sobressaiu. Na Unidade 2, por exemplo, tratámos cada planeta como uma partícula sujeita à atracção gravitacional do Sol. O comportamento do sistema solar foi descrito em termos das posições, velocidades e acelerações de objectos pontuais. Para quem se interesse apenas pelos movimentos planetários, este tratamento é suficiente, mas para alguém interessado, digamos, na química dos materiais que constituem Marte, torna-se necessário recorrer a uma visão completamente distinta do planeta.

No capítulo anterior, examinámos duas descrições diferentes de um gás. Uma fazia apelo ao comportamento das partículas individuais constituintes do gás. Usámos as leis de Newton do movimento para descrever o que acontece a cada partícula e depois usámos os valores médios da velocidade e da energia das partículas para descrever o comportamento do gás. Mas também estudámos os gases com o auxílio de conceitos tais como pressão, temperatura, calor e entropia, que dizem respeito directamente a uma porção de gás como um todo. Este é o ponto de vista da termodinâmica, que não recorre às leis de Newton nem sequer à existência de partículas. Cada um destes pontos de vista teve uma finalidade útil e ajudou-nos a compreender o que não podemos observar directamente.

Neste momento, encetamos o estudo das ondas e, mais uma vez, temos a possibilidade de recorrer a dois pontos de vista. A maioria das ondas estudadas neste capítulo podem ser descritas em termos do comportamento de partículas; mas também podemos caracterizar as ondas como perturbações que se propagam num meio contínuo. Por outras palavras, isto corresponde a olhar simultaneamente para a floresta e para as árvores — a ver a figura como um todo e não só os pontos individuais.

## 12.2 Propriedades das ondas

Imaginemos que duas pessoas seguram as extremidades de uma corda. De súbito, uma das pessoas sacode rapidamente a corda para cima e para baixo, uma vez. Isto “perturba” a corda e cria nela uma corcova que se desloca até à outra pessoa. Podemos chamar a esta corcova em movimento, que é um tipo de onda, um *impulso*.

De início, a corda encontrava-se em repouso. A altura de cada ponto da corda dependia apenas da posição que ocupava ao longo da mesma e não variava com o tempo. Mas quando uma pessoa sacode a corda, provoca uma modificação brusca da altura de uma das extremidades, perturbação que se propaga a partir da origem. A altura de cada ponto da corda varia com o tempo e com a posição ao longo da corda.

A perturbação é uma configuração de *deslocamentos* ao longo da corda. O movimento desta deformação desde uma extremidade da corda até à outra é um exemplo de *onda* que se propaga. A mão que sacode

a extremidade da corda é a *origem* da onda e a corda é o *meio* em que a onda se desloca. Estes quatro termos são comuns a todas as situações em que intervêm ondas mecânicas.

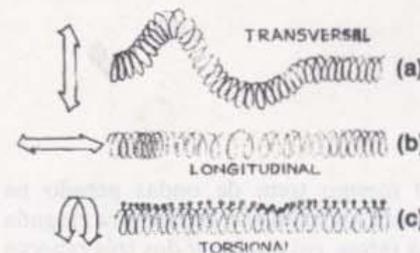
Consideremos outro exemplo. Quando uma pedra cai num lago, uma série de cristas e de cavados circulares espalha-se pela superfície líquida. Esta deformação móvel da superfície do líquido é uma onda. A pedra é a origem da onda e a superfície líquida é o meio em que a onda se propaga. É de notar que as folhas, paus ou insectos que flutuam à superfície do líquido sobem e descem mas, em média, não experimentam qualquer deslocamento. Nenhum *material* se afasta da origem, quer à superfície quer entre as partículas do líquido. E o mesmo acontece no caso das ondas geradas na corda, das ondas sonoras que se propagam no ar, etc.

Cada uma destas ondas produz um deslocamento variável em torno de uma posição de equilíbrio, em partes sucessivas do meio. É, pois, possível designá-las por ondas de deslocamento. Sempre que se pode ver o meio e reconhecer os deslocamentos, então é possível ver ondas. Mais adiante, referir-nos-emos a ondas em meios que não podemos ver (como o ar) ou a ondas que são perturbações de um estado que não podemos detectar com os nossos olhos (como a pressão ou um campo eléctrico).

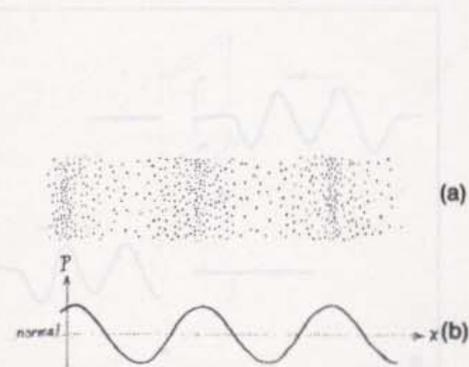
Uma mola helicoidal solta pode ser utilizada para caracterizar três tipos diferentes de movimentos num meio em que se propaga uma onda. Se a extremidade da mola for deslocada para a esquerda e para a direita, ou para baixo e para cima, como no esboço (a) representado na margem, uma onda de deslocamento horizontal ou vertical propagar-se-á ao longo da mola. Se a extremidade da mola, for deslocada para trás e para a frente, na direcção da própria mola como no esboço (b), uma onda de deslocamento para trás e para a frente propagar-se-á ao longo da mola. Se a extremidade da mola for torcida, no sentido do movimento dos ponteiros do relógio e em sentido contrário, como no esboço (c), uma onda de deslocamento angular propagar-se-á ao longo da mola. Ondas como as representadas em (a), em que os deslocamentos da mola são perpendiculares à direcção de propagação da onda, são ondas *transversais*. Ondas como as representadas em (b), em que os deslocamentos se verificam segundo a direcção de propagação da onda, são ondas *longitudinais*. Finalmente, ondas como as representadas em (c), em que se verificam deslocamentos angulares num plano perpendicular à direcção de propagação da onda, são ondas *de torsão*.

Os três tipos de ondas podem ocorrer nos sólidos. Nos fluidos porém, as ondas transversais e de torsão são muito rapidamente amortecidas e, em geral, nem sequer se produzem. É por isso que as ondas sonoras no ar ou na água são longitudinais — as moléculas do meio deslocam-se para a frente e para trás segundo a direcção em que o som se propaga.

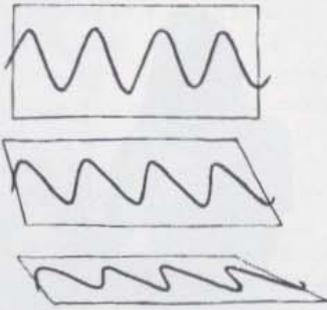
Em geral, é útil fazer um gráfico das formas de onda num meio. É importante notar que o gráfico desenhado num papel tem sempre um aspecto de onda transversal, mesmo quando representa uma onda longitudinal ou de torsão. Por exemplo, apresenta-se à direita um gráfico da forma das compressões de uma onda sonora no ar. As ondas



“Instantâneos” de três tipos de ondas. Em (c), foram colocados pequenos marcadores no topo de cada anel da mola.

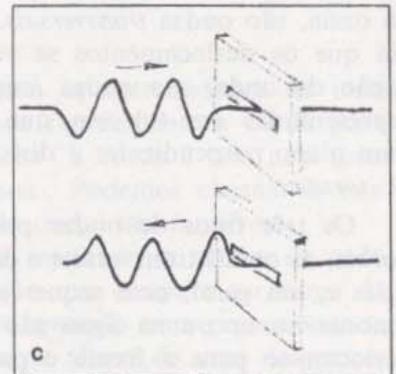
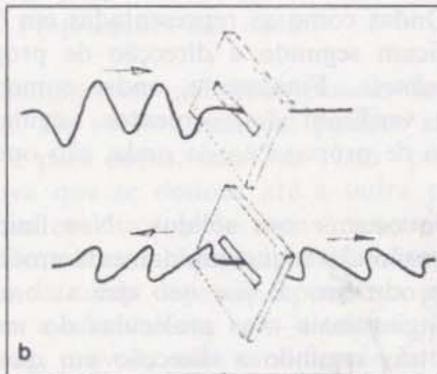
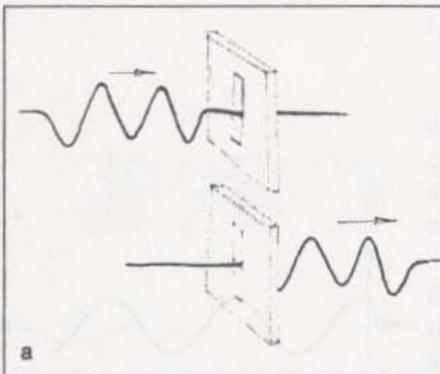


(a) Representação “instantânea” de uma onda sonora a propagar-se para a direita. Os pontos dão uma ideia da densidade das moléculas de ar. (b) Gráfico da pressão de ar  $P$  versus posição  $x$  no momento em que se tirou o instantâneo.



Três dos planos de polarização (em número infinito) de uma onda transversal.

O mesmo trem de ondas gerado na corda aproxima-se da ranhura rasgada na tábua em qualquer dos três esboços (abaixo). Consoante a orientação da ranhura, o trem de ondas (a) passa completamente para o outro lado (b) e parcialmente reflectido e parcialmente transmitido segundo planos de vibração com inclinações diferentes, ou (c) é completamente reflectido.



Em geral, quando algum efeito de uma onda depende semelhante-mente da posição angular de um obstáculo ou meio, a onda deve estar polarizada. Mais ainda, pode concluir-se que a onda é transversal e não longitudinal ou de torsão. No Capítulo 13, serão apresentados exemplos interessantes e importantes deste princípio.

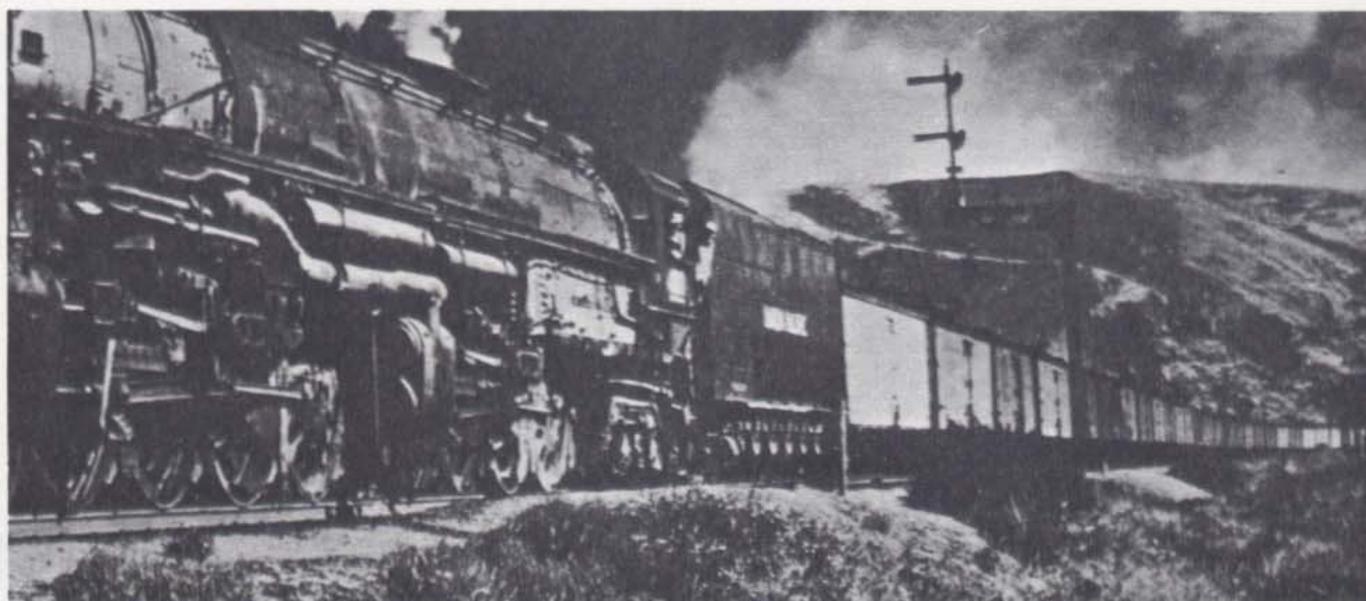
Os três tipos de onda — longitudinal, transversal e de torção — têm uma importante característica em comum. As perturbações afastam-se das origens através do meio e *prosseguem por si próprias*. Para acentuar esta característica particular, diz-se: as ondas “propagam-se”. Isto significa mais do que dizer apenas: as ondas “movem-se” ou “deslocam-se”. Um exemplo tornará mais clara a diferença entre ondas que se propagam e as que não o fazem. Quase todas as descrições dos grandes campos de trigo dos Estados Unidos, do Canadá ou da Europa Central contêm uma passagem sobre as belas ondas formadas pelo vento e que rolam por quilómetros e quilómetros. O trigo constitui o meio em que a onda se estabelece e a perturbação é o movimento balanceado do trigo. Por conseguinte, a perturbação desloca-se, mas *não* se propaga. Isto é, a perturbação não parte de uma origem, prosseguindo depois *por si própria*; em vez disso necessita de ser continuamente soprada pelo vento. Quando o vento acalma, a perturbação não se mantém, mas cessa, também. As “ondas” que se formam nos campos de trigo quando o vento sopra não são, pois, do mesmo tipo das ondas geradas numa corda ou na água. Para o nosso estudo, interessam as ondas que começam numa origem e se propagam por si próprias. Ou seja, no âmbito deste capítulo, *as ondas são perturbações que se propagam num meio*.

- 
- Q1 Que tipos de ondas mecânicas podem propagar-se num sólido?  
 Q2 Que tipos de ondas mecânicas podem propagar-se num fluido?  
 Q3 Que tipos de ondas mecânicas podem ser polarizadas?  
 Q4 Imagine um rato que se desloca sob um tapete, criando uma saliência que se desloca com o rato através da sala. Esta perturbação é uma onda?
- 

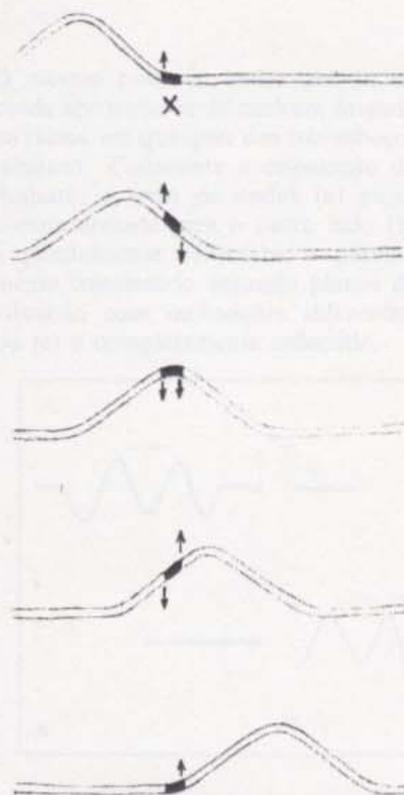
### 12.3 Propagação das ondas

A melhor maneira de estudar as ondas e o seu comportamento consiste, talvez, em começar por examinar grandes modelos mecânicos, concentrando a nossa atenção nos impulsos. Consideremos, por exemplo, um grande comboio de mercadorias parado, com numerosos vagões atrelados a uma potente locomotiva. Se a locomotiva arrancar abruptamente, uma perturbação ou onda de deslocamentos é transmitida ao longo da fila de vagões até ao último. O choque resultante do deslocamento inicial é comunicado pela locomotiva ao furgão, por este ao vagão seguinte e assim sucessivamente. Neste exemplo, a locomotiva é a origem, os vagões de mercadorias e as suas ligações constituem o meio, e a perturbação que se desloca ao longo da fila de vagões é a onda. A perturbação é comunicada de uma extremidade do comboio à outra e com ela segue a *energia* do deslocamento e do movimento. Nenhuma partícula material é transferida; cada vagão apenas sofre uma ligeira sacudidela.

Observação muito importante: pode ocorrer transferência de energia sem haver transferência de matéria.



Uma locomotiva que arranque abruptamente pode originar uma onda de deslocamentos ao longo da fila de carruagens.



Representação grosseira das forças que actuam nas extremidades de uma pequena porção de uma corda em que se propaga um impulso transversal.

Quanto tempo é necessário para que o efeito de uma perturbação criada num ponto atinja um ponto afastado? Este intervalo de tempo depende da velocidade com que a perturbação ou onda se propaga. A velocidade, por seu turno, depende do tipo de onda e das características do meio. Em qualquer caso, o efeito de uma perturbação única é transmitido instantaneamente. Uma vez que cada porção do meio tem inércia e é compressível, é necessário tempo para transferir a sua energia à porção seguinte.

Os mesmos comentários são também aplicáveis às ondas transversais. A série de esboços à margem representam uma onda gerada numa corda tal como pode ser observada numa série de paragens da projecção de um filme, paragens que têm lugar em intervalos de tempo iguais. As porções de corda não se deslocam ao longo desta com a onda mas sofrem um deslocamento para baixo e para cima enquanto a onda se move para a direita.

Consideremos um pequeno segmento da corda assinalado com um X no diagrama. Quando o impulso que se move ao longo da corda atinge X, a porção de corda imediatamente à esquerda de X exerce sobre X uma força para cima. À medida que X se desloca para cima, a porção de corda à direita de X exerce uma força para baixo que se torna tanto maior quanto mais para cima se desloca X. Finalmente, X deixa de se deslocar para cima e começa a deslocar-se para baixo. A porção de corda à esquerda de X exerce agora uma força para baixo e a porção à direita exerce uma força para cima, de tal modo que X experimenta um deslocamento análogo ao anterior, mas exactamente invertido. Por último, X volta à sua posição de equilíbrio e ambas as forças se anulam.

O tempo necessário para que X suba e desça — isto é, o tempo necessário para que o impulso passe por esta porção da corda — depende de dois factores: a *intensidade das forças* exercidas sobre X e a *massa* de X. Por outras palavras, e mais geralmente: a velocidade de propagação de uma onda depende da *rigidez* e da *densidade* do meio.

Quanto mais rígido for o meio, tanto maior será a força exercida por uma porção do meio sobre as porções vizinhas e, por conseguinte, tanto maior será a velocidade de propagação. Por outro lado, quanto maior for a densidade do meio, tanto mais lenta será a propagação. Pode mostrar-se que a velocidade de propagação de uma onda depende da *razão* entre o factor de rigidez e o factor de densidade.

Q5 O que é transferido ao longo da direcção de propagação de uma onda?

Q6 A velocidade de propagação de uma onda depende de duas propriedades do meio. Quais?

### 12.4 Ondas periódicas

Muitas das perturbações consideradas até agora eram bruscas e de curta duração. *Impulso* é o nome dado a uma onda causada por uma perturbação como a sacudidela da extremidade de uma corda, a queda de uma pedra num lago, ou o estremeção brusco da extremidade de um comboio. Em qualquer destes casos, observa-se uma forma de deslocamento que se propaga através do meio com uma certa velocidade.

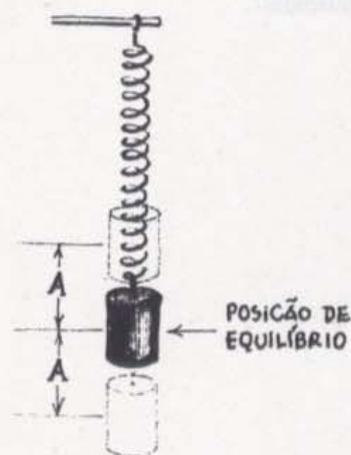
Em contrapartida, as *vibrações periódicas* da origem de uma onda produzem *ondas periódicas* no meio, isto é, perturbações rítmicas, regulares e contínuas do meio. Um bom exemplo de vibração periódica é proporcionado por um pêndulo oscilante. Cada oscilação é virtualmente idêntica a qualquer outra e as oscilações repetem-se indefinidamente no tempo. Outro exemplo é o movimento ascendente e descendente de uma massa suspensa da extremidade de uma mola. O afastamento máximo em relação à posição de equilíbrio chama-se *amplitude* e representa-se simbolicamente pela letra *A* (ver figura ao lado). O tempo necessário para completar uma oscilação chama-se *período* e representa-se geralmente pela letra *T*. O número de oscilações por segundo chama-se *frequência* que, em geral, é simbolizada pela letra *f*.

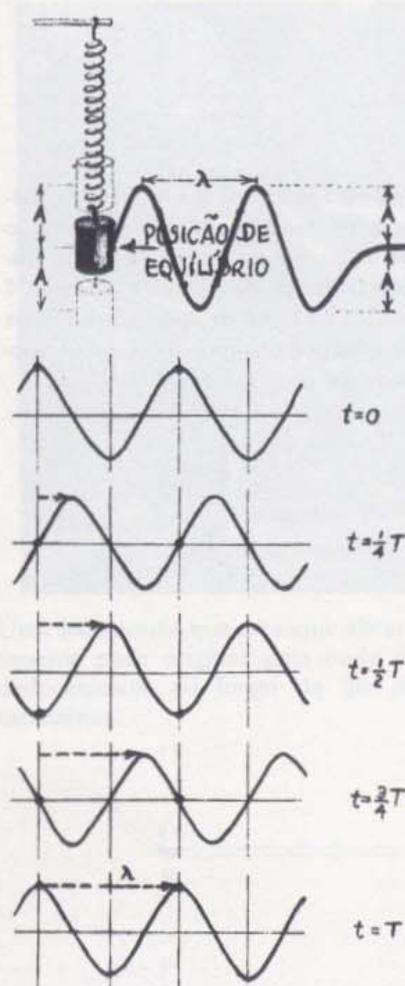
Que acontece quando uma vibração deste tipo é aplicada à extremidade de uma corda? Imagine-se uma experiência em que uma extremidade de uma corda é atada a uma massa oscilante. À medida que a massa se desloca para cima e para baixo, observa-se uma onda a propagar-se ao longo do comprimento da corda. Isto é, observa-se uma série de cristas e cavados que se deslocam ao longo da corda. O origem da onda está animada de um "movimento harmónico simples" para cima e para baixo e qualquer ponto da corda está, por sua vez, animado de um movimento harmónico simples. A onda desloca-se para a direita à medida que as cristas e cavados se sucedem uns aos outros, mas os diversos pontos da corda apenas oscilam para baixo e para cima, à mesma frequência da origem. A amplitude da onda é representada por *A*. A distância entre duas cristas consecutivas ou

### GE 12.2

O significado exacto dos factores de rigidez e de densidade difere consoante o tipo de onda e o meio. Para cordas esticadas, o factor de rigidez é a tensão *T* na corda e o factor de densidade é a massa por unidade de comprimento, *m/l*. A velocidade de propagação *v* é dada por

$$v = \sqrt{\frac{T}{m/l}}$$





A onda gerada por uma vibração harmónica simples é uma onda *sinusoidal*. Um "instantâneo" do deslocamento do meio revela uma forma idêntica à do gráfico da função seno bem conhecida da trigonometria. Esta forma é frequentemente designada por "sinusoidal".

dois cavados consecutivos é a mesma ao longo de todo o comprimento da corda e chama-se *comprimento de onda* da onda periódica, sendo representada pela letra grega  $\lambda$  (lambda).

Se um impulso isolado ou uma crista de onda se desloca muito lentamente de uma porção de um meio para outro, é fácil determinar a sua *velocidade*. Em princípio, basta dispor de um relógio e de um metro e medir o tempo que o impulso ou a crista demora a percorrer uma determinada distância. Mas nem sempre é simples observar o movimento de um impulso ou de uma crista. Todavia, como se mostra a seguir, a velocidade de uma onda periódica pode ser obtida indirectamente a partir da sua frequência e do seu comprimento de onda.

À medida que uma onda se propaga, cada ponto do meio oscila periodicamente com a frequência e o período da origem da onda. O diagrama representado à margem ilustra uma onda periódica que se desloca para a direita, como pode ser evidenciado por instantâneos tirados todos os quartos de período. Sigamos a progressão da crista situada mais à esquerda no instante  $T = 0$ . O tempo que esta crista demora a percorrer uma distância correspondente a um comprimento de onda é igual ao tempo necessário para que ocorra uma oscilação completa. Isto é, a crista percorre um comprimento de onda  $\lambda$  durante um período  $T$ . A velocidade da crista é, pois

$$v = \frac{\text{distância percorrida}}{\text{intervalo de tempo correspondente}} = \frac{\lambda}{T}$$

Qualquer parte da onda se propaga com a mesma velocidade, pelo que a velocidade de uma crista é exactamente a velocidade da onda. Por conseguinte pode dizer-se que a velocidade  $v$  da onda é

$$v = \frac{\text{comprimento de onda}}{\text{período da oscilação}} = \frac{\lambda}{T}$$

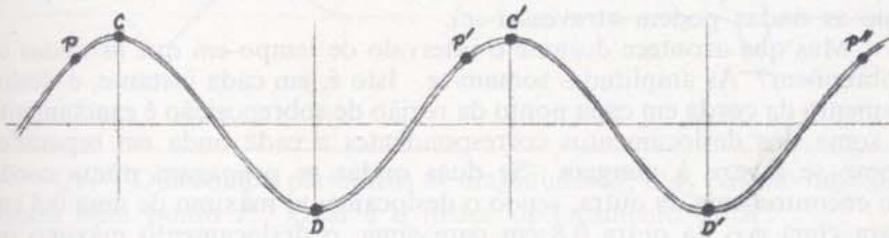
Mas  $T = 1/f$ , em que  $f$  = frequência (ver Texto, Unidade 1, pág. 112). Portanto,  $v = f\lambda$  ou velocidade da onda = frequência  $\times$  comprimento de onda.

Também é possível escrever aquela relação sob as formas  $\lambda = v/f$  ou  $f = v/\lambda$ . Tais expressões implicam que, para ondas com a mesma velocidade, a frequência e o comprimento de onda são inversamente proporcionais. Isto é, uma onda com frequência dupla terá um comprimento de onda igual a metade, etc. Esta relação entre a frequência e o comprimento de onda será útil em outras partes deste curso.

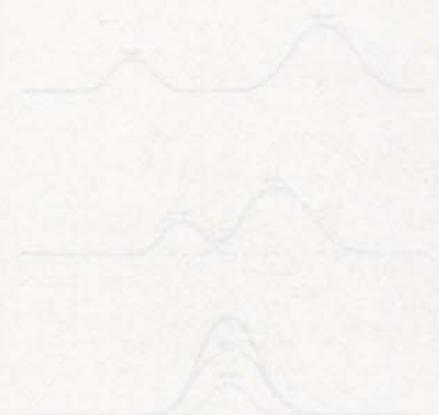
O diagrama da página seguinte representa um instantâneo de uma onda periódica que atravessa um meio. Estão assinalados pontos que se deslocam "a compasso", à medida que a onda periódica se propaga. Assim, os pontos  $C$  e  $C'$  atingiram as posições de deslocamento máximo no sentido de baixo para cima, ao passo que os pontos  $D$  e  $D'$  atingiram as posições extremas no sentido de cima para baixo. Os pontos  $C$  e  $C'$  têm deslocamentos e velocidades idênticas em cada instante, o que significa que as suas vibrações são idênticas e uníssonas. O mesmo acontece no que diz respeito aos pontos  $D$  e  $D'$ , sendo possível identificar um número infinito de pontos que vibram de forma

idêntica à medida que a onda se propaga. É de notar que  $C$  e  $C'$ , tal como  $D$  e  $D'$ , estão separados por uma distância  $T$ .

Pontos que se deslocam "a compasso", como  $C$  e  $C'$  ou  $D$  e  $D'$ , diz-se que estão *em fase* um com o outro. Pontos separados por distâncias iguais a  $\lambda$ ,  $2\lambda$ ,  $3\lambda$ , ...,  $n\lambda$  (em que  $n$  é um número inteiro) estão em fase uns com os outros. Isto aplica-se a qualquer posição ao longo da onda e não necessariamente aos pontos situados nas cristas e nos cavados. Por exemplo, pontos como  $P$ ,  $P'$ ,  $P''$  estão todos em fase: cada um deles está separado do seguinte de uma distância  $\lambda$ .



Há pontos que estão exactamente em *oposição de fase*. Por exemplo, o ponto  $C$  atinge o deslocamento máximo superior no instante em que  $D$  atinge o deslocamento máximo inferior. Quando  $C$  começa a descer,  $D$  começa a subir. Pontos como estes estão *desfasados* de meio período, um em relação ao outro;  $C$  e  $D'$  também estão desfasados de meio período. Quaisquer dois pontos distanciados de  $\lambda/2$ ,  $3\lambda/2$ ,  $5\lambda/2$ , ... estão desfasados de meio período.



"Instantâneo" de uma onda periódica que se desloca para a direita. As letras indicam conjuntos de pontos na mesma fase.



GE 12.3

**Q7** Das variáveis características das ondas — frequência, comprimento de onda, período, amplitude, polarização — quais descrevem

- (1) as propriedades *espaciais* das ondas?
- (2) as propriedades *temporais* das ondas?

**Q8** Como é possível definir o "comprimento de onda" no caso de uma onda periódica que não é sinusoidal?

**Q9** Uma vibração de 100 ciclos por segundo produz uma onda.

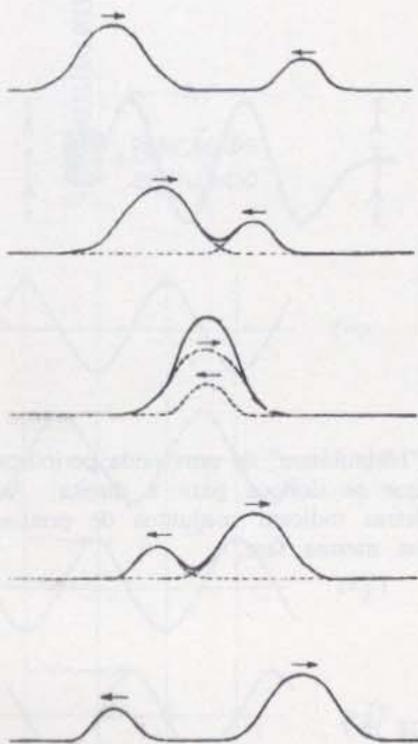
- (1) Qual é a frequência da onda?
- (2) Qual é o período da onda?
- (3) Se a velocidade da onda for 10 m/s, qual é o comprimento de onda? (Se necessário, volte atrás para encontrar a relação que permite responder a esta pergunta).

**Q10** Se os pontos  $X$  e  $Y$  de uma onda periódica estiverem desfasados de meio período, qual das afirmações seguintes é verdadeira?

- (a)  $X$  oscila com uma frequência igual a metade da de  $Y$ .
- (b)  $X$  e  $Y$  deslocam-se em sentidos opostos.
- (c)  $X$  está a uma distância de  $Y$  igual a meio comprimento de onda.

### 12.5 Quando as ondas se encontram: o princípio da sobreposição

Até agora, considerámos ondas solitárias. Que acontece quando duas ondas se encontram uma com a outra no mesmo meio? Imaginemos duas ondas a propagarem-se numa corda, aproximando-se uma da outra,



Sobreposição de duas ondas num ponto. As curvas a tracejado são as contribuições de cada onda.

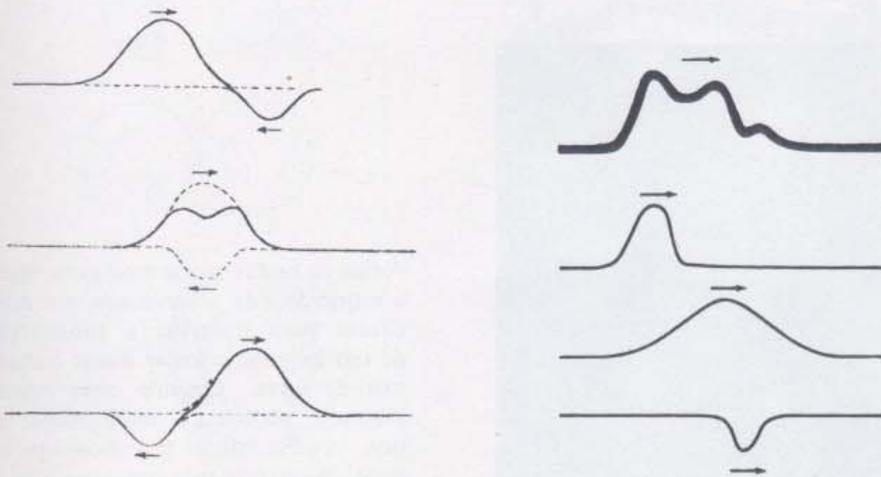
uma desloca-se para a direita e a outra para a esquerda. A série de instantâneos que se apresenta à margem mostra o que se pode observar quando se efectua a experiência. As ondas passam uma pela outra sem se modificarem. Depois do encontro, a forma de cada onda mantém-se e a sua progressão faz-se como anteriormente. Este fenómeno de passagem de uma onda através de outra sem alteração de forma verifica-se com qualquer tipo de onda; é fácil confirmá-lo observando a ondulação que se forma à superfície da água (como na fotografia com que se inicia este capítulo). O mesmo se constata no caso das ondas sonoras: basta recordar que dois interlocutores afastados por uma mesa podem falar simultaneamente sem que qualquer distorção se verifique. (Note-se que quando duas *partículas* se encontram, há choque entre elas, ao passo que as ondas podem atravessar-se).

Mas que acontece durante o intervalo de tempo em que as ondas se sobrepõem? As amplitudes somam-se. Isto é, em cada instante, o deslocamento da corda em cada ponto da região de sobreposição é exactamente a soma dos deslocamentos correspondentes a cada onda em separado, como se ilustra à margem. Se duas ondas se propagam numa corda ao encontro uma da outra, sendo o deslocamento máximo de uma 0,4 cm para cima e o da outra 0,8 cm para cima, o deslocamento máximo da corda será 1,2 cm para cima, num ponto em que as duas ondas passam uma pela outra.

Que comportamento tão simples que tudo simplifica! Cada onda propaga-se ao longo de uma corda dando a sua contribuição para o deslocamento desta, independentemente da contribuição de qualquer outra onda. Se pretendermos conhecer o aspecto da corda num dado instante, bastará somar os deslocamentos correspondentes a cada onda, nesse instante, em cada ponto da corda. Esta propriedade aditiva das ondas é conhecida pela designação de *princípio da sobreposição*. Na página 119 (em cima, à esquerda), mostra-se mais uma ilustração da sobreposição de ondas. Note-se que quando os deslocamentos têm lugar em sentidos contrários, tendem a anular-se; um dos sentidos do deslocamento pode ser sempre considerado como negativo. Com o auxílio de uma régua, é fácil verificar que o deslocamento real (linha a cheio) é exactamente a soma dos deslocamentos individuais (linhas a tracejado).

O princípio da sobreposição aplica-se qualquer que seja o número de ondas presentes no meio. Os exemplos apresentados ilustram o princípio no caso de estarem presentes apenas duas ondas, mas a experiência confirma que o princípio da sobreposição permanece válido quando se encontram três, dez ou qualquer outro número de ondas. Cada onda presente dá a sua contribuição e o resultado final é a soma de todas as contribuições individuais.

O princípio da sobreposição pode também ser encarado em sentido contrário. Se é verdade que as ondas se somam, como vimos até aqui, então podemos considerar que uma onda complexa é a soma de um conjunto de ondas mais simples. No diagrama da página 119 (à direita), um impulso complexo (traço grosso) foi decomposto num conjunto de três impulsos mais simples. Em 1807, o matemático francês Jean-Baptiste Fourier estabeleceu um teorema muito útil segundo o qual qualquer oscilação periódica, independentemente da sua complexidade, pode ser decomposta numa soma de ondas regulares, mais simples. Também este teorema pode ser verificado experimentalmente. Os sons dos instrumentos musicais também foram analisados desta maneira, o que permitiu o uso de equipamento electrónico para "imitar" tais instrumentos a partir da combinação, em proporções adequadas, de vibrações simples.



Q11 Duas ondas periódicas de amplitudes  $A_1$  e  $A_2$  passam uma pela outra num ponto  $P$ . Qual é o maior deslocamento de  $P$ ?

Q12 Qual o deslocamento de um ponto, produzido conjuntamente por duas ondas, sabendo-se que, nesse instante, os deslocamentos devidos a cada uma em separado são iguais a  $+5$  cm e  $-6$  cm?

GE 12.4-12.8

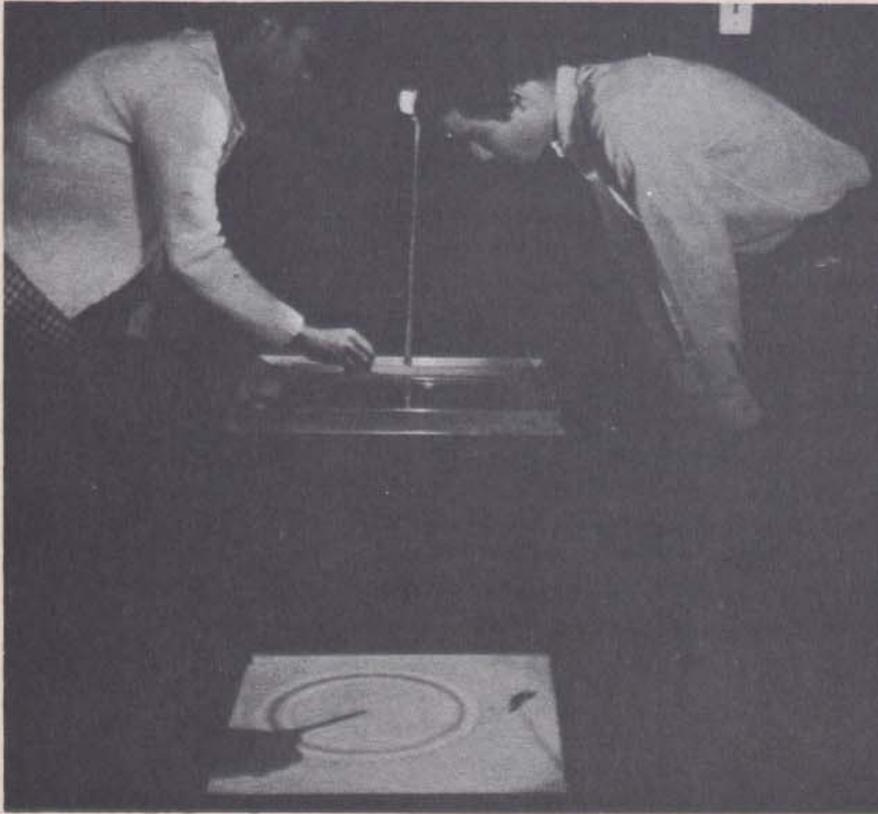
### 12.6 Figuras de interferência de duas fontes

A figura central da página seguinte é um instantâneo da ondulação que se propaga a partir do ponto em que uma fonte vibrante toca a superfície da água contida numa “tina de ondas”. O desenho da esquerda ilustra o modelo espacial do nível de água num dado instante.

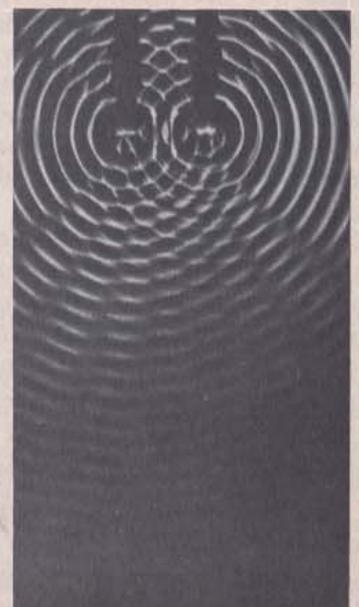
A terceira fotografia (extrema direita) evidencia um tipo de fenómeno que desempenhará um papel importante nas partes seguintes do curso. É uma fotografia da ondulação criada à superfície da água quando esta é agitada por *duas* fontes vibrantes. As duas fontes movem-se para cima e para baixo simultaneamente, isto é, estão em fase. Cada uma cria o seu próprio conjunto de ondas circulares. A fotografia capta a figura resultante da sobreposição destes dois conjuntos de ondas num dado instante. É o que se chama uma *figura de interferência*.

É possível interpretar o que se observa nesta fotografia em termos do que já sabemos acerca das ondas. E é possível prever como a figura se modifica no tempo. Se inclinarmos a página por forma a observar de soslaio a figura de interferência, veremos mais claramente algumas bandas aproximadamente lineares com um sombreado intermédio (acinzentado) — não tão claras como as cristas, nem tão escuras como os cavados das ondas. Este facto característico pode ser explicado facilmente por meio do princípio da sobreposição.

Imaginemos que duas fontes produzem impulsos idênticos em cada instante, tendo cada impulso uma crista e um cavado, como se ilustra na página 121. A altura da crista acima do nível médio é igual à profundidade do cavado abaixo deste nível. Os esboços mostram os aspectos



A tina de ondas que se mostra na figura à esquerda está a ser usada por estudantes para observar a propagação de um impulso circular numa camada fina de água. Quando uma origem vibrante pontual é mergulhada na tina produz trens de ondas periódicas cujas cristas e cavados têm o aspecto ilustrado no corte apresentado em baixo e à esquerda. A figura central em baixo é um instantâneo das sombras provenientes da ondulação produzida por uma origem vibrante pontual. As cristas e os cavados à superfície da água aparecem na imagem com o aspecto de bandas circulares claras e escuras. Em baixo, à direita, há duas fontes pontuais vibrando em fase. As ondas sobrepostas dão origem a uma figura de interferência.



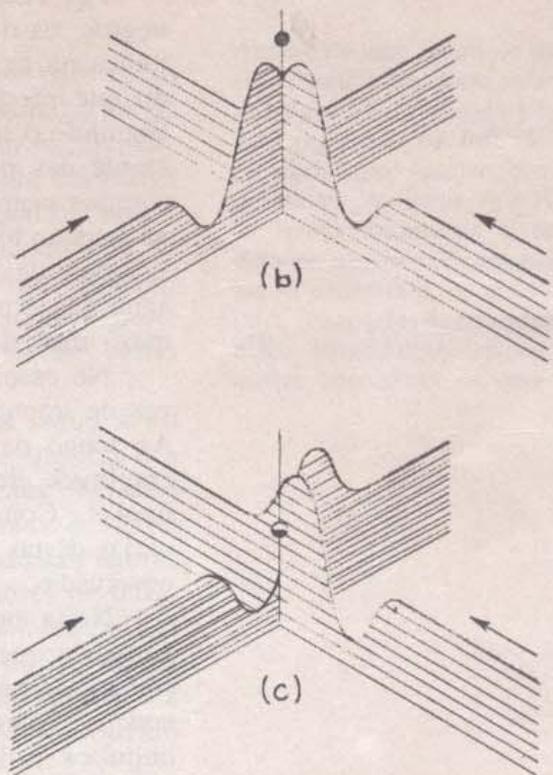
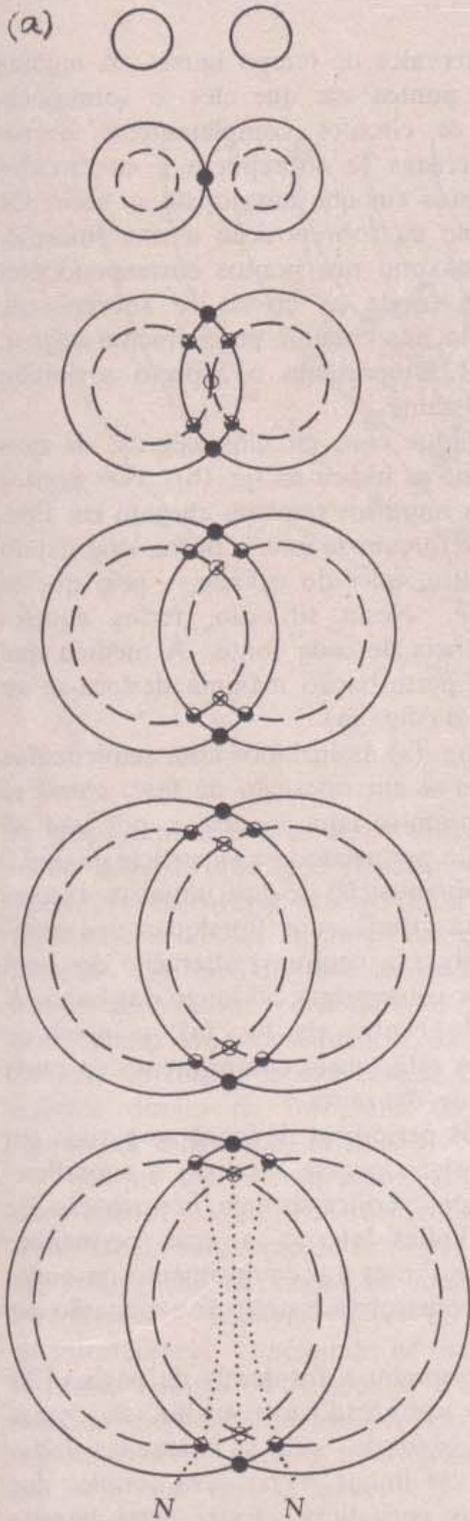


Figura produzida quando dois impulsos circulares, cada um constituído por uma crista e um cavado, se sobrepõem. Os círculos pequenos indicam o deslocamento global:

- = crista com altura dupla
- ◐ = nível médio
- = cavado com profundidade dupla

Diagrama que representa os impulsos separados a sobreporem-se como na figura à esquerda. O esquema superior mostra duas cristas a encontrarem-se segundo a linha vertical. O esquema inferior mostra uma crista a encontrar-se com um cavado.

da superfície da água ao fim de intervalos de tempo iguais. À medida que os impulsos se propagam, os pontos em que eles se sobrepõem também se movem. Na figura, os círculos completamente negros indicam os pontos em que duas cristas se sobrepõem e os círculos parcialmente negros indicam os pontos em que uma crista se sobrepõe a um cavado. Aplicando o princípio da sobreposição a esta situação, conclui-se que o nível da água é máximo nos pontos correspondentes aos círculos completamente negros (onde as cristas se sobrepõem), mínimo nos círculos brancos e médio nos círculos parcialmente negros. Cada um dos esboços da página 121 representa o aspecto assumido pela superfície da água em cada instante.

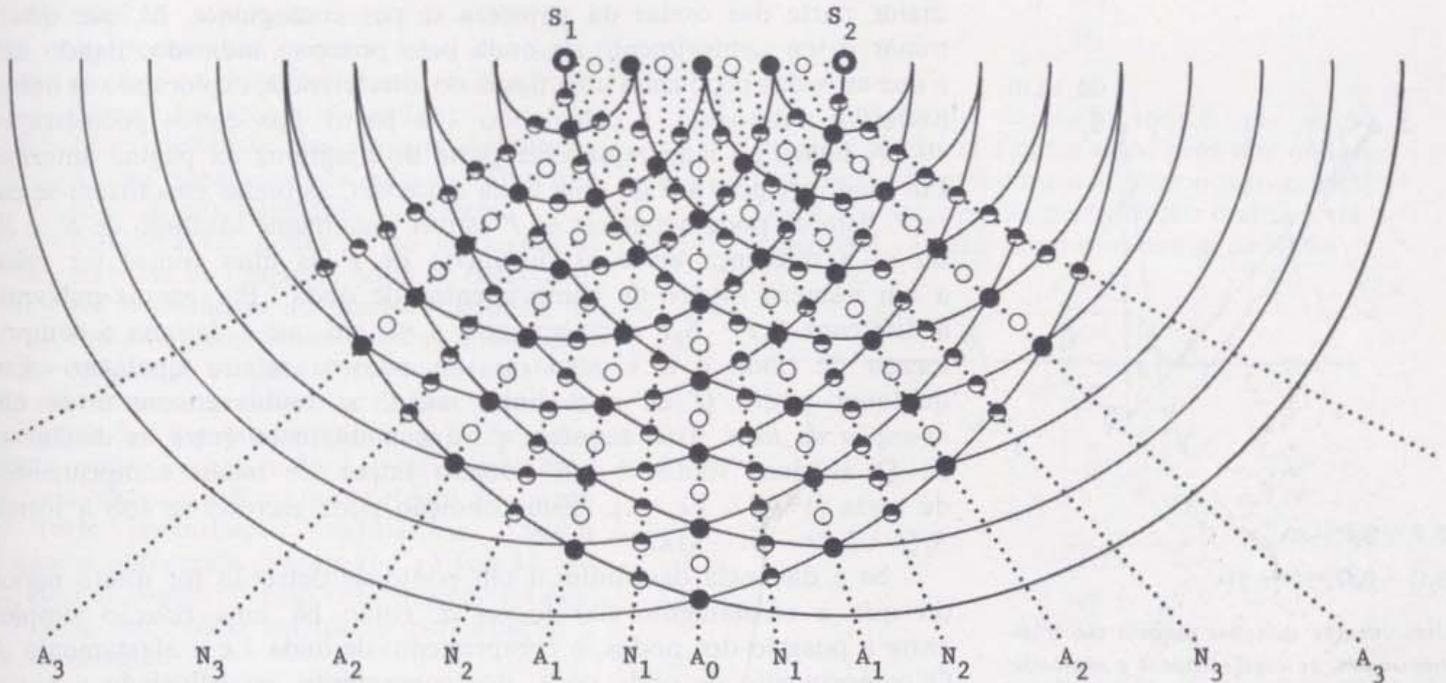
Nos pontos da fig. (a) assinalados com círculos negros, os dois impulsos aproximam-se em fase, como se indica na fig. (b). Nos pontos assinalados com círculos brancos, os impulsos também chegam em fase. Em cada um destes casos, as ondas reforçam-se uma à outra, originando uma *maior* amplitude — quer da crista, quer do cavado — pelo que se diz que *interferem construtivamente*. Nesta situação, todos aqueles pontos se encontram à mesma distância de cada fonte. À medida que as ondas se propagam, a região de perturbação máxima desloca-se ao longo da linha central a tracejado da fig. (a).

Por outro lado, nos pontos da fig. (a) assinalados com semicírculos negros, os dois impulsos aproximam-se em oposição de fase, como se indica na fig. (c). As ondas compensam-se uma à outra e, por isso, se diz que *interferem destrutivamente*, não perturbando a superfície da água. Seguindo o tracejado do ponto de sobreposição de dois impulsos exactamente nas posições em que eles estão desfasados [qualquer dos semicírculos negros da fig. (a)], não se observa nenhuma alteração do nível da água ao longo desse tracejado. Por conseguinte, ao longo das linhas *N* situadas de cada um dos lados do centro da fig. (a), o nível de água não é perturbado. Estes pontos estão meio comprimento de onda mais afastados de uma fonte do que da outra.

No caso da propagação de ondas periódicas de igual amplitude em vez de impulsos isolados, a sobreposição ocorre em toda a superfície. Ao longo da linha central a tracejado, verifica-se uma perturbação de amplitude dupla e, ao longo das linhas laterais, a água permanece imóvel. Consoante o afastamento das fontes e o comprimento de onda, várias destas linhas de interferência construtiva e destrutiva poderão ser observadas.

Neste momento, já é possível interpretar a fotografia da página 120. Aquilo a que chamámos “bandas de sombreado intermédio” são zonas em que as ondas se compensam uma à outra — são as chamadas linhas *nodais*. Estas bandas correspondem às linhas *N* no caso simples dos impulsos isolados em vez das ondas periódicas. Entre estas bandas intermédias, situam-se as bandas em que as cristas e os cavados alternam e em que as ondas se reforçam — são as chamadas linhas *antinodais*.

O diagrama representado no cimo da página seguinte ilustra graficamente o que se passa na porção inferior direita da fotografia da página 120. É de notar a sua simetria. A linha central designada por  $A_0$  é uma linha antinodal em que o reforço é total. As outras linhas de reforço máximo são designadas por  $A_1, A_2, A_3$ , etc. À medida que as ondas



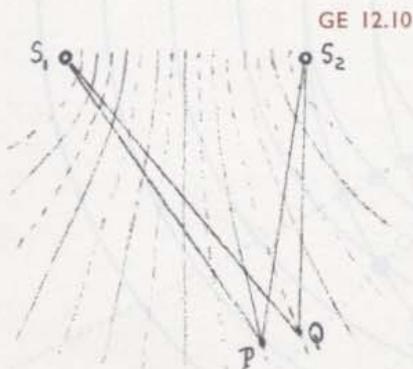
se propagam, os pontos destas linhas deslocam-se para cima e para baixo  *muito mais*  do que se deslocariam em consequência da propagação de ondas provenientes de uma só fonte. As linhas designadas por  $N_1, N_2$ , etc. representam bandas ao longo das quais ocorre a interferência destrutiva máxima. À medida que as ondas se propagam, os pontos destas linhas deslocam-se para cima e para baixo  *muito menos*  do que se deslocariam em consequência da propagação de ondas provenientes de uma só fonte. É interessante comparar este diagrama com a parte inferior direita da fotografia da página 120 e identificar as linhas antinodais e as linhas nodais.

Sempre que encontrarmos uma figura de interferência como a do diagrama acima ou a da fotografia da página 120, sabemos que ela é o resultado da sobreposição de ondas provenientes de duas fontes. No caso da propagação de ondas na água, a figura de interferência é visível directamente. Todavia, visíveis ou não, todas as ondas produzem figuras de interferência — incluindo as ondas associadas aos tremores de terra, as ondas sonoras ou os raios X. Por exemplo, se dois altifalantes emitem sons da mesma frequência, é possível localizar por meio do ouvido as regiões nodais (onde a interferência destrutiva das fontes dá lugar a um som que mal se ouve) e as regiões antinodais (onde o ouvido capta um sinal forte).

A notável simetria destas figuras de interferência não é acidental; pelo contrário, toda a figura é condicionada pelo comprimento de onda  $\lambda$  e pelo afastamento das fontes  $S_1, S_2$ . A partir destes valores, é possível calcular os ângulos segundo os quais as linhas nodais e antinodais irradiam para cada um dos lados do eixo central  $A_0$ . Inversamente, conhecendo  $S_1, S_2$  e tendo determinado estes ângulos, através da sondagem da figura de interferência, é possível calcular o comprimento de onda — mesmo se não se puder ver directamente as cristas e os cavados das

Análise de uma figura de interferência semelhante à do canto inferior direito da página 120 produzida por duas origens periódicas em fase ( $S_1$  e  $S_2$  estão separadas por quatro comprimentos de onda). As letras A e N designam as linhas antinodais e nodais. Os círculos negros indicam onde as cristas se encontram, os círculos brancos onde os cavados se encontram e os círculos parcialmente negros onde as cristas encontram os cavados.

GE 12.9



GE 12.10

$$S_1P - S_2P = n\lambda$$

$$S_1Q - S_2Q = (n + \frac{1}{2})\lambda$$

Uma vez que as ondas sonoras são tridimensionais, as regiões nodal e antinodal são, neste caso, superfícies a duas dimensões. Por exemplo, são planas e não rectas.

GE 12.11-12.12

ondas. Este facto é extremamente útil, visto que é impossível ver a maior parte das ondas da natureza e, por conseguinte, há que determinar o seu comprimento de onda pelo processo indicado: dando azo a que as ondas produzam uma figura de interferência, explorando as linhas nodais e antinodais, e calculando  $\lambda$  a partir dos dados geométricos.

A figura ao lado representa parte do diagrama da página anterior. Em qualquer ponto  $P$  de uma linha *antinodal*, as ondas encontram-se em *fase*. Isto só pode acontecer se  $P$  estiver igualmente afastado de  $S_1$  e  $S_2$  ou se a diferença entre as distâncias de  $P$  às duas fontes for igual a um número inteiro de comprimentos de onda. Por outras palavras, a diferença  $S_1P - S_2P$  deve ser igual a  $n\lambda$ , em que  $\lambda$  designa o comprimento de onda e  $n$  é zero ou um número inteiro qualquer. Em qualquer ponto  $Q$  de uma linha *nodal*, as ondas encontram-se em *oposição de fase*. Isto acontece porque a diferença entre as distâncias de  $Q$  às duas fontes é um número ímpar de meios comprimentos de onda ( $\frac{1}{2}\lambda, \frac{3}{2}\lambda, \frac{5}{2}\lambda, \dots$ ). Esta condição pode escrever-se sob a forma  $S_1Q - S_2Q = (n + \frac{1}{2})\lambda$ .

Se a distância das fontes a um ponto de detecção for muito maior do que o afastamento das fontes  $d$ , então há uma relação simples entre a posição dos nodos, o comprimento de onda  $\lambda$  e o afastamento  $d$ . O comprimento de onda pode, por conseguinte, ser calculado a partir da determinação das posições das linhas nodais. Os pormenores destes cálculos são descritos na página seguinte.

A análise feita neste parágrafo mostra-nos como é possível calcular o comprimento de onda de qualquer fenómeno ondulatório a partir de medições simples efectuadas numa figura de interferência. Tal conhecimento revelar-se-á muito útil noutros capítulos deste curso. É, pois, do maior interesse procurar determinar  $\lambda$  numa experiência real de interferência de ondas levada a cabo no laboratório, a fim de adquirir a prática necessária para medir os comprimentos de onda de outros tipos de ondas.

Q13 As linhas nodais das figuras de interferência são zonas de reforço ou de compensação?

Q14 O que são linhas antinodais? E pontos antinodais?

Q15 Os pontos nodais de uma figura de interferência são:

- pontos em que as ondas se encontram "em oposição de fase";
- pontos em que as ondas se encontram "em fase";
- pontos equidistantes das origens das ondas;
- pontos afastados meio comprimento de onda de ambas as origens.

Q16 Em que circunstâncias as ondas provenientes de duas origens em fase atingem um ponto em oposição de fase?

## 12.7 Ondas estacionárias

Se ambas as extremidades de uma corda forem agitadas com a mesma frequência e a mesma amplitude, observa-se um fenómeno muito interessante. A interferência dos dois conjuntos de ondas idênticas prove-

**Cálculo do comprimento de onda a partir de uma figura de interferência**

$d = (S_1 S_2)$  = separação entre  $S_1$  e  $S_2$  ( $S_1$  e  $S_2$  podem ser origens reais de ondas em fase ou duas fendas através das quais passa uma frente de onda).

$l = OQ$  = distância das origens das ondas a uma linha afastada ou a um alvo que se situe paralelamente às origens.

$x$  = distância do ponto  $P$  ao eixo central (medida ao longo da linha de detecção).

$L = OP$  = distância do ponto  $P$  situado na linha de detecção às origens das ondas.

As ondas que atingem  $P$  provenientes de  $S_1$  percorrem um trajecto maior do que as provenientes de  $S_2$  e que também atingem  $P$ . Se a distância percorrida a mais for  $\lambda$  (ou  $2\lambda$ , ou  $3\lambda$ , etc.) as ondas chegam a  $P$  em fase e  $P$  será um ponto de forte perturbação ondulatória. Se a distância percorrida a mais for  $\frac{1}{2}\lambda$  (ou  $\frac{3}{2}\lambda$ , ou  $\frac{5}{2}\lambda$ , etc.) as ondas chegam em oposição de fase e  $P$  será um ponto em que a perturbação é fraca ou nula.

Com centro em  $P$ , tracemos um arco de circunferência de raio  $PS_2$  (indicado na figura por meio da linha a tracejado  $S_2M$ ). O segmento de recta  $PS_2$  é igual ao segmento de recta  $PM$  e, por conseguinte, a distância percorrida a mais pela onda proveniente de  $S_1$  é o comprimento do segmento  $S_1M$ .

Se  $d$  for muito pequeno comparado com  $l/\lambda$ , o que é fácil de conseguir na prática, o arco de circunferência  $S_2M$  é uma pequena porção de uma circunferência de grande diâmetro e confunde-se praticamente com um segmento de recta. De igual modo, o ângulo  $S_1MS_2$  tem aproximadamente  $90^\circ$ , ou seja, o triângulo  $S_1S_2M$  é rectângulo. Além disso, o ângulo  $S_1S_2M$  é igual ao ângulo  $POQ$ , pelo que os dois triângulos  $S_1S_2M$  e  $POQ$  são semelhantes. Então:

$$\frac{S_1M}{S_1S_2} = \frac{x}{OP} \quad \text{ou} \quad \frac{S_1M}{d} = \frac{x}{L}$$

Se a distância  $l$  for grande comparada com  $x$ , as distâncias  $l$  e  $L$  são aproximadamente iguais e pode escrever-se

$$\frac{S_1M}{d} = \frac{x}{l}$$

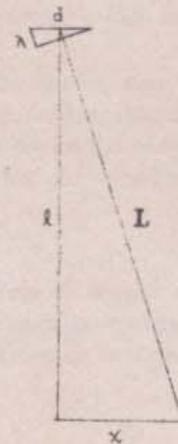
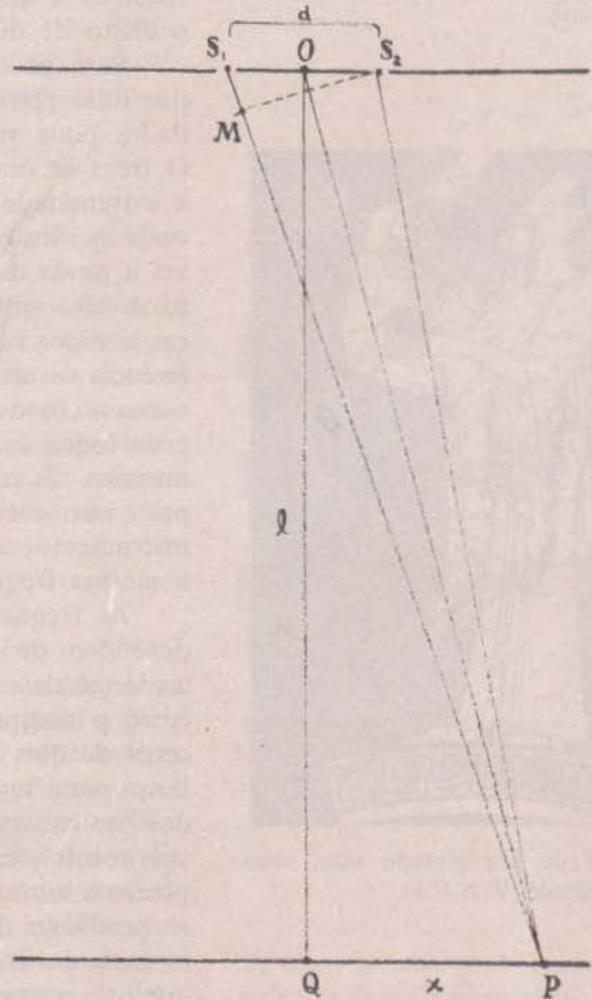
Ora,  $S_1M$  é a distância percorrida a mais pela onda proveniente de  $S_1$ . Para que  $P$  corresponda a um máximo da perturbação ondulatória,  $S_1M$  deve ser igual a  $n\lambda$  (com  $n=0$  se  $P$  coincidir com  $Q$ ,  $n=1$  se  $P$  coincidir com o primeiro máximo da perturbação que se verifica para um dos lados de  $Q$ , etc.).

Por conseguinte, tem-se:

$$\frac{n\lambda}{d} = \frac{x}{l}$$

e 
$$\lambda = \frac{dx}{nl}$$

Este importante resultado indica que se se medir a distância  $d$  entre as origens das ondas, a distância  $l$  e a distância  $x$  entre o eixo central  $OQ$  e um máximo da perturbação ondulatória, é possível calcular o comprimento de onda  $\lambda$ .





Um vibrador à esquerda produz um trem de ondas que se propaga ao longo da corda e se reflecte na extremidade fixa à direita. A soma das ondas incidentes e reflectidas é uma onda estacionária.



Tocador de lira pintado num vaso grego (século V A.C.).

nientes das duas extremidades tem como resultado que certos pontos da corda permanecem imóveis! Entre estes pontos nodais, a corda oscila para um e para outro lado sem que, aparentemente, haja propagação das ondas em qualquer sentido ao longo da corda. A este fenómeno dá-se o nome de "onda estacionária". (Com o auxílio da Transparencia A-27, e recorrendo ao princípio da sobreposição, verifica-se que este efeito é exactamente o que seria de esperar como resultado da adição de duas ondas caminhando em sentidos opostos.) O que importa recordar é que a oscilação estacionária que se observa é na realidade o efeito de duas ondas que *se propagam*.

Para produzir ondas estacionárias numa corda, não é necessário que duas pessoas agitem as extremidades da corda — uma das extremidades pode simplesmente ser atada a um gancho fixo numa parede. O trem de ondas que se propaga ao longo da corda, quando se agita a extremidade livre, reflecte-se no gancho fixo e interfere com a nova onda incidente, produzindo uma onda estacionária. Na realidade, é possível ir ainda mais longe e atar as duas extremidades da corda a ganchos fixos. Ao puxar, em seguida, a corda, um par de ondas propaga-se em sentidos contrários, indo reflectir-se nas extremidades fixas. A interferência destas ondas reflectidas pode dar lugar a uma onda estacionária, como no caso anterior. As cordas das guitarras, dos violinos, dos pianos e de todos os instrumentos de corda comportam-se exactamente desta maneira. A energia transmitida às cordas origina ondas estacionárias e parte da energia é comunicada pela corda vibrante ao corpo do instrumento; as ondas sonoras por ele produzidas têm essencialmente a mesma frequência das ondas estacionárias da corda.

As frequências de vibração características das ondas estacionárias dependem de dois factores: um é a velocidade de propagação da onda ao longo da corda e o outro é o comprimento da corda. A associação entre o comprimento da corda e a nota musical, já reconhecida há cerca de dois milhares de anos, teve grande importância como contributo para o estabelecimento da ideia de que a natureza pode ser descrita em termos de princípios matemáticos. Desde o início do desenvolvimento dos instrumentos musicais, verificou-se que, quando são postas a vibrar cordas com igual diâmetro e submetidas a igual tensão, se produzem harmónicos agradáveis ao ouvido desde que os comprimentos das cordas estejam entre si segundo as razões de números inteiros pequenos. Assim, a razão 2:1 corresponde à oitava, 3:2 à quinta e 4:3 à quarta. Esta íntima ligação entre a música e os números conduziu os Pitagóricos a procurar outras razões numéricas ou harmonias no universo. O ideal pitagórico afectou imenso a ciência grega e, muitos séculos depois, inspirou muito do trabalho de Kepler. De uma maneira geral, pode dizer-se que este ideal floresceu até aos nossos dias em muitas e belas aplicações da matemática na interpretação de experiências físicas.

Usando apenas o princípio da sobreposição, é possível definir as relações harmónicas com muito maior precisão. Antes disso, convém acentuar um facto importante relativo a ondas estacionárias produzidas por reflexões de ondas nas fronteiras de um meio. É possível imaginar um número ilimitado de ondas a propagarem-se para um e outro lado. Mas, na realidade, *apenas aquelas que são caracterizadas por certos*

comprimentos de onda (ou frequências) podem dar lugar a ondas estacionárias num dado meio. No exemplo do instrumento de corda, as duas extremidades são fixas e correspondem, por conseguinte, a pontos nodais. Deste modo, as ondas mais longas que podem dar lugar a ondas estacionárias numa corda de comprimento  $L$  são as que têm meio comprimento de onda exactamente igual ao comprimento da corda ( $L = \lambda/2$ ). Ondas mais curtas poderão também dar lugar a ondas estacionárias com mais nodos; mas, em todos os casos, deverá um número inteiro de meios comprimentos de onda igualar o comprimento da corda ( $L = n\lambda/2$ ).

A relação anterior pode ser escrita de outra maneira, por forma a obter uma expressão que dê todos os comprimentos de onda possíveis das ondas estacionárias produzidas numa corda de comprimento  $L$ :

$$\lambda_n = \frac{2L}{n}$$

ou simplesmente  $\lambda \propto 1/n$ . Isto é, se  $\lambda_1$  for o maior comprimento de onda possível, os outros comprimentos de onda, também possíveis, serão:  $\frac{1}{2}\lambda_1$ ,  $\frac{1}{3}\lambda_1$ , ...,  $\frac{1}{n}\lambda_1$ . Os comprimentos de onda menores correspondem a frequências maiores. Assim, num meio limitado, apenas poderão ser produzidas ondas estacionárias com determinadas frequências. Uma vez que a frequência  $f$  é inversamente proporcional ao comprimento de onda,  $f \propto 1/\lambda$ , a expressão anterior pode tomar a forma:

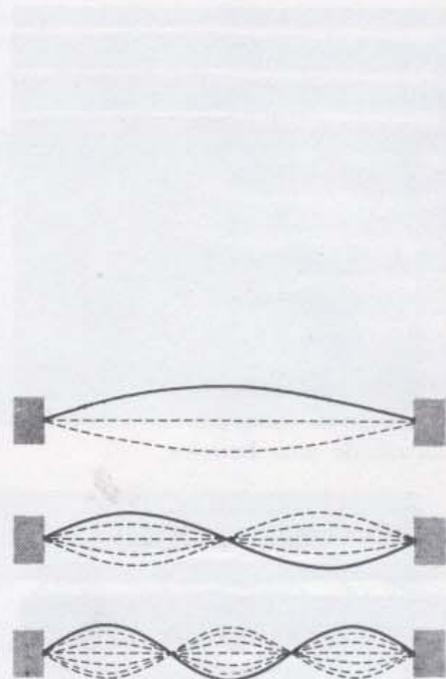
$$f_n \propto n$$

Isto é, se  $f_1$  for a menor frequência possível das ondas estacionárias produzidas numa corda vibrante (onda cuja presença é em geral a mais sentida quando a corda é posta a vibrar), as outras ondas estacionárias possíveis terão frequências  $2f_1$ ,  $3f_1$ , ...,  $nf_1$ . Estas frequências mais elevadas são as "frequências superiores" à frequência "fundamental"  $f_1$ . No caso "ideal", há, em princípio, um número ilimitado de tais frequências (todos os múltiplos simples da frequência mais baixa).

Nos casos reais, há limites superiores práticos para as frequências possíveis. Do mesmo modo, os tons superiores não são múltiplos exactos da frequência fundamental, isto é, os tons superiores não são estritamente "harmónicos". Este efeito é ainda maior em sistemas mais complicados que as cordas tensas. Num saxofone ou noutra instrumento de sopro, uma *coluna de ar* é posta em movimento ondulatório estacionário. Os tons superiores produzidos podem nem sequer ser aproximadamente harmónicos.

Como se pode deduzir do princípio de sobreposição, num dado meio podem existir simultaneamente ondas estacionárias com diversas frequências. Por exemplo, uma corda de guitarra em vibração oscila com uma configuração que é a sobreposição de ondas estacionárias a que correspondem muitos tons superiores. As energias de oscilação relativas dos diversos instrumentos determinam a "qualidade" do som que produzem. Cada tipo de instrumento tem uma proporção própria de frequências superiores. É isto que faz com que o som de um violino

## GE 12.13



## GE 12.14-12.15

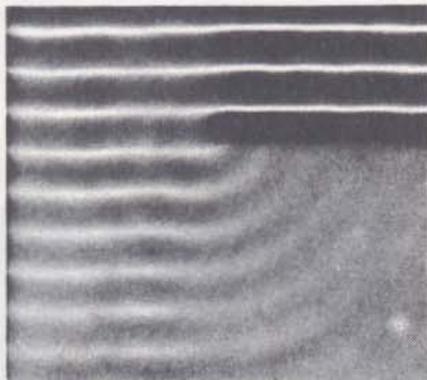
Os filmes sem-fim 38-43 mostram uma variedade de ondas estacionárias, incluindo ondas produzidas numa corda, num tambor e num tubo de ar.

Os alunos mais inclinados aos estudos matemáticos são convidados a desenvolver o tópico das ondas e das ondas estacionárias, por exemplo.

Veja os artigos «Instrumentos e Escalas Musicais» e «Fundando uma Família de Rabecas» na *Colectânea 3*.

GE 12.16

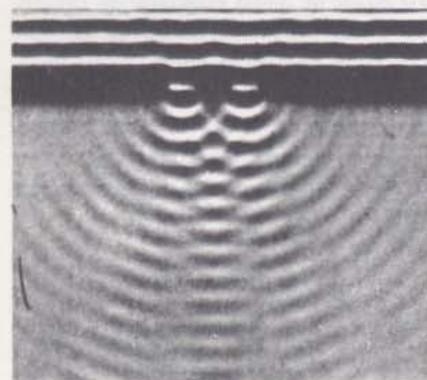
seja distinto do som de uma trombeta, e ambos distintos de uma voz de soprano, mesmo quando todos estes sons são emitidos com a mesma frequência fundamental.



Difracção de ondas em torno da extremidade de uma barreira.



Difracção de ondas através de uma abertura estreita.



Difracção de ondas através de duas aberturas estreitas.

**Q17** Quando duas ondas idênticas e com a mesma frequência se propagam em sentidos opostos e interferem, produzindo uma onda estacionária, qual o movimento do meio:

- (1) nos nodos da onda estacionária?
- (2) nos pontos situados entre nodos da onda estacionária conhecidos pela designação de "antinodos"?

**Q18** Se as duas ondas que interferem tiverem um comprimento de onda  $\lambda$ , qual é a distância entre os pontos nodais da onda estacionária?

**Q19** Qual é o maior comprimento de onda das ondas estacionárias produzidas numa corda com comprimento  $L$ ?

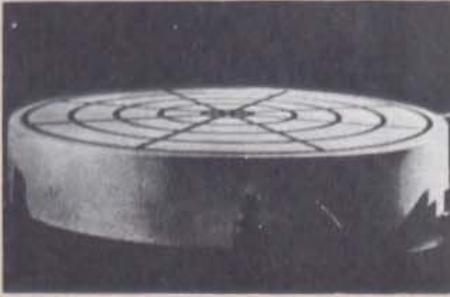
**Q20** É possível produzir ondas estacionárias de *qualquer* frequência (desde que seja superior à fundamental) num meio limitado?

## 12.8 Frentes de onda e difracção

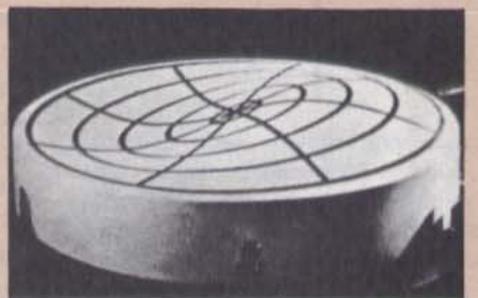
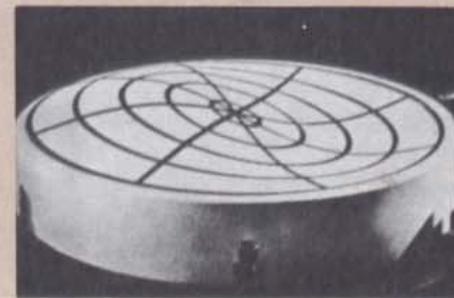
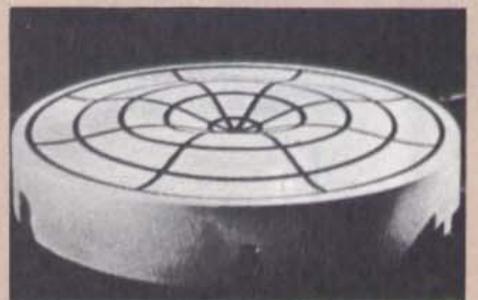
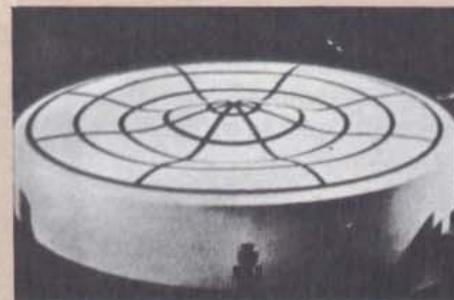
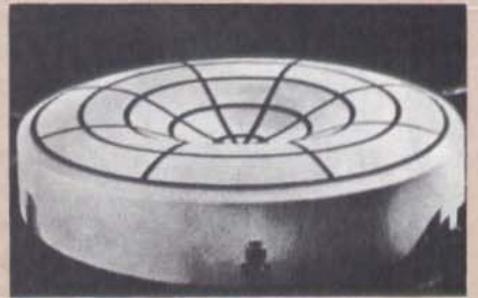
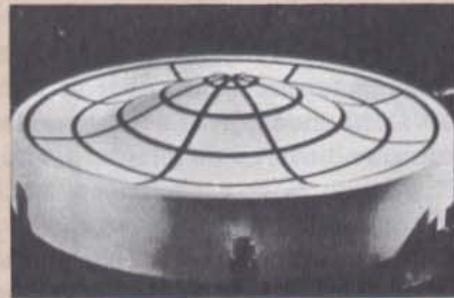
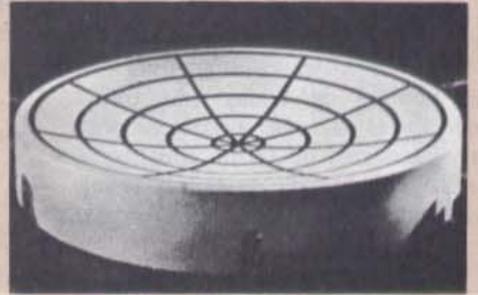
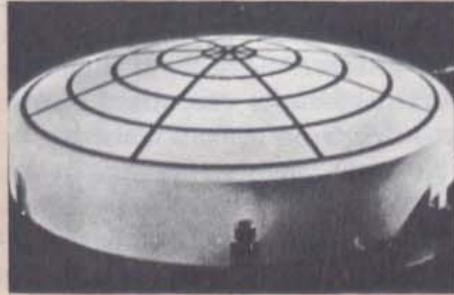
As ondas podem contornar os cantos. Por exemplo, é possível ouvir uma voz proveniente do outro lado de uma árvore ou de uma colina, mesmo que não haja nada para reflectir o som na direcção do ouvido. Estamos tão habituados ao facto de as ondas sonoras se comportarem assim, que mal nos apercebemos disso. Este fenómeno de dispersão de energia das ondas naquilo que se esperaria serem regiões de "sombra" é conhecido pelo nome de *difracção*.

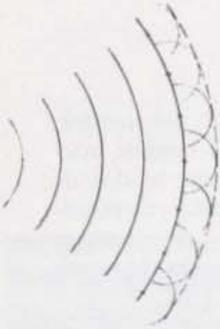
Mais uma vez podemos recorrer às ondas que se propagam à superfície da água para ilustrar este comportamento mais claramente. De todas as situações em que podem ocorrer difracções, vamos examinar duas. A primeira está ilustrada na segunda figura à esquerda, que é uma fotografia de ondas rectilíneas (provenientes da parte superior da figura) que se difractam quando atravessam uma pequena fenda aberta numa barreira rectilínea. Note-se que a largura da fenda é menor do que um comprimento de onda. A onda emerge do outro lado da barreira, espalhando-se em todas as direcções. Repare-se também que a forma da onda difractada é a mesma da onda que seria produzida por uma fonte vibrante pontual, posicionada onde se encontra a fenda.

A figura de baixo é uma fotografia do segundo tipo de barreira que pretendemos estudar. Neste caso, foram abertas duas fendas estreitas na barreira e verifica-se que a configuração resultante da sobreposição das ondas difractadas pelas duas fendas é a mesma que é produzida por duas fontes pontuais vibrando em fase. O mesmo tipo de resultado é obtido quando se abre um grande número de fendas na barreira. Isto é,

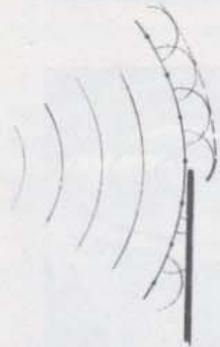


No filme *Vibração de um tambor*, observa-se uma pele de tambor marcada, em vários dos seus modos de vibração. Em baixo, estão reproduzidos pares de fotografias que ilustram três modos simétricos de vibração e um modo anti-simétrico.





Cada ponto de uma frente de onda pode ser considerado como uma origem pontual de ondas. As ondas provenientes de todas as origens pontuais interferem de forma construtiva apenas ao longo da respectiva envolvente, que passa a ser a nova frente de onda.



Quando parte da frente de onda é bloqueada, a interferência construtiva das ondas provenientes das origens pontuais da frente de onda estende-se à região de "sombra".



Quando praticamente toda a frente de onda é bloqueada, excepto uma pequena parte, a propagação da onda a partir desta pequena parte é aproximadamente a mesma que se verifica no caso de uma origem pontual.

a configuração final resultante da sobreposição das ondas difractadas é exactamente a mesma que é produzida por fontes pontuais em fase, cada uma delas situada no centro de cada fenda.

É possível descrever este e outros efeitos da difracção com base numa característica das ondas, cuja descrição foi feita pela primeira vez por Christiaan Huygens em 1678 e, por isso, é conhecida hoje pela designação de *princípio de Huygens*. Antes de enunciar este princípio, torna-se necessário definir o que se entende por *frente de onda*.

Para uma onda que se propaga na água, uma frente de onda é uma linha imaginária ao longo da qual os pontos da superfície da água se encontram exactamente no mesmo estado de vibração, isto é, *em fase*. As linhas de crista são frentes de onda, visto que todos os pontos da superfície da água situados ao longo de uma crista atingiram a altura máxima, se encontram momentaneamente em repouso e começarão a descer no instante imediato.

Nos casos mais simples, as frentes de onda podem ser rectas paralelas umas às outras, como na parte superior da fotografia central reproduzida na margem esquerda da página 128, ou podem ser linhas circulares como na parte inferior da mesma fotografia. No caso das ondas sonoras produzidas, por exemplo, quando se batem palmas e que se propagam, não segundo uma superfície, mas em três dimensões, as frentes de onda são muito aproximadamente superfícies esféricas. A distâncias muito grandes da origem do som, quando os raios das frentes de onda esféricas são grandes, uma pequena secção da frente de onda é aproximadamente plana. Deste modo, as frentes de onda circulares ou esféricas tornam-se virtualmente lineares ou planas a grandes distâncias das suas origens.

Tal como hoje é geralmente enunciado, o princípio de Huygens estabelece o seguinte: *pode considerar-se que cada ponto de uma frente de onda se comporta como uma origem pontual de ondas produzidas no sentido da propagação da onda*. Usando as palavras de Huygens:

Há uma consideração adicional a fazer a propósito da emanção destas ondas: cada partícula do meio em que uma onda se propaga, não transmite necessariamente o seu movimento apenas à partícula seguinte que se situa sobre a linha recta que passa pela origem, mas comunica também parte dele a todas as outras partículas em que toca e que se opõem ao seu movimento. Daqui resulta que, em torno de cada partícula, se produz uma onda de que a partícula é o centro.

As figuras criadas por difracção que tem lugar nas fendas abertas numa barreira ou na extremidade desta são naturalmente consistentes com o princípio de Huygens. A onda que atinge a barreira faz oscilar a água que se encontra na fenda, oscilação que, por seu turno, actua como origem de ondas que se propagam para além da barreira, em todas as direcções. Quando há duas fendas e a onda incidente as atinge em fase, a água que entra em oscilação em cada uma das fendas comporta-se como uma fonte pontual e a figura de interferência resultante é semelhante à que é produzida por ondas provenientes de duas fontes pontuais oscilando em fase.

Consideremos o que se passa para além de um quebra-mar como o que se vê na fotografia aérea de um porto reproduzida no fundo da página: segundo o princípio de Huygens, a oscilação da água perto da extremidade do quebra-mar é a origem das ondas circulares que se propagam na zona de "sombra".

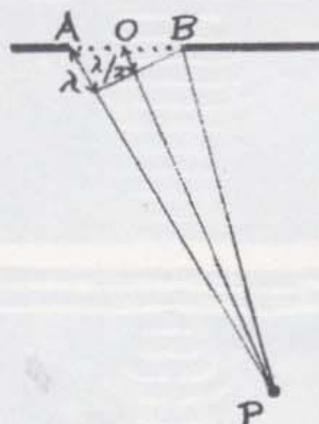
Tendo presente o princípio de Huygens e o princípio da sobreposição, é possível explicar todas as figuras de difracção. Por exemplo, se a fenda for mais larga do que um comprimento de onda, as ondas difractadas apresentam linhas nodais (como se vê claramente na série de quatro fotografias reproduzidas na margem da página seguinte).

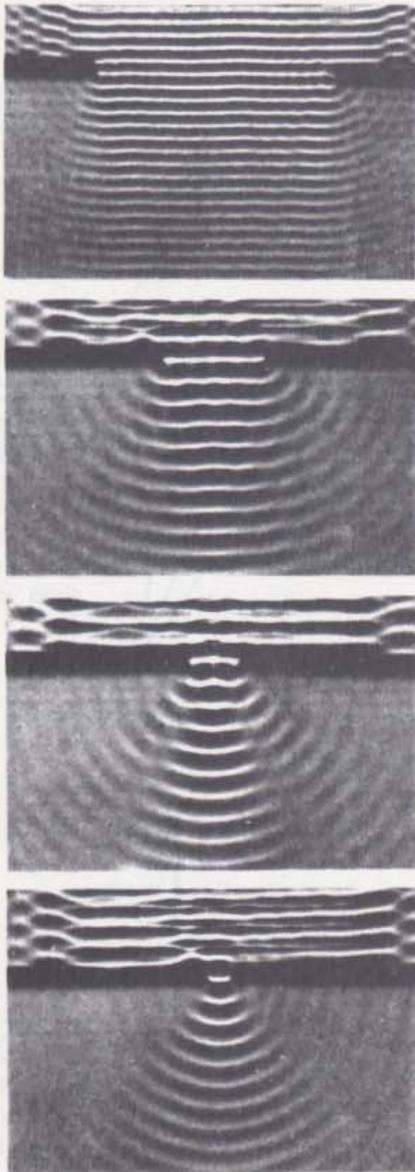
A figura à direita ajuda a explicar o aparecimento das linhas nodais. Deverá haver pontos, como  $P$ , que se encontram exactamente mais afastados um comprimento de onda da extremidade  $A$  da fenda do que da extremidade  $B$ ; isto é, pontos tais que  $AP - BP = \lambda$ .

Para um ponto destes tem-se ainda  $AP - OP = \lambda/2$ . Cingindo-nos ao princípio de Huygens, somos levados a imaginar que os pontos  $A$  e  $O$  são origens pontuais em fase de ondas circulares. Todavia, dado que  $AP$  e  $OP$  diferem de  $\lambda/2$ , as duas ondas atingem  $P$  em oposição de fase. Nestas condições, segundo o princípio da sobreposição as ondas provenientes de  $A$  e  $O$  eliminam-se no ponto  $P$ .

Mas o raciocínio feito em relação ao par de "origens" pontuais situadas em  $A$  e  $O$  pode também ser aplicado a outro par constituído pelo primeiro ponto à direita de  $A$  e pelo primeiro ponto à direita de  $O$ . E o mesmo é válido para cada par de pontos assim irmanados, ao longo de toda a fenda. Uma vez que as ondas provenientes de cada um destes pares de pontos se eliminam em  $P$ ,  $P$  é um ponto nodal, localizado numa linha nodal. Conclui-se ainda que, se a largura da fenda for inferior a  $\lambda$ , não poderá existir nenhum ponto nodal dado que nenhum ponto poderá estar a distâncias das extremidades da fenda tais que a sua diferença seja igual a  $\lambda$ . As fendas com larguras inferiores a  $\lambda$  comportam-se aproximadamente como origens pontuais.

GE 12.17





GE 12.18-12.20

E, quanto mais estreitas forem, mais o seu comportamento se aproxima do das origens pontuais.

Os comprimentos de onda podem ser facilmente determinados a partir das figuras de interferência produzidas em resultado da sobreposição das ondas difractadas. Por exemplo, é possível analisar a figura produzida por duas fendas (fundo da página 128) e determinar  $\lambda$  exactamente da mesma maneira que foi seguida na Secção 12.6, quando se analisou a figura de interferência proveniente de duas origens. Esta é uma das principais razões do nosso interesse pela interferência de ondas difractadas. A partir da localização das linhas nodais situadas para além de uma barreira com um conjunto de fendas, é possível calcular o comprimento de onda, mesmo de ondas que é impossível ver.

No caso de uma barreira com duas fendas, quanto maior for o comprimento de onda comparado com a distância entre as fendas, mais a figura de interferência se espalha. Isto é, à medida que  $\lambda$  aumenta ou que  $d$  diminui, as linhas nodais e antinodais formam ângulos cada vez maiores com a direcção frontal. Analogamente, no caso de uma barreira com uma só fenda, a figura de interferência espalha-se tanto mais quanto maior for a razão entre o comprimento de onda e a largura da fenda. Em geral, a difracção das ondas de maior comprimento de onda é a mais pronunciada. É por isso que, quando se escuta uma banda de música atrás de uma esquina, se ouve melhor o som baixo dos tambores e das tubas do que o som agudo dos flautins e das cornetas, mesmo no caso de todos estarem, de facto, a tocar igualmente forte.

Q21 Que características têm em comum todos os pontos de uma frente de onda?

Q22 Enuncie o princípio de Huygens.

Q23 Porque é que não aparecem linhas nodais numa figura de difracção produzida através de uma abertura cuja dimensão é inferior a um comprimento de onda?

Q24 Que acontece à figura de interferência produzida através de uma abertura, à medida que o comprimento de onda aumenta?

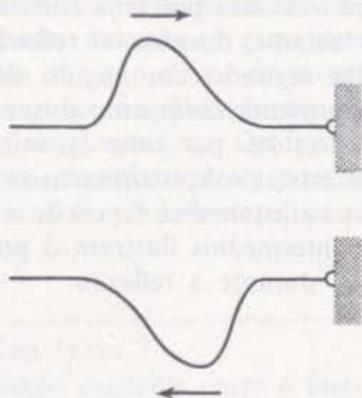
Q25 Pode haver difracção sem interferência? E interferência sem difracção?

## 12.9 Reflexão

Além de passarem umas pelas outras e de contornarem obstáculos colocados nos seus percursos, as ondas também são reflectidas, pelo menos em certo grau, quando atingem qualquer limite do meio em que se propagam. O eco é um exemplo familiar de reflexão de ondas sonoras. A propriedade de reflexão é partilhada por todas as ondas e, mais uma vez, o princípio da sobreposição ajudar-nos-á a compreender o que acontece quando a reflexão ocorre.

Imagine-se uma corda com uma das extremidades amarrada a um gancho cravado numa parede bem firme. Quando se sacode a extremidade livre da corda, produz-se uma onda que se propaga em direcção ao

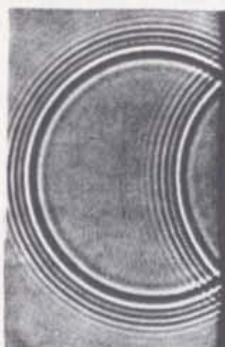
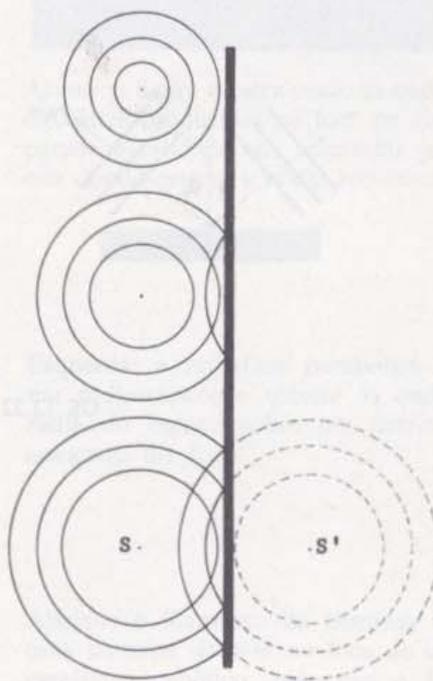
gancho. Uma vez que este não se pode mover, a força exercida pela onda não pode realizar trabalho sobre o gancho. Por conseguinte, a energia transportada pela onda não pode abandonar a corda por esta extremidade fixa. Em vez disso, a onda volta para trás — é reflectida — e, em condições ideais, continua a transportar a mesma energia.



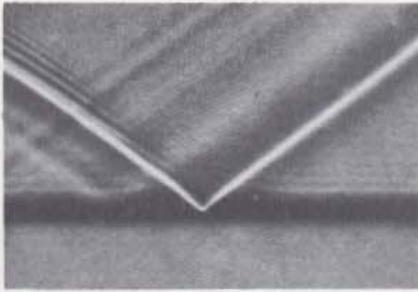
Que aspecto tem a onda após a reflexão? O resultado espantoso é que a onda parece ser sacudida de cima para baixo ao ser reflectida. Caminhando da esquerda para a direita, a onda encontra o gancho fixo e exerce uma acção sobre ele. Segundo a terceira lei de Newton, o gancho deve exercer uma força de sentido contrário sobre a corda, enquanto a reflexão tem lugar. A descrição pormenorizada da maneira como esta força varia no tempo é complicada. Mas o efeito resultante é simples de descrever: uma onda invertida, com a mesma forma da incidente, é reenviada ao longo da corda.

No caso das ondas a duas dimensões formadas à superfície da água, há uma variedade intrigante de fenómenos de reflexão, variedade que se manifesta através das diversas formas das linhas de crista, das diversas formas de barreiras em que a reflexão pode ter lugar ou das várias direcções segundo as quais as ondas podem aproximar-se da barreira. Se nunca observou com atenção a maneira como as ondas que se propagam à superfície da água são reflectidas numa barreira fixa, deve fazê-lo o mais depressa possível. Qualquer tanque, bacia ou cuba com água serve para observar as ondas que se propagam, que se reflectem nas paredes, que se sobrepõem e finalmente que se dissipam. Basta introduzir e retirar rapidamente um dedo na água ou deixar cair uma gota de água de um dedo e seguir com a vista a onda circular que se aproxima de uma parede direita e depois é reflectida.

Os esquemas representados à margem ilustram os resultados da reflexão numa parede direita. Apenas são representadas três cristas, número que não tem qualquer importância para a compreensão do fenómeno. No esquema de cima, a crista exterior aproxima-se da barreira situada à direita. Os dois esquemas seguintes mostram as posições das cristas depois de uma e, em seguida, duas delas terem sido reflectidas. As curvas a tracejado no último esquema são uma tentativa para mostrar que a onda reflectida surge como que proveniente de um ponto  $S'$  situado por detrás da barreira a uma distância

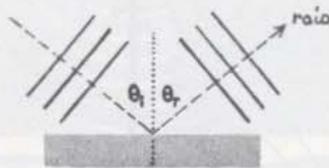


GE 12.21



igual à que a separa de  $S$ . A origem imaginária coincidente com o ponto  $S'$  é a *imagem* da origem  $S$ .

Começamos por examinar a reflexão de ondas circulares porque é um caso directamente observável quando se estuda a propagação de ondas à superfície da água. Mas é mais fácil apreender o princípio geral que permite descrever o fenómeno da reflexão quando se considera uma frente de onda rectilínea reflectida por uma barreira plana. A fotografia à esquerda mostra um instante, durante tal reflexão. (A onda incide da esquerda para a direita segundo um ângulo de  $45^\circ$ .) Os esquemas abaixo mostram mais pormenorizadamente o que acontece quando três cristas de onda são reflectidas por uma barreira plana. O primeiro esquema mostra as três cristas a aproximarem-se da barreira; o último mostra as mesmas cristas a afastarem-se depois de se terem encontrado com ela. Os dois esquemas intermédios ilustram o processo de reflexão em dois instantes diferentes, durante a reflexão.

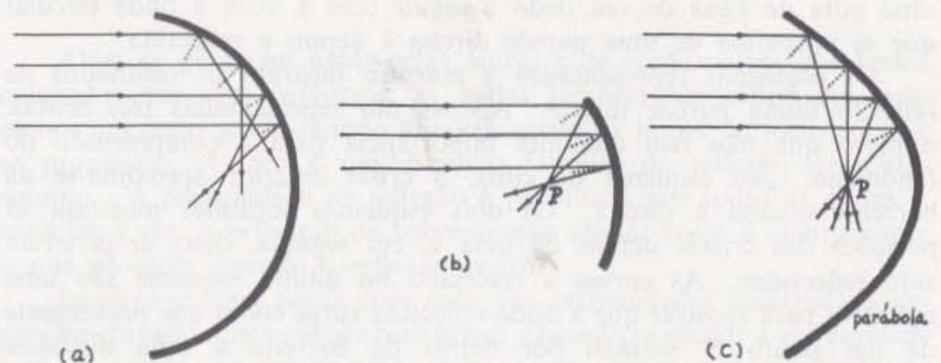


GE 12.22



A descrição do comportamento da onda é por vezes mais fácil recorrendo a linhas perpendiculares às frentes de onda. Tais linhas, chamadas *raios*, indicam a direcção de propagação da onda. No desenho à esquerda, por exemplo, estão desenhados os raios correspondentes a um conjunto de cristas de onda, antes e após a reflexão na barreira. A ponteado, indica-se a linha perpendicular à superfície reflectora. O raio correspondente às cristas incidentes faz um ângulo  $\theta_i$  com a normal e o raio correspondente às cristas reflectidas faz com ela um ângulo  $\theta_r$ . É possível verificar experimentalmente que o *ângulo de reflexão*  $\theta_r$  é igual ao *ângulo de incidência*  $\theta_i$ ; isto é,  $\theta_r = \theta_i$ .

Hoje em dia, são utilizados muitos tipos de reflectores de ondas, por exemplo nas antenas de radar e nos aquecedores a infravermelhos. As figuras (a) e (b) abaixo mostram como as ondas são reflectidas por dois reflectores circulares. Apenas se representam alguns raios incidentes e reflectidos (a tracejado, estão indicadas as normais à superfície da barreira), o que é suficiente para verificar que, enquanto os raios reflectidos pela semicircunferência se espalham em todas as direcções,



GE 12.23-12.25

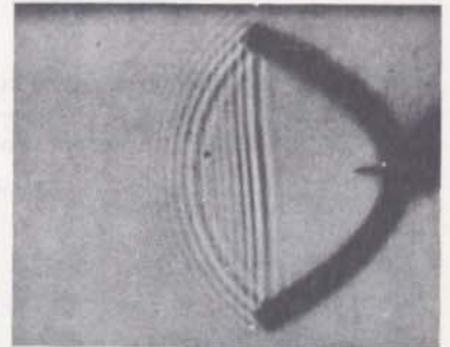
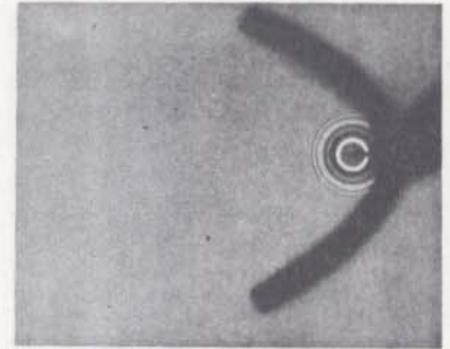
os que são reflectidos pela pequena porção de circunferência convergem praticamente para um só ponto. A barreira com forma parabólica foca as ondas precisamente num ponto. De igual modo, uma superfície parabólica (tal como a que se obtém rodando uma parábola em torno do seu eixo) reflecte as ondas planas fazendo-as convergir num foco. Um exemplo de reflector parabólico é o radiotelescópio, em que uma enorme superfície parabólica reflecte ondas de rádio muito fracas que se propagam no espaço, focando-as num detector. Os trajectos das ondas indicadas pelos raios podem ser invertidos. Por exemplo, as ondas esféricas produzidas no foco tornar-se-ão ondas planas após reflexão numa superfície parabólica. Os faróis dos automóveis constituem aplicações práticas familiares deste princípio: os filamentos incandescentes colocados no foco de reflectores parabólicos produzem feixes de luz quase paralelos.

Q26 O que é um "raio"?

Q27 Qual a relação existente entre o ângulo segundo o qual uma onda atinge uma barreira e o ângulo segundo o qual a abandona?

Q28 Que forma deve ter um reflector para focar frentes de onda paralelas num ponto?

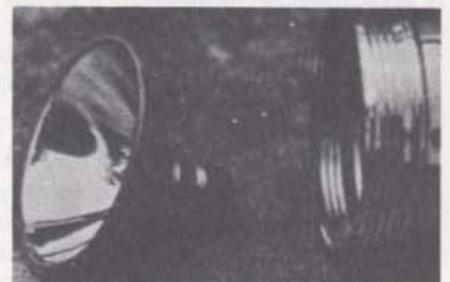
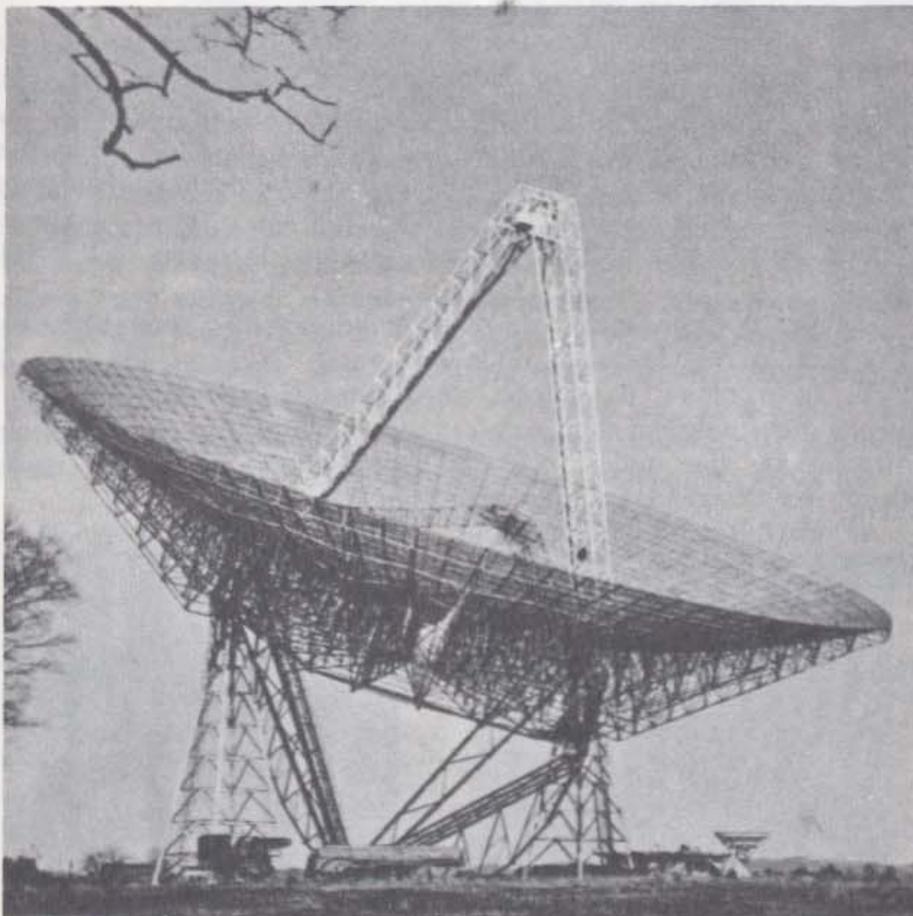
Q29 Que sucede às frentes de onda produzidas no foco de um tal reflector?

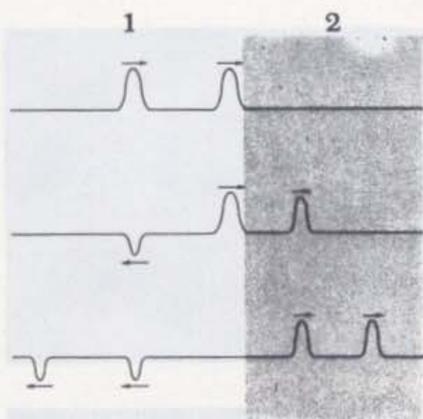


Acima: a figura mostra como as ondas circulares produzidas no foco de uma parede parabólica são reflectidas por esta dando origem a ondas rectilneas.

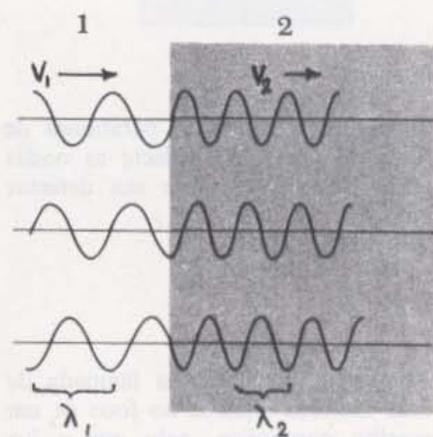
Esquerda: a superfície parabólica de um radiotelescópio reflecte as ondas rádio do espaço sobre um detector colocado no foco.

Abaixo: o filamento da lâmpada de uma lanterna situa-se no foco de um espelho parabólico, pelo que a luz reflectida forma um feixe quase paralelo.





Impulsos ao encontrarem a fronteira entre dois meios diferentes. A velocidade de propagação é menor no meio 2.



Trem contínuo de ondas atravessando a fronteira entre dois meios diferentes. A velocidade de propagação é menor no meio 2.

GE 12.26

## 12.10 Refracção

Que acontece quando uma onda se propaga de um meio para outro em que a sua velocidade de propagação é diferente? Começemos por analisar a situação representada à margem em que dois impulsos unidimensionais se aproximam da fronteira entre dois meios. Por hipótese, a velocidade de propagação no meio 1 é maior do que no meio 2. Podemos imaginar que os impulsos se propagam ao longo de uma corda leve (meio 1) amarrada a uma corda relativamente pesada (meio 2). Parte de cada impulso é reflectida na fronteira, aparecendo invertida em relação ao impulso incidente (é de esperar que assim suceda, uma vez que a corda mais pesada tende a manter fixo o ponto da fronteira, à semelhança do que acontecia no caso analisado anteriormente em que se considerava uma corda amarrada a um gancho cravado numa parede). Todavia, não é a onda reflectida que agora nos interessa. Pretendemos, sim, ver o que acontece à parte da onda que continua a propagar-se no segundo meio.

Como se pode ver na figura, os impulsos estão mais próximos no meio 2 do que no meio 1. Sendo a velocidade dos impulsos menor na corda mais pesada, o segundo impulso tende a alcançar o primeiro durante o tempo em que ainda se encontra na corda leve e o segundo já se propaga na corda pesada. E, além dos dois impulsos passarem a mover-se mais próximos um do outro, cada um deles assume uma forma mais apertada. Isto é, enquanto a parte dianteira do impulso começa a penetrar na região de menor velocidade, a parte traseira ainda se desloca com velocidade maior.

Algo de semelhante acontece a uma onda periódica na fronteira de dois meios. A figura ao lado ilustra a situação em que, para simplificar, toda a onda é transmitida, não havendo reflexão. Tal como na figura de cima, em que os dois impulsos passam a deslocar-se mais próximos e tomam formas mais apertadas, também a onda transmitida aparece mais apertada. Por outras palavras, o seu comprimento de onda  $\lambda_2$  é menor do que o comprimento de onda  $\lambda_1$  da onda incidente.

Embora o comprimento de onda mude quando a onda atravessa a fronteira, a frequência da onda não varia. Não estando a corda partida na fronteira, as porções imediatamente adjacentes de um e outro lado desta devem subir e descer em conjunto. Consequentemente, as frequências das ondas incidente e transmitida devem ser iguais, podendo ser designadas simplesmente por  $f$ .

As relações entre o comprimento de onda, frequência e velocidade, num e noutro caso são as seguintes:

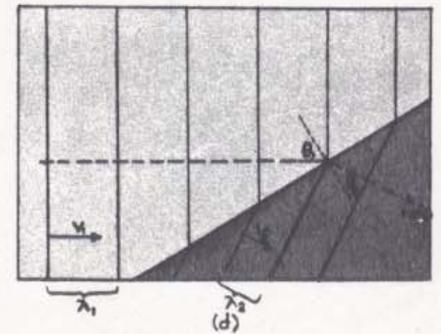
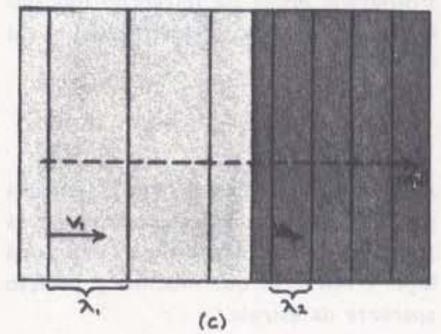
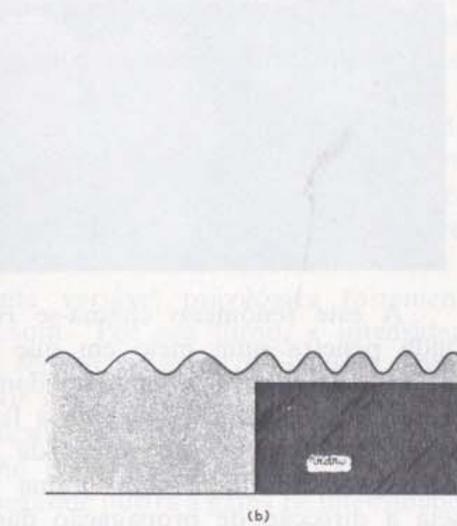
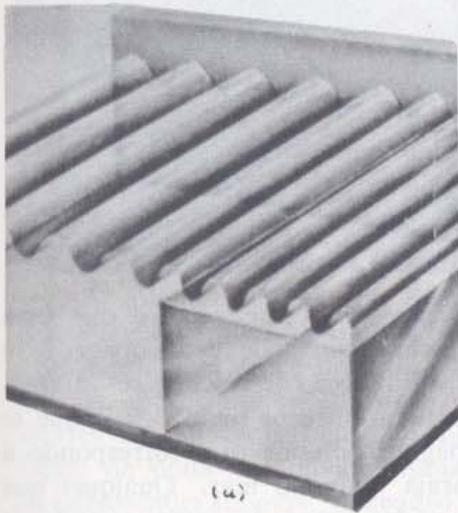
$$\lambda_1 f = v_1 \quad \text{e} \quad \lambda_2 f = v_2$$

Dividindo membro a membro, para eliminar  $f$ , obtém-se:

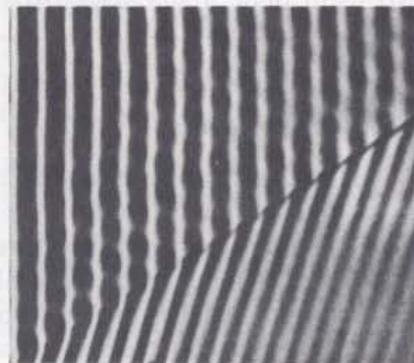
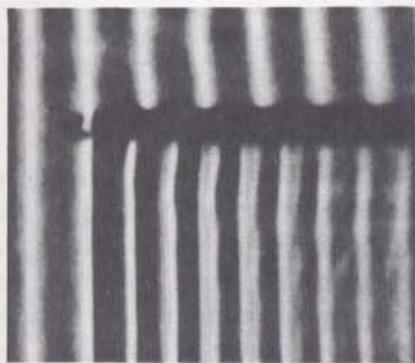
$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{v_1}{v_2}$$

ou seja, a razão entre os comprimentos de onda nos dois meios é igual à razão entre as velocidades.

O mesmo acontece quando a ondulação da água atravessa uma fronteira. A experiência revela que a ondulação se propaga mais lentamente em águas menos profundas. Colocando uma porção plana de vidro no fundo de um tanque para tornar a água menos profunda, cria-se uma fronteira entre a região mais profunda e a menos profunda (meio 1 e meio 2). A figura (a) mostra o caso em que a fronteira é paralela às linhas de crista da onda incidente. Tal como no exemplo da corda, o comprimento de onda num meio é proporcional à velocidade nesse meio.



Contrariamente ao que sucede no caso da corda, é fácil dispor as coisas por forma que as linhas de crista das ondas que se propagam no tanque com água se aproximem da fronteira segundo um ângulo qualquer e não só de frente. A figura em baixo à direita mostra o que acontece quando as ondas se aproximam segundo um ângulo de incidência  $\theta_1$ . Não só variam o comprimento de onda e a velocidade quando a onda atravessa a fronteira, mas também a *direcção* de propagação muda. A figura (d) à margem ilustra a maneira como isto acontece. À medida que cada porção de uma linha de cristas penetra no meio 2, a sua velocidade diminui e essa parte vai ficando para trás. Com o tempo, as direcções de todas as linhas de crista no meio dois passam a ter uma orientação diferente da que tinham no meio 1.

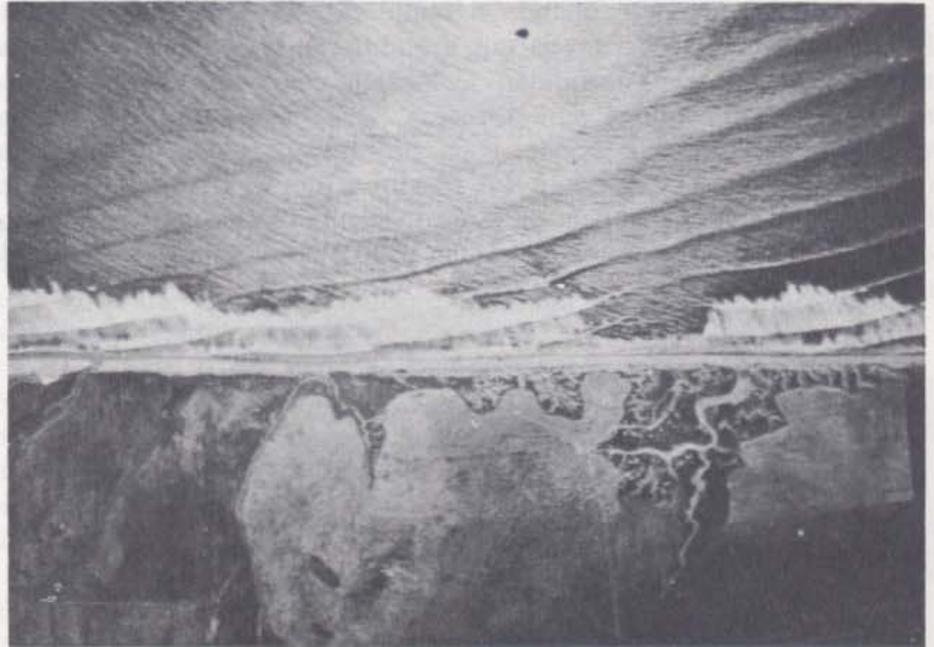


GE 12.27-12.31

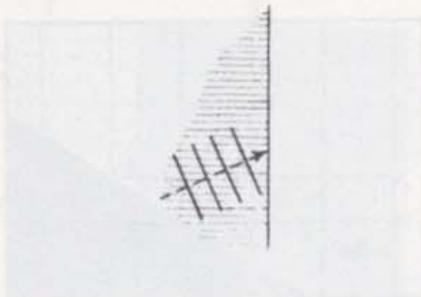
Esquerda: a ondulação (proveniente da esquerda) encontra a região pouco profunda situada por cima de uma placa de vidro submersa.

Direita: a ondulação (proveniente da esquerda) encontra uma região pouco profunda situada por cima de uma placa de vidro que forma um certo ângulo com as frentes de onda.

Fotografia aérea da refração das ondas do oceano ao aproximarem-se da costa.



A diminuição da velocidade da luz emitida por uma estrela ao atravessar camadas da atmosfera sucessivamente mais densas dá lugar a refração que modifica a posição aparente da estrela.



A este fenómeno chama-se *refracção*. Ocorre sempre que uma onda penetra num meio em que a sua velocidade de propagação é menor. As frentes de onda mudam de direcção (refractam-se), aproximando-se da direcção paralela à fronteira entre os meios. É o que se pode ver na figura ao fundo da página anterior que corresponde a algo que se pode observar numa praia junto ao mar. Qualquer que seja a direcção de propagação das ondas longe da costa, quando se aproximam da praia as suas linhas de crista são praticamente paralelas à costa. A velocidade das ondas diminui continuamente como se estivessem a atravessar sucessivas fronteiras entre meios diferentes, o que na realidade acontece. A refração das ondas do mar é tão pronunciada que as cristas de onda podem enrolar-se à volta de uma pequena ilha produzindo rebentação em toda a costa (ver fotografia da pág. 149).

Q30 Se a velocidade de uma onda periódica diminuir ao penetrar num novo meio, que acontece (1) à sua frequência? (2) ao seu comprimento de onda? (3) à sua direcção?

Q31 Complete o esboço apresentado à margem por forma a mostrar, aproximadamente, o que acontece a um trem de ondas que penetra num novo meio onde a sua velocidade é maior.

### 12.11 Ondas sonoras

As ondas sonoras são perturbações mecânicas que se propagam através de um meio, como o ar. Tipicamente, as ondas sonoras são ondas longitudinais que produzem modificações de densidade e de pressão no meio em que se deslocam, o qual se pode encontrar no estado sólido, líquido ou gasoso. Se as ondas atingirem o ouvido, podem despertar o respectivo sentido. A biologia e a psicologia do

Observe mais uma vez a figura reproduzida no fundo da página 111.

sentido do ouvido são tão importantes para a acústica como a física do som. No que se segue, o som será examinado como um exemplo de movimento ondulatório, que apresenta todas as propriedades deste tipo de movimento estudadas até agora neste capítulo — por exemplo, refacção, difracção, interferência e relações entre frequência, comprimento de onda e velocidade de propagação. Apenas falta a propriedade de polarização, uma vez que as ondas sonoras são ondas de compressão longitudinais.

As origens das ondas sonoras podem ser tão simples como um diapasão ou tão complexas como a laringe humana com as suas cordas vocais. O som puro produzido por um diapasão ou por dispositivos electrónicos especiais contém a maior parte da energia concentrada numa só frequência. A altura do som aumenta quando a frequência da onda aumenta.

O homem pode ouvir ondas sonoras com frequências compreendidas entre cerca de 20 e 20 000 ciclos por segundo. Os cães podem ouvir sons compreendidos numa banda mais larga (15-50 000 cps). Os morcegos, os golfinhos e as baleias emitem e reagem a frequências até cerca de 120 000 cps.

O volume de um som é uma variável psicológica fortemente relacionada com a *intensidade* do som. Por seu turno, a intensidade é uma grandeza física definida em termos de *fluxo de potência*, como, por exemplo, o número de watts por centímetro quadrado transmitidos através de uma superfície perpendicular à direcção do movimento da frente de onda. O ouvido humano pode distinguir uma vasta gama de intensidades sonoras. O quadro seguinte ilustra a gama de intensidades, expressas em relação a um nível de  $10^{-16}$  watts por centímetro quadrado (intensidade relativa = 1), abaixo do qual o ouvido normal não distingue os sons.

INTENSIDADE RELATIVA	SOM
1	Limiar do ouvido
$10^1$	Respiração normal
$10^2$	Folhas agitadas por uma brisa
$10^3$	
$10^4$	Biblioteca
$10^5$	Restaurante sossegado
$10^6$	Conversa entre duas pessoas
$10^7$	Trânsito intenso
$10^8$	Aspirador
$10^9$	Ruído das cataratas de Niágara
$10^{10}$	Metropolitano
$10^{11}$	
$10^{12}$	Avião a hélice na descolagem
$10^{13}$	Disparo de arma de fogo
$10^{14}$	Pequeno avião a jacto na descolagem
$10^{15}$	
$10^{16}$	Túnel de vento
$10^{17}$	Foguetão espacial no arranque

Os níveis de intensidade de ruído cerca de  $10^{12}$  vezes a intensidade de limiar podem provocar uma sensação de cócegas no ouvido; acima de  $10^{13}$ , a sensação passa a ser de dor e pode haver dano para o ouvido desprotegido.

## Ruído e Estampido Sonoro

O mundo está cada vez mais barulhento em consequência dos desagradáveis ruídos causados pelo homem. Trata-se de um grande incômodo que se pode tornar fatigante, penoso e, por vezes, até prejudicial fisicamente. Um ruído intenso e prolongado pode provocar surdez temporária. Um ruído muito intenso, que se mantenha durante muito tempo, pode dar lugar a um certo grau de surdez permanente, sobretudo em relação a sons de alta frequência.

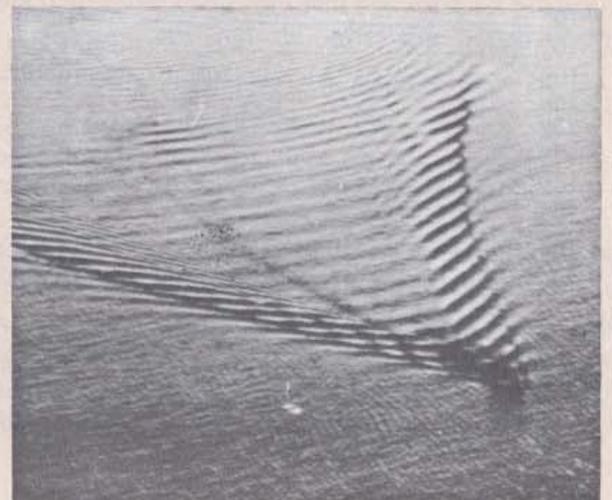
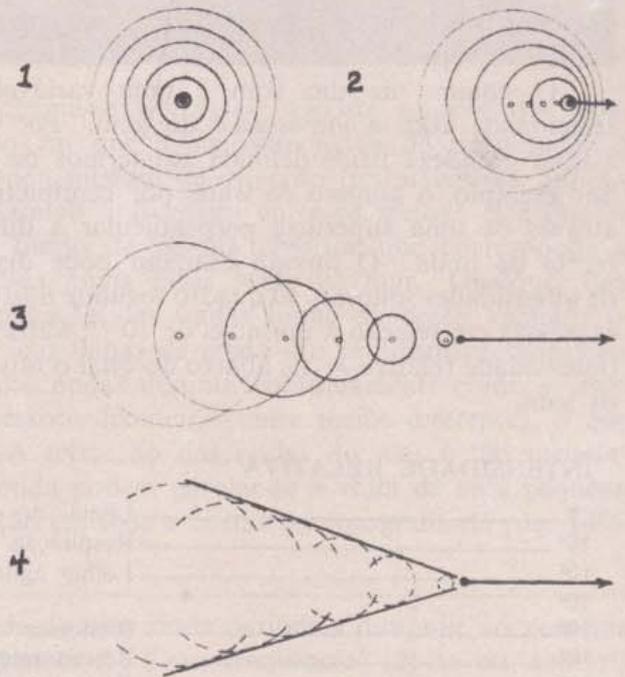
Muitas vezes o processo mais simples de atenuar o ruído consiste em deixar que ele seja *absorvido* depois de ter sido produzido mas antes de chegar aos ouvidos. Tal como qualquer som, o ruído é a energia do movimento de vaivém do meio através do qual se propaga. O ruído das máquinas barulhentas pode ser abafado recorrendo a coberturas acolchoadas nas quais a energia do ruído é convertida em calor e deste modo dissipada. Numa sala, um tapete espesso que cubra o chão pode absorver 90% do ruído. Cerca de 30 cm de neve fresca absorvem quase totalmente o ruído exterior; basta reparar como as cidades e os campos ficam extraordinariamente silenciosos após um nevão.

Nos últimos anos, um novo tipo de ruído fez a sua aparição: o estampido sonoro. Um tal estampido produz-se sempre que uma fonte sonora se desloca no ar com uma velocidade superior à do som (velocidade supersónica). O som propaga-se no ar com uma velocidade de 340 metros por segundo (cerca de 1 200 quilómetros por hora) mas vários tipos de aviões militares podem deslocar-se com velocidades duas ou três vezes maiores. Voando a tais velocidades, os aviões produzem inevitável e continuamente estampidos sonoros. O mesmo se passa com aviões de transporte supersónicos que têm sido construídos para fins civis. O inevitável estampido levanta questões importantes: Qual é o preço do "progresso" tecnológico? Quem o paga? *Devemos* pagá-lo? Deverão os aviões supersónicos ser usados? Que peso tem o cidadão em decisões que afectam tão violentamente o seu ambiente?

A formação de um estampido sonoro é análoga à formação da esteira de um barco. Consideremos uma origem pontual de ondas. Se ela permanecer imóvel no meio, a onda

produzida propaga-se simetricamente como se vê no diagrama 1. Mas se a origem da perturbação se *desloca* através do meio, cada nova crista inicia-se num ponto diferente, como se vê no diagrama 2.

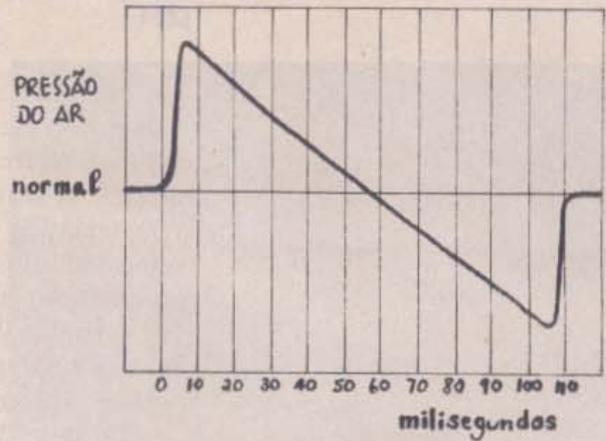
Note-se que o comprimento de onda se torna menor na frente do objecto e maior na traseira. (É o chamado *efeito Doppler*). Se a origem das ondas se deslocar através do meio *mais rapidamente que a onda*, as cristas e os cavados correspondentes vão sobrepor-se e interferir uns com os outros como se vê no diagrama 3. A interferência será predominantemente destrutiva em toda a parte excepto sobre a linha tangente às frentes de onda, representada no diagrama 4. O resultado é uma esteira que se espalha como uma cunha a partir da origem das ondas (ver fotografia ao fundo da página).



Todas estas noções se aplicam não só às ondas da água mas também às ondas sonoras, inclusive às perturbações produzidas no ar por um avião em movimento. Se a origem sonora se deslocar mais rapidamente que o som, forma-se uma esteira cônica (a 3 dimensões) que se afasta da origem.

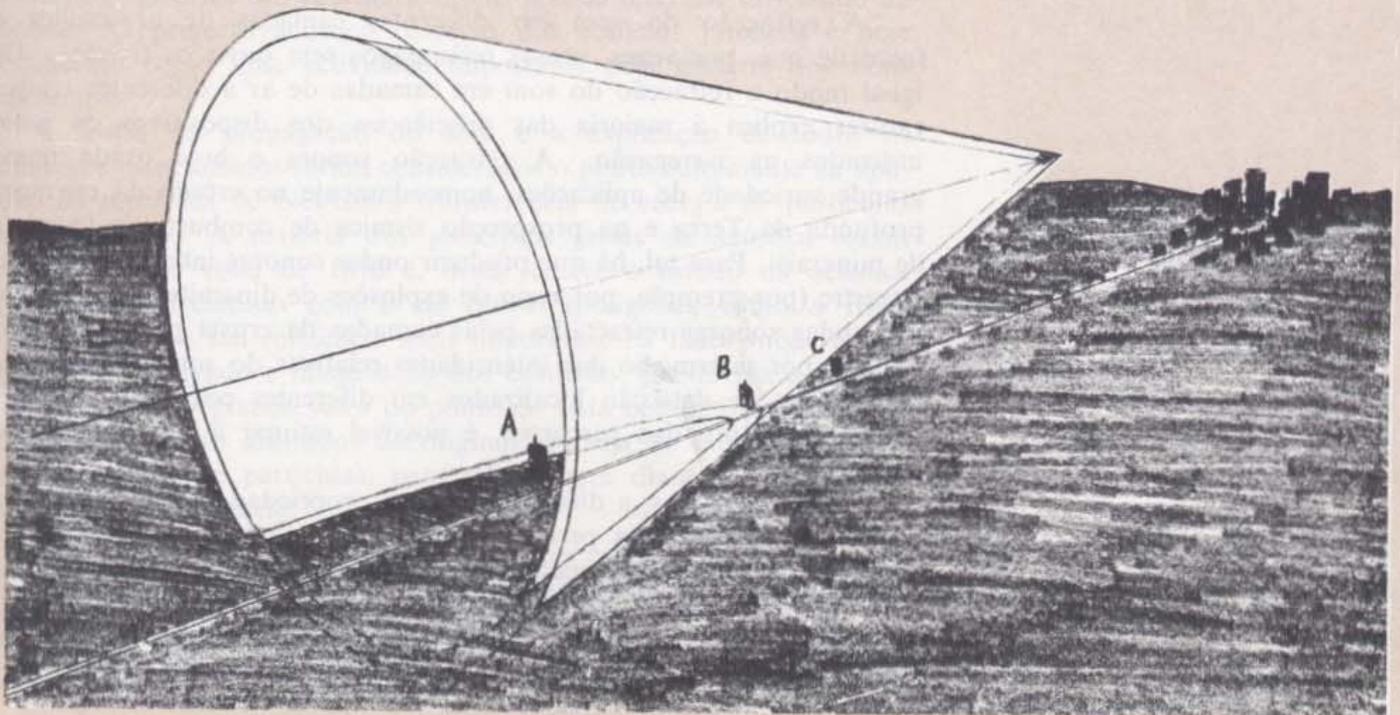
Na realidade, formam-se dois cones entre os quais a variação de pressão é muito brusca: um tem a sua origem na frente do avião e o outro na cauda, como se indica no gráfico à direita.

Uma vez que a onda de choque dupla segue atrás do avião, a zona do solo em que as pessoas e as casas podem ser impressionadas pelo estampido é tão extensa como o próprio percurso do voo supersônico. Numa tal zona, que em casos típicos tem milhares de quilômetros de comprimento e 80 quilômetros de largura, podem viver milhões de pessoas. Ensaaios feitos com aviões voando a velocidades supersônicas mostram que um só voo de um avião supersônico de 350 toneladas pode causar danos em vidros, estuques, muros, etc., no montante de muitas dezenas de milhares de escudos e causar sustos e incômodos a milhões de pessoas. Deste modo, o voo supersônico de tais aviões só poderá ser autorizado sobre os oceanos, podendo mesmo acontecer que o incômodo causado às pessoas que vivem nas costas, nas ilhas, etc., seja tão grande que se torne necessário limitar, também, os sobrevoos dos oceanos.



Esta curva representa o estampido sonoro típico provocado por um avião que se desloca a uma velocidade supersônica (velocidade superior a cerca de 1 200 quilômetros por hora). A pressão aumenta quase instantaneamente, em seguida diminui de uma forma relativamente lenta até pressões inferiores à normal e por último volta a aumentar quase instantaneamente. O segundo aumento de pressão ocorre cerca de 0,1 segundo após o primeiro, "duplicando" o estampido sonoro.

Onda de choque em forma de duplo cone, ou estampido sonoro, produzido por um avião que se desloca (a 20 000 metros de altitude) com uma velocidade tripla da do som. O edifício B está a ser atingido pela onda de choque. O edifício A foi atingido há alguns segundos e o edifício C será atingido dentro de alguns segundos.



Sempre foi óbvio que o som demora algum tempo a percorrer a distância entre o emissor e o receptor. Assim, é frequente a luz e o som aparecerem associados no mesmo acontecimento (por exemplo, durante as trovoadas) e sempre o som é recebido mais tarde. Em 1640, o matemático francês Marin Mersenne calculou pela primeira vez a velocidade do som no ar, a partir do intervalo de tempo entre os ecos produzidos a uma distância conhecida. Foram necessários 70 anos para que o inglês William Derham obtivesse um valor próximo das medidas modernas, a partir da observação do relâmpago e do estampido de canhões distanciados cerca de 19 km.

O som desloca-se no ar a 20°C com uma velocidade próxima de 344 metros por segundo. Como acontece com todas as ondas, a velocidade das ondas sonoras depende das propriedades do meio — da temperatura, da densidade e da elasticidade. Em geral as ondas sonoras propagam-se mais rapidamente nos líquidos do que nos gases e ainda mais rapidamente nos sólidos. Na água do mar, a velocidade é cerca de 1490 m/s; no aço, cerca de 4 900 m/s; no quartzo, cerca de 5 500 m/s.

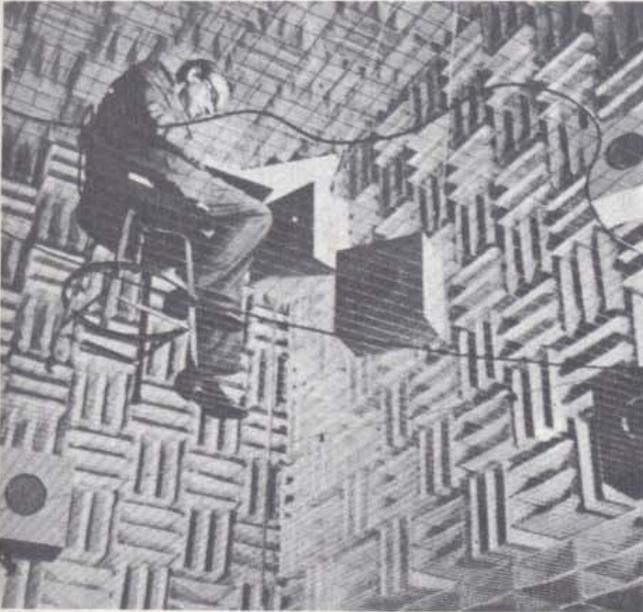
A interferência das ondas sonoras pode ser observada de diversas maneiras. Por exemplo, numa grande sala com superfícies reflectoras do som, há pontos “mortos” em que as ondas sonoras reflectidas se anulam. Os engenheiros de som têm que ter isto em conta ao projectarem um auditório, designadamente ao escolherem os materiais e as respectivas formas e posições. Um outro exemplo interessante de interferência do som é o fenómeno conhecido pela designação de *batimentos*. Quando duas notas produzidas com frequências ligeiramente diferentes são ouvidas ao mesmo tempo, interferem produzindo batimentos, ou seja uma pulsação sonora rítmica. Os afinadores de pianos e os tocadores de instrumentos de corda utilizam este facto para ajustar duas cordas sobre a mesma frequência, actuando sobre uma e outra até deixarem de ouvir os batimentos.

A refacção do som em diferentes camadas de ar explica o facto de que, por vezes, vemos relâmpagos sem ouvir os trovões. De igual modo a refacção do som em camadas de ar a diferentes temperaturas explica a maioria das deficiências dos dispositivos de *sonar* utilizados na navegação. A refacção sonora é hoje usada numa grande variedade de aplicações, nomeadamente no estudo da estrutura profunda da Terra e na prospecção sísmica de combustíveis fósseis e de minerais. Para tal, há que produzir ondas sonoras intensas na crosta terrestre (por exemplo, por meio de explosões de dinamite). O percurso das ondas sonoras refractadas pelas camadas da crosta pode ser determinado por intermédio das intensidades relativas do som recebido por dispositivos de detecção localizados em diferentes posições. A partir do conhecimento dos percursos, é possível estimar a composição das camadas.

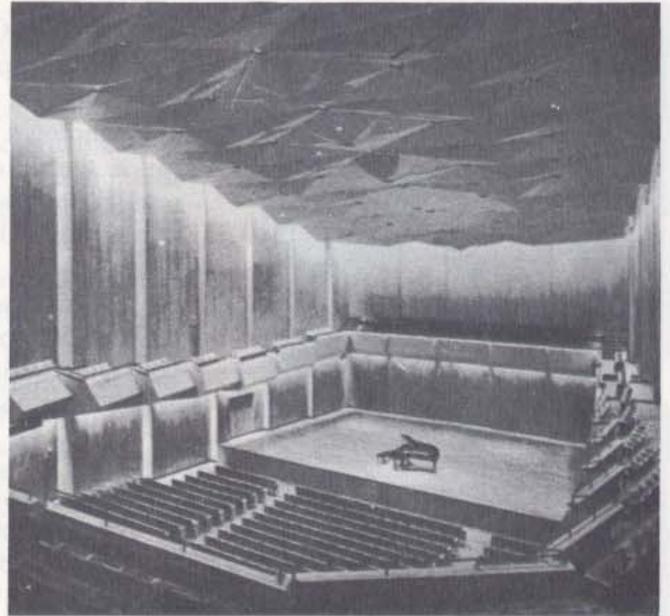
Como já vimos, a difracção é outra propriedade característica das ondas sonoras que lhes permite contornar as esquinas e os obstáculos e atingir os ouvintes situados dentro do seu campo de acção. As ondas sonoras também são reflectidas quando encontram uma fronteira entre meios diferentes. Os efeitos de eco (que podem ser produzidos artificialmente por dispositivos electrónicos) tornaram-se familiares para

GE 12.33-12.35

O artigo «Silêncio, por favor» da *Colecção 3* é uma fantasia divertida acerca da sobreposição das ondas.



Uma câmara acústica ou câmara sem eco utilizada para experiências de acústica. O som é quase completamente absorvido durante as reflexões múltiplas que sofre nas cunhas de material mole que cobre as paredes.



A sala de concertos do “Krannert Center for the Performing Arts” da Universidade de Illinois foi acusticamente projectada para permitir audições sem amplificação.

os amadores de música ligeira. O som “vivo” de uma sala vazia resulta das múltiplas reflexões das ondas que são usualmente absorvidas pelas mobílias, pelos tapetes e pelas cortinas. Os fenómenos arquitecturais conhecidos como “galerias dos murmúrios” (há uma sob a abóbada do Capitólio em Washington, EUA) mostram como o som pode ser focado pela reflexão em superfícies curvas. As salas laboratoriais em que a reflexão é mínima são designadas por “câmaras acústicas” e, tal como as galerias dos murmúrios, têm grande interesse no estudo da acústica. O projecto acústico correcto dos edifícios públicos é hoje reconhecido como uma actividade importante pela maioria dos bons arquitectos.

A teoria da propagação do som e a explicação de todos os fenómenos mencionados foram considerados o ponto culminante da aplicação da mecânica de Newton à transferência de energia de partículas em movimento. A maioria dos princípios gerais da acústica foram descobertos por volta de 1870 e, desde então, o estudo da acústica tem estado entrelaçado com o de outras disciplinas como a física quântica. Mas a sua influência mais importante na física moderna foi talvez o ter motivado a imaginação dos cientistas, por forma a levá-los a tomar a sério o grande valor do ponto de vista ondulatório — mesmo em domínios muito afastados do original, ou seja do estudo do movimento conjunto de partículas, para trás e para diante ou para cima e para baixo, num meio.

Q32 Indique cinco comportamentos característicos das ondas que podem ser observados com ondas sonoras.

Q33 Porque é que as ondas sonoras não podem ser polarizadas?



**EPÍLOGO** Os cientistas do século XVII pensavam que poderiam eventualmente explicar todos os fenômenos físicos reduzindo-os a matéria e movimento. Esta concepção mecanicista passou a ser conhecida como a cosmologia newtoniana, dado que o seu êxito mais impressionante foi a teoria de Newton do movimento dos planetas. Newton e os seus contemporâneos propuseram a aplicação de métodos semelhantes à resolução de outros problemas, como foi referido no Prólogo deste volume.

O entusiasmo inicial por esta nova concepção científica é expresso vivamente por Henry Power no seu livro *Experimental Philosophy* (1664). Dirigindo-se aos seus colegas filósofos da natureza (ou cientistas, como hoje lhes chamamos), Henry Power escrevia:

Vós sois os Espíritos soltos e elásticos do mundo, que, removendo todas as ninharias iniciais e todas as resistências prejudiciais, abriram o caminho para que a inteligência ágil se lançasse na sua desejada Expansão...

...Esta é a Era em que (assim o penso) a Filosofia chega como uma maré... Vejo como todas as velhas Ninharias são levadas e deitadas fora por tão poderosa inundação. Estes são os dias do lançamento das novas Fundações de uma Filosofia ainda mais maravilhosa, que jamais será derrubada: a que figurará de forma Empírica e Perceptível os *Fenómenos* da Natureza, deduzindo as suas causas a partir de Exemplos Naturais como aquelas que sabemos que são produtivas pela Arte e pela infalível demonstração da Mecânica; e, certamente, este é o caminho e não outro, para construir uma verdadeira e permanente Filosofia.

Na época de Power ainda havia muita gente que não considerava a velha cosmologia de Aristóteles como uma ninharia para deitar fora. Para essas pessoas, ela proporcionava um sentimento tranquilizante de unidade e de correlação entre os fenômenos naturais. Elas temiam que esta unidade se perdesse se tudo fosse simplesmente reduzido a átomos movendo-se ao acaso no espaço. O poeta John Donne, em 1611, lamentava a mudança de cosmologia que já estava a ter lugar:

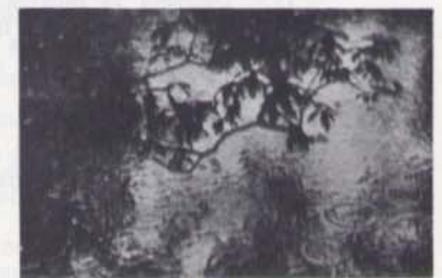
E a nova Filosofia, põe tudo em questão,  
O Elemento fogo é completamente apagado;  
O Sol está perdido, assim como a Terra,  
e nenhum talento humano  
Pode orientar bem o homem para o procurar.  
Homens confessam sinceramente que este mundo está acabado,  
Ao procurarem nos Planetas e no Firmamento  
Tantos mundos novos; vêm-no então  
Outra vez desfeito em Átomos.  
Tudo feito em bocados, toda a coerência perdida...

A física de Newton forneceu métodos poderosos para analisar o mundo e para descobrir os princípios básicos que governam os movimentos das porções individuais de matéria. Mas a complexidade e a riqueza de processos que ocorrem no mundo real pareciam infinitas. Poderia a física de Newton explicar com o mesmo êxito estes acontecimentos reais, tal como trata os processos imaginados num vazio

hipotético? Na realidade, poderiam as sensações de cor, som e aroma ser reduzidas unicamente a matéria e movimento? No século XVII, e mesmo no século XVIII, era muito cedo para se poder esperar que a física de Newton respondesse a tais perguntas; muito trabalho havia ainda a fazer para estabelecer os princípios básicos da mecânica e para os aplicar aos problemas astronómicos. O ataque em profundidade às propriedades da matéria e da energia teve que esperar até ao século XIX.

Neste volume, pudemos apreciar algumas das generalizações e aplicações da mecânica de Newton levadas a cabo, com êxito, no final do século XIX: por exemplo as leis de conservação, as novas explicações das propriedades do calor e dos gases e avaliações de algumas propriedades das moléculas. Foi introduzido o conceito de energia para ligar a mecânica ao calor e ao som e estudar-se-ão, na Unidade 4, ligações análogas à luz, à electricidade e ao magnetismo. Também se salientou que a aplicação da mecânica a nível molecular faz apelo a noções estatísticas e conduz a considerações interessantes acerca do sentido do tempo.

Ao longo da maior parte deste volume foi dada ênfase à aplicação da mecânica a porções separadas (ou moléculas) de matéria. Mas os cientistas concluíram que o modelo molecular não era o único meio de compreender o comportamento da matéria. Sem abandonar o ponto de vista fundamental da cosmologia newtoniana, os cientistas puderam interpretar muitos fenómenos (como a luz e o som) em termos de movimentos ondulatórios num meio material contínuo. Em meados do século XIX, era geralmente aceite que todos os fenómenos físicos podiam ser explicados por meio de uma teoria fazendo apelo, quer a partículas, quer a ondas. No próximo volume, ver-se-á até que ponto esta crença era válida, e começará a revelar-se um novo ponto de vista físico, baseado no conceito de campo. Por último, na Unidade 5, as partículas, as ondas e os campos aparecerão juntos, no contexto da física do século XX.



12.1 O material do Projecto Física particularmente apropriado para o Capítulo 12 inclui:

**Experiência**  
Som

**Actividades**  
Ondas Estacionárias num Tambor e num Violino  
Figuras de Moiré  
Actividades Musicais e Oratórias  
Medição da Velocidade do Som  
Máquinas de Ondas Mecânicas

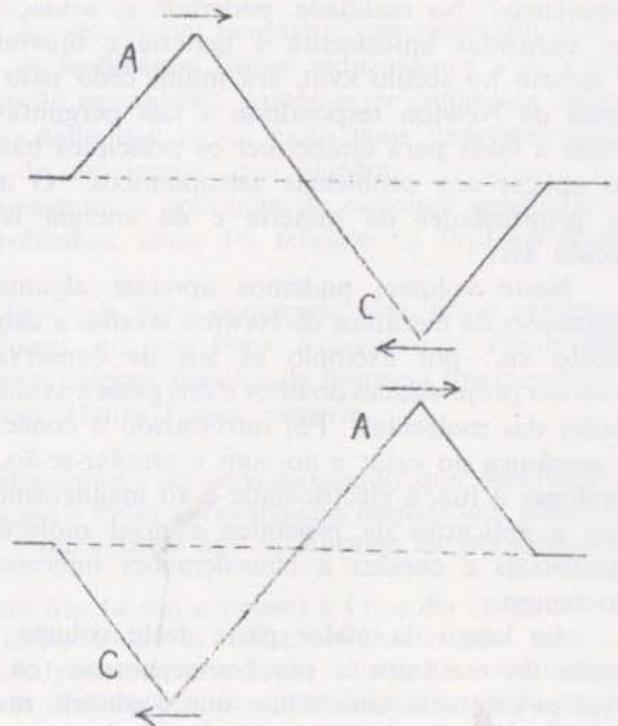
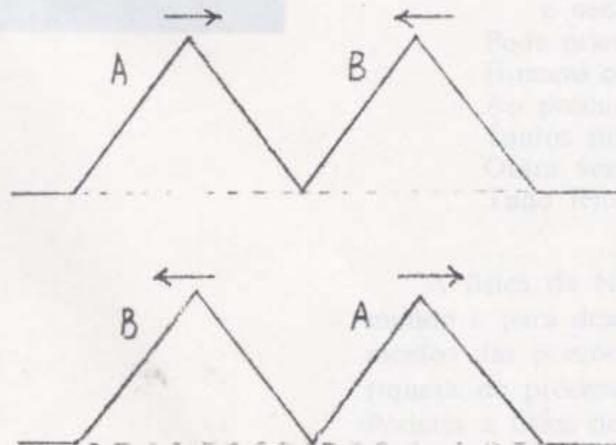
**Filmes Sem-Fim**  
Sobreposição  
Ondas Estacionárias numa Corda  
Ondas Estacionárias num Gás  
Vibrações de um Arame  
Vibrações de uma Mangueira de Borracha  
Vibrações de um Tambor  
Vibrações de uma Placa Metálica

**Artigos da Colectânea**  
*Silence, Please*  
*Frontiers of Physics Today: Acoustics Waves*  
*What is a Wave*  
*Musical Instruments and Scales*  
*Founding a Family of Fiddles*

12.2 Algumas ondas propagam-se com uma velocidade tão elevada que em geral nem nos apercebemos de qualquer atraso na transferência de energia. É o caso, por exemplo, do atraso entre a detecção da luz e do som quando se observa um relâmpago ou fogo de artifício: constata-se que o tempo de propagação dos sons produzidos perto de nós não é perceptível. Dê um exemplo de uma onda de compressão num sólido, iniciada em consequência de uma acção exercida numa extremidade, e cuja propagação é tão rápida que não nos apercebemos de qualquer demora até que um efeito se produza na outra extremidade.

12.3 Descreva as diferenças de fase da oscilação de várias partes do seu corpo quando caminha. Que pontos estão exactamente em fase? Que pontos estão desfasados de meio ciclo? Há alguns pontos desfasados de um quarto de ciclo?

12.4 A figura representa dois impulsos propagando-se numa corda A e B nos instantes anterior e posterior à sua sobreposição ( $t_1$  e  $t_2$ ). Divida o intervalo de tempo



entre  $t_1$  e  $t_2$  em quatro intervalos iguais e desenhe a forma da corda no final de cada intervalo.

12.5 Repita o exercício 12.4 para os dois impulsos A e C representados na figura de cima.

12.6 A onda da figura seguinte propaga-se para a direita ao longo de uma corda. Qual é a forma da onda que, ao propagar-se para a esquerda, pode, num dado instante, anular completamente a primeira?



12.7 A velocidade de uma porção de corda em qualquer instante, à medida que a percorrem ondas transversais, é a sobreposição das velocidades das ondas que passam por essa porção. Será que a energia cinética de uma porção de corda é a sobreposição das energias cinéticas das ondas que por ela estão a passar? Justifique a resposta.

12.8 Sobreponha graficamente as últimas três curvas da figura da p. 119 a fim de determinar a sua soma (que deverá ser a curva original).

12.9 Que forma terão as regiões nodais das ondas sonoras provenientes de dois altifalantes?

12.10 Imagine que um dispositivo detector de ondas se está a deslocar lentamente para a direita ou para a esquerda do ponto  $A_0$  da figura da página 123. Descreva o que o dispositivo de detecção regista.

12.11 Que tipo de figura de interferência é de esperar que se observe se a distância entre duas origens de ondas em fase for menor do que o comprimento de onda  $\lambda$ ?

Onde estarão situadas as linhas nodais e antinodais se as duas origens em fase estiverem separadas por uma distância  $\lambda$ ? E por uma distância  $\lambda/2$ ? Verifique que uma linha nodal adicional aparece de cada lado da linha antinodal central sempre que a distância entre as duas origens em fase é aumentada de um comprimento de onda.

12.12 Deduza uma equação, análoga a  $n\lambda l = dx_n$ , para os pontos nodais de uma figura de interferência produzida por duas origens em fase ( $d$  é a distância entre as origens,  $l$  a distância às origens e  $x_n$  a distância do  $n$ -ésimo nodo à linha central).

12.13 Se perturbar bruscamente uma mangueira de borracha esticada, com uma frequência igual à de uma onda estacionária, será que as ondas estacionárias se manifestam imediatamente? Se tal não acontecer, que factores determinam o atraso?

12.14 Com a mesma corda de guitarra é possível produzir várias notas variando o comprimento da corda vibrante (isto é, apertando-a a diversas alturas). Se o comprimento da corda for  $L$ , para que comprimentos terá que ser encurtada de modo a produzir (a) uma "quarta", (b) uma "quinta", (c) uma "oitava"?

12.15 É possível produzir ondas estacionárias no ar contido num vaso fechado (tal como uma garrafa ou um tubo de órgão). Num tubo fechado numa das extremidades, as moléculas de ar não podem deslocar-se livremente na extremidade fechada e, por conseguinte, a onda estacionária deverá apresentar um nodo nessa extremidade. Em contrapartida, na extremidade aberta, as moléculas estão quase completamente livres, pelo que as ondas estacionárias deverão apresentar um antinodo perto da extremidade aberta. (a) Qual é o comprimento de onda do modo fundamental da onda estacionária produzida num tubo de comprimento  $L$  fechado numa extremidade e aberto na outra? (Sugestão: qual é a onda mais longa que tem um nodo e um antinodo separados de  $L$ ?) (b) Qual é a expressão geral dos comprimentos de onda possíveis das ondas estacionárias produzidas num tubo fechado numa das extremidades? (c) Responda a (a) e a (b) no caso de um tubo aberto em ambas as extremidades.

12.16 Imagine que é possível produzir vibrações estacionárias numa ampola esférica de gelatina. Quais serão alguns dos possíveis modos de vibração? (Sugestão: que tipos de superfícies nodais simétricas poderão estabelecer-se?)

12.17 Suponha que ondas rectilíneas se aproximam de uma barreira delgada, também rectilínea, com alguns comprimentos de onda de extensão e colocada paralelamente às frentes de onda. Que prevê acerca da natureza da figura de difracção segundo a perpendicular à barreira que passa pelo respectivo centro? Porque é que, ao projectar-se um quebra-mar as pessoas têm que ter em atenção os efeitos da difracção?

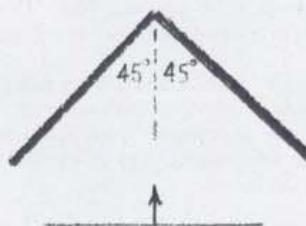
12.18 Um megafone emite o som segundo o seu eixo desde que o comprimento de onda do som seja pequeno em relação ao diâmetro da abertura. Estime o limite superior das frequências que são difractadas pela abertura de um megafone. É possível ouvir o que o orador grita mesmo que se esteja afastado do eixo do megafone?

12.19 Quanto mais estreita for a fenda aberta numa barreira, tanto mais próximo é o seu comportamento do de uma origem pontual de ondas. Porquê?

12.20 Sendo a luz uma onda, porque é que não se observa a sua difracção em fendas ou nas esquinas das casas?

12.21 Utilizando uma régua e um compasso, mostre que os raios da frente de onda reflectida representada na página 133 parecem provir de  $S'$ . Mostre também que isto está de acordo com a relação  $\theta_i = \theta_r$ .

12.22 Uma onda plana aproxima-se de uma barreira reflectora em forma de ângulo recto como se mostra na figura. Determine a forma, dimensão e direcção da onda depois de ter sido completamente reflectida pela barreira.

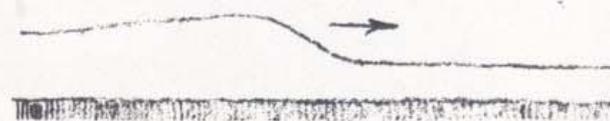


12.23 Com o auxílio de uma régua e de um compasso, reproduza a parte (b) da figura do fundo da página 134 e determine a distância do centro da circunferência ao ponto  $P$  em termos do raio da circunferência  $r$ . Faça o raio da sua circunferência muito maior do que a figura. (Sugestão: as linhas a tracejado dispõem-se segundo os raios).

12.24 Verifique que um reflector parabólico faz convergir realmente os feixes paralelos no foco. Desenhe uma parábola  $y = kx^2$  (escolhendo um valor conveniente de  $k$  e alguns raios paralelos ao eixo como na parte (c) da figura do fundo da página 134. Construa segmentos de recta perpendiculares à parábola nos pontos em que os raios a atingem e desenhe os raios reflectidos do outro lado das perpendiculares e formando ângulos iguais.

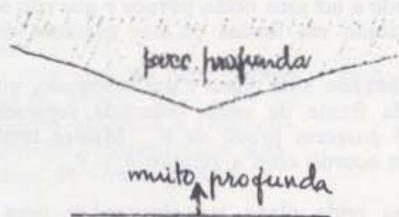
12.25 A distância focal de um reflector curvo é a distância do reflector ao ponto em que os raios paralelos são focados. Utilize o desenho do GE 12.24 para determinar a distância focal de uma parábola expressa em termos de  $k$ .

12.26 Recordando que as ondas à superfície da água se deslocam mais lentamente nas regiões menos profundas, que espera que aconteça à forma de onda representada abaixo, à medida que ela se propaga para a direita? Preste especial atenção à zona em que a profundidade varia. Pode usar a linha de raciocínio que empregou para explicar, pelo menos em parte, a causa das rebentações perto de uma praia?



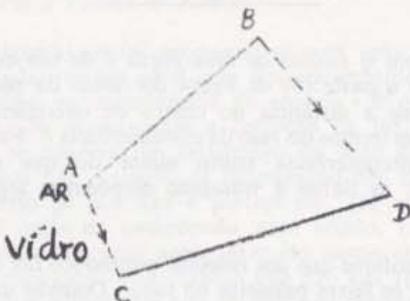
12.27 Uma onda direita aproxima-se da fronteira entre a região em que a água é profunda e aquela em que é

pouco profunda, tal como se mostra na figura. Descreva a forma da onda ao atravessar a fronteira e à medida que prossegue na água pouco profunda.



12.28 Na página seguinte apresenta-se uma fotografia aérea das ondas do mar que provêm do canto superior direito e encontram uma pequena ilha. Descreva o fenómeno ondulatório evidenciado neste encontro.

12.29 O diagrama abaixo mostra duas posições sucessivas,  $AB$  e  $CD$ , de um trem de ondas sonoras ou luminosas, antes e depois de atravessar uma fronteira entre ar e vidro. O tempo necessário para ir de  $AB$  a  $CD$  é igual ao período da onda.



- Indique e assinale um ângulo igual ao ângulo de incidência  $\theta_A$ .
- Indique e assinale um ângulo igual ao ângulo de refração  $\theta_B$ .
- Designe o comprimento de onda no ar,  $\lambda_A$ .
- Designe o comprimento de onda no vidro,  $\lambda_B$ .
- Mostre que  $v_A/v_B = \lambda_A/\lambda_B$ .
- Se tiver conhecimentos de trigonometria, mostre que  $\sin \theta_A/\sin \theta_B = \lambda_A/\lambda_B$ .

12.30 Uma onda periódica atravessa uma fronteira direita entre duas porções de água com profundidades diferentes. O ângulo de incidência é de  $45^\circ$  e o ângulo de refração é de  $30^\circ$ . A velocidade de propagação na zona profunda é de  $0,35$  m/s e a frequência da onda vale 10 ciclos por segundo. Determine os comprimentos de onda na zona profunda e na zona menos profunda.

12.31 Examine a figura (d) da página 137. Verifique que se uma onda se aproximar da fronteira entre o meio 1 e o meio 2 vinda de baixo, segundo a direcção do raio refracto da figura, a sua direcção de refração coincidirá com a do raio incidente da figura. Trata-se de mais um exemplo de regra geral segundo a qual se uma onda se propaga numa dada direcção e sentido, também se poderia propagar na mesma direcção e em sentido contrário. Por outras palavras, os trajectos das ondas são reversíveis.

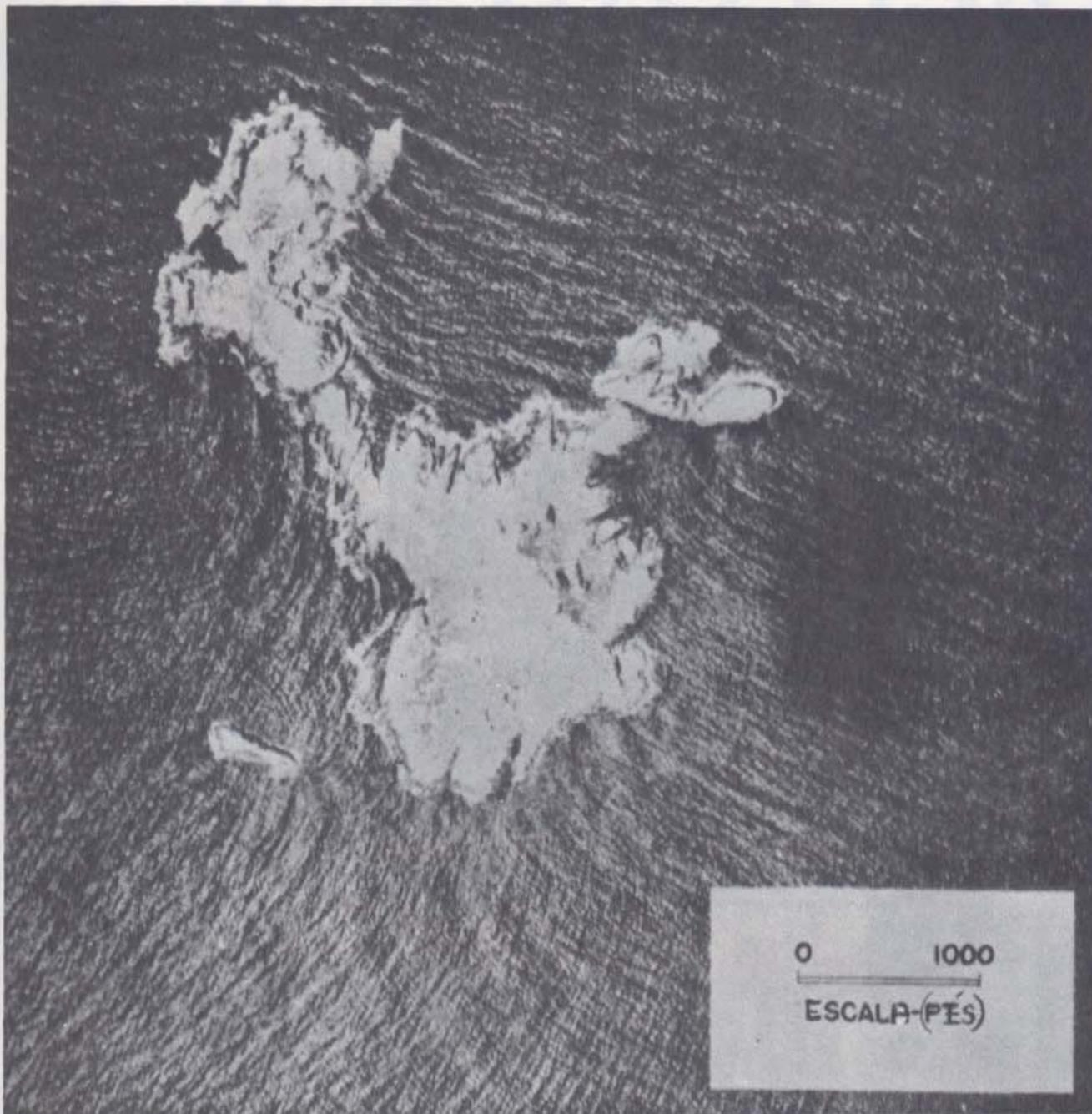
12.32 Suponha que, num quarto extremamente sossegado, mal pode ouvir um mosquito que voa à distância de um metro.

- Qual é a potência sonora do mosquito?
- Quantos mosquitos serão necessários para fornecer a potência de uma lâmpada de 100 watts?
- Se o enxame estivesse a 10 metros de distância, a que é que o som se assemelharia? (A intensidade do som diminui proporcionalmente ao quadrado da distância à origem).

12.33 Como é possível utilizar as ondas sonoras para traçar as cartas do fundo dos oceanos?

12.34 Determine o comprimento de onda de uma onda de 1 000 ciclos por segundo que se propaga no ar; na água; no aço (utilize dados fornecidos no texto). Faça o mesmo para  $f = 10\,000$  ciclos por segundo. Indique as dimensões de um dispositivo experimental que permita mostrar a interferência das ondas sonoras de 1 000 cps provenientes de duas fontes.

12.35 As ondas só são reflectidas por um objecto segundo uma direcção definida desde que o respectivo comprimento de onda seja pequeno comparado com as dimensões do objecto. Isto é válido tanto para as ondas sonoras como para quaisquer outras. Com base neste facto, determine a frequência com que um morcego deve emitir para apanhar uma traça ou uma mosca. Alguns morcegos conseguem detectar a presença de um arame com cerca de  $0,12$  mm de diâmetro. Para tanto, com que frequência aproximada deverão emitir?



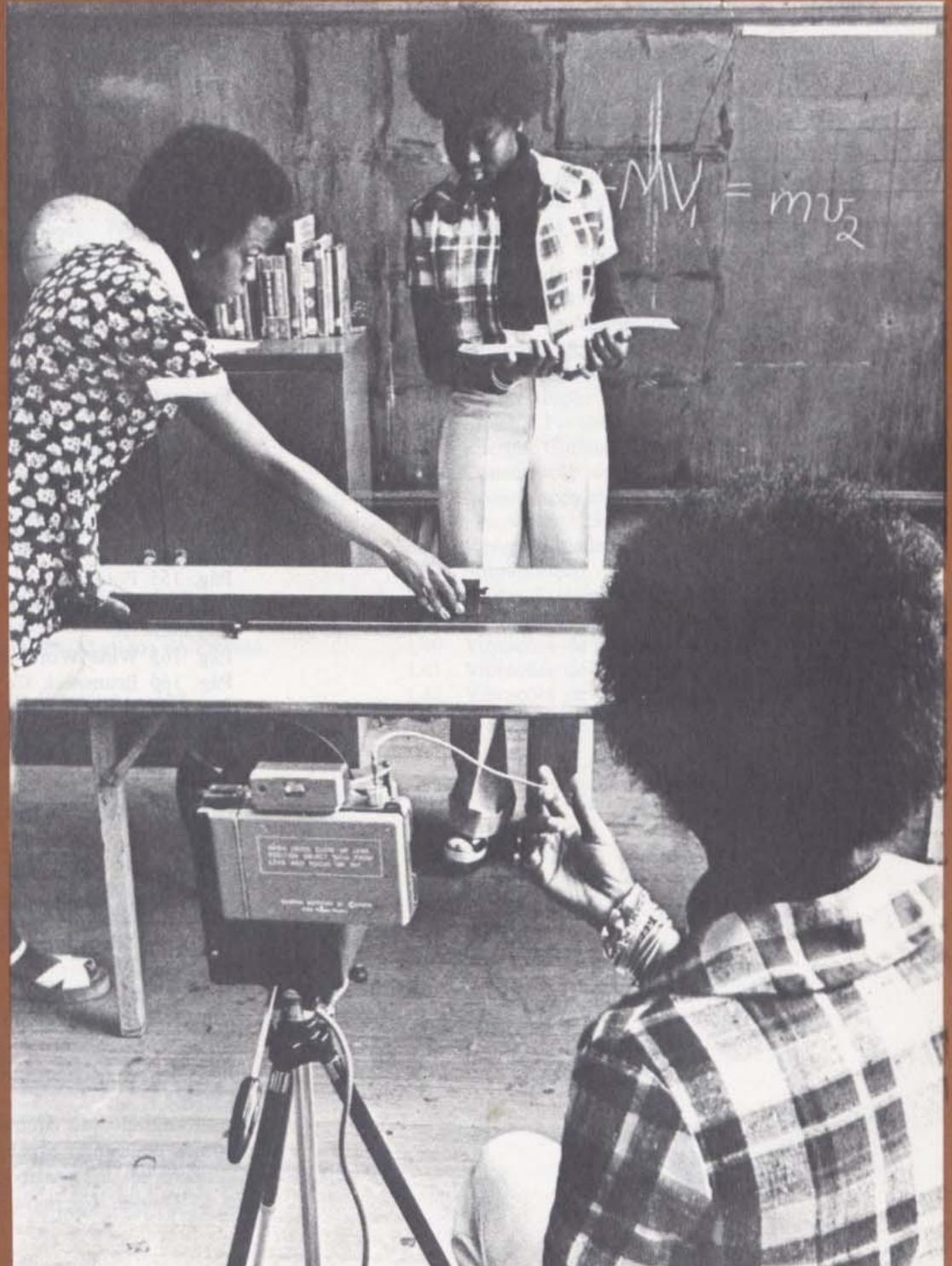
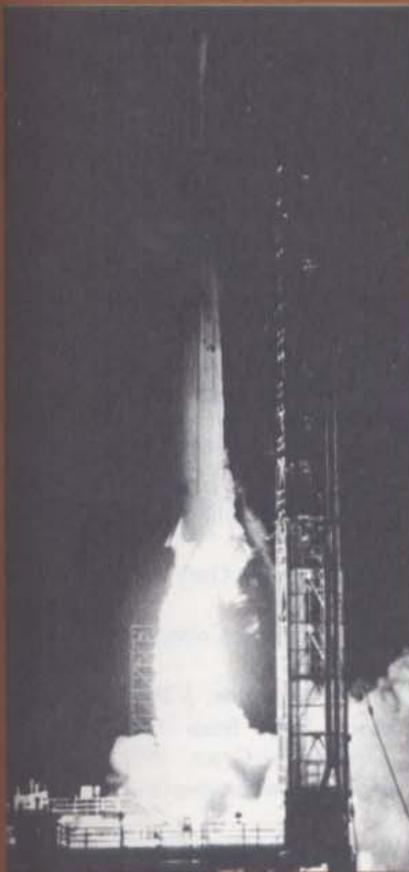
Refracção, reflexão e difracção de ondas junto à ilha de Farallon, na Califórnia. Há rebentação em torno de toda a costa. A ondulação proveniente do canto superior direito rodeia ambos os lados da ilha e produz uma figura cruzada na parte inferior. A ilhota "irradia" ondas em todas as direcções (fotografia da Marinha dos Estados Unidos).



# PROJECTO FÍSICA

## UNIDADE 3

MANUAL DE EXPERIÊNCIAS E ACTIVIDADES



# PROJECTO FÍSICA

UNIDADE 3

MANUAL DE EXPERIÊNCIAS E ACTIVIDADES



## Fotografias do Manual

Capa (canto superior esquerdo) desenho de Charles Gary Solin e reproduzido com a sua autorização. Fotografia do foguetão, cortesia de Douglas Missile and Space Systems Division (à direita) fotografia de Lonny Kalfus.

Pág. 155 Fotografia de Lonny Kalfus.

Pág. 163 Fotografia de J. Ph. Charbonnier (Photo Researchers).

Pág. 165 Wide World Photo.

Pág. 166 Brunswick Corporation.

Pág. 225 (desenho) com autorização de Johnny Hart and Field Enterprises, Inc.

Págs. 200, 214, 215 Desenhos de Charles Gary Solin e reproduzidos com a sua autorização.

Pág. 210 "Black Country", The Mansell Collection, London.

Pág. 211 Carl Rose, New Yorker Magazine, 3/28/70.

Pág. 211 Desenho de Cartoon Laffs from True, Fawcett Publications, Inc., Greenwich, Conn., 1958.

Pág. 217 "Physics and Music", *Scientific American*, July 1948.

Pág. 235 Linda Cronquist, Wheat Ridge High School, Wheat Ridge, Colorado.

Todas as fotografias usadas nos filmes-sem-fim foram obtidas por deferência do National Film Board of Canada.

As fotografias do equipamento de laboratório e dos alunos realizando experiências foram obtidas com a cooperação do quadro editorial do Project Physics e da Damon Corporation.

# ÍNDICE DO MANUAL

## Experiências

- 3.1 Colisões a Uma Dimensão I 154
- 3.2 Colisões a Uma Dimensão II 155
- 3.3 Colisões a Duas Dimensões I 163
- 3.4 Colisões a Duas Dimensões II 166
- 3.5 Conservação de Energia I 172
- 3.6 Conservação de Energia II 175
- 3.7 Medição da Velocidade de uma Bala 176
- 3.8 Análise da Energia de um Pêndulo Oscilante 178
- 3.9 Energia Mínima 179
- 3.10 Temperatura e Termómetros 181
- 3.11 Calorimetria 184
- 3.12 Calorimetria do Gelo 187
- 3.13 Experiência de Monte-Carlo sobre Colisões Moleculares 188
- 3.14 Comportamento dos Gases 194
- 3.15 Propriedades das Ondas 198
- 3.16 Ondas num Tina de Ondas 199
- 3.17 Medição do Comprimento de Onda 201
- 3.18 Som 202
- 3.19 Ultra-sons 205

## Actividades

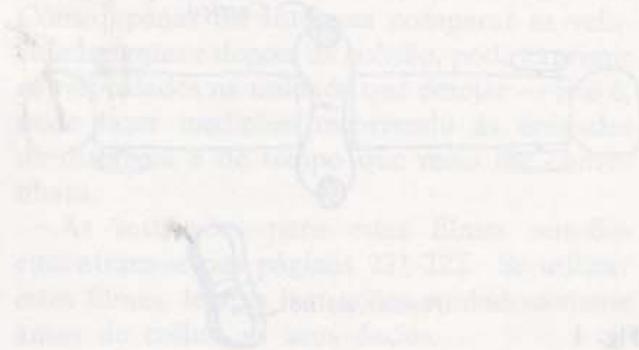
- A Massa Conserva-se? 208
- Dispositivos de Troca de Momento Linear 208
- Potência de um Estudante 209
- Barco Movido a Vapor 210
- Problemas de Crescimento Científico e Tecnológico 210
- Previsão do Alcance de uma Flecha 211
- Pato Bebedor 212
- Equivalente Mecânico do Calor 212
- Um Mergulhador numa Garrafa 212
- Como Pesar um Carro com um Medidor de Pressão de Pneus 214
- Máquinas com Movimento Perpétuo? 214
- Ondas Estacionárias num Tambor ou num Violino 216

Figuras de Moiré 217

- Actividades Musicais e Oratórias 218
- Medição da Velocidade do Som 218
- Máquinas de Ondas Mecânicas 219

## Notas sobre os Filmes Sem-Fim

- L18 Colisões a Uma Dimensão I 221
- L19 Colisões a Uma Dimensão II 222
- L20 Colisões Inelásticas a Uma Dimensão 222
- L21 Colisões a Duas Dimensões I 222
- L22 Colisões a Duas Dimensões II 223
- L23 Colisões Inelásticas a Duas Dimensões 224
- L24 Dispersão de um Grupo de Objectos 224
- L25 Explosão de um Grupo de Objectos 225
- L26 Cálculo da Velocidade de uma Bala de Espingarda I 226
- L27 Cálculo da Velocidade de uma Bala de Espingarda II 227
- L28 Recuo 228
- L29 Colisão de Vagões de Mercadorias 229
- L30 Dinâmica de uma Bola de Bilhar 230
- L31 Um Método de Avaliação de Energia — Introdução de Pregos em Madeira 230
- L32 Energia Potencial Gravitacional 231
- L33 Energia Cinética 232
- L34 Conservação de Energia — Salto à Vara 233
- L35 Conservação de Energia — Descolagem de um Avião 234
- L36 Reversibilidade do Tempo 235
- L37 Sobreposição 236
- L38 Ondas Estacionárias numa Corda 237
- L39 Ondas Estacionárias num Gás 238
- L40 Vibrações de um Arame 239
- L41 Vibrações de uma Mangueira de Borracha 240
- L42 Vibrações de um Tambor 241
- L43 Vibrações de uma Placa Metálica 241



# EXPERIÊNCIAS

## EXPERIÊNCIA 3.1

### COLISÕES A UMA DIMENSÃO — I

Nesta experiência estudará o movimento de dois objectos que interactuam a uma dimensão. As interacções (explosões e colisões, nos casos considerados aqui) dizem-se a uma dimensão porque os objectos se movem ao longo de uma única linha recta. O objectivo é procurar as quantidades ou as combinações de quantidades que se mantêm invariáveis antes e depois da interacção — isto é, quantidades que se conservam.

As explosões e as colisões experimentais podem parecer-lhe não só sem interesse mas também artificiais e diferentes das que observa no dia-a-dia. Isto é típico de muitas experiências científicas, em que a situação é simplificada para mais facilmente se poder efectuar medições significativas e descobrir modelos para os fenómenos observados. As leis subjacentes são as mesmas para todos os fenómenos, tenham ou não lugar no laboratório.

Aqui descrevem-se duas maneiras diferentes de observar as interacções (duas outras são descritas na Experiência 3.2). Provavelmente utilizará apenas uma delas. Em cada método, procura-se reduzir o mais possível o atrito entre os objectos interactuantes e o meio exterior, de modo que os objectos constituam aproximadamente um sistema isolado. Seja qual for o método que seguir, deverá tratar os seus resultados da maneira descrita na secção final: *Análise dos dados*.

#### Método A — Carros dinâmicos

As “explosões” são fáceis de estudar utilizando carros dinâmicos de fraco atrito. Aperte uma mola de aço plana e ate-a com um pedaço de fio, de modo a mantê-la comprimida. Coloque a mola comprimida entre dois carros

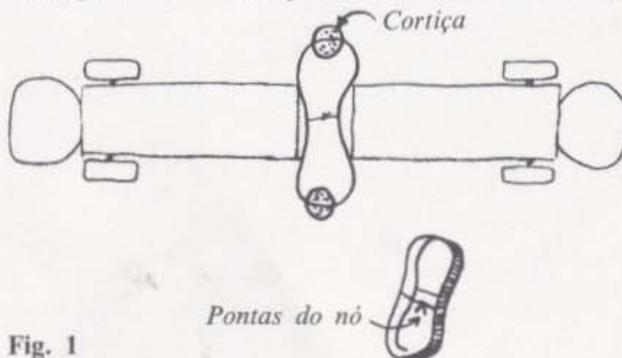


Fig. 1

assentes no chão ou sobre a superfície lisa de uma mesa (fig. 1). Ao libertar a mola, por exemplo queimando o fio, os carros são projectados um para cada lado com velocidades que podem ser medidas através de uma fotografia estroboscópica ou utilizando uma das técnicas aprendidas nas primeiras experiências.

Carregue os carros com pesos diferentes de maneira a obter razões simples entre as suas massas, por exemplo 2 para 1 ou 3 para 2. Efectue medições para tantas razões diferentes entre massas quanto o tempo lho permitir. Como o atrito trava gradualmente os carros, deve medir as velocidades imediatamente após a explosão (isto é, a partir do momento em que a mola deixa de empurrar).

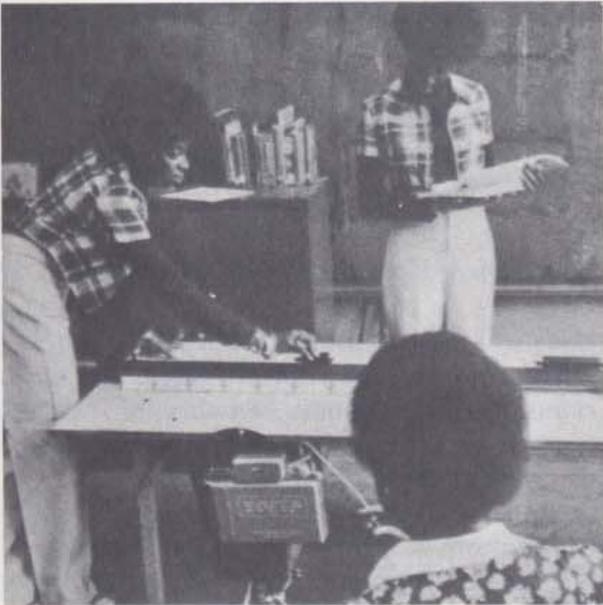
Como lhe interessa apenas comparar as velocidades dos dois carros, pode exprimir estas velocidades em quaisquer unidades, sem se preocupar com a escala exacta da fotografia ou com a frequência exacta do estroboscópio. Por exemplo, pode utilizar a unidade de distância medida directamente na fotografia (em milímetros) e tomar para unidade de tempo o intervalo de tempo que decorre entre duas imagens estroboscópicas consecutivas. Se proceder deste modo, as velocidades registadas nos seus apontamentos serão expressas em mm/intervalo.

Lembre-se que pode efectuar as medições tanto sobre o negativo do filme Polaroid como sobre o positivo.

#### Método B — Calha de ar

A calha de ar permite-lhe observar colisões entre objectos — “deslizadores” — que se movem quase sem atrito. Pode fotografar os deslizadores utilizando o estroboscópio de xénon ou então um disco com ranhuras rodando em frente da máquina fotográfica.

A calha de ar tem três deslizadores: dois pequenos com a mesma massa, e um maior cuja massa é dupla da de um pequeno. Pode-se montar um deslizador pequeno sobre um grande para formar um único deslizador, e, assim, produzir colisões entre deslizadores cujas massas estão na razão de 1:1, 2:1 e 3:1. (Se juntar fontes luminosas aos deslizadores, as suas massas deixarão de estar segundo



razões simples. Pode determinar as massas a partir do peso do deslizador e da fonte luminosa.)

Pode arranjar as coisas de maneira que os deslizadores ressaltem após terem colidido (colisão elástica) ou fiquem colados um ao outro (colisão inelástica). É importante dispor de uma boa técnica, se pretender obter resultados consistentes. Antes de tirar qualquer fotografia, faça ensaios de colisões elásticas e inelásticas com diferentes razões de massas. Depois, quando tiver escolhido uma para analisar, repita os passos da experiência com os seus colegas de grupo antes de prosseguir.

Pode utilizar uma boa fotografia para determinar as velocidades de ambos os deslizadores, antes e depois de terem colidido. Como está interessado apenas em comparar as velocidades antes e depois da colisão, pode exprimir as velocidades na unidade que desejar, sem se preocupar com a escala exacta da fotografia ou com a frequência exacta do estroboscópio. Por exemplo, pode utilizar a unidade de distância medida directamente na fotografia (em milímetros) e tomar para unidade de tempo o intervalo de tempo que decorre entre duas imagens estroboscópicas consecutivas. Se proceder deste modo, as velocidades registadas nos seus apontamentos serão expressas em mm/intervalo.

Lembre-se que pode efectuar as medições tanto sobre o negativo do filme Polaroid como sobre o positivo.

### Análise dos dados

Reúna todos os dados numa tabela com colunas para a massa de cada objecto,  $m_A$  e  $m_B$ , o módulo das velocidades antes da colisão,  $v_A$  e  $v_B$  (para as explosões,  $v_A = v_B = 0$ ), e o módulo das velocidades depois da colisão,  $v'_A$  e  $v'_B$ .

Examine cuidadosamente a tabela. Investigue que quantidades ou combinações de quantidades mantêm o mesmo valor antes e depois da interacção.

1. O módulo da velocidade é uma quantidade que se conserva? Isto é, a quantidade  $(v_A + v_B)$  é igual à quantidade  $(v'_A + v'_B)$ ?

2. Considere a direcção assim como o módulo da velocidade. Defina a velocidade para a direita como positiva e a velocidade para a esquerda como negativa. A velocidade é uma quantidade que se conserva?

3. Se nem a velocidade nem o módulo da velocidade se conservarem, tente uma quantidade que resulte de combinar a massa e a velocidade de cada carro. Compare  $(m_A v_A + m_B v_B)$  com  $(m_A v'_A + m_B v'_B)$  para cada interacção. Analogamente compare  $m/v$ ,  $m\vec{v}$ ,  $m^2v$ , ou qualquer outra combinação semelhante que imagine, antes e depois da interacção. Que conclusões tira?

## EXPERIÊNCIA 3.2 COLISÕES A UMA DIMENSÃO — II

### Método A — Filmes Sem-Fim

Os *Filmes Sem-Fim* 18, 19 e 20 mostram colisões a uma dimensão que não pode realizar facilmente no seu próprio laboratório, pelo que foram filmadas com uma máquina de alta velocidade, reproduzindo-se o movimento ao retardador quando projectado à cadência normal. Pode efectuar medições directamente nas imagens projectadas sobre papel de gráfico. Como apenas lhe interessa comparar as velocidades antes e depois da colisão, pode exprimir as velocidades na unidade que desejar — isto é, pode fazer medições recorrendo às unidades de distância e de tempo que mais lhe convenham.

As instruções para estes filmes sem-fim encontram-se nas páginas 221-222. Se utilizar estes filmes, leia as instruções cuidadosamente antes de colher os seus dados.

**Método B — Fotografias estroboscópicas**

Nas páginas seguintes encontram-se fotografias estroboscópicas mostrando sete exemplos diferentes de colisões a uma dimensão. São úteis aqui para estudar o momento linear e mais tarde para estudar a energia cinética.

Para cada caso, deve determinar as velocidades das bolas antes e depois da colisão. A partir do valor da massa e da velocidade de cada bola, deve calcular o momento linear total antes e depois da colisão. Utilizará os mesmos valores para calcular a energia cinética total antes e depois da colisão.

Antes de analisar qualquer dos casos, deve ler a Secção I, a fim de saber que medições fazer e como foram produzidas as colisões.

Depois de efectuar as medições, volte à Secção II para conhecer as perguntas a que tem de responder sobre cada caso.

**I. As medições que fará**

Para fazer as medições necessárias, precisará de uma régua graduada em milímetros, de preferência uma régua de plástico transparente com os traços da escala finos. Antes de começar o trabalho, consulte a fig. 1 que apresenta sugestões para melhorar a sua técnica de medição.

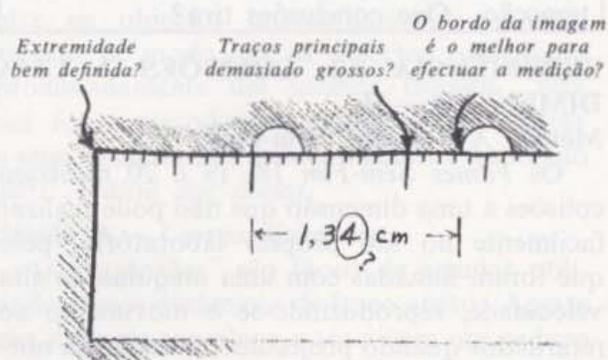


Fig. 1

A fig. 2 mostra esquematicamente que as bolas que colidem estavam suspensas de fios muito compridos. As bolas foram largadas da situação de repouso e as suspensões bifilares guiaram-nas exactamente para uma colisão frontal. Estroboscópios iluminavam o rectângulo de  $91 \times 122$  cm que era o campo de visão da máquina fotográfica. Os estroboscópios não são mostrados na fig. 2.

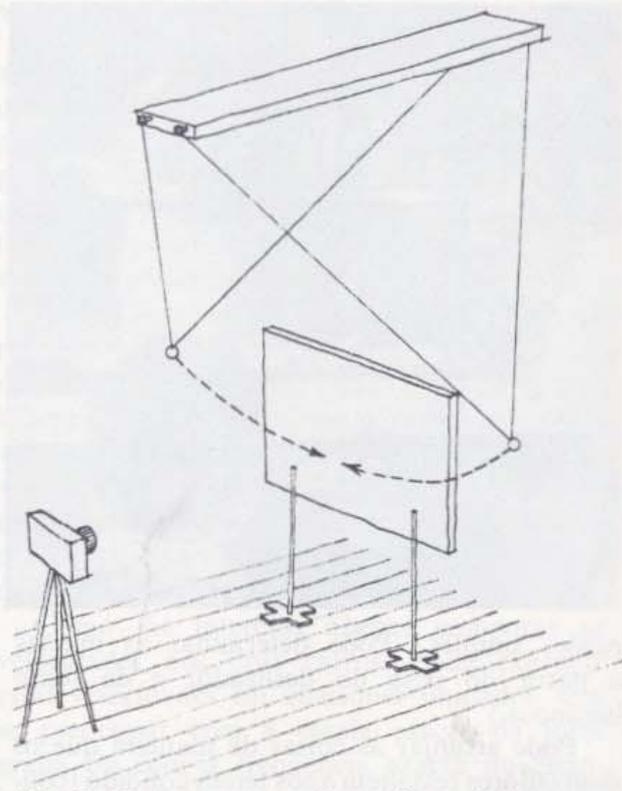


Fig. 2 Montagem para fotografar colisões a uma dimensão.

Repare nas duas barras cujas extremidades superiores aparecem no campo de visão. Estas barras estavam distanciadas de 1 metro ( $\pm 2$  milímetros), medido do centro da extremidade superior de uma barra ao centro da extremidade superior da outra. As extremidades destas barras são visíveis nas fotografias sobre as quais fará as medições. Isto permitir-lhe-á converter as medidas em distâncias reais, se assim o desejar. Todavia, se pretender apenas comparar os momentos lineares, é mais fácil medir os comprimentos em milímetros directamente sobre a fotografia.

O módulo da velocidade das bolas aumenta à medida que elas penetram no campo de visão. Analogamente, o módulo da velocidade diminui quando as bolas saem do campo de visão. Em consequência, os deslocamentos consecutivos na fotografia estroboscópica, cada um dos quais percorrido exactamente no mesmo tempo, não terão necessariamente comprimentos iguais. Verifique isto com a régua.

Quando efectuar medições numa fotografia, numere as posições de cada bola correspondentes a clarões consecutivos do estroboscópio.

Anote o intervalo de tempo durante o qual ocorreu a colisão. Identifique o intervalo de tempo mais indicado para determinar o módulo da velocidade de cada bola (a) antes da colisão e (b) depois da colisão. Assinale depois esta informação perto de cada intervalo e dentro dos seus limites.

**II. Perguntas a serem respondidas acerca de cada caso**

Após ter registado as massas (ou as massas relativas) de cada bola e ter registado as medidas das velocidades, responda às perguntas seguintes:

1. Qual é o momento linear total do sistema das duas bolas antes da colisão? Lembre-se que a velocidade, e portanto o momento linear, são grandezas vectoriais.
2. Qual é o momento linear total do sistema das duas bolas após a colisão?
3. Houve conservação do momento linear dentro dos limites de precisão das medidas?

**Caso 1**

As fotografias do Caso 1 e de todos os casos seguintes encontram-se mais adiante, figs. 10 a 16. Este caso é também mostrado como primeiro exemplo no *Filme Sem-Fim* L18 "Colisões a Uma Dimensão I".

A figura 3 mostra que a bola B estava inicialmente em repouso. Após a colisão, as duas bolas deslocaram-se para a esquerda. As bolas eram de aço.

**CASO 1**

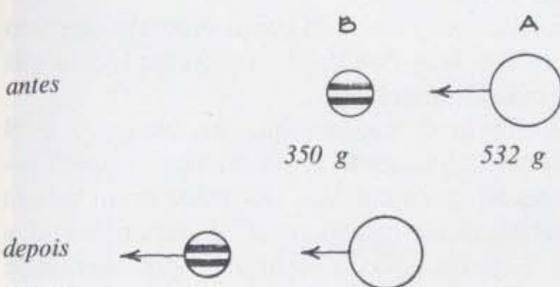


Fig. 3

**Caso 2**

Este caso, que é o inverso do Caso 1, constitui o segundo exemplo do *Filme Sem-Fim* L18 "Colisões a Uma Dimensão I".

A figura 4 mostra que a bola B vinha da esquerda e que a bola A estava inicialmente em repouso. A colisão inverteu o sentido do

**CASO 2**

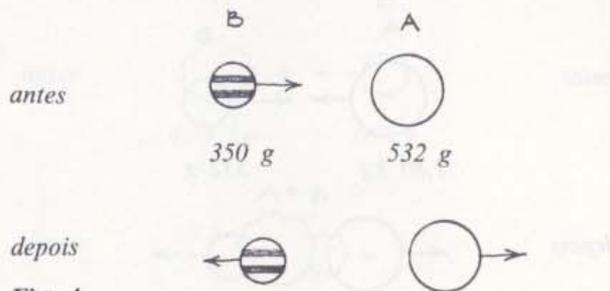


Fig. 4

movimento da bola B e enviou a bola A para a direita. (As bolas eram de aço.)

Como poderá constatar, a bola B move-se lentamente após a colisão, o que deverá dificultar-lhe a obtenção de um valor preciso da velocidade. Isto significa que este valor é o menos digno de confiança das quatro medidas de velocidade. No entanto este facto tem uma influência pequena sobre a precisão do valor do momento linear total após a colisão. Pode explicar por que será assim?

Por que é que a colisão inverteu o sentido do movimento da bola B?

Se já estudou o Caso 1, reparará que nos Casos 1 e 2 foram utilizadas as mesmas bolas. Consulte os seus dados sobre velocidades, e verá que as velocidades *iniciais* (em módulo) eram aproximadamente iguais. Quer dizer, o Caso 2 é verdadeiramente o inverso do Caso 1. Sendo assim, por que razão o sentido do movimento da bola A no Caso 1 não foi invertido, enquanto que o sentido da bola B no Caso 2 foi invertido?

**Caso 3**

Este caso é mostrado como primeiro exemplo no *Filme Sem-Fim* L19 "Colisões a Uma Dimensão II". Não é recomendável analisar o Caso 3 sem que tenha estudado pelo menos um dos outros casos. O Caso 3 é especialmente recomendado para ser estudado em conjunto com o Caso 4.

A figura 5 mostra que uma bola de massa elevada (A) vinha da esquerda e que uma bola de menor massa (B) vinha da direita. Os sentidos do movimento das duas bolas foram ambos invertidos pela colisão. (As bolas eram de aço.)

Quando comparar os valores dos momentos lineares antes e depois da colisão, provavel-

## CASO 3

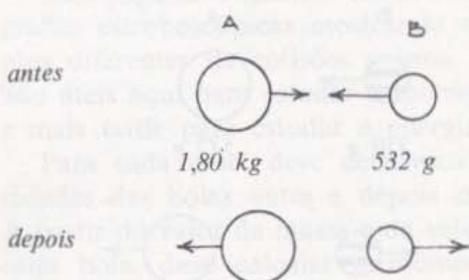


Fig. 5

mente verificará que eles diferem mais do que nos casos desta série estudados até aqui. Explique por que acontece isto.

## Caso 4

Este caso é mostrado também como segundo exemplo no *Filme Sem-Fim L19 "Colisões a Uma Dimensão II"*.

A figura 6 mostra que as duas bolas vinham da esquerda, que a bola A tinha uma massa muito superior à da bola B e que a bola A se movia mais rapidamente do que a bola B antes da colisão. A colisão ocorreu quando a bola A alcançou a bola B, aumentando a velocidade de B à custa da sua própria velocidade. (As bolas eram de aço.)

Cada bola deslocou-se no campo de visão da máquina fotográfica da esquerda para a direita, segundo a mesma trajetória. A fim de poder distinguir as posições sucessivas na

## CASO 4

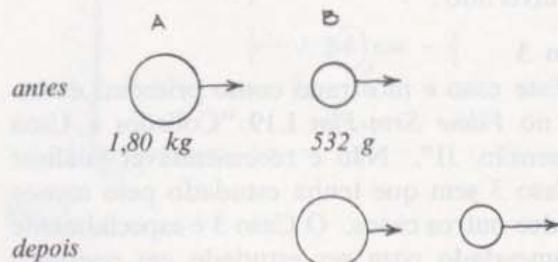


Fig. 6

fotografia estroboscópica, a fotografia foi tirada duas vezes. A primeira fotografia mostra apenas o deslocamento da bola maior A porque a bola B foi recoberta com uma camada fina de tinta preta (de massa desprezável). A bola A estava pintada de preto, quando foi tirada a segunda fotografia. Se numerar, em

cada fotografia, as posições da bola branca correspondentes aos sucessivos clarões do estroboscópio, isso ajudá-lo-á a analisar a colisão.

## Caso 5

Este caso é mostrado também como primeiro exemplo do *Filme Sem-Fim L20 "Colisões Inelásticas a Uma Dimensão"*. Embora fosse interessante analisar este caso e o Caso 6 ou o Caso 7, não é necessário analisar mais do que um destes três casos.

## CASO 5

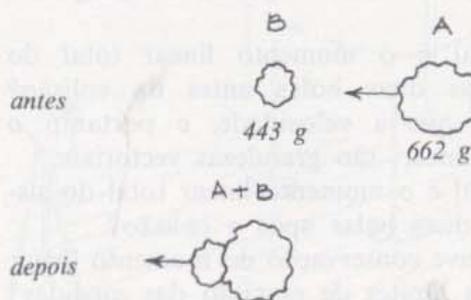


Fig. 7

A figura 7 mostra que a bola A vinha da direita, indo de encontro à bola B que estava inicialmente em repouso. As bolas eram de um material mole (plasticina). Ficaram coladas uma à outra após a colisão e deslocaram-se em conjunto para a esquerda como se se tratasse de uma única bola. A uma colisão deste tipo dá-se o nome de "perfeitamente inelástica".

## Caso 6

Este caso é mostrado como segundo exemplo no *Filme Sem-Fim L20 "Colisões Inelásticas a Uma Dimensão"*.

A figura 8 mostra que as bolas A e B vinham da esquerda e da direita, respectivamente, antes da colisão. As bolas eram de um material mole (plasticina). Ficaram coladas uma à outra após a colisão e deslocaram-se em conjunto para a esquerda. Este é um outro exemplo de colisão "perfeitamente inelástica", como o do Caso 5.

Este caso foi fotografado em duas partes. A primeira fotografia mostra as condições antes da colisão, a segunda mostra as condições após a colisão. Se a fotografia tivesse sido tirada com o obturador da máquina fotográfica aberto durante todo o movimento,

CASO 6

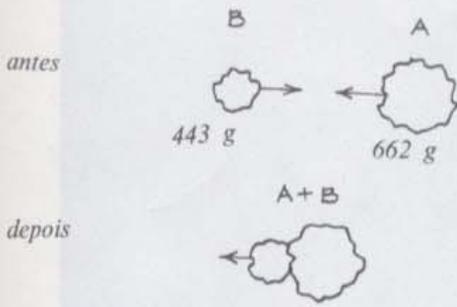


Fig. 8

seria difícil efectuar medições porque o conjunto das duas bolas (A + B) — após a colisão — descreve a trajectória seguida pela bola B antes da colisão. Pode numerar as posições de cada bola antes da colisão correspondentes aos clarões sucessivos do estroboscópio (na primeira fotografia), e proceder analogamente para o conjunto das duas bolas (A + B) após a colisão na segunda fotografia.

Caso 7

A figura 9 mostra que as bolas A e B se moviam em sentidos opostos antes da colisão. As bolas eram de um material mole (plasticina). Ficaram coladas uma à outra após a colisão e deslocaram-se em conjunto para a direita. Trata-se de uma outra colisão "perfeitamente inelástica". Este caso foi foto-

CASO 7

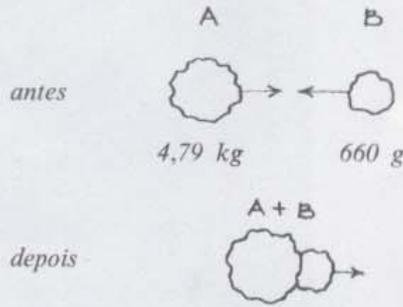


Fig. 9

grafado em duas partes. A primeira fotografia mostra as condições antes da colisão, a segunda mostra as condições após a colisão. Se a fotografia tivesse sido tirada com o obturador da máquina fotográfica aberto durante todo o movimento, seria difícil efectuar medições porque o conjunto das duas bolas coladas (A + B) descreve a mesma trajectória que a bola B antes da colisão. Pode numerar as posições de cada bola antes da colisão correspondentes aos sucessivos clarões do estroboscópio (na primeira fotografia), e fazer o mesmo para o conjunto das duas bolas (A + B) após a colisão na segunda fotografia.

Fotografias dos casos

As fotografias dos diferentes casos são apresentadas nas figuras 10 a 16.

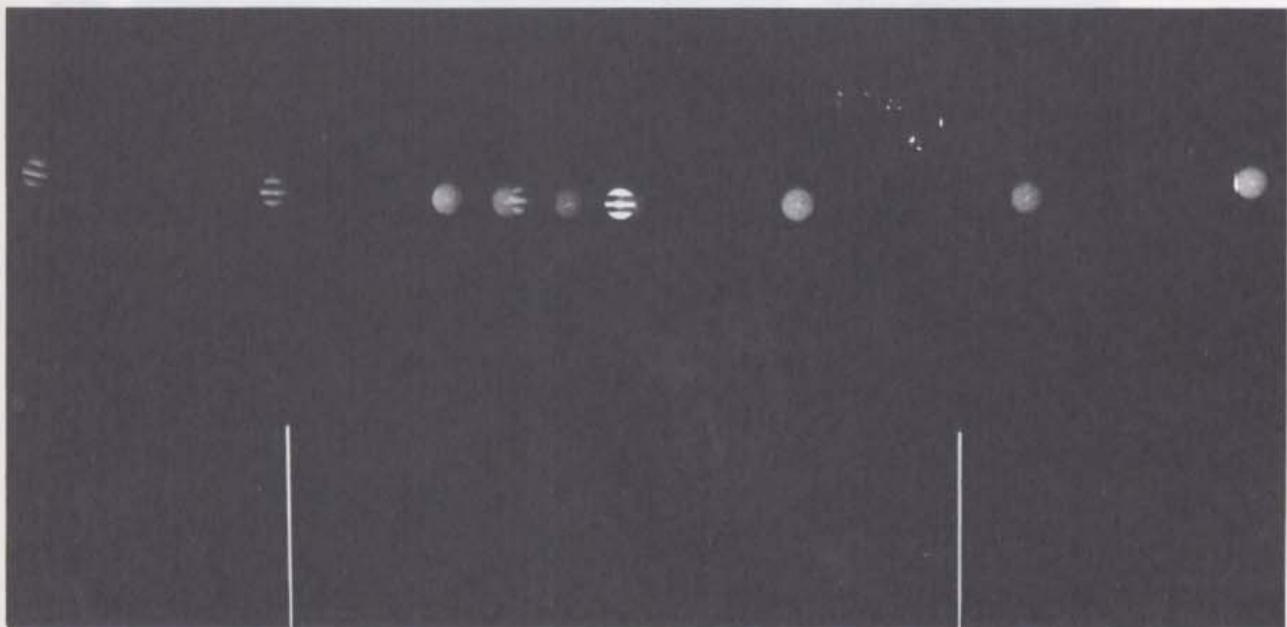
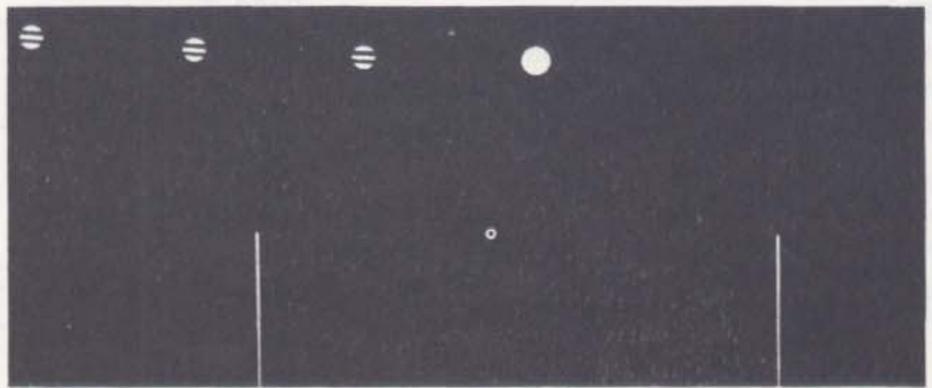


Fig. 10 Caso 1, 10 clarões/segundo.

antes



depois

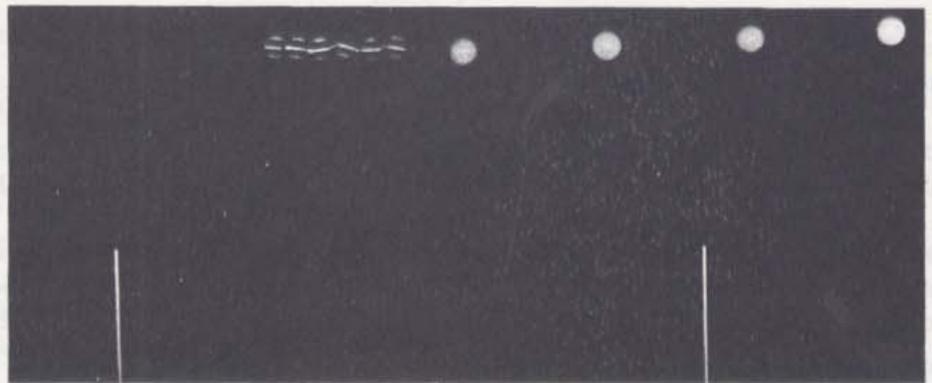
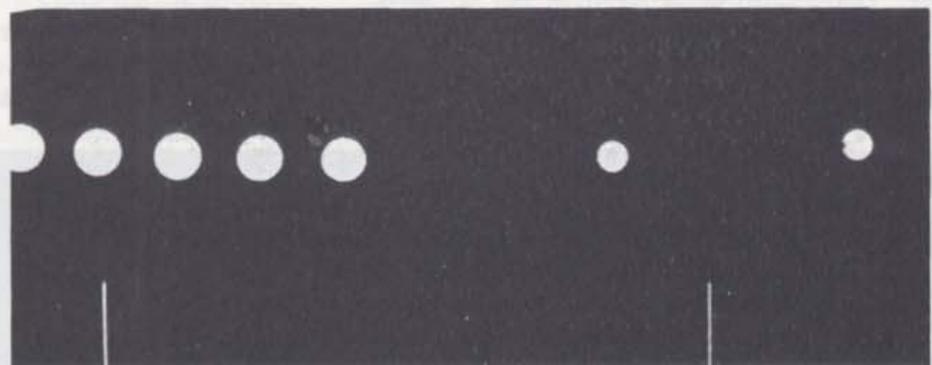


Fig. 11 Caso 2, 10 clarões/segundo.

antes



depois

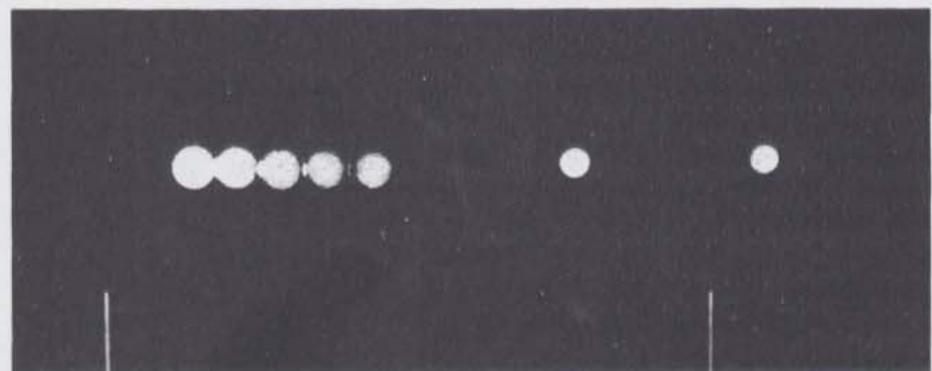
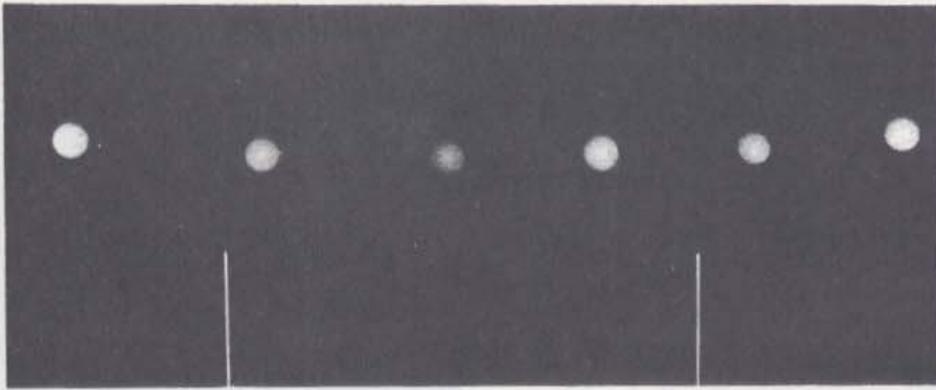


Fig. 12 Caso 3, 10 clarões/segundo.

bola A



bola B

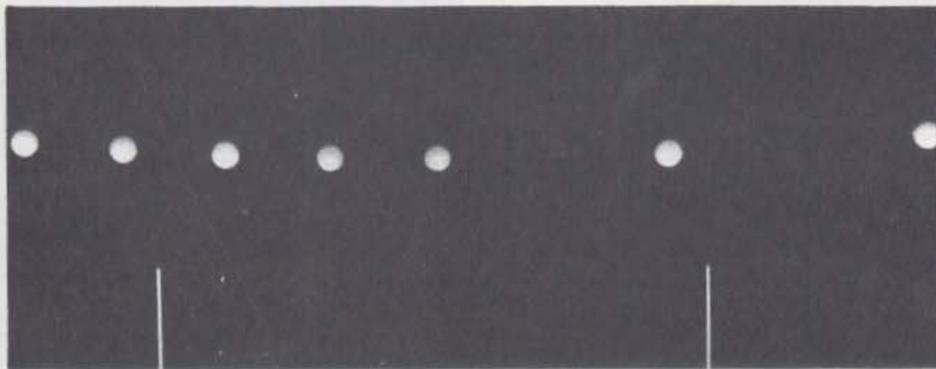


Fig. 13 Caso 4, 10 clarões/segundo.

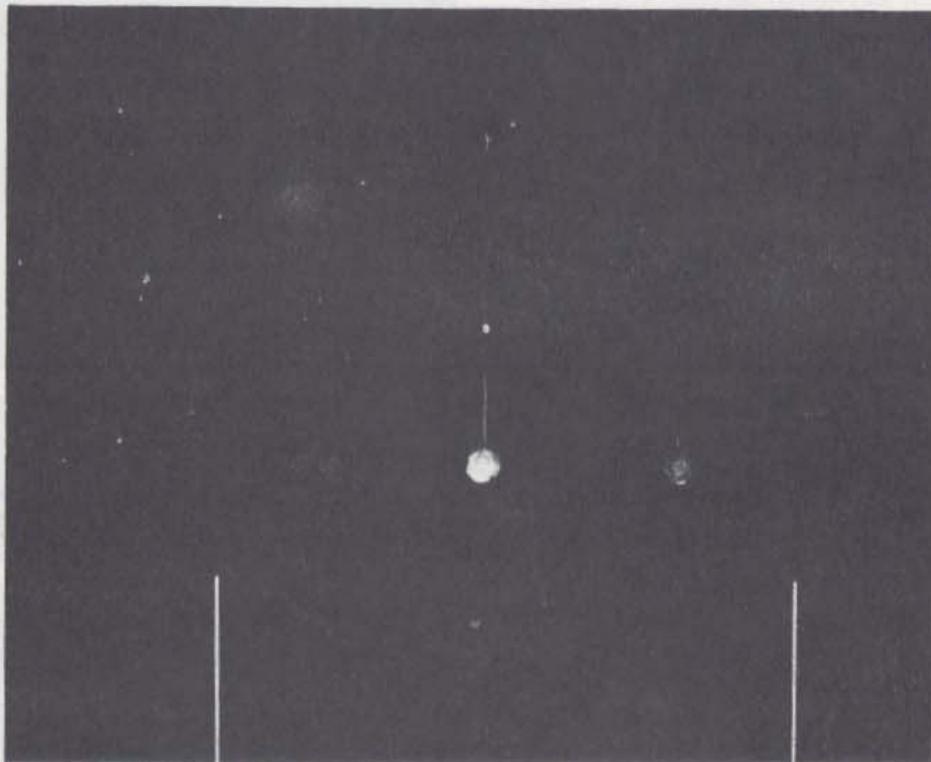


Fig. 14 Caso 5, 10 clarões/segundo.

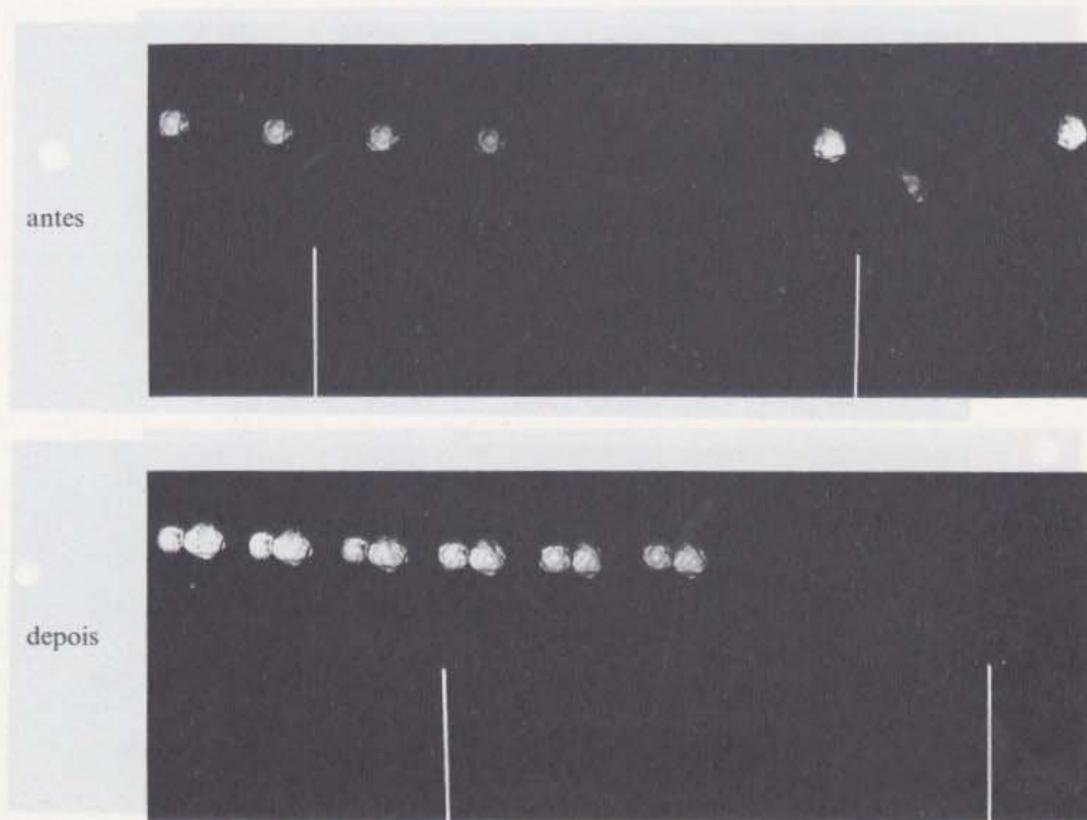


Fig. 15 Caso 6, 10 clarões/segundo.

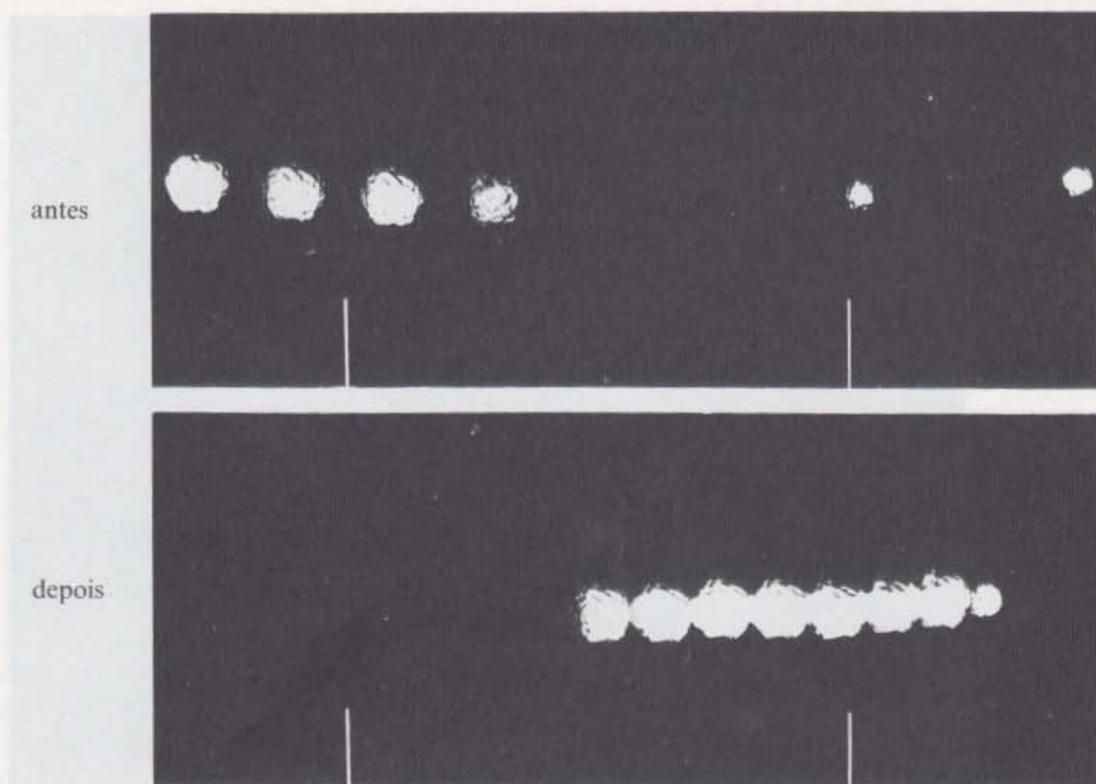


Fig. 16 Caso 7, 10 clarões/segundo.

### EXPERIÊNCIA 3.3 COLISÕES A DUAS DIMENSÕES I

As colisões raramente ocorrem a uma só dimensão, isto é, segundo uma linha recta. No bilhar, no basquetebol e no ténis, a bola ressalta usualmente segundo um certo ângulo com a direcção inicial do seu movimento; e as explosões vulgares (que podem ser concebidas como colisões em que as velocidades iniciais são todas iguais a zero) fazem voar as diferentes partes em todas as direcções.



Esta experiência trata de colisões que ocorrem a duas dimensões — isto é, num só plano — em vez de envolver apenas uma linha recta. Supõe-se que sabe o que é o momento linear e compreende o que significa “conservação do momento linear” a uma dimensão. Nesta experiência descobrirá uma forma geral da regra para as colisões a uma dimensão que se aplica também à conservação do momento linear no caso em que as partes do sistema se movem num espaço a duas (ou três) dimensões.

Descrevem-se a seguir dois métodos de obtenção de dados em colisões a duas dimen-

sões (e dois outros na Experiência 3.4), mas provavelmente quererá seguir apenas um deles. Seja qual for o método que utilize, analise os seus resultados como se descreve na última secção.

#### Método A — Colisões de rodela

Numa placa de vidro cuidadosamente nivelada e recamada com esferas de Dylite, pode fazer deslocar rodela com velocidade quase uniforme em qualquer direcção. Coloque uma rodela imóvel no centro da mesa e atire uma rodela similar contra a primeira, segundo uma direcção ligeiramente descentrada. Pode fazer fotografias excelentes deste tipo de colisões a duas dimensões com a máquina fotográfica montada precisamente por cima da mesa.

Para reduzir o reflexo da placa de vidro, a fotografia pode ser tirada utilizando o estroboscópio de xénon com a luz colocada lateralmente e quase ao mesmo nível da placa de vidro. Para que a posição de cada rodela se torne bem visível na fotografia, fixe no centro de cada rodela uma bola de aço ou uma pequena semiesfera branca de esferovite.

A rodela grande tem uma massa duas vezes superior à massa da rodela pequena. Pode obter uma grande variedade de massas empilhando rodela umas sobre as outras e amarrando-as com fita adesiva (mas evite que as colisões sejam amortecidas pela fita adesiva).

São necessárias duas pessoas para realizar a experiência. Um dos experimentadores, após alguns ensaios preliminares, lança a rodela que serve de projectil enquanto o outro experimentador se ocupa da máquina fotográfica. A fotografia obtida deve consistir numa série de pontos brancos formando pouco mais ou menos a letra Y.

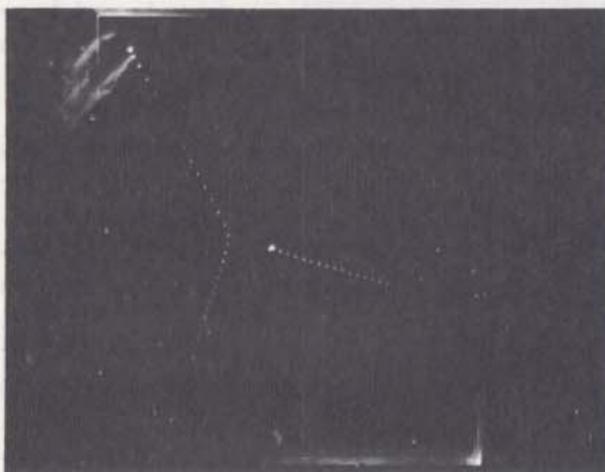
Utilizando a fotografia assim obtida, determine e registre todas as velocidades antes e depois da colisão. Registre também as massas, em cada caso. Como lhe interessa apenas comparar velocidades, pode escolher a unidade de velocidade mais conveniente. Pode simplificar o seu trabalho se exprimir as velocidades em mm/ponto em vez de cm/s. Dado que o atrito reduz a velocidade das rodela, determine a velocidade tão próximo quanto possível do ponto de impacto. Como unidade de massa, pode utilizar a “rodela” em vez do quilograma.

**Método B — Colisões de discos magnéticos**

Os discos magnéticos deslocar-se-ão também livremente sobre esferas de Dylite como se descreveu no Método A.

A diferença aqui reside no facto de os ímãs não chegarem a tocar-se durante a “colisão”. Dado que as forças de interacção não são realmente instantâneas como no caso das rodelas, os ímãs descrevem trajectórias *encurvadas* durante a interacção.

Procedendo da maneira descrita atrás para as rodelas, fotografe uma destas “colisões”. Também aqui se devem prender aos ímãs pequenas semiesferas de esferovite ou bolas de aço para fazer aparecer na fotografia estroboscópica uma série de pontos brancos. Assegure-se de que as trajectórias que fotografar são suficientemente longas para que os pontos perto das extremidades formem linhas rectas de preferência a curvas.



A partir da fotografia obtida, determine e registe as velocidades e registe as massas. Pode simplificar o seu trabalho se registar as velocidades em mm/ponto em vez de as exprimir em cm/s. Pode utilizar o disco, em vez do quilograma, para unidade de massa.

**Análise dos dados**

Seja qual for o método que utilizar, deve analisar os seus resultados da seguinte maneira. Multiplique a massa de cada objecto pela sua velocidade (em módulo) antes-da-colisão e adicione os produtos.

1. Faça a mesma coisa para cada objecto do sistema após a colisão e adicione os produtos após-a-colisão. A soma dos produtos antes-da-colisão é igual à soma dos produtos após-a-colisão?

Imagine que a colisão que observava era uma explosão de um grupo de objectos em repouso; a quantidade total massa-vezes-velocidade (em módulo) antes da colisão seria igual a zero. Todavia, a quantidade massa-vezes-velocidade (em módulo) de cada um dos fragmentos após a explosão é sem dúvida superior a zero! Como é evidente, a quantidade “massa-vezes-velocidade (em módulo)” *não* se conserva numa explosão. Provavelmente verificou que esta quantidade também não era conservada quer nas experiências com as rodelas quer com os ímãs. Já deve ter suspeitado que há necessidade de ter em conta as *direcções* do movimento.

Para ver o que *é* conservado, proceda do modo seguinte. Com base nas suas medidas, construa um esquema como o da fig. 1, no qual indique as direcções do movimento de todos os objectos antes e depois da colisão.

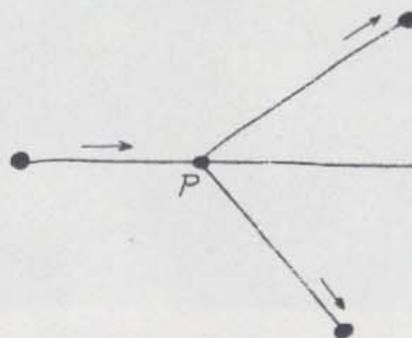


Fig 1

Importa que, no seu diagrama, todas as linhas representando as direcções do movimento *se encontrem num só ponto*. Nas suas fotografias, não acontecerá assim com as trajectórias reais, porque as rodelas e os ímãs são objectos não pontuais, com dimensões apreciáveis, mas ainda aí pode traçar as *direcções* do movimento sob a forma de linhas que se cruzam num só ponto *P*.

No diagrama desenhe uma seta representando um vector cujo módulo (comprimento)

seja proporcional ao produto da massa pelo módulo da velocidade do projectil *antes* da colisão. (Pode utilizar qualquer escala que lhe convenha.) Na fig. 2 este vector está simbolizado por  $m_A \vec{v}_A$ . Antes de uma explosão não há qualquer movimento, portanto não há diagrama a desenhar.



Fig. 2

Sob o seu primeiro diagrama, desenhe um segundo no qual uma vez mais indicará as direcções do movimento de todos os objectos exactamente como antes. Neste segundo diagrama construa os vectores correspondentes ao produto massa-vezes-velocidade (em módulo) de cada objecto que se afasta do ponto *P* depois da colisão. Os seus diagramas das colisões das rodelas e dos ímãs serão semelhantes à fig. 3. Construa agora o vector-soma "após-colisão".

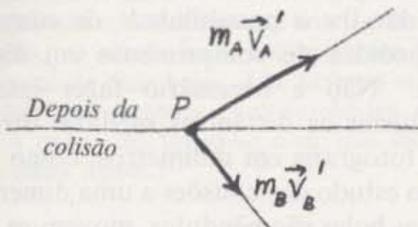


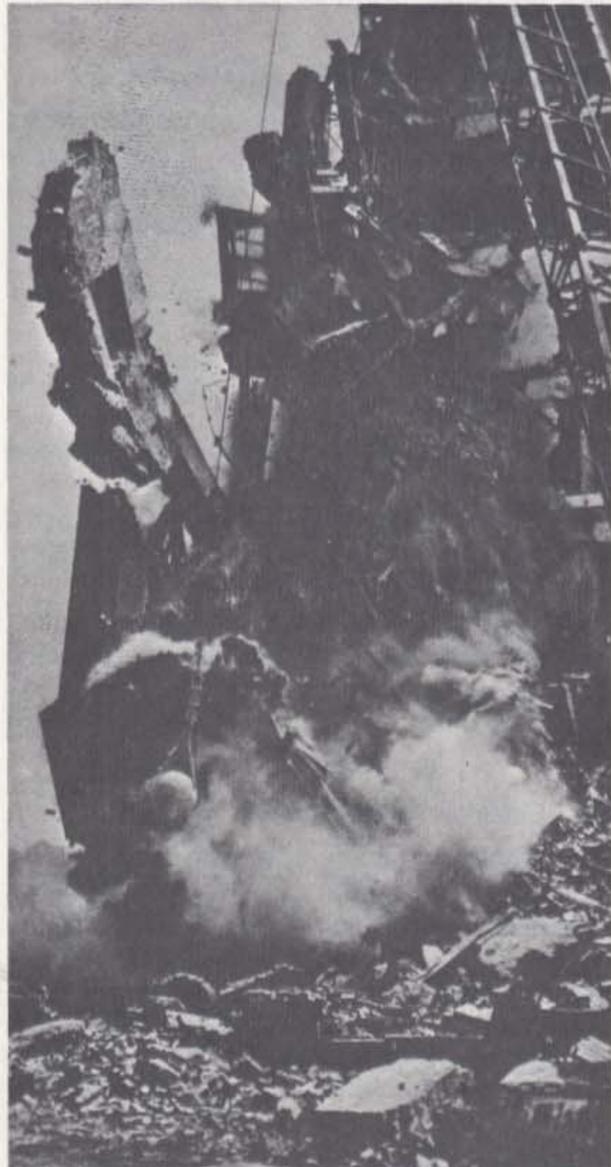
Fig. 3

O comprimento de cada seta é igual ao produto da massa pelo módulo da velocidade. Como cada seta é desenhada segundo a *direcção* do movimento, as setas representam o produto da massa pela velocidade  $m\vec{v}$ , a que se dá o nome de *momento linear*. Os vectores-soma "antes" e "depois" da colisão representam por conseguinte o momento linear total do sistema de objectos antes e depois da colisão. Se as setas "antes" e "depois" forem iguais, então o momento linear total do sistema de objectos que interactuam é conservado.

2. Compare este vector-soma com o vector-soma do diagrama antes-da-colisão. São iguais, tendo em conta os erros experimentais?

3. O princípio de conservação do momento linear a uma dimensão é diferente do que se aplica a duas dimensões, ou é simplesmente um caso particular? Como pode o princípio de conservação do momento linear ser generalizado a três dimensões? Esboce pelo menos um exemplo.

4. Escreva uma equação para exprimir o princípio de conservação do momento linear para colisões de (a) 3 objectos em duas dimensões, (b) 2 objectos em três dimensões, (c) 3 objectos em três dimensões.



Uma bola de aço de 1360 kg balançada por um guindaste contra as paredes de um prédio a demolir. Que acontece ao momento linear da bola?

### EXPERIÊNCIA 3.4

#### COLISÕES A DUAS DIMENSÕES II

##### Método A — Filmes Sem-Fim

Vários *Filmes Sem-Fim* (L21, L22, L23, L24 e L25) mostram colisões a duas dimensões que não pode reproduzir convenientemente no laboratório. As instruções para estes filmes encontram-se nas páginas 222 a 225. Projecte um dos filmes no quadro ou sobre uma folha de papel de gráfico. Trace as trajectórias dos objectos em movimento, registre as suas massas e determine as suas velocidades (em módulo). Depois proceda à análise descrita nas instruções do *Filme Sem-Fim* L21 na página 222.

##### Método B — Fotografias estroboscópicas

Nesta experiência são utilizadas fotografias estroboscópicas de sete colisões a duas dimensões (num plano). As fotografias (figuras 5 a 12) encontram-se nas páginas imediatamente a seguir à descrição destes casos. As fotografias foram tiradas durante a realização dos *Filmes Sem-Fim* L21 a L25.

##### I — Material necessário

1. Uma régua de plástico transparente graduada em milímetros.
2. Uma folha de papel grande para fazer os diagramas de vectores. Papel de gráfico é particularmente conveniente.
3. Um transferidor e dois esquadros grandes são úteis para passar as direcções dos vectores das fotografias para os diagramas de vectores.

##### II — Como as colisões foram produzidas

As bolas estavam suspensas de fios de 10 metros de comprimento, como se mostra esquematicamente na figura 1. Elas eram abandonadas de maneira a colidirem exactamente sobre a máquina fotográfica cuja objectiva estava dirigida para cima. As luzes electrónicas do estroboscópio (que se mostra na figura 4) iluminavam o rectângulo que se vê em cada fotografia.

Na parte inferior de cada fotografia são visíveis duas barras brancas. Trata-se de varas cujas extremidades estavam distanciadas de 1 metro ( $\pm 2$  milímetros) na situação real.

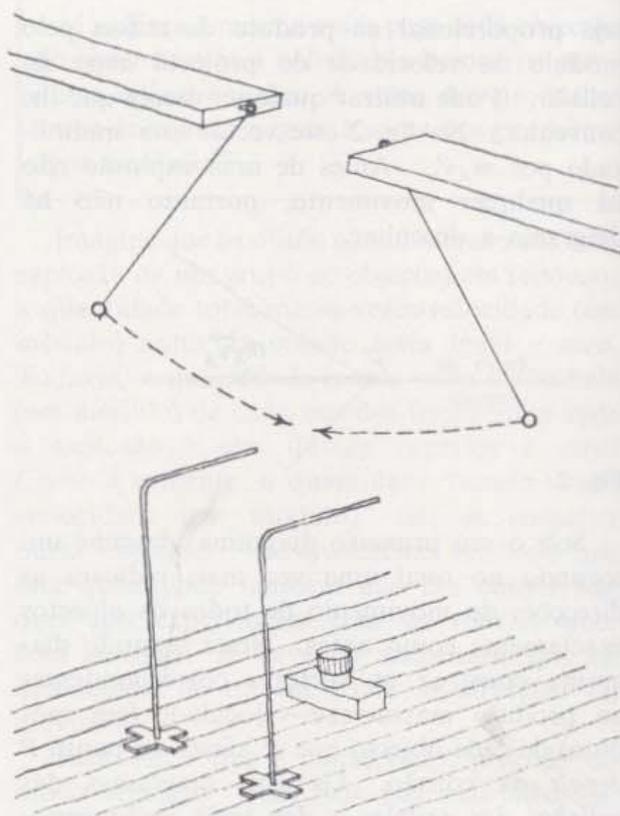


Fig. 1 Montagem para fotografar colisões a duas dimensões.

As varas dão-lhe a possibilidade de converter as suas medidas de comprimento em distâncias reais. Não é necessário fazer isso, se preferir utilizar as distâncias medidas directamente na fotografia em milímetros, como deve ter feito no estudo das colisões a uma dimensão.

Como as bolas são pêndulos, movem-se mais rapidamente perto do centro das fotografias do que perto dos bordos. Em consequência, as suas medições devem ser feitas mais perto do centro da fotografia.

##### III — Um exemplo de como proceder

A finalidade do seu estudo é ver em que medida o momento linear se conserva em colisões a duas dimensões. Para isso é necessário construir os diagramas de vectores.

Considere um exemplo: na figura 2, uma bola de 450 g e uma bola de 500 g dirigem-se uma para a outra. A bola A tem um momento linear de 1,8 kg m/s na direcção do movimento da bola. Utilizando a escala indicada, desenhe um vector de 1,8 unidades de comprimento, paralelo à direcção do movimento da bola A. Analogamente, desenhe para a bola B um

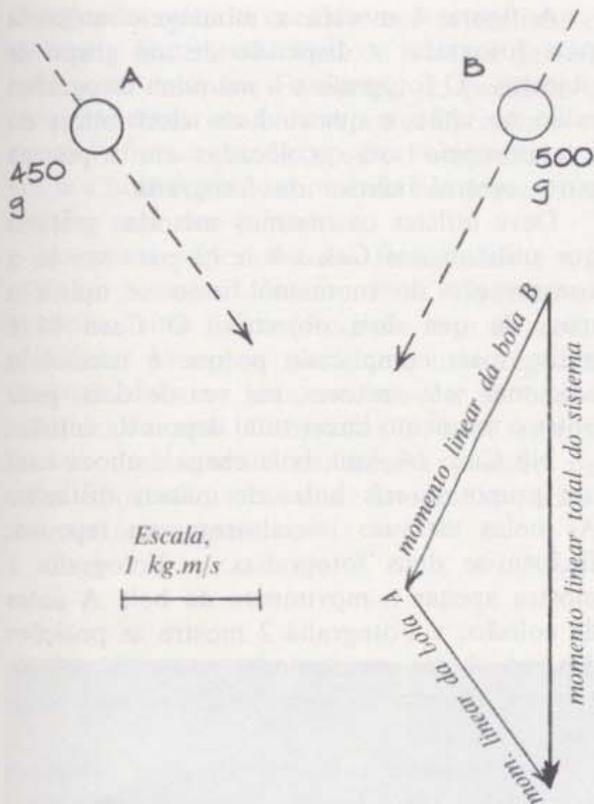


Fig. 2 Duas bolas em movimento num plano. Os seus momentos lineares individuais, que são vectores, são adicionados vectorialmente no diagrama em baixo, à direita. O vector-soma é o momento linear total do sistema de duas bolas. (Ao fazer os seus próprios desenhos dos vectores, deve ampliá-los pelo menos para o dobro do tamanho com que são representados nesta figura.)

vector momento linear de 2,4 unidades de comprimento, paralelo à direcção do movimento da bola B.

Antes da colisão, o sistema das duas bolas tem um momento linear total igual ao vector-soma dos dois vectores momento linear de A e de B. O momento linear total depois da colisão determina-se da mesma maneira, adicionando o vector momento linear de A, após a colisão, com o de B, após a colisão (fig. 3).

Este mesmo procedimento é utilizado em qualquer caso que analise. Determine o momento linear (módulo e direcção orientada) de cada objecto do sistema antes da colisão, adicione-os graficamente, e depois faça a mesma coisa para cada objecto após a colisão.

Em cada caso que analise, verifique se o momento linear é conservado.

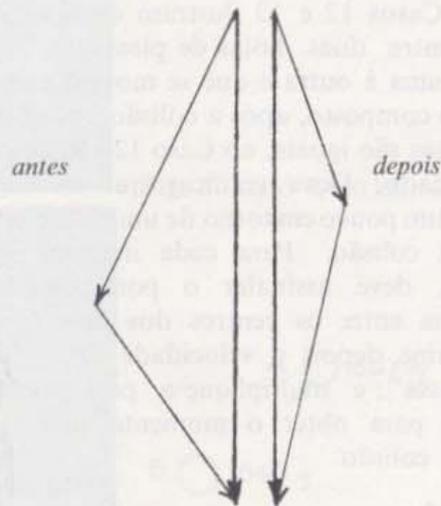
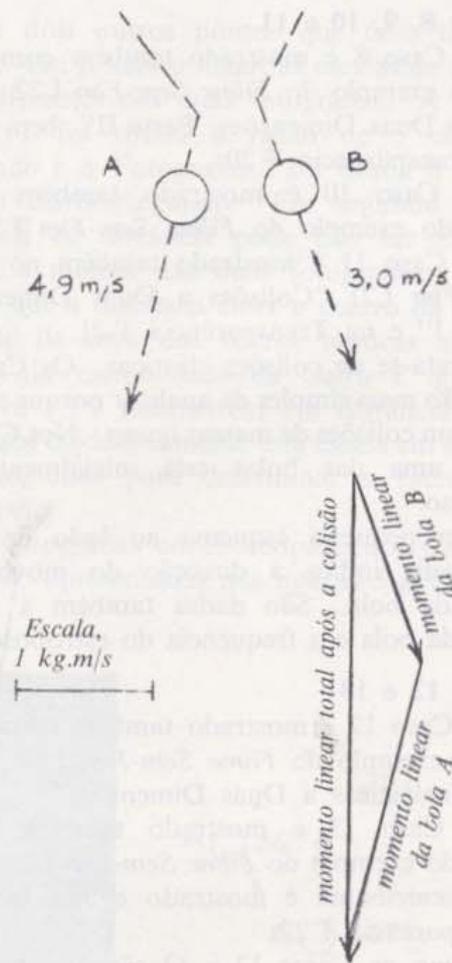


Fig. 3 As duas bolas colidem e afastam-se. Os seus momentos lineares individuais após a colisão são adicionados vectorialmente. O vector resultante é o momento linear total do sistema após a colisão.

**Casos 8, 9, 10 e 11**

O Caso 8 é mostrado também como primeiro exemplo do *Filme Sem-Fim L22* "Colisões a Duas Dimensões: Parte II", bem como na Transparência T.20.

O Caso 10 é mostrado também como segundo exemplo do *Filme Sem-Fim L22*.

O Caso 11 é mostrado também no *Filme Sem-Fim L21* "Colisões a Duas Dimensões: Parte I" e na Transparência T.21.

Trata-se de colisões elásticas. Os Casos 8 e 10 são mais simples de analisar porque ambos ilustram colisões de massas iguais. Nos Casos 8 e 9, uma das bolas está inicialmente em repouso.

Um pequeno esquema ao lado de cada fotografia indica a direcção do movimento de cada bola. São dadas também a massa de cada bola e a frequência do estroboscópio.

**Casos 12 e 13**

O Caso 12 é mostrado também como primeiro exemplo do *Filme Sem-Fim L23* "Colisões Inelásticas a Duas Dimensões".

O Caso 13 é mostrado também como segundo exemplo do *Filme Sem-Fim L23*. Um caso semelhante é mostrado e analisado na Transparência T.22.

Como os Casos 12 e 13 são semelhantes, não há necessidade de estudá-los ambos.

Os Casos 12 e 13 ilustram colisões inelásticas entre duas bolas de plasticina que se colam uma à outra e que se movem como um objecto composto, após a colisão. No Caso 13 as massas são iguais; no Caso 12 são desiguais.

Cuidado: Deve verificar que os objectos rodam um pouco em torno de um centro comum após a colisão. Para cada imagem após a colisão, deve assinalar o ponto médio da distância entre os centros dos dois objectos. Determine depois a velocidade deste "centro de massa" e multiplique-a pela soma das massas para obter o momento linear total, após a colisão.

**Caso 14**

Não tente analisar o Caso 14 antes de ter estudado pelo menos um dos casos mais simples, de 8 a 13.

O Caso 14 é mostrado também no *Filme Sem-Fim L24* "Dispersão de um Grupo de Objectos".

A figura 4 mostra a montagem utilizada para fotografar a dispersão de um grupo de objectos. O fotógrafo e a máquina fotográfica estão no chão, e quatro luzes electrónicas do estroboscópio estão colocadas em tripés na parte central inferior da fotografia.

Deve utilizar os mesmos métodos gráficos que utilizou nos Casos 8 a 13 para ver se a conservação do momento linear se aplica a mais do que dois objectos. O Caso 14 é muito mais complicado porque é necessário adicionar sete vectores, em vez de dois, para obter o momento linear total depois da colisão.

No Caso 14, uma bola chega e choca com um grupo de seis bolas de massas distintas. As bolas estavam inicialmente em repouso. Incluem-se duas fotografias: a Fotografia 1 mostra apenas o movimento da bola A antes da colisão; a Fotografia 2 mostra as posições das sete bolas exactamente antes da colisão e o movimento de cada uma das sete bolas após a colisão.

Pode analisar este caso de duas maneiras diferentes. Uma maneira consiste em determinar o momento linear inicial da bola A a partir das medições feitas na Fotografia 1 e, depois, comparar esse valor com o do momento linear total final do sistema de sete bolas a partir das medições feitas na Fotografia 2.



Fig. 4 As sete bolas dispersadas são seguras para evitar que os fios de que estão suspensas se entrelacem. O fotógrafo e a máquina fotográfica estão no chão. Vêem-se os quatro estroboscópios montados nos tripés na parte inferior da fotografia.

O segundo método consiste em determinar o momento linear total final do sistema de sete bolas com base na Fotografia 2, prever o momento linear da bola A antes da colisão e, depois, efectuar medições na Fotografia 1 e ver se a bola A tem o momento linear previsto. Escolha um dos métodos.

As partes superiores das Fotografias 1 e 2 estão em posições idênticas. Para relacionar as medições feitas numa fotografia com as medições feitas na outra, meça com uma régua a distância de uma bola em relação ao bordo superior de uma fotografia; a bola estaria situada precisamente na mesma posição na outra fotografia, se as duas fotografias pudessem ser sobrepostas.

Há dois outros pontos que deve ter em conta. Em primeiro lugar, as escalas de tempo são diferentes nas duas fotografias. A Fotografia 1 foi tirada à razão de 5 clarões/segundo e a Fotografia 2 foi tirada à razão de 20 clarões/segundo. Em segundo lugar a escala de distância pode não ser exactamente a mesma nas duas fotografias. Lembre-se que a distância entre o centro da extremidade de uma das barras brancas até ao centro da extremidade da outra é igual a 1 metro ( $\pm 2$  milímetros) em distância real. Verifique cuidadosamente esta escala em ambas as fotografias para determinar o factor de conversão.

As fotografias estroboscópicas dos Casos 8 a 14 são apresentadas nas figuras 5 a 12.

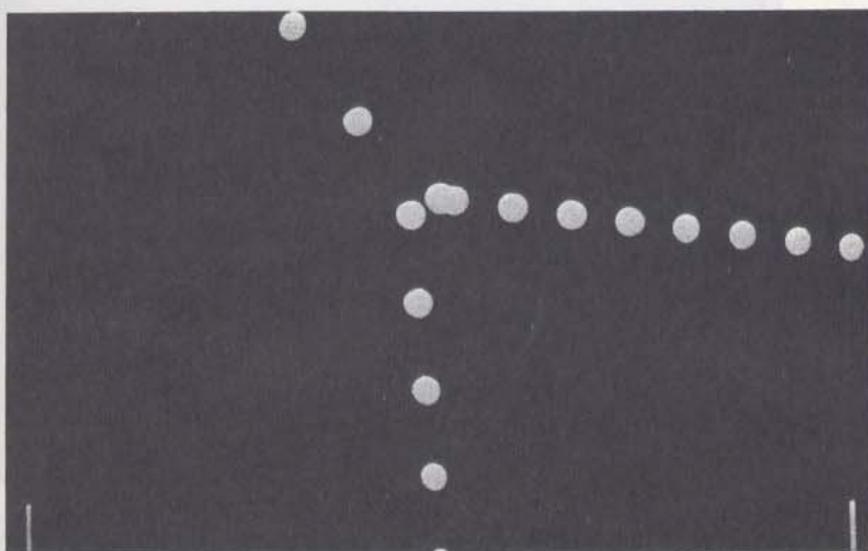


Fig. 5 Caso 8, 20 clarões/segundo.

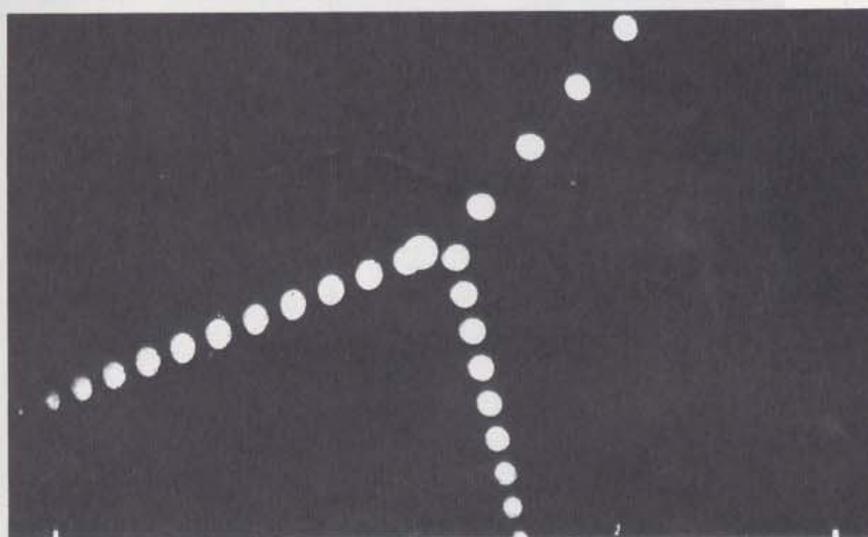


Fig. 6 Caso 9, 20 clarões/segundo.

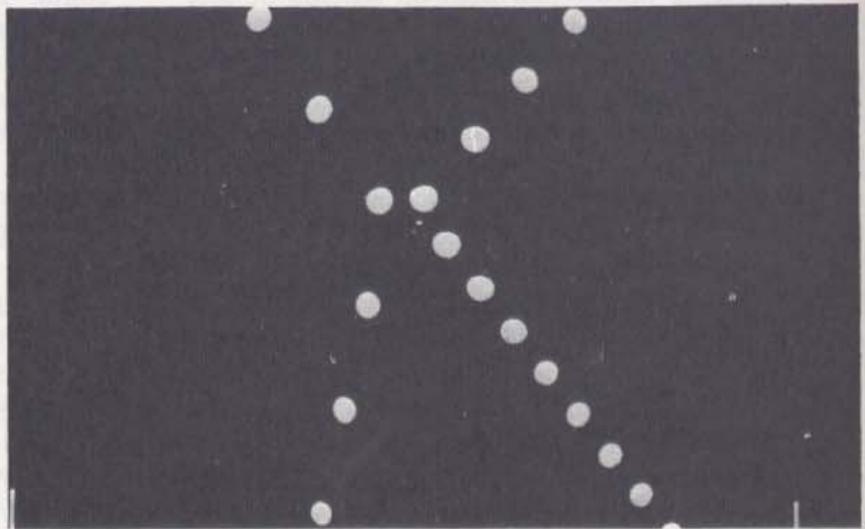
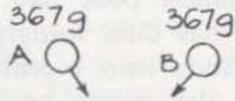


Fig. 7 Caso 10, 20 clarões/segundo.

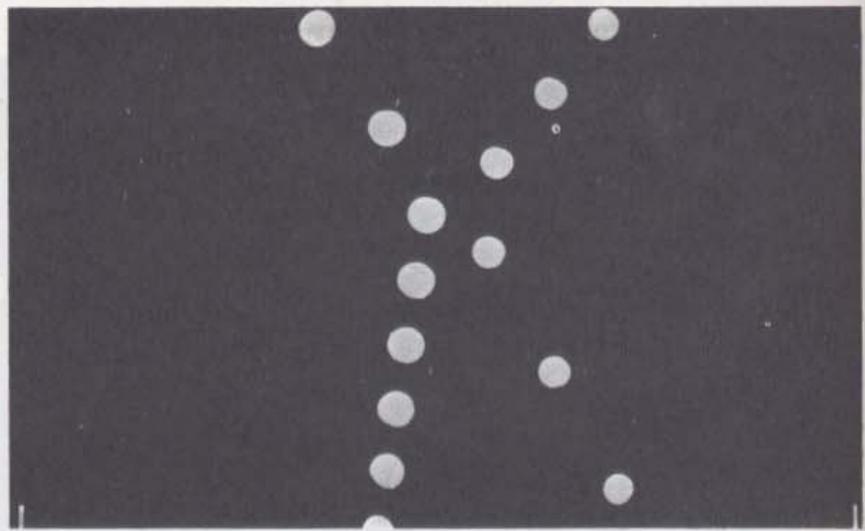
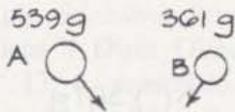


Fig. 8 Caso 11, 20 clarões/segundo.

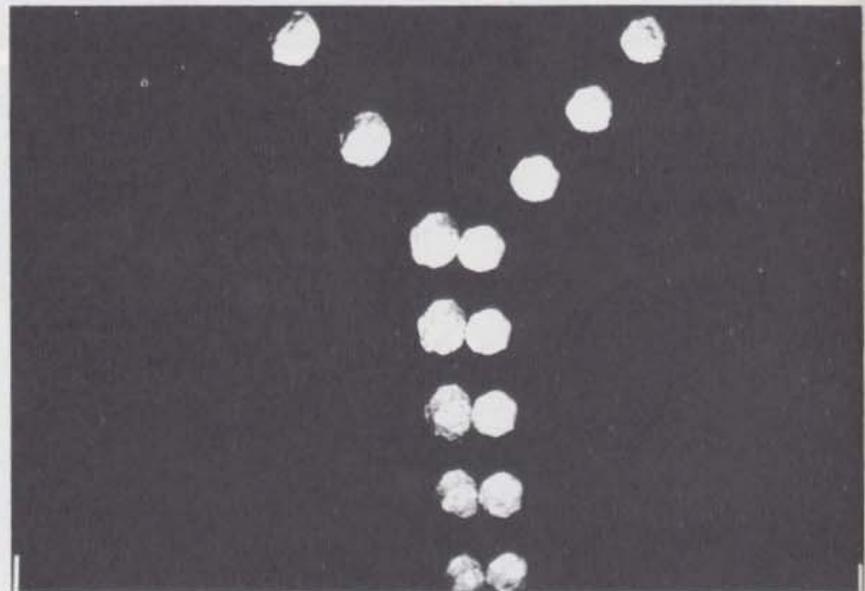
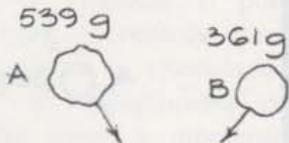


Fig. 9 Caso 12, 20 clarões/segundo.

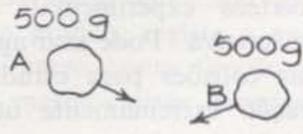
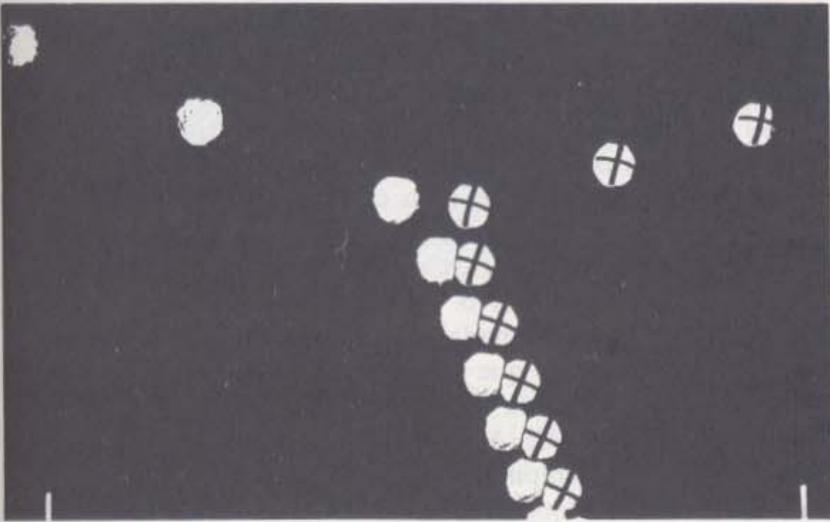


Fig. 10 Caso 13, 10 clarões/segundo.

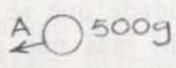


Fig. 11 Caso 14, fotografia 1, 5 clarões/segundo.

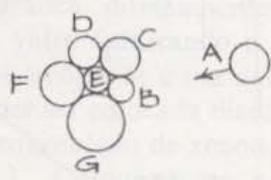
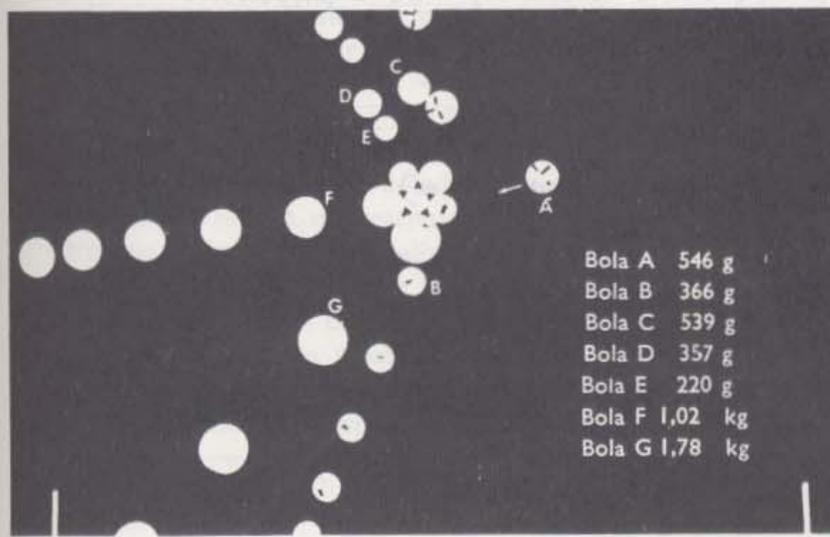


Fig. 12 Caso 14, fotografia 2, 20 clarões/segundo.

### EXPERIÊNCIA 3-5 CONSERVAÇÃO DE ENERGIA — I

Nas experiências anteriores sobre conservação do momento linear, registou os resultados de várias colisões entre carros e deslizadores com diferentes velocidades iniciais. Verificou que, em cada caso e dentro dos limites da incerteza experimental, o momento linear se conservava. Pode usar agora os resultados dessas colisões para estudar outra lei de conservação extremamente útil, a lei de conservação da energia.

Tem alguma razão para crer que o produto de  $m$  por  $\vec{v}$  é a única quantidade conservada? Nos resultados obtidos das suas fotografias, procure outras combinações de quantidades que poderiam conservar-se. Procure valores para  $m/v$ ,  $m^2v$ , e  $mv^2$  para cada carrinho antes e depois da colisão, para ver se estas quantidades se conservam para ambos os carros. Compare os resultados das colisões elásticas com os das colisões inelásticas. Considere também a “explosão”.

Há uma quantidade que se conserva para um tipo de colisão mas não para o outro?

Há vários métodos alternativos para explorar um pouco mais a resposta a esta pergunta; provavelmente desejará experimentar um só. Compare os seus resultados com os dos seus colegas que usem outros métodos.

### Método A — Carros Dinâmicos

Para verificar melhor os detalhes de uma colisão elástica, fotografe dois carros como deve ter feito na experiência anterior. Coloque os carros como mostra a fig. 1.

A massa de cada carro é 1 kg. Junte-lhes massas adicionais para perfazer massas totais de 2 kg e 4 kg. Coloque uma fonte luminosa em cada carro. Para poder distinguir as imagens formadas pelas duas lâmpadas, certifique-se de que uma das lâmpadas está ligeiramente acima da outra.

Coloque o carro de 2 kg no centro da mesa e empurre o outro carro contra ele, a partir da esquerda. Se usar o disco com 12 fendas no estroboscópio, obterá várias imagens durante o tempo em que as molas que fazem de pára-choques se tocam. Precisar-se-á de saber que imagem do carro da direita foi formada no mesmo instante que uma dada imagem do carro da esquerda. O agrupamento das imagens será mais fácil se uma das 12 fendas do disco do estroboscópio estiver um pouco mais de metade coberta com fita adesiva (fig. 2). As imagens formadas quando aquela fenda estiver em frente da lente serão menos nítidas que as outras.

Calcule os valores do momento linear ( $mv$ ), de cada carro e para cada intervalo de tempo enquanto as molas se tocarem, e ainda pelo

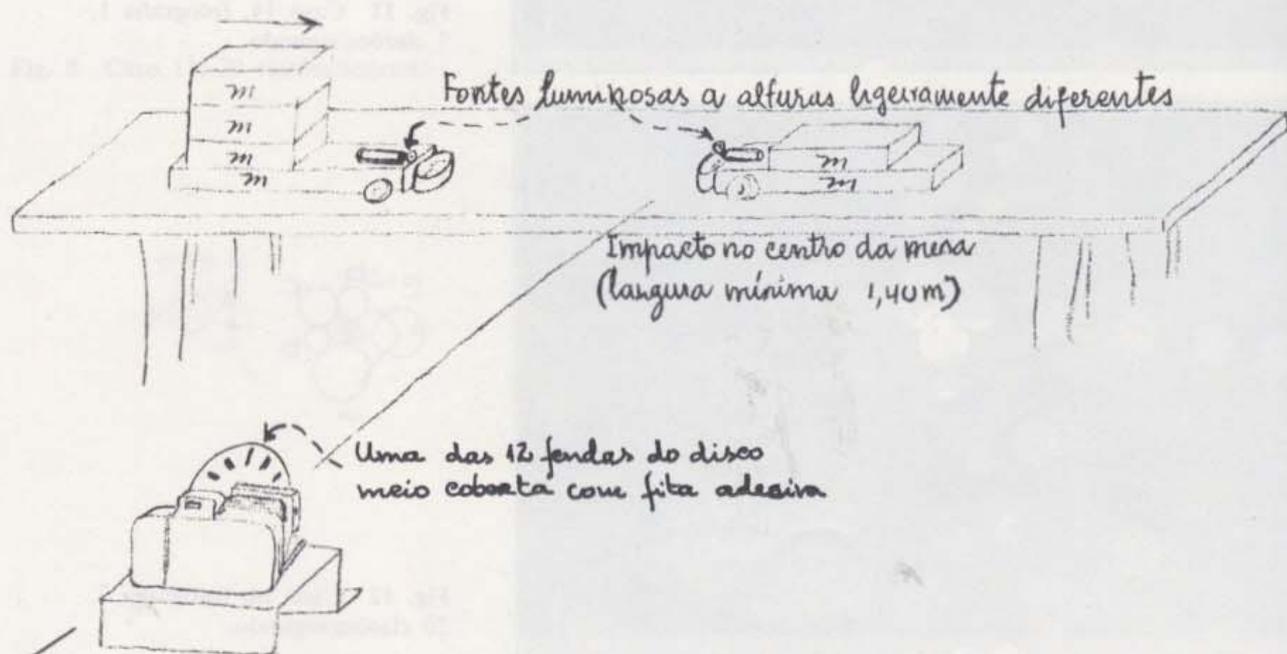


Fig. 1

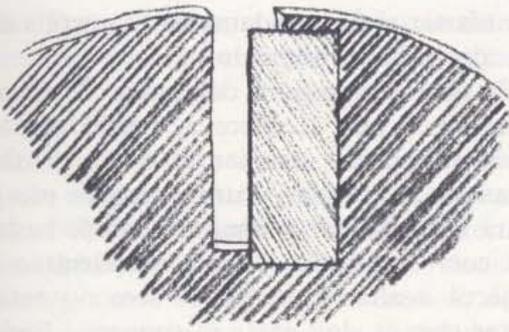


Fig. 2

menos para três intervalos antes e depois de se tocarem. Inscreva os valores numa tabela, certificando-se que agrupa correctamente os valores correspondentes aos dois carros. Lembre-se que o carro mais leve estava inicialmente em repouso enquanto o mais pesado se deslocava para ele. Isto significa que os primeiros valores de  $mv$  correspondentes ao carro mais leve serão nulos.

Num gráfico, registre o momento linear de cada carro como função do tempo, utilizando os mesmos eixos coordenados para ambos. Una cada conjunto de valores com uma curva contínua.

Agora desenhe uma terceira curva que represente a soma dos dois valores de  $mv$ , isto é, o momento linear total do sistema para cada intervalo de tempo.

1. Compare o valor final de  $mv$  do sistema com o valor inicial. O momento linear conservou-se na colisão?

2. Que aconteceu ao momento linear do sistema enquanto as molas se tocavam — o momento linear conservou-se durante a colisão?

Agora calcule os valores da grandeza escalar  $mv^2$  correspondentes a cada carro em cada intervalo de tempo, e acrescente-os à sua tabela. Noutro gráfico, registre os valores de  $mv^2$  de cada carro em cada intervalo de tempo. Una cada conjunto de valores com uma curva contínua.

Agora trace uma terceira curva que represente a soma dos dois valores de  $mv^2$  para cada intervalo de tempo.

3. Compare o valor final de  $mv^2$  do sistema com o valor inicial. A grandeza  $mv^2$  conserva-se?

4. Como se modificaria o aspecto do seu gráfico se multiplicasse todos os valores por  $\frac{1}{2}$ ? (A grandeza  $\frac{1}{2}mv^2$  chama-se *energia cinética* do objecto de massa  $m$  e velocidade  $v$ .)

Calcule os valores da grandeza escalar  $\frac{1}{2}mv^2$  de cada carro em cada intervalo de tempo. Num gráfico, registre a energia cinética de cada carro como função do tempo, utilizando os mesmos eixos coordenados para ambos.

Agora trace uma terceira curva que represente a soma dos dois valores de  $\frac{1}{2}mv^2$ , para cada intervalo de tempo.

5. A energia cinética total varia durante a colisão? Se encontrou uma variação na energia cinética total, como a explica?

#### Método B — Ímãs

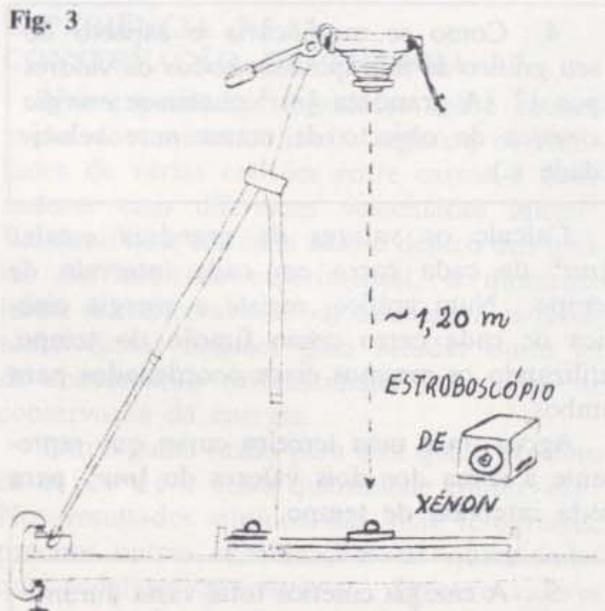
Espalhe algumas esferas de Dylite (pequenas contas de plástico) numa bandeja de vidro ou noutra superfície dura e plana. Um disco magnético deslizará livremente nesta superfície de atrito reduzido. Nivele a superfície cuidadosamente.

Ponha um disco magnético no centro e empurre um segundo contra ele, ligeiramente desviado do centro. Faça com que os ímãs sofram repulsão sem se tocarem realmente. Tente variar o módulo da velocidade e a direcção do ímã empurrado até estabelecer condições que façam com que ambos os ímãs se afastem depois da colisão com velocidades (em módulo) quase iguais.

Para registar a interacção, coloque uma máquina fotográfica directamente por cima da bandeja de vidro (utilizando o suporte do motor do estroboscópio se a sua máquina fotográfica não puder ser colocada directamente no tripé) e um estroboscópio de xénon a um lado, como na fig. 3. Coloque uma bola de aço ou uma semiesfera de esferovite no centro de cada disco com um bocadinho de argila. A bola dará um reflexo nítido da luz do estroboscópio.

Tire fotografias estroboscópicas de várias interacções. Deve haver várias imagens antes e depois da interacção, mas pode variar a

Fig. 3



velocidade e a direção iniciais do ímã móvel, para obter uma variedade de interações. Utilizando o material fotográfico, calcule a velocidade de cada disco “antes” e “depois”. Uma vez que só lhe interessa comparar velocidades, pode usar quaisquer unidades convenientes para velocidade.

1. A grandeza  $mv^2$  conserva-se? A grandeza  $\frac{1}{2}mv^2$  conserva-se?

Se encontrar uma diminuição na energia cinética total do sistema de ímãs, considere o seguinte: a superfície não é perfeitamente isenta de atrito, e por isso a velocidade de um disco magnético que se desloca ao longo da superfície diminuirá um pouco. Faça um gráfico de  $\frac{1}{2}mv^2$  em função do tempo para um disco móvel, para calcular a taxa a que a energia cinética se perde deste modo.

2. Quanto da perda de  $\frac{1}{2}mv^2$  que observou na interação pode ser atribuída ao atrito?
3. Que acontece aos seus resultados se considerar a energia cinética uma grandeza *vectorial*?

Quando os dois discos estão próximos (mas sem estarem em contacto) há uma força bastante forte entre eles que os repele. Se puser os dois discos juntos sobre a superfície e os largar,

eles afastar-se-ão rapidamente: a energia cinética do sistema aumentou.

Se tiver tempo para continuar, deve tentar descobrir o que acontece à quantidade total  $\frac{1}{2}mv^2$  dos discos enquanto estão próximos durante a interação. Para conseguir isto precisará de trabalhar a uma velocidade bastante alta com o estroboscópio, e empurrar o ímã projectil a alta velocidade — sem no entanto deixar que os dois ímãs se toquem. Feche o obturador da máquina fotográfica antes dos discos estarem fora do campo de visão, de modo que possa agrupar imagens contando para trás a partir das últimas imagens.

Agora, andando para trás a partir do último intervalo, determine  $v$  e calcule  $\frac{1}{2}mv^2$  para cada disco. Faça um gráfico no qual registre  $\frac{1}{2}mv^2$  para cada disco em função do tempo. Trace curvas contínuas unindo os dois conjuntos de pontos.

Agora trace uma terceira curva que represente a soma dos dois valores de  $\frac{1}{2}mv^2$  para cada intervalo de tempo.

4. A grandeza  $\frac{1}{2}mv^2$  conserva-se *durante* a interação, isto é, quando os ímãs que se repelem estão muito próximos um do outro?

Tente explicar as suas observações.

#### Método C — Calhas de ar inclinadas

Suponha que dá um empurrão ao deslizador na base de uma calha de ar inclinada. À medida que sobe vai diminuindo de velocidade, pára momentaneamente e depois começa a descer a calha.

Obviamente, quanto mais forte for o empurrão que der ao deslizador (maior velocidade inicial  $v_i$ ), mais ele subirá na calha antes de parar. A partir da experiência sabe que há uma relação entre  $v_i$  e  $d$ , a distância que o deslizador percorre ao longo da calha.

De acordo com textos de física, quando se lança uma pedra para cima, a energia cinética que tem inicialmente ( $\frac{1}{2}mv_i^2$ ) transforma-se em energia potencial gravitacional ( $ma_g h$ ) à medida que a pedra sobe. Nesta experiência, tente ver se a mesma relação se aplica ao comportamento do deslizador na calha incli-

nada. Em particular, a sua tarefa consiste em determinar a energia cinética inicial e o aumento da energia potencial do deslizador na calha e compará-los.

O objectivo da primeira série de medições consiste em determinar a energia cinética inicial  $\frac{1}{2}mv_i^2$ . Não pode medir  $v_i$  directamente, mas pode achá-la a partir do cálculo da velocidade média  $v_m$  como se segue. No caso de aceleração uniforme  $v_m = \frac{1}{2}(v_i + v_f)$  e dado que  $v_f = 0$  no cimo da calha,  $v_m = \frac{1}{2}v_i$  ou  $v_i = 2v_m$ . Lembre-se de que  $v_m = \Delta d/\Delta t$ , portanto  $v_i = 2\Delta d/\Delta t$ ;  $\Delta d$  e  $\Delta t$  são fáceis de determinar com os seus instrumentos.

Para medir  $\Delta d$  e  $\Delta t$  são necessárias três pessoas: uma dá o empurrão inicial no deslizador, outra marca o ponto mais alto que o deslizador atinge na calha, e a terceira utiliza um cronómetro para medir o tempo que dura o movimento desde o empurrão até ao repouso.

Levante uma extremidade da calha poucos centímetros acima do topo da mesa. O lançador deve praticar o lançamento até conseguir reproduzir um empurrão que envie o deslizador quase até à extremidade levantada da calha.

Registe a distância percorrida e o tempo decorrido em várias tentativas, e pese o deslizador. Determine e registe a energia cinética inicial.

Para calcular o aumento da energia potencial gravitacional, deve medir a altura  $h$  que o deslizador percorre em cada empurrão. Provavelmente achará que precisa de medir desde o topo da mesa até à calha nos pontos inicial e final do deslocamento do deslizador (veja fig. 4), uma vez que  $h = h_f - h_i$ . Calcule o aumento da energia potencial, a grandeza  $ma_g h$  para cada uma das tentativas.

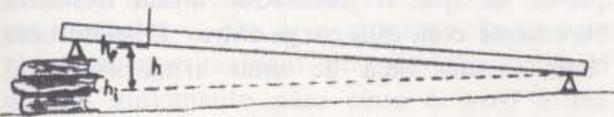


Fig. 4

Para cada tentativa, compare a perda de energia cinética com o aumento da energia potencial. Assegure-se de que usa unidades apropriadas:  $m$  em quilograma,  $v$  em metro/segundo,  $a_g$  em metro/segundo<sup>2</sup>,  $h$  em metro.

1. A perda de energia cinética e o aumento da energia potencial são iguais dentro da sua incerteza experimental?
2. Explique o significado dos seus resultados.

Aqui estão mais coisas para fazer, se tiver tempo para continuar:

(a) Verifique se a sua resposta a 1 continua a ser válida à medida que coloca a calha cada vez mais íngreme.

(b) Quando o deslizador ressalta na fita de borracha na extremidade inferior da calha, fica momentaneamente estacionário — a sua energia cinética é zero. O mesmo é verdade para a energia potencial gravitacional, se usar essa extremidade da calha como o nível zero. E imediatamente o deslizador ressaltará na fita de borracha (adquire a sua energia cinética) e vai pela calha acima (adquirindo energia potencial gravitacional) até parar. Veja se pode explicar o que acontece no ressalto em termos de conservação de energia mecânica.

(c) O deslizador não sobe tão alto na calha no segundo ressalto quanto no primeiro. Há evidentemente uma perda de energia. Veja se consegue medir a energia que se perde de cada vez.

### EXPERIÊNCIA 3-6 CONSERVAÇÃO DE ENERGIA — II Método A — Filmes Sem-Fim

Deve ter utilizado um ou mais dos *Filmes Sem-Fim* L18 a L25 no estudo do momento linear. Achará útil ver novamente estes filmes em câmara lenta de colisões a uma ou duas dimensões, mas desta vez no contexto do estudo da energia. Os resultados que recolheu previamente serão suficientes para calcular a energia cinética de cada bola antes e depois da colisão. Recorde que a energia cinética  $\frac{1}{2}mv^2$  não é uma grandeza vectorial, e portanto, só precisa de utilizar o módulo das velocidades nos seus cálculos.

Com base na sua análise, talvez queira tentar responder a perguntas como estas: Consume-se energia cinética nestas interações? Se não, o que lhe acontece? A perda de energia cinética está relacionada com factores como velocidade relativa, ângulo de impacto, ou massas relativas das bolas que colidem?

Há alguma diferença entre a energia cinética perdida em colisões elásticas e inelásticas?

Os Filmes Sem-Fim foram feitos em laboratório numa situação altamente controlada. Depois de ter desenvolvido a técnica de medição e análise dos Filmes Sem-Fim, talvez queira voltar a um ou mais filmes sobre assuntos distintos dos de âmbito laboratorial. Os *Filmes Sem-Fim* L26 a L35 envolvem vagões de mercadoria, bolas de bilhar, saltadores à vara e outros. Pode encontrar sugestões para o uso destes filmes nas páginas 226-235.

### Método B — Fotografias Estroboscópicas de Colisões

Ao estudar o momento linear, deve ter efectuado medições referentes a colisões a uma e duas dimensões apresentadas nas fotografias estroboscópicas nas páginas 159-162 e 169-171. Assim, pode agora facilmente reexaminar os seus resultados e calcular a energia cinética  $\frac{1}{2}mv^2$  para cada bola antes e depois da interacção. Recorde que a energia cinética é uma grandeza escalar, e portanto utilizará o módulo da velocidade (mas não a direcção) ao efectuar os seus cálculos. Faria bem se estudasse um ou mais casos simples (por exemplo, os Casos, 1, 2, 3, 8, 9 e 10) antes de tentar os mais complexos, envolvendo colisões inelásticas ou várias bolas. Também é capaz de querer rever as discussões havidas antes para cada caso.

Se achar que há uma perda de energia cinética para além da que esperava em consequência dos erros de medição, tente explicar os seus resultados. Algumas perguntas a que poderia tentar responder são: Como varia a energia cinética em função da distância ao ponto de impacto? É a mesma antes e depois do impacto? Como é influenciada a conservação de energia pela velocidade relativa na altura da colisão? Como é influenciada a conservação de energia pelo ângulo de impacto? Há diferença entre as interacções elástica e inelástica na fracção de energia conservada?

### EXPERIÊNCIA 3-7 MEDIÇÃO DA VELOCIDADE DE UMA BALA

Nesta experiência utilizará o princípio da conservação do momento linear para achar a velocidade de uma bala. Nas Secções 9.2

e 9.3 do *Texto* discutem-se colisões e define-se momento linear.

Servir-se-á da equação geral do princípio da conservação do momento linear para colisões de dois corpos:

$$m_A \vec{v}_A + m_B \vec{v}_B = m_A \vec{v}'_A + m_B \vec{v}'_B.$$

A experiência consiste em disparar um projectil para uma lata cheia com algodão ou um bloco pesado que se possa deslocar horizontalmente. Uma vez que todas as velocidades antes e depois da colisão têm a mesma direcção, pode desprezar a natureza vectorial da equação acima indicada e trabalhar só com o módulo das velocidades. Para evitar índices, chame à massa do alvo  $M$  e à massa muito menor do projectil  $m$ . Antes do impacto o alvo está em repouso, portanto só tem que considerar a velocidade  $v$  do projectil. Depois do impacto, tanto o alvo como o projectil cravado no alvo se deslocam com uma velocidade comum  $v'$ . Então a equação geral toma a forma

$$mv = (M + m)v'$$

ou 
$$v = \frac{(M + m)v'}{m}$$

Ambas as massas são fáceis de determinar. Portanto, se a velocidade  $v'$  relativamente baixa depois do impacto puder ser determinada, pode calcular a velocidade elevada  $v$  do projectil antes do impacto. Há pelo menos dois modos de achar  $v'$ .

### Método A — Calha de Ar

A maneira mais directa de achar  $v'$  é montar o alvo na calha de ar e medir o tempo do seu movimento depois do impacto. (Veja fig. 1.) Monte uma lata pequena, cheia com algodão, num deslizador de uma calha de ar. Certifique-se de que o deslizador ainda deslizará livremente com esta carga extra. Dispare uma "bala" (uma bala de uma arma-brinquedo

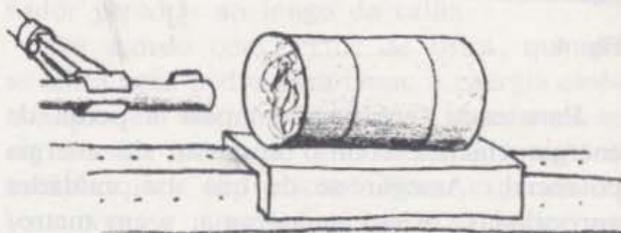


Fig. 1

cuja segurança tenha sido verificada pelo professor) horizontalmente, segundo uma paralela ao comprimento da calha de ar. Se  $M$  for suficientemente grande, comparada com  $m$ , a velocidade do deslizador será suficientemente baixa de modo a poder usar um cronómetro para medir o tempo que o deslizador leva a percorrer a distância de um metro. Repita as medições algumas vezes até obter resultados consistentes.

1. Qual é o valor que obteve para a velocidade da bala?
2. Suponha que a colisão entre a bala e a lata não era completamente inelástica, de modo que a bala ressaltasse um pouco para trás depois do impacto. Isto aumentaria ou diminuiria o valor encontrado para a velocidade da bala?
3. É capaz de imaginar um modo diferente para medir a velocidade da bala? Se puder, concretize-o e faça uma medição independente. Depois veja se consegue explicar a diferença eventualmente existente entre os dois resultados.

**Método B — Pêndulo Balístico**

Este era o método original para determinar a velocidade de balas; inventado em 1742, ainda hoje é usado em alguns laboratórios de fábricas de munições. Suspende-se um bloco móvel de modo a constituir um pêndulo que pode oscilar livremente e cujo movimento permite determinar a velocidade da bala.

**Obtenção da Velocidade da Bala**

A colisão é inelástica, portanto a energia cinética não se conserva no impacto. Mas, depois do impacto, durante o movimento do pêndulo, quase sem atrito, conserva-se a energia mecânica — isto é, o aumento da energia potencial gravitacional do pêndulo no final do seu movimento para cima é igual à sua energia cinética imediatamente a seguir ao impacto. Isto pode ser expresso sob a forma da seguinte equação

$$(M + m)a_g h = \frac{(M + m)v'^2}{2},$$

onde  $h$  é o aumento da altura da extremidade do pêndulo. (Veja fig. 2.)

Resolvendo esta equação em ordem a  $v'$ , vem:

$$v' = \sqrt{2a_g h}.$$

Substituindo esta expressão de  $v'$  na equação do momento linear acima indicada, obtém-se

$$v = \frac{M + m}{m} \sqrt{2a_g h}.$$

Agora tem uma equação para a velocidade  $v$  da bala em termos de grandezas que são conhecidas ou podem ser determinadas.

**Uma Aproximação Útil**

A variação  $h$  da altura vertical é difícil de medir com precisão, mas o deslocamento horizontal  $d$  pode ser de 10 centímetros ou mais e pode ser facilmente determinado. Portanto, vejamos se  $h$  pode ser substituído por uma expressão equivalente envolvendo  $d$ . A relação entre  $h$  e  $d$  pode encontrar-se utilizando um pouco a geometria plana.

Na fig. 2, o centro da circunferência,  $O$ , representa o ponto do qual o pêndulo está suspenso. O comprimento do fio é  $l$ .

No triângulo  $OBC$

$$l^2 = d^2 + (l - h)^2$$

portanto  $l^2 = d^2 + l^2 - 2lh + h^2$

e  $2lh = d^2 + h^2.$

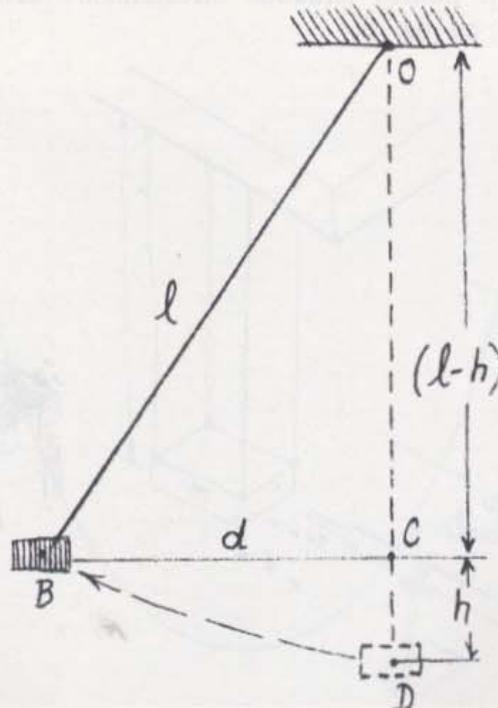


Fig. 2

Para pequenas oscilações,  $h$  é pequeno comparado com  $l$  e  $d$ , de modo que pode desprezar  $h^2$  em comparação com  $d^2$ , e escrever a seguinte relação aproximada

$$2lh = d^2$$

ou

$$h = d^2/2l.$$

Substituindo este valor de  $h$  na última equação de  $v$  e simplificando, vem:

$$v = \frac{(M + m)d}{m} \sqrt{\frac{a_g}{l}}.$$

Se a massa do projectil for pequena comparada com a do pêndulo, esta equação pode simplificar-se noutra aproximação razoável. Como?

### Determinação da Velocidade do Projectil

Agora está pronto para voltar à experiência. O tipo de pêndulo que usa dependerá da natureza e da velocidade do projectil. Se usar "balas" de uma arma-brinquedo, servirá um cartão cilíndrico cheio de algodão e suspenso por fios de um suporte de laboratório. Se usar um bom arco e flecha, meta palha numa caixa suficientemente rígida e de superfícies rugosas e suspenda-a do tecto. Para evitar a rotação do pêndulo, suspenda-o por fios paralelos, ligando quatro pontos do pêndulo a quatro pontos situados directamente acima, como na fig. 3.

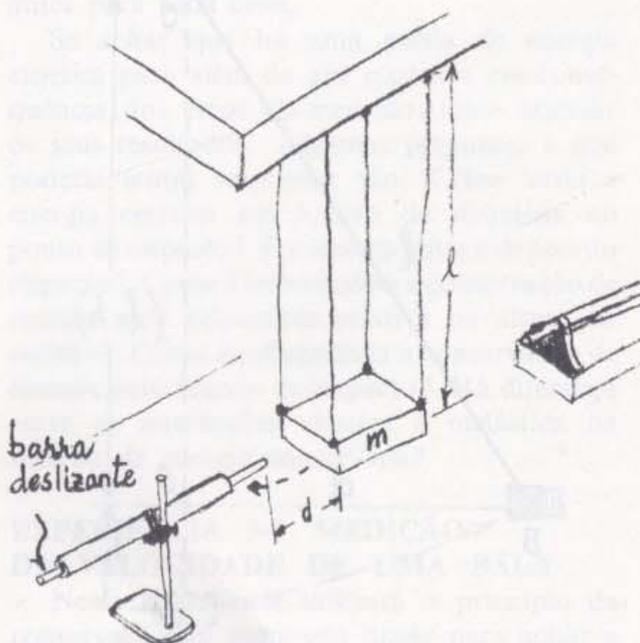


Fig. 3

Para medir  $d$ , coloca-se uma barra leve (um lápis ou uma palha de refrescos) num tubo ligado a um suporte. A barra sai do tubo no lado do pêndulo. Quando o pêndulo oscila, empurra a barra para dentro do tubo de modo que a sua posição final marca o fim da oscilação do pêndulo. Obviamente o pêndulo não deve bater no tubo e deve haver atrito suficiente entre a barra e o tubo de modo que a barra pare quando o pêndulo pára. A posição de repouso inicial do pêndulo acha-se facilmente a fim de medir o deslocamento  $d$ .

Repita a experiência algumas vezes para ter uma ideia da precisão do valor de  $d$ . Depois substitua os seus resultados na equação de  $v$ , velocidade da bala.

1. Qual é o valor que obteve para a velocidade da bala?
2. A partir dos seus resultados, compare a energia cinética da bala antes do impacto com a do pêndulo depois do impacto. Por que existe uma diferença tão grande de energia cinética?
3. É capaz de descrever um método independente para determinar  $v$ ? Se tiver tempo, ensaie-o e explique a diferença que eventualmente encontrar entre os dois valores de  $v$ .

### EXPERIÊNCIA 3-8 ANÁLISE DA ENERGIA DE UM PÊNDULO OSCILANTE

De acordo com a lei de conservação da energia, a perda de energia potencial gravitacional de um pêndulo simples quando oscila da posição mais alta até à posição mais baixa, é completamente transformada em energia cinética na posição mais baixa. Pode verificar isto com o seguinte método fotográfico. Um pêndulo simples de um metro (medido do suporte ao *centro* da massa do pêndulo) com uma massa de 0,5 kg serve bem. Largue o pêndulo de uma posição a 10 cm de altura da sua posição de equilíbrio.

Para simplificar os cálculos, prepare a máquina fotográfica para uma redução de escala 10:1. Dois arranjos estroboscópicos diferentes têm dado resultado: (1) prenda um pisca-pisca ao pêndulo, ou (2) fixe uma pilha e uma

lâmpada ao pêndulo e use um disco estroboscópico com motor em frente da lente da máquina. Em ambos os casos deve precisar de uma suspensão com dois fios para evitar a torção do pêndulo enquanto oscila. Faça uma exposição durante uma oscilação do pêndulo.

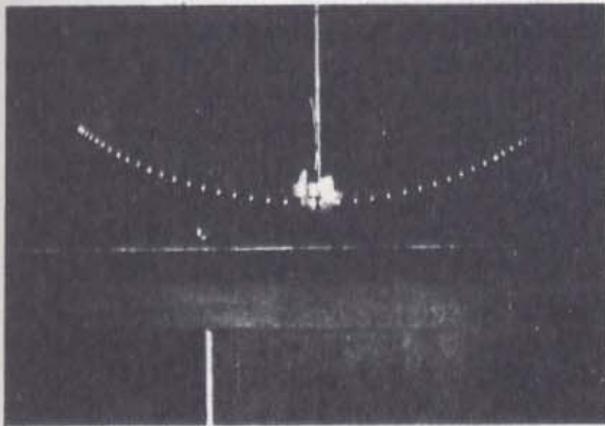


Fig. 1

Pode efectuar medições directamente na fotografia (que deveria ter um aspecto como o da fig. 1), ou fazer furos com um alfinete no centro de cada imagem da fotografia e projectar as imagens dos orifícios numa folha de papel grande. Calcule a velocidade instantânea  $v$  do pêndulo, quando passa pela posição de equilíbrio, dividindo a distância percorrida entre as imagens mais próximas da posição de equilíbrio pelo intervalo de tempo decorrido entre as imagens.

A energia cinética do pêndulo quando passa na posição de equilíbrio,  $\frac{1}{2}mv^2$ , deverá igualar a variação da energia potencial desde a posição de amplitude máxima até à passagem pela posição de equilíbrio. Se  $\Delta h$  representar a diferença medida na vertical entre a posição de máxima amplitude e a posição de equilíbrio, então

$$v = \sqrt{2a_g \cdot \Delta h}.$$

Se fizer um gráfico com a energia cinética e potencial (considerando o ponto mais baixo como o nível zero da energia pontencial), e depois um gráfico com a soma  $EC + EP$ , pode verificar se a energia total se conserva durante toda a oscilação.

### EXPERIÊNCIA 3-9 ENERGIA MÍNIMA

Conceitos como momento linear, energia cinética, energia potencial e as leis de conservação são muitas vezes inesperadamente úteis ao ajudarem-nos a compreender o que, à primeira vista, parece ser fenômenos não relacionados. Esta experiência mostra precisamente um caso desses: Como podemos explicar o facto de uma cadeia suspensa pelas extremidades, assumir sempre a mesma forma? Suspenda de dois pontos uma cadeia de pequenas esferas com cerca de um metro de comprimento, como se mostra na fig. 1. Que forma apresenta a cadeia? À primeira vista parece ser uma parábola.

Verifique se é uma parábola, encontrando a equação da parábola que passaria pelo vértice e pelos dois pontos fixos. Determine outros pontos da parábola usando a equação. Inscreva-os num gráfico e verifique se coincidem com a forma da cadeia.

O exemplo seguinte talvez o ajude a traçar a parábola. O vértice na fig. 1 está em (0,0) e os dois pontos fixos estão em (-8, 14,5) e (8, 14,5). Todas as parábolas simétricas aos eixos dos  $yy$  têm a fórmula  $y = kx^2$ , em que  $k$  é uma constante. Por este exemplo deve ser  $14,5 = k8^2$ , ou  $14,5 = 64k$ . Portanto  $k = 0,227$ ,

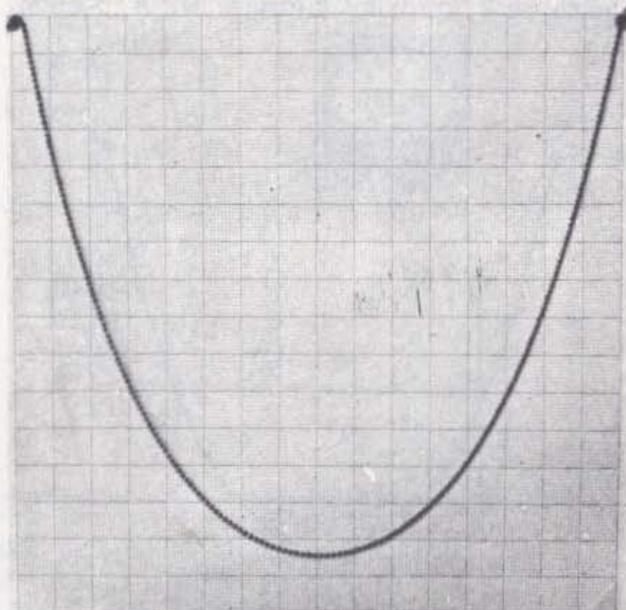


Fig. 1

e a equação da parábola para o vértice e os dois pontos dados é  $y = 0,227x^2$ . Atribuindo valores a  $x$ , calculamos valores de  $y$  para a nossa parábola e traçamo-la.

Uma pergunta mais interessante é porquê a cadeia apresenta esta forma particular, a que se chama catenária. Recordar-se-á que a energia potencial gravitacional de um corpo de massa  $m$  é definida por  $ma_g h$ , onde  $a_g$  é a aceleração devida à gravidade, e  $h$  a altura do corpo acima do nível de referência escolhido. Lembre-se que só tem significado uma *diferença* no nível de energia; um nível de referência diferente só acrescenta uma constante a cada valor associado ao nível de referência original. Teoricamente, podia determinar a massa de uma pequena esfera da cadeia, medir a altura de cada esfera acima do nível de referência e somar as energias potenciais de todas as esferas para obter a energia potencial total de toda a cadeia.

Na prática seria bastante maçador, de modo que usará uma aproximação que ainda lhe permitirá obter um resultado razoavelmente bom. (Este problema seria excelente para resolver em computador.) Trace segmentos de recta paralelos e verticais, separados de cerca de 2,5 cm, no papel situado por detrás da cadeia (ou use papel de gráfico). Em cada secção vertical, ponha um ponto por detrás da cadeia a meio dessa secção (veja fig. 2).

A energia potencial total dessa secção da cadeia será aproximadamente  $Ma_g h_m$ , onde

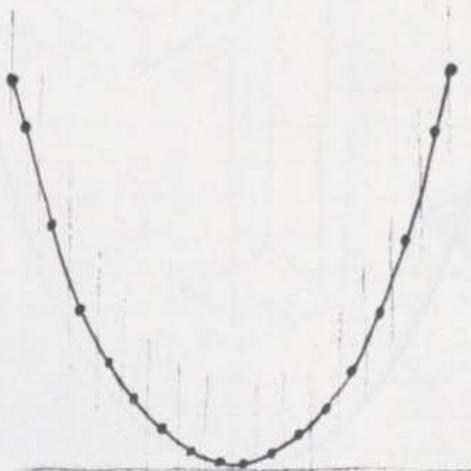


Fig. 2

$h_m$  é a altura média que marcou e  $M$  a massa total dessa secção da cadeia. Repare que perto das extremidades da cadeia há mais esferas num intervalo horizontal do que perto do centro da cadeia. Para simplificar a solução, considere que  $M$  é sempre um número inteiro de esferas que pode contar.

Em suma, para cada intervalo multiplique o número de esferas pela altura média de cada intervalo. Some todos estes produtos. Esta soma é uma boa aproximação da energia potencial gravitacional da cadeia.

Depois de fazer isto para a cadeia suspensa, prenda a cadeia com tachas originando formas diferentes, como as mostradas na fig. 3. Calcule a energia potencial total para cada forma. A catenária (a forma livremente formada) ou alguma destas outras formas têm uma energia potencial total mínima?

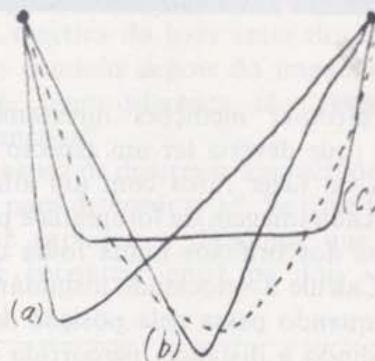


Fig. 3

Se gostar de explorar outros exemplos do princípio de minimização, sugerimos o seguinte:

1. Quando várias formas de arame são mergulhadas numa solução de sabão, a película resultante forma-se sempre de modo que a área da superfície do filme seja mínima. Para esta superfície mínima, a energia potencial total devida à tensão superficial é mínima. Em muitos casos a superfície resultante não é de modo nenhum a que esperaria. Uma fonte excelente de sugestões para experiências com bolas de sabão e receitas para boas soluções, é o livro *Soap Bubbles and the Forces That Mould Them*, por C. V. Boys, Doubleday Anchor Books. Veja também "The Strange World of Surface Film", *The Physics Teacher*, Set. 1966.

2. Os rios serpenteiam de tal modo que o trabalho efectuado pelo rio é mínimo. Para

uma explicação disto, veja "A Meandering River", no número de Junho de 1966 da revista *Scientific American*.

3. Suponha que os pontos A e B estão colocados num plano vertical como mostra a fig. 4, e que quer construir um caminho entre os dois pontos de modo que uma bola role de A para B no mínimo tempo possível. O caminho deverá ser rectilíneo ou ter a forma

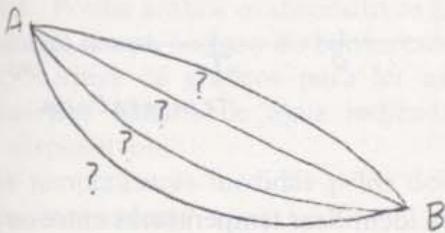


Fig. 4

de uma circunferência, parábola, cicloide, catenária, ou outra forma qualquer? Uma propriedade interessante de uma cicloide é que, independentemente do ponto do caminho cicloidal onde abandonar a bola, ela levará o mesmo intervalo de tempo a atingir o fim do percurso. Talvez queira construir um caminho cicloidal a fim de verificar isto. Não faça o caminho muito íngreme porque a bola desliza em vez de rolar.

Um tratamento mais completo de "O Princípio da Acção Mínima" é dado em *Feynman Lectures on Physics*, Vol. II, p. 19-1.

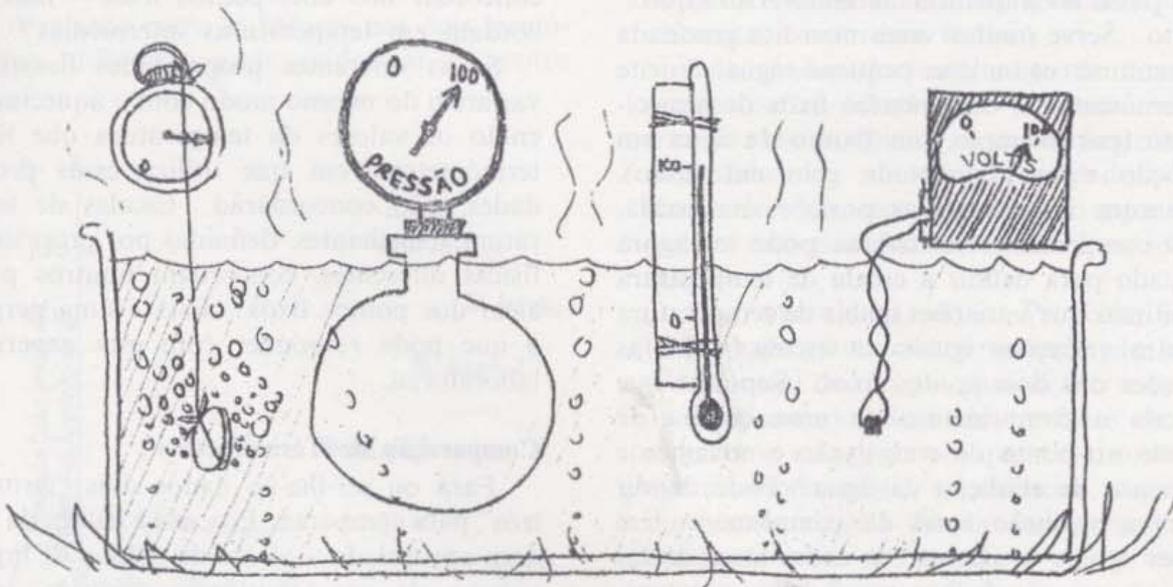
### EXPERIÊNCIA 3-10 TEMPERATURA E TERMÔMETROS

Pode geralmente dizer, só pelo contacto, qual de dois corpos está mais quente. Mas se quiser dizer com precisão *quanto* qualquer coisa está quente ou comunicar tal informação a alguém, tem de encontrar um modo de atribuir um *número* ao estado de "aquecimento". Este número chama-se temperatura e o instrumento usado para obter este número chama-se termómetro.

Não é difícil pensar em unidades-padrão para medir intervalos de tempo e espaço — o dia e o metro são ambos familiares para nós. Mas tente imaginar-se a viver numa época antes da invenção dos termómetros e escalas de temperatura, isto é, antes do tempo de Galileu. Como descreveria, e se possível atribuiria um número a, o "grau de aquecimento" de um objecto?

Qualquer propriedade (como comprimento, volume, densidade, pressão ou resistência eléctrica) que varie com o aquecimento e que possa ser medida, pode ser utilizada como uma indicação da temperatura; e qualquer dispositivo que meça esta propriedade pode ser utilizado como termómetro.

Nesta experiência usará termómetros baseados em propriedades de expansão de líquidos, expansão de gases e resistência eléctrica. (Ou-



Qualquer quantidade que varie com o estado de aquecimento pode ser utilizada para estabelecer uma escala de temperatura (mesmo o tempo que uma pastilha de "Alka Seltzer" leva a dissolver-se na água!). São necessários dois "pontos fixos" (tais como os pontos de congelação e de ebulição da água) para definir o equivalente a um grau.

tros tipos comuns de termómetros baseiam-se em tensões eléctricas, cor ou pressão de gases.) Cada um destes dispositivos tem as suas vantagens particulares que o torna adequado, de um ponto de vista prático, para algumas aplicações, e difícil ou impossível de usar noutras.

Certamente que é da maior importância que as leituras dadas por dois tipos de termómetros diferentes concordem. Nesta experiência construa os seus próprios termómetros, atribua-lhes escalas de temperatura, e depois compare-os para ver se concordam bem uns com os outros.

### Definição de uma escala de temperatura

Como constrói um termómetro? Primeiro, decide qual a *propriedade* (comprimento, volume, etc.) de que *substância* (mercúrio, ar, etc.) usará no seu termómetro. Depois, tem de definir dois pontos fixos de modo a chegar à dimensão de um grau. Um ponto fixo é baseado num fenómeno que ocorre sempre para o mesmo nível de aquecimento. Dois pontos fixos convenientes para usar são o ponto de fusão do gelo e o ponto de ebulição da água. No sistema Celsius (centígrado) são-lhes atribuídos os valores  $0^{\circ}\text{C}$  e  $100^{\circ}\text{C}$  à pressão atmosférica normal.

Quando constrói um termómetro de qualquer tipo, tem de lhe atribuir uma escala com a qual possa ler a quantidade sensível ao aquecimento. Serve muitas vezes uma fita graduada em centímetros ou uma pequena régua. Sujeite o termómetro a dois pontos fixos de aquecimento (por exemplo, um banho de água em ebulição e um banho de gelo em fusão). E marque as respectivas posições na escala.

O comprimento da coluna pode ser agora utilizado para definir a escala de temperatura admitindo que variações iguais de temperatura causam variações iguais na escala, entre as posições dos dois pontos fixos. Suponha que marcou o comprimento de uma coluna de líquido no ponto de congelação e novamente no ponto de ebulição da água. Pode dividir agora a variação total de comprimento em partes iguais e chamar a cada uma destas partes a variação de "um grau" de temperatura.

Na escala de Celsius o grau é  $1/100$  da variação de temperatura entre os pontos de ebulição e congelação da água.

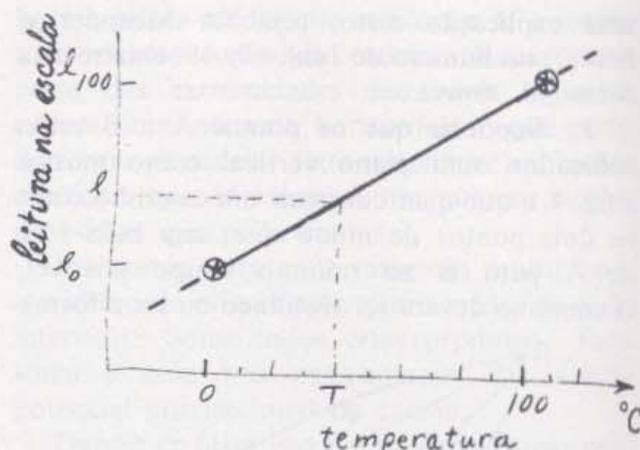


Fig. 1

Para identificar temperaturas entre os pontos fixos na escala do termómetro, marque a distância real entre os dois pontos fixos no eixo vertical de um gráfico e intervalos iguais para graus de temperatura no eixo horizontal, como na fig. 1. Inscreva os pontos fixos (x) no gráfico e trace uma linha recta entre eles.

Agora, a temperatura nesta escala, correspondente a qualquer posição intermédia  $l$ , pode ler-se no gráfico.

Podem usar-se outras propriedades e outras substâncias (o volume de gases diferentes, a resistência eléctrica de metais diferentes, etc.), e definir a escala de temperatura do mesmo modo. Todos estes termómetros terão de concordar nos dois pontos fixos — mas concordam em temperaturas intermédias?

Se as diferentes propriedades físicas não variarem do mesmo modo com o aquecimento, então os valores da temperatura que lê nos termómetros, em que utiliza essas propriedades, não concordarão. Escalas de temperatura semelhantes, definidas por propriedades físicas diferentes, concordam noutros pontos além dos pontos fixos? Esta é uma pergunta a que pode responder com esta experiência laboratorial.

### Comparação de Termómetros

Fará ou ser-lhe-ão dados dois "termómetros" para comparar. Proceda à leitura da grandeza apropriada — altura da coluna de líquido, volume de gás, resistência eléctrica, tensão de termopar, ou qualquer outra — quando os dispositivos estão colocados num banho de gelo em fusão e também quando os dispositivos

estão colocados num banho de água em ebulição. Registe estes valores. Defina estas duas temperaturas como  $0^\circ$  e  $100^\circ$  e trace os gráficos rectilíneos que definem as temperaturas intermédias, como descrito acima.

Agora ponha os dois termómetros numa série de banhos de águas a temperaturas intermédias e meça novamente e registe o comprimento, o volume, a resistência, etc. para cada banho. Ponha ambos os dispositivos no banho ao mesmo tempo no caso do banho estar a arrefecer. Utilize os gráficos para ler as temperaturas dos banhos de água indicadas pelos dois dispositivos.

As temperaturas medidas pelos dois dispositivos concordam?

Se os dois dispositivos derem os mesmos valores a temperaturas intermédias, então podemos aparentemente usá-los como termómetros. Mas se eles não concordarem, deve escolher só um deles como termómetro-padrão. Dê as razões que puder para a escolha de um em vez do outro, antes de ler a discussão que se segue. Se possível, compare os seus resultados com os dos seus colegas que utilizaram o mesmo tipo ou tipos diferentes de termómetros.

Haverá certamente alguma incerteza nas suas medições e deve averiguar se as diferenças que observa entre os dois termómetros podem ser atribuídas somente a essa incerteza.

A relação entre as leituras nos dois termómetros diferentes pode evidenciar-se noutro

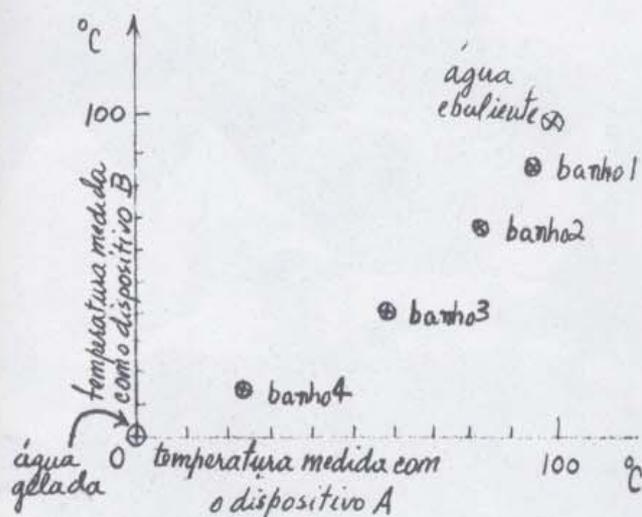


Fig. 2

gráfico, onde um eixo tem as leituras de um termómetro e o outro eixo tem as leituras do outro termómetro. Cada banho dará um ponto no gráfico. Se os pontos caírem ao longo de uma linha recta, então as propriedades dos dois termómetros devem variar em ambos do mesmo modo. Se, contudo, puder ser ajustada uma curva não linear contínua e razoavelmente regular através dos pontos, então as propriedades dos dois termómetros provavelmente dependem do aquecimento de modos diferentes. (A fig. 2 mostra resultados possíveis para os dois termómetros.)

### Discussão

Se compararmos muitos termómetros de gás — a volume ou a pressão constante, e usarmos gases diferentes, e volumes e pressões iniciais diferentes — verificamos que todos se comportam quantitativamente do mesmo modo em relação a variações de aquecimento. Se uma dada variação de aquecimento causar um aumento de 10% na pressão do gás A, então a mesma variação também provocará um aumento de 10% na pressão do gás B. Ou, se o volume de uma amostra de gás diminuir de 20% quando transferido para um determinado banho frio, então observaremos uma diminuição de 20% do volume da amostra de outro gás qualquer. Isto significa que as temperaturas lidas em termómetros de gás diferentes concordam todas.

Este género de semelhança de comportamento entre substâncias diferentes não se encontra tão facilmente na expansão de líquidos ou sólidos, ou noutras propriedades — resistência eléctrica, etc. — e portanto estes termómetros não concordam, como deve ter verificado.

Isto sugere duas coisas. Primeiro, há uma forte razão para usar a variação de pressão (ou volume) de um gás para definir a variação de temperatura. Segundo, o facto de todos os gases se comportarem quantitativamente do mesmo modo nestas experiências, sugere que deve haver alguma simplicidade subjacente ao comportamento dos gases que não se encontra nos líquidos e nos sólidos, e, se quisermos aprender mais sobre o modo como a matéria se comporta com a temperatura, deveremos começar com os gases.

### EXPERIÊNCIA 3-11 CALORIMETRIA

Os velocímetros medem velocidades, os voltímetros medem voltagens e os acelerômetros medem acelerações. Nesta experiência usará um dispositivo chamado calorímetro. Como o nome sugere, mede uma grandeza relacionada com calor.

Infelizmente a energia calorífica não pode ser medida directamente como outras grandezas acima mencionadas. De facto, para medir a energia calorífica absorvida ou cedida por uma substância, deve medir a variação de temperatura de uma segunda substância escolhida como padrão. A troca de calor tem lugar no interior de um calorímetro, um vaso onde quantidades conhecidas de materiais podem ser misturadas sem apreciável ganho ou perda de calor do ou para o exterior.

#### Uma Experiência Preliminar

A primeira experiência dar-lhe-á uma ideia da boa capacidade de isolamento de um calorímetro. Encha um vaso calorimétrico até meio com água gelada. Ponha a mesma quantidade de água gelada com um ou dois cubos de gelo a flutuar num segundo vaso. Num terceiro vaso deite a mesma quantidade de água aquecida quase até à ebulição. Meça a tempe-

ratura de água em cada vaso e registre a temperatura e o instante de observação.

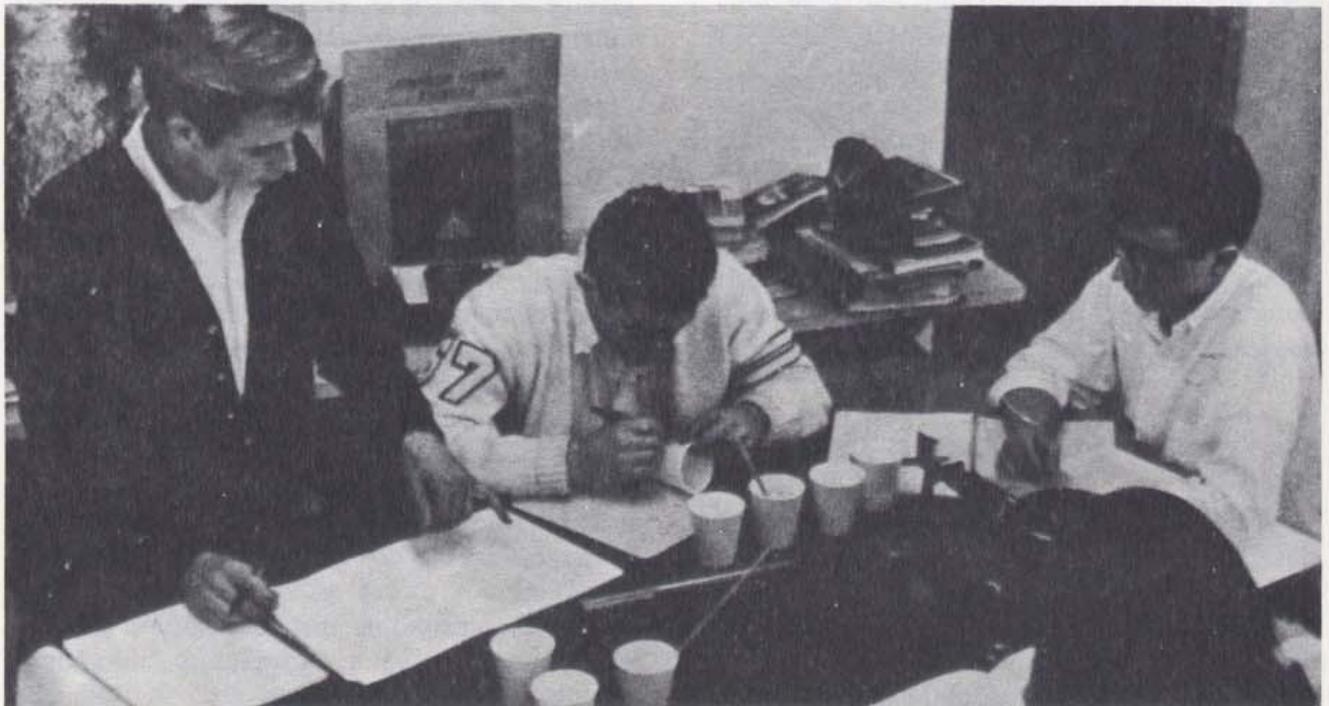
Repita as observações de cinco em cinco minutos ao longo do período destinado à experiência. No intervalo das operações, prepare uma folha de papel de gráfico com eixos coordenados de modo a poder representar graficamente a temperatura em função do tempo.

#### Mistura de Líquidos Quentes e Frios

(Pode realizar esta experiência enquanto continua a tomar nota da temperatura da água nos três vasos.) Tem de formular várias hipóteses sobre a natureza do calor. Depois usará essas hipóteses para prever o que acontece quando se misturam duas amostras que estão inicialmente a temperaturas diferentes. Se as suas previsões forem correctas, então pode ter alguma confiança nas suas hipóteses — pelo menos pode continuar a usá-las até que elas conduzam a uma previsão errada.

Primeiro, admita que, no seu calorímetro, o calor se comporta como um fluido que se conserva — isto é, pode fluir de uma substância para outra, mas a quantidade total de calor  $H$  presente no calorímetro, em qualquer experiência, é constante. Isto implica que o calor perdido por objectos quentes é igual ao calor ganho pelos objectos frios. Ou, em símbolos,

$$-\Delta H_1 = \Delta H_2 .$$



Em seguida, admita que, se dois objectos a temperaturas diferentes forem postos em contacto, o calor passará do objecto mais quente para o objecto mais frio até atingirem a mesma temperatura.

Finalmente, admita que a quantidade de calor  $\Delta H$  que entra ou sai dum objecto é proporcional à variação de temperatura  $\Delta T$  e à massa do objecto,  $m$ . Em símbolos,

$$\Delta H = cm \Delta T,$$

onde  $c$  é uma constante de proporcionalidade que depende das unidades utilizadas — e é diferente de substância para substância.

As unidades em que se exprime o calor foram definidas de modo a serem adequadas para experiências calorimétricas. A caloria define-se como a quantidade de calor necessária para variar a temperatura de um grama de água de um grau Celsius. (Esta definição tem de ser melhorada um pouco para trabalhos mais precisos, mas é adequada para os seus objectivos). Na expressão

$$\Delta H = cm \Delta T,$$

quando  $m$  é medida em gramas de água e  $T$  em graus Celsius,  $H$  será o número de calorias. Como a caloria foi definida deste modo, a constante de proporcionalidade  $c$  tem o valor de 1 cal/g. $^{\circ}$ C quando a água é a única substância presente no calorímetro. (A caloria é 1/1000 da quilocaloria — ou Caloria.)

### Verificação das Hipóteses

Determine e registe a massa de dois vasos de plástico vazios. Depois deite água fria num dos vasos até cerca de meia altura e no outro deite aproximadamente a mesma quantidade de água quente, e registe a massa e a temperatura de cada. (Não se esqueça de subtrair a massa do vaso vazio.) Agora misture ambos os conteúdos num dos vasos, agite suavemente com um termómetro e registe a temperatura final da mistura.

Multiplique a variação de temperatura da água fria pela sua massa. Faça o mesmo para a água quente.

1. Qual é o produto (massa  $\times$  variação de temperatura) para água fria?
2. Qual é o produto para a água quente?

3. Confirmam-se as suas hipóteses, ou a diferença entre os dois produtos é maior do que a atribuível às incertezas da sua medição?

### Previsão a Partir das Hipóteses

Tente outra mistura usando quantidades diferentes de água, por exemplo  $\frac{1}{4}$  do vaso de água quente e  $\frac{1}{2}$  do vaso de água fria. Antes de misturar os dois, tente prever a temperatura final.

4. Qual é a temperatura que prevê para a mistura?
5. Qual é a temperatura final que observa?
6. Estime a incerteza das suas leituras no termómetro e das medidas de massa. Esta incerteza é suficiente para justificar a diferença entre os valores previsto e observado?
7. Os seus resultados confirmam as hipóteses?

### Fusão

Os vasos que encheu com água quente e fria no princípio do período destinado à experiência, devem evidenciar nesta altura uma variação de temperatura mensurável. Para manter a sua hipótese da conservação do calor como fluido, então tem de admitir que algum calor passou da água quente para o ambiente e do ambiente para a água fria.

8. Quanto variou a temperatura da água quente?
9. Quanto variou a temperatura da água que tinha gelo?

O calor que deve ter passado do ambiente para a mistura de água-gelo evidentemente não fez variar a temperatura da água enquanto o gelo esteve presente. Mas algum gelo fundiu, de modo que aparentemente esse calor foi utilizado para fundir o gelo. Evidentemente, era necessário calor para causar “mudança de estado” (neste caso, fundir o gelo em água), mesmo se não houvesse variação de tempera-

tura. O calor adicional necessário para fundir um grama de gelo chama-se “calor latente de fusão”. Latente significa escondido ou adormecido. As unidades são cal/g — não há aqui unidades de temperatura porque não está envolvida variação de temperatura no calor latente.

A seguir, fará uma experiência misturando no calorímetro outros materiais além da água líquida, para ver se as suas hipóteses sobre o calor como fluido ainda podem ser usadas. Duas dessas experiências são descritas a seguir, “Medição da Capacidade Calorífica” e “Medição do Calor Latente”. Se tiver tempo de realizar apenas uma delas, escolha uma ou outra. Finalmente, determine a “Velocidade de Arrefecimento” para completar a sua experiência preliminar.

#### Medição da Capacidade Calorífica

(Enquanto efectua esta experiência, continue a fazer leituras da temperatura da água nos três vasos.) Determine a massa duma pequena amostra de metal. Ponha água fria no calorímetro que baste para tapar a amostra. Ligue um fio à amostra e suspenda-a num copo com água ebuliente. Meça a temperatura da água em ebulição.

Registe a massa e a temperatura da água no calorímetro.

Depois da amostra ter estado imersa na água em ebulição o tempo suficiente para ficar uniformemente aquecida (2 ou 3 minutos), tire-a e mantenha-a acima da superfície durante alguns segundos para deixar escorrer a água, depois transfira-a rapidamente para o calorímetro. Agite suavemente com um termómetro e registe a temperatura quando atingir o valor estacionário.

10. O produto da massa pela variação de temperatura é o mesmo para o metal e para a água?

11. Se não, deverá modificar as hipóteses sobre o calor que fez antes, no início da experiência?

Na expressão  $\Delta H = cm\Delta T$ , a constante de proporcionalidade  $c$  (chamada “calor específico”) pode ser diferente para materiais distintos. Para a água, a constante tem o valor

1 cal/g°C. Pode achar um valor de  $c$  para o metal utilizando a hipótese de que o calor ganho pela água é igual ao calor perdido pela amostra. Ou, escrevendo índices  $a$  e  $m$  para a água e a amostra de metal,  $\Delta H_a = -\Delta H_m$ .

Então:  $c_a m_a \Delta T_a = -c_m m_m \Delta T_m$

e

$$c_m = \frac{-c_a m_a \Delta T_a}{m_m \Delta T_m}$$

12. Qual é o valor que encontrou para o calor específico  $c_m$  da amostra de metal que usou?

Se as suas hipóteses sobre o calor como fluido forem válidas, agora deve ser capaz de prever a temperatura final de *qualquer* mistura de água com o material que usou.

Tente verificar a utilidade do seu valor de  $c_m$ . Preveja a temperatura final de uma mistura de água com um bocado desse material aquecido, utilizando massas diferentes e temperaturas iniciais diferentes.

13. O seu resultado confirma o modelo do calor como um fluido?

#### Medição do Calor Latente

Utilize o seu calorímetro para achar o “calor latente de fusão” do gelo. Comece com cerca de meio vaso de água que esteja um pouco acima da temperatura ambiente, e registe a sua massa e a sua temperatura. Pegue num pequeno bocado de gelo de uma mistura de gelo e água que se manteve por algum tempo; isto assegurar-lhe-á que o gelo está a 0°C e não terá de ser aquecido antes de fundir. Coloque o pequeno bocado de gelo sobre papel-toalha por um momento para secar a água da sua superfície, e depois transfira-o rapidamente para o calorímetro.

Agite suavemente com um termómetro até que o gelo funda e a mistura atinja uma temperatura de equilíbrio. Registe esta temperatura e a massa de água com o gelo fundido.

14. Qual era a massa de gelo que acrescentou?

O calor cedido pela água morna é:

$$\Delta H_a = c_a m_a \Delta T_a .$$

O calor ganho pela água resultante da fusão do gelo é:

$$\Delta H_g = c_a m_g \Delta T_g .$$

O calor específico  $c_a$  é o mesmo em ambos os casos — o calor específico da água.

O calor cedido pela água morna primeiro funde o gelo, e depois aquece a água que resulta da fusão do gelo. Se usarmos o símbolo  $\Delta H_L$  para a energia calorífica necessária para fundir o gelo, podemos escrever:

$$-\Delta H_a = \Delta H_L + \Delta H_g .$$

Portanto a energia calorífica necessária para fundir o gelo é

$$\Delta H_L = -\Delta H_a - \Delta H_g .$$

O calor latente de fusão é a energia calorífica necessária *por grama* de gelo, portanto

$$\text{calor latente de fusão} = \frac{\Delta H_L}{m} .$$

15. Qual é o valor que encontrou para o calor latente de fusão do gelo?

Quando esta experiência é realizada com gelo feito de água destilada sem inclusões de água líquida, verifica-se que o calor latente vale 80 calorias por grama de gelo. Como se compara o seu resultado com o valor aceite?

### Velocidade de Arrefecimento

Se tem estado a medir a temperatura da água nos três vasos de teste, deve agora ter bastantes resultados para traçar três curvas de temperatura em função do tempo. Registe no gráfico também a temperatura ambiente.

16. Como depende a velocidade de arrefecimento da água quente com a temperatura?

17. Como depende a velocidade de aquecimento da água fria com a temperatura?

Pese a quantidade de água presente nos vasos. A partir das taxas de variação das

temperaturas (grau/minuto) e das massas de água, calcule as velocidades a que o calor sai ou entra nos vasos a várias temperaturas. Utilize esta informação para estimar o erro nos seus resultados precedentes do calor latente e do calor específico.

### EXPERIÊNCIA 3-12 CALORIMETRIA DO GELO

Pode usar-se um dispositivo simples feito em esferovite, que é um isolante térmico, para efectuar algumas experiências de calorimetria com gelo. Ainda que o dispositivo seja simples, a sua utilização cuidadosa dará resultados excelentes. Para determinar o calor transferido nos processos em que se cede energia calorífica, medirá o volume ou a massa de água de uma amostra fundida de gelo.

Precisará de três vasos do mesmo tamanho (225 g ou 170 g), ou dois de 225 g e um de 170 g. Tenha também alguns vasos extra prontos. Um vaso grande serve como recipiente, A, (fig. 1), o segundo vaso como contentor de gelo, I, e o vaso menor (ou um

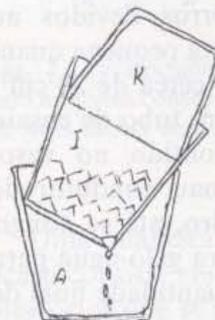


Fig. 1

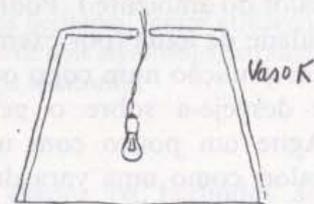


Fig. 2

do mesmo tamanho, cortado de modo a caber no interior do contentor de gelo como se mostra) como tampa, K.

Faça um furo com cerca de 0,6 cm de diâmetro no fundo do vaso I para que a água de fusão possa escorrer para o vaso A. Para impedir que o orifício fique entupido pelo gelo, coloque um pequeno filtro no fundo de I.

Em cada experiência, o gelo é colocado no vaso I. Este gelo deve ser cuidadosamente preparado, livre de bolhas e seco, se quiser usar o valor conhecido do calor de fusão do gelo. Contudo, pode usar gelo vulgar esmagado, e, antes de fazer qualquer experiência, determinar experimentalmente o calor de fusão

real deste gelo não ideal. (A que atribuir a eventual diferença entre estes dois valores?)

Em algumas experiências que requerem mais tempo para completar-se (como a Experiência b), deverá montar dois dispositivos idênticos (a mesma quantidade de gelo, etc.), excepto que um não contém uma fonte de calor, o qual servirá para obter uma medida satisfatória do efeito de fundo. Meça a quantidade de água recebida nele durante o mesmo tempo, e subtraia-a da quantidade total de água recebida no dispositivo experimental, corrigindo assim a quantidade de gelo fundido apenas pela acção do calor recebido do ambiente. Um método eficiente para medir a quantidade de água consiste em colocar o conjunto no prato de uma balança e retirar os vasos I e K a intervalos regulares (cerca de 10 min.) enquanto pesa A com o seu conteúdo de água do gelo fundido.

(a) **Calor de fusão do gelo.** Encha um vaso até cerca de  $\frac{1}{2}$  ou  $\frac{1}{3}$  da sua capacidade com gelo esmagado. (O gelo esmagado tem uma superfície maior, e assim fundirá mais depressa, minimizando portanto os erros devidos ao calor do ambiente.) Ponha uma pequena quantidade de água (por exemplo, cerca de 20 cm<sup>3</sup>) em ebulição num copo ou num tubo de ensaio e despeje-a sobre o gelo contido no vaso. Agite um pouco com um mau condutor de calor, como uma vara de vidro, até se atingir o equilíbrio. Despeje a mistura gelo-água para o vaso I. Receba e meça a quantidade final de água ( $m_f$ ) em A. Se  $m_0$  designar a massa original de água quente a 100°C com que começou, então  $m_f - m_0$  representa a massa de gelo que fundiu. A energia calorífica absorvida pelo gelo fundente é igual ao produto do calor latente de fusão do gelo,  $L_g$ , pela massa do gelo fundido:  $L_g(m_f - m_0)$ . Esta será igual à energia calorífica perdida pela água em ebulição ao arrefecer de 100°C a 0°C, de modo que podemos escrever

$$L_g(m_f - m_0) = m_0 \Delta T$$

e

$$L_g = \frac{m_0}{m_f - m_0} 100.$$

Nota: Esta derivação é correcta apenas no caso de haver ainda algum gelo no vaso I a

seguir à remoção da água. Se começar com muito pouco gelo, a água atingirá uma temperatura mais alta.

Para gelo esmagado que tenha sido conservado durante algum tempo, o valor de  $L_g$  variará entre 70 e 75 calorias por grama.

(b) **Troca e transferência de calor por condução e radiação.** Para várias experiências possíveis precisará do seguinte material adicional. Faça um pequeno buraco no fundo do vaso K e passe dois fios ligados a uma lâmpada, através do orifício. É preferível uma lâmpada que funcione com uma corrente eléctrica entre 300 e 600 miliamperes, mas até uma lâmpada de automóvel de 6 volt (que consome 2,4 A) tem sido utilizada com sucesso. (Veja fig. 2.) Em cada experiência, deve observar o modo como os diferentes dispositivos afectam a transferência de calor para dentro ou para fora do sistema.

1. Coloque a lâmpada no gelo e acenda-a durante 5 minutos. Determine a quantidade de gelo fundido.

2. Repita 1, mas coloque a lâmpada por cima do gelo durante 5 minutos.

3 e 4. Repita 1 e 2, mas cubra o interior do vaso K com folha de alumínio.

5 e 6. Repita 3 e 4, mas cubra também o interior do vaso I com folha de alumínio.

7. Prepare gelo "absorvente de calor" congelando água à qual tenha adicionado uma pequena quantidade de tinta, por exemplo tinta-da-china. Repita algumas ou todas as experiências de 1 a 6 utilizando este gelo "especialmente preparado".

Algumas perguntas para orientar as suas observações: Escapa-se algum calor quando a lâmpada está imersa no gelo? Que arranjo conserva o máximo possível de calor?

### EXPERIÊNCIA 3-13: EXPERIÊNCIA DE MONTE CARLO SOBRE COLISÕES MOLECULARES

Um modelo de um gás formado por um grande número de pequeníssimas partículas que se deslocam rapidamente de uma maneira aleatória apresenta muitas vantagens. Uma delas é que tal modelo torna possível estimar as propriedades globais do gás a partir do

comportamento de uma amostra relativamente pequena das suas moléculas tomada ao acaso. Nesta experiência, não usará partículas gasosas reais, antes efectuará simulações de colisões moleculares. A técnica é conhecida pela designação de método de Monte Carlo, do nome do famoso (ou mal afamado) casino de Mónaco. A experiência consiste em dois jogos, ambos envolvendo o conceito de acaso. Provavelmente, só terá tempo de jogar um.

**Jogo n.º 1: Probabilidade de colisão para um modelo de gás formado por berlindes**

Nesta parte da experiência, tentará determinar o diâmetro dos berlindes fazendo rolar um "berlinde-projectil" contra um conjunto de "berlindes-avlos" colocados ao acaso sobre uma folha de papel milimétrico disposto num plano horizontal. O cálculo do diâmetro de um berlinde basear-se-á na proporção de êxitos (quando há uma colisão) e de insucessos. A fim de garantir que o movimento do "berlinde-projectil" se produz absolutamente ao acaso, solte-o do cimo de um plano inclinado guardado de pregos distanciados de cerca de 2,5 centímetros (fig. 1). Para obter uma distribuição razoavelmente uniforme, ainda assim aleatória,

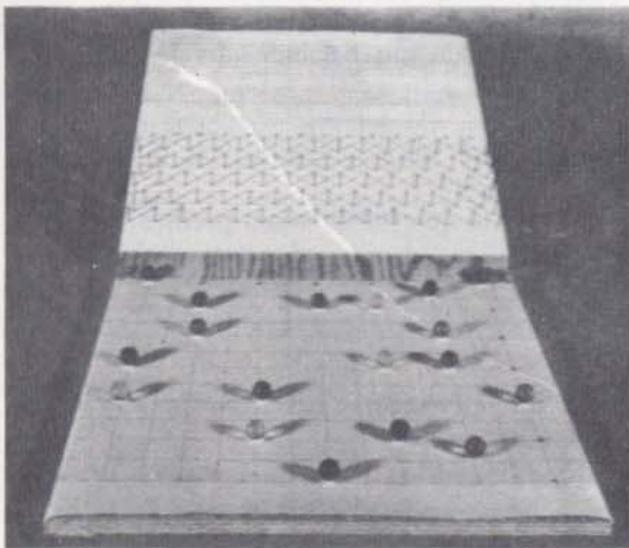


Fig. 1

do movimento do "berlinde-projectil", avance a sua posição de partida de um quadrado por cada lançamento da série.

Em primeiro lugar, será necessário dispor os "berlindes-avlos" ao acaso. Para isso, trace sobre o papel milimétrico uma grelha com

linhas espaçadas de uma distância pelo menos igual a dois diâmetros de um berlinde. (Se utilizar berlindes com cerca de 1 centímetro de diâmetro, o afastamento entre as linhas deverá ser da ordem de 3 a 4 centímetros.) Numere as linhas da grelha como se mostra na fig. 2.

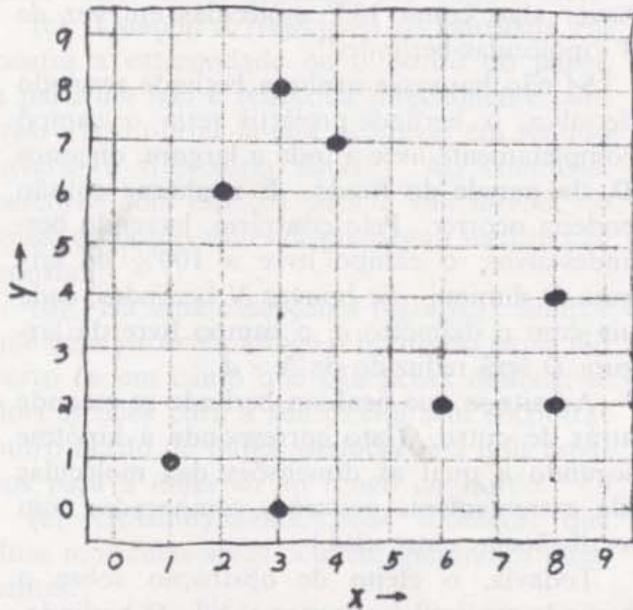


Fig. 2 Para posicionar os berlindes, foram utilizados oito números consecutivos de dois algarismos extraídos de uma tabela de números aleatórios.

Uma maneira de dispor os berlindes ao acaso consiste em recorrer à tabela de números aleatórios que se apresenta no final desta experiência. Cada aluno deve partir de um ponto diferente nesta tabela e seleccionar oito números consecutivos. Utilize estes números para localizar a posição na grelha. O primeiro algarismo de cada número indica o valor da coordenada x e o segundo, o da coordenada y — ou vice-versa. Coloque os berlindes-avlos nestas posições. Poderá colocar livros em torno da folha de papel milimétrico para servir de parede.

Depois de ter disposto os berlindes, faça cerca de cinquenta ensaios com o berlinde-projectil. A partir do registo de êxitos e insucessos, calcule a razão R entre o número de ensaios em que houve uma ou várias colisões e o número total de ensaios. Lembre-se de que deve contar os "ensaios em que há colisões"

e não as colisões; por conseguinte, várias colisões num mesmo ensaio serão contadas como "um".

**Determinação do tamanho dos berlines.** Como poderá determinar-se o diâmetro do berlinde-projectil a partir da razão  $R$ ? A teoria aplica-se tanto para determinar a dimensão de moléculas como de berlines, embora possa haver algo como  $10^{20}$  moléculas em vez de 8 "moléculas-berlines".

Se não houvesse nenhum berlinde servindo de alvo, o berlinde-projectil teria o campo completamente livre a toda a largura, digamos  $D$ , da parede do fundo. E nenhuma colisão poderia ocorrer. Pelo contrário, havendo berlines-alvos, o campo livre a 100% de largura  $D$  diminui. Se houver  $N$  berlines, cada um com o diâmetro  $d$ , o campo livre da largura  $D$  será reduzido de  $N \times d$ .

Admite-se que nenhum berlinde se esconde atrás de outro. (Isto corresponde à hipótese segundo a qual as dimensões das moléculas são extremamente pequenas comparadas com as distâncias entre elas.)

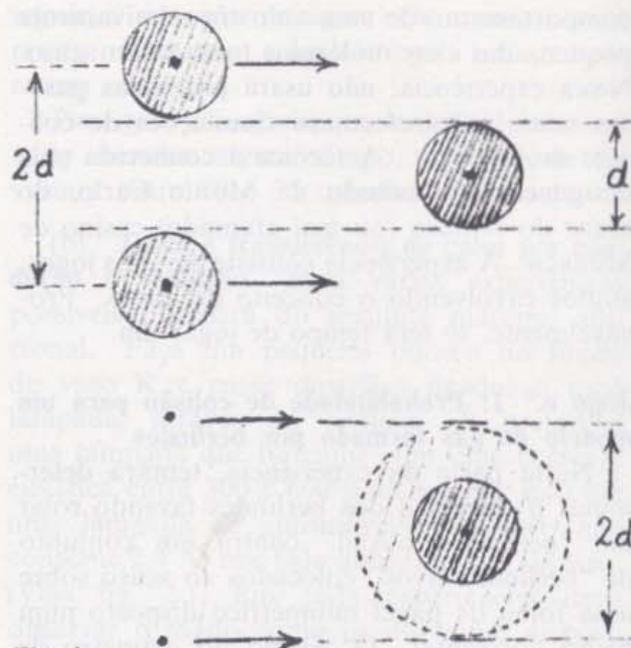
Todavia, o efeito de obstrução sobre o berlinde-projectil é superior a  $Nd$ . O berlinde-projectil não colidirá com um berlinde-alvo apenas se o seu centro passar de cada lado deste a uma distância superior ao seu raio. (Ver fig. 3.) Isto significa que um berlinde-alvo tem um efeito de obstrução numa distância igual ao dobro do seu diâmetro (o seu próprio diâmetro mais dois raios) pelo que o efeito de obstrução total de  $N$  berlines é  $2Nd$ . Por conseguinte, a razão  $R$  prevista entre o número de colisões e o número total de ensaios é  $2Nd/D$  (razão entre a largura total obstruída e a largura total.) Portanto:

$$R = \frac{2Nd}{D}$$

que pode ser transformada por forma a obter uma expressão para  $d$ :

$$d = \frac{RD}{2N}$$

Para verificar a precisão do método de Monte Carlo, compare o valor de  $d$  obtido a partir da fórmula anterior com o obtido efectuando medições directamente sobre os



**Fig. 3** Um projectil só não toca num alvo se o seu centro passar para além de uma banda de largura  $d$  de cada lado do centro do alvo. Por conseguinte, imaginando os projecteis como pontuais, a largura efectiva de obstrução do alvo é  $2d$ .

berlines. (Por exemplo alinhe os oito berlines contra um livro e meça o comprimento total da fiada por eles formada; para obter o diâmetro de um berlinde, divida por oito.)

1. Que valor calculou para o diâmetro do berlinde?
2. Até que ponto a sua predição experimental concorda com a medida obtida directamente?

### Jogo n.º 2: Percurso livre médio entre quadrados de colisão

Nesta parte da experiência, utilizará, como alvos, quadrados enegrecidos com tinta em vez de berlines. Numa folha de papel milimétrico, por exemplo com 50 unidades de lado (2 500 quadrados), colocará, segundo o método de Monte Carlo, entre 40 e 100 moléculas. Cada estudante deverá escolher um número de moléculas diferente.

Encontrará no fim desta experiência uma tabela de números aleatórios (de 0 a 50). Comece onde quiser, mas depois progrida

numa sequência regular. Cada par de números será o par de coordenadas  $x$  e  $y$  de um ponto da folha de papel. (Se um dos pares for superior a 49, não o pode utilizar. Ignore-o e tome o seguinte.) Em seguida, sombreie os quadrados cujos cantos inferiores esquerdos coincidem com estes pontos. Obterá, assim, uma sequência aleatória de "moléculas alvos" de forma quadrada.

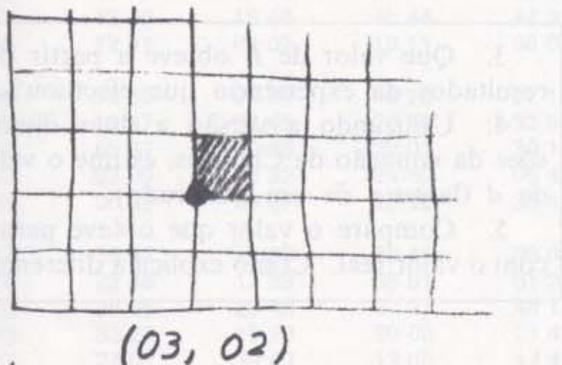


Fig. 4

**Regras do jogo.** Conforme a maneira como uma partícula-projectil atravessa esta sequência, assim ela entrará em colisão com algumas das partículas-alvos. Há cinco regras para este jogo, as quais são ilustradas na fig. 5,

(a) A partícula-projectil só pode deslocar-se segundo as linhas do papel, para cima ou para baixo, para a esquerda ou para a direita. Parte de um ponto (escolhido ao acaso) situado sobre o bordo esquerdo do papel mili-

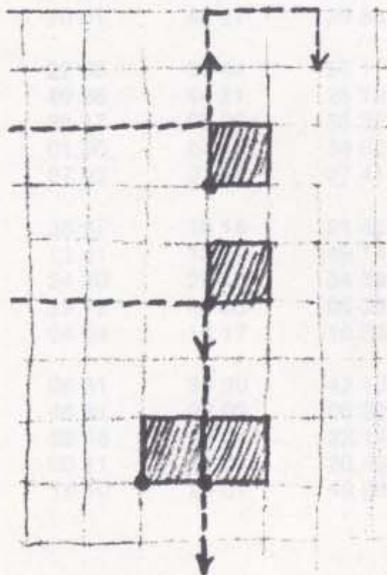


Fig. 5

métrico. Inicialmente, desloca-se horizontalmente a partir do ponto de partida até encontrar um quadrado negro ou o outro bordo do papel.

(b) Se a partícula atinge o canto superior esquerdo de um quadrado negro, será desviada para cima segundo um ângulo recto. Se atinge um canto inferior esquerdo, será desviada para baixo ainda segundo um ângulo recto.

(c) Quando a trajectória da partícula encontra a extremidade ou o bordo do papel, a partícula *não* é reflectida directamente para trás. (Isso obrigá-la-ia a percorrer em sentido inverso a trajectória inicial.) Ao contrário, percorre dois espaços para a sua *direita*, ao longo do bordo, antes de prosseguir na direcção oposta.

(d) Há uma excepção à regra (c). Sempre que uma partícula atinge o bordo do papel tão perto de um canto que não possa deslocar-se dois espaços para a sua direita sem encontrar outro bordo do papel, deslocar-se-á dois espaços para a *esquerda* ao longo do bordo.

(e) Ocasionalmente, pode acontecer que duas moléculas-alvos ocupem quadrados adjacentes.

A partícula-projectil pode neste caso atingir os cantos das duas moléculas-alvos ao mesmo tempo. Segundo a regra, isto conta por duas colisões e a partícula continua a deslocar-se em linha recta sem mudar de direcção.

**Procura do "percurso livre médio".** Tendo presentes no espírito estas regras de colisão, trace a trajectória da partícula à medida que ela é desviada pelos quadrados-alvos dispostos ao acaso. Conte o número de colisões com alvos. Siga a trajectória da partícula até à 51.<sup>a</sup> colisão com quadrados-alvos (as colisões com o bordo do papel não contam). Em seguida, tome nota dos 50 comprimentos das trajectórias percorridas pela partícula entre as colisões. As distâncias percorridas até e desde um bordo devem ser consideradas mas *não* as distâncias ao longo de um bordo (os dois espaços introduzidos para evitar o retorno segundo a mesma trajectória). Estas 50 distâncias são os percursos livres da partícula. Some-os e divida o resultado por 50 para obter o percurso livre médio,  $L$ , correspondente à sua distribuição aleatória a duas dimensões de moléculas quadradas.

Neste jogo, as moléculas são simuladas por pontos, i. é, não têm dimensões. Nas suas investigações, Clausius modificou este modelo dando às partículas uma dimensão finita. Clausius mostrou que a distância média  $L$  que uma molécula percorre entre moléculas, o chamado “percurso livre médio”, é dada por

$$L = \frac{V}{Na}$$

em que  $V$  é o volume do gás,  $N$  é o número de moléculas contidas neste volume e  $a$  a área da secção transversal de uma molécula. Neste jogo a duas dimensões, a partícula deslocava-se sobre uma superfície de área  $A$ , e não num volume  $V$ ; encontrava na sua passagem alvos de largura  $d$ , em vez de alvos com uma secção transversal de área  $a$ . Uma versão

a duas dimensões da equação de Clausius pode ser, por conseguinte:

$$L = \frac{A}{2Nd}$$

em que  $N$  é o número de quadrados negros que representam as “moléculas”.

3. Que valor de  $L$  obteve a partir dos resultados da experiência que efectuou?
4. Utilizando a versão a duas dimensões da equação de Clausius, estime o valor de  $d$  (largura de um quadrado).
5. Compare o valor que obteve para  $d$  com o valor real. Como explica a diferença?

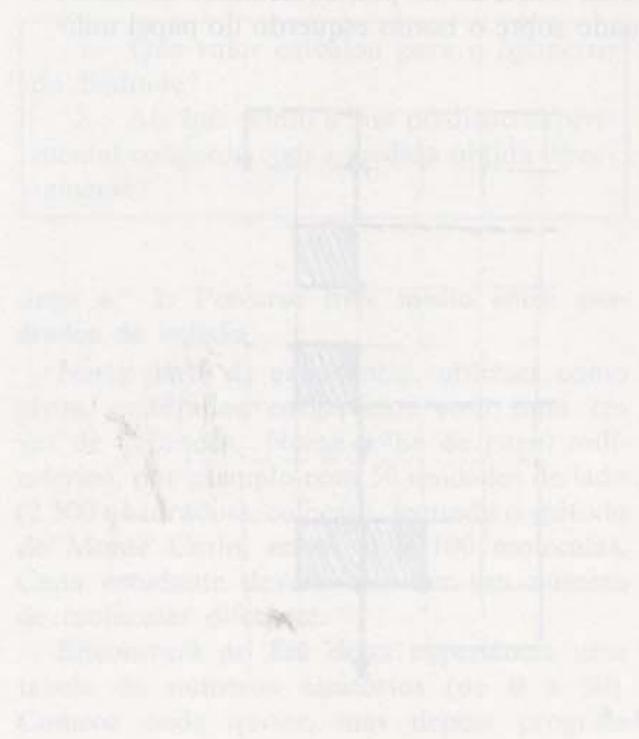


TABELA DE 1 000 NÚMEROS ALEATÓRIOS DE 2 ALGARISMOS  
(DE 0 A 50)

03 47	44 22	30 30	22 00	00 49	22 17	38 30	23 21	20 11	24 33
16 22	36 10	44 39	46 40	24 02	19 36	38 21	45 33	14 23	01 31
33 21	03 29	08 02	20 31	37 07	03 28	47 24	11 29	49 08	10 39
34 29	34 02	43 28	03 43	43 40	26 08	28 06	50 14	21 44	47 21
32 44	11 05	05 05	05 50	23 29	26 00	09 05	27 31	08 43	04 14
18 18	04 02	48 39	48 22	38 18	15 39	48 34	50 28	37 21	15 09
23 42	31 08	19 30	06 00	20 18	30 24	15 33	10 07	14 29	05 24
35 12	11 12	11 04	01 10	25 39	48 50	24 44	03 47	34 04	44 07
12 13	42 10	40 48	45 44	42 35	41 26	41 10	23 05	06 36	08 43
37 35	12 41	02 02	19 11	06 07	42 31	23 47	47 25	10 43	12 38
16 08	18 39	03 31	49 26	07 12	17 31	17 31	35 07	44 38	40 35
31 16	10 47	38 45	28 40	33 34	24 16	42 38	19 09	41 47	50 41
32 43	45 37	30 38	22 01	30 14	02 17	45 18	29 06	13 27	46 24
27 42	03 09	08 32	24 02	05 49	18 05	22 00	23 02	44 43	43 20
00 39	05 03	49 37	23 22	33 42	26 29	00 20	12 03	10 05	02 39
11 27	39 32	13 30	36 45	09 03	46 40	22 07	03 03	05 39	03 46
35 24	22 49	17 33	35 01	01 32	18 09	47 03	39 41	36 23	19 41
16 20	38 36	29 48	07 27	48 14	34 13	07 48	39 12	20 18	19 42
38 23	33 26	15 29	20 02	21 45	04 31	48 13	23 32	37 30	09 24
45 11	27 07	39 43	13 05	47 45	47 45	00 06	41 18	05 02	03 09
18 00	14 21	49 17	30 37	25 15	04 49	24 19	40 23	24 17	17 16
20 46	06 18	45 07	06 28	49 44	10 08	43 00	38 26	34 41	11 16
05 26	50 25	38 47	39 38	42 45	10 08	16 06	43 18	34 48	27 03
21 19	13 42	16 04	00 18	16 46	13 13	16 29	44 10	29 18	22 45
41 23	03 10	35 30	24 36	38 09	25 21	08 40	20 46	39 14	37 31
34 50	20 14	21 46	38 46	12 27	20 44	46 06	01 41	30 49	18 48
39 43	13 04	24 15	08 22	13 29	04 05	42 29	50 47	01 50	01 48
18 14	04 43	27 46	23 07	19 28	07 10	23 19	41 45	25 27	19 10
09 47	34 45	08 45	25 21	49 21	18 46	16 40	35 14	41 28	41 15
44 17	04 33	15 22	12 45	39 07	34 27	14 47	35 33	42 29	47 47
40 33	42 45	07 08	38 15	08 25	22 06	07 26	32 44	03 42	42 34
33 27	10 45	18 40	11 48	48 03	07 16	32 25	20 25	44 22	39 28
06 09	04 26	14 35	36 03	15 22	02 07	46 48	45 12	47 11	30 19
33 32	34 25	45 17	13 26	03 37	33 35	08 13	15 26	09 18	34 25
42 38	40 01	43 31	30 33	39 11	49 41	27 44	11 39	06 19	47 23
15 06	22 08	50 44	50 11	18 16	00 41	07 47	34 25	28 10	50 03
22 35	49 36	44 21	25 12	19 44	31 51	49 18	40 36	00 27	22 12
31 04	32 17	08 23	38 32	01 47	43 53	44 04	10 27	16 00	16 33
39 00	01 50	07 28	35 02	38 00	46 47	33 29	28 41	09 23	47 48
37 32	07 02	07 48	07 41	22 13	37 27	27 12	34 21	07 04	49 34
05 03	36 07	10 15	21 48	14 44	39 39	15 09	23 23	37 31	00 25
17 37	13 41	13 39	40 14	19 48	34 18	08 18	08 06	44 26	12 45
32 24	24 30	29 13	34 39	27 44	11 20	37 40	36 46	35 22	09 09
07 45	29 12	48 35	05 38	43 11	45 18	28 14	04 37	48 38	43 12
14 08	04 04	18 17	10 33	04 32	27 37	33 42	34 41	07 41	49 14
31 38	08 31	38 30	42 10	08 09	17 32	46 15	15 43	15 31	46 45
42 34	46 31	29 03	08 32	11 06	20 21	24 16	13 17	29 34	42 31
16 00	02 48	10 34	32 14	25 39	29 31	18 37	28 50	07 28	08 24
20 15	60 11	21 31	20 49	07 35	41 16	16 17	43 36	20 26	39 38
00 49	14 10	29 01	49 28	21 30	40 15	01 07	16 04	19 09	36 12

### EXPERIÊNCIA 3-14 COMPORTAMENTO DOS GASES

O ar é elástico ou, ainda, comporta-se como uma mola. Pode aperceber-se disto colocando um dedo sobre a saída de uma bomba de bicicleta e empurrando o êmbolo da bomba. Pode afirmar que há uma certa relação entre o volume do ar na bomba e a força exercida para fazer penetrar o êmbolo, mas relação exacta não é evidente. Por volta de 1660, Robert Boyle realizou uma experiência que revelou a existência de uma relação muito simples entre a pressão do gás e o volume; mas só dois séculos mais tarde, a teoria cinética dos gases foi desenvolvida e veio justificar a lei de Boyle de uma maneira satisfatória.

A finalidade destas experiências não é apenas a de mostrar que a lei de Boyle e a lei de Gay-Lussac (que relaciona a temperatura com o volume) são “verdadeiras”. Pretende-se também apresentar certas técnicas de análise dos dados que podem contribuir para estabelecer tais leis.

#### I. Volume e pressão

Boyle utilizou um longo tubo de vidro em forma de J para estudar “a elasticidade do ar”. A extremidade do braço menor do J estava fechada e o ar ficava aí aprisionado pelo mercúrio introduzido pelo topo do braço maior. (O dispositivo que permite realizar esta experiência existe possivelmente na vossa escola.)

Um método mais simples exige apenas uma pequena seringa de plástico graduada em  $\text{cm}^3$

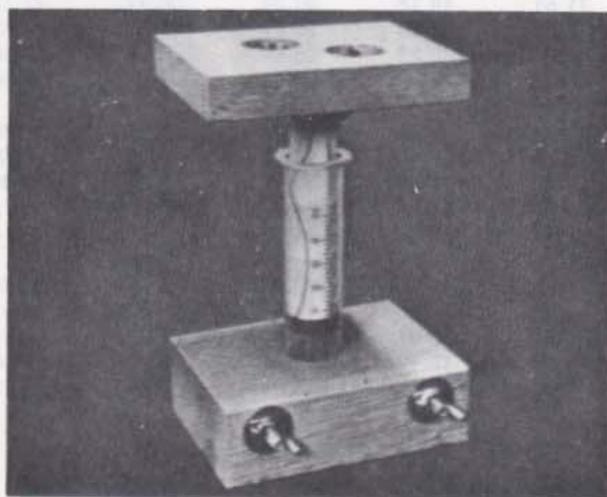


Fig. 1

e instalada de tal maneira que o êmbolo pode ser introduzido acumulando pesos sobre ele. O volume de ar contido na seringa pode ser lido directamente na graduação existente no respectivo corpo. A pressão exercida sobre o ar em consequência dos pesos colocados sobre o êmbolo é igual à força exercida pelos pesos dividida pela área da face do êmbolo em contacto com o ar:

$$P_p = \frac{F_p}{A}$$

Como os “pesos” estão em geral marcados com o valor das suas *massas*, terá que calcular a força por meio da relação  $F_{\text{grav}} = ma_g$ . (Ser-vos-á útil responder à seguinte pergunta: qual é o peso, em newtons, de uma massa de 1 kg?)

Para determinar a área da face do êmbolo, retire-o da seringa. Meça o diâmetro ( $2R$ ) do êmbolo e calcule a área por meio da fórmula usual  $A = \pi R^2$ .

Desejará, por certo, aumentar ou diminuir o volume de ar; para tanto, coloque o êmbolo a meio do corpo da seringa. O êmbolo pode ter tendência para se colar ligeiramente à parede. Rode-o para o libertar e ajude-o a regressar à sua posição de equilíbrio. Tome nota desta posição.

Adicione pesos no topo do êmbolo e tome nota, de cada vez, da sua posição de equilíbrio após ter rodado ligeiramente o êmbolo para o ajudar a vencer o atrito.

Tome nota dos seus resultados num quadro com colunas para os volumes, pesos e pressões. Retire, em seguida, os pesos um a um para ver se, quando o êmbolo sobe, os volumes são os mesmos que obteve quando ele desceu.

Se puder inverter o dispositivo de tal maneira que, juntando pesos, retira o êmbolo, isso permitir-lhe-á efectuar outras leituras, adicionando pesos para aumentar o volume. Registe os valores correspondentes como forças negativas. (Deixe de adicionar pesos antes de o êmbolo sair completamente da seringa!) Volte a retirar os pesos e tome nota dos valores correspondentes às posições que o êmbolo torna a ocupar.

**Interpretação dos resultados.** Dispõe agora de um conjunto de números bastante semelhantes aos registados por Boyle na sua expe-

riência. Uma maneira de determinar a relação entre a pressão  $P_p$  e o volume  $V$  consiste em representar os dados em papel milimétrico, traçar uma curva simples e contínua através destes pontos e tentar encontrar uma expressão matemática que reproduza a mesma curva quando representada graficamente.

Represente o volume  $V$  (eixo vertical) em função da pressão  $P_p$  (eixo horizontal). Se pensa que a relação entre  $P_p$  e  $V$  é bastante simples, deve tentar traçar uma curva simples. Não é necessário que ela passe por todos os pontos, mas antes que se ajuste o melhor possível ao conjunto dos pontos.

Uma vez que  $V$  diminui à medida que  $P_p$  aumenta, pode afirmar desde já, mesmo antes de fazer o gráfico, que a curva representa uma relação "inversa". Como primeira tentativa para obter a expressão matemática da curva, ensaie a possibilidade mais simples que consiste em admitir que  $1/V$  é proporcional a  $P_p$ . Ou seja,  $1/V \propto P_p$ . O gráfico de quantidades proporcionais é uma linha recta. Se  $1/V$  é proporcional a  $P_p$ , o gráfico que representa  $1/V$  em função de  $P_p$  será uma linha recta.

Junte à sua tabela de dados outra coluna com os valores de  $1/V$  e represente-os em função de  $P_p$ .

1. A curva passa pela origem?
2. Se não é o caso, em que ponto é que a curva intersecta o eixo horizontal? (Por outras palavras, qual é o valor de  $P_p$  para o qual  $1/V$  é nulo?) Qual é o significado físico do valor de  $P_p$ ?

Na época de Boyle, não se sabia que o ar é, de facto, uma mistura de gases. Pensa que obteria a mesma relação entre o volume e a pressão se ensaiasse diversos gases puros em vez de ar? Se dispõe de outros gases no seu laboratório, esvazie o seu dispositivo, e encha-o com um destes gases e repita a experiência.

3. A curva obtida tem a mesma forma da precedente?

## II. Volume e temperatura

Boyle suspeitava que a temperatura da sua amostra de ar tinha alguma relação com o

volume, mas não fez qualquer experiência quantitativa para a determinar. Esta relação só foi estabelecida por volta de 1880, altura em que foram desenvolvidos melhores métodos de medição da temperatura.

Poderá utilizar vários tipos de equipamento para estudar a maneira como o volume varia com a temperatura. Um tal equipamento pode ser uma ampola de vidro ligada a um tubo de mercúrio em forma de J ou ainda uma seringa como a que se descreveu anteriormente. Assegure-se de que o gás contido no interior está seco e de que a sua pressão é igual à pressão atmosférica. Mergulhe a ampola de vidro ou a seringa num recipiente com água fria e registre periodicamente o volume do gás e a temperatura da água (medida com um termómetro adequado), à medida que aquece lentamente a água.

É possível construir um instrumento ainda mais simples e capaz de dar tão bons resultados, recorrendo a um tubo capilar de vidro.

### Observação sobre o equipamento: montagem de um termómetro de gás a pressão constante.

Um tubo capilar de 15 cm de comprimento pode constituir um termómetro de dimensão conveniente. As dimensões do tubo não são críticas, mas é importante que o interior do tubo esteja *seco*. É possível secá-lo aquecendo-o, enchendo-o com álcool e agitando-o vigorosamente, ou — melhor ainda — ligando-o a uma bomba de vácuo durante alguns momentos.

**Enchimento do tubo com ar.** Mergulha-se uma das extremidades do tubo capilar assim seco num recipiente contendo mercúrio e fecha-se a outra extremidade com um dedo antes de retirar o tubo (fig. 2). Deste modo, uma gota de mercúrio permanece no tubo perto da sua extremidade inferior.

Em seguida, inclina-se um pouco o tubo e bate-se ligeiramente com a extremidade adequada contra uma superfície dura até que a gota de mercúrio deslize aproximadamente até ao meio do tubo (fig. 3).

Uma das extremidades do tubo é selada com cola de silicone; é normal que um pouco de cola suba no tubo. Um método fácil de



Fig. 2

fazer aderir a cola consiste em mergulhar a extremidade em água quente durante alguns momentos.

**Medições.** É necessário agora montar uma escala graduada ao longo do tubo. A escala manter-se-á devidamente ajustada se se utilizar uma pequena placa de madeira ligada ao tubo por meio de elásticos (fig. 4). (Utilizando uma placa suficientemente comprida, isso faci-

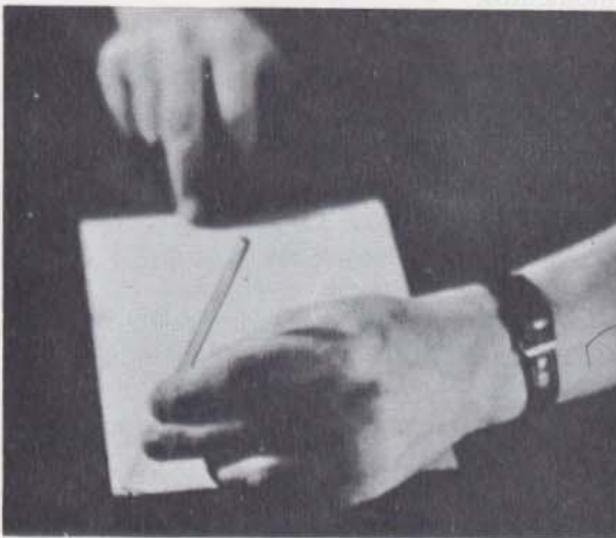


Fig. 3

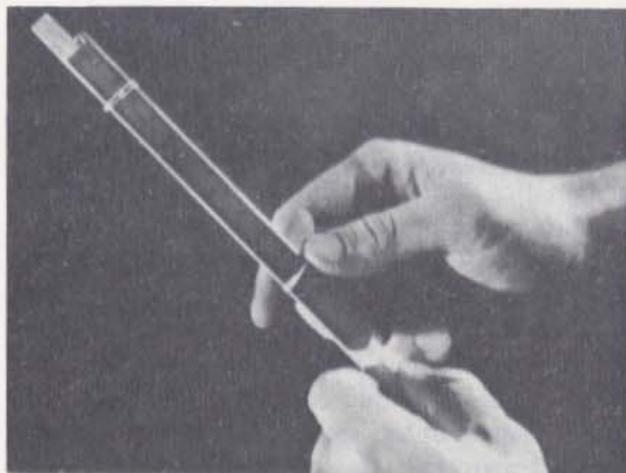


Fig. 4

litará as manipulações.) O zero da graduação deverá ser cuidadosamente alinhado com a extremidade da coluna de gás, isto é, com a extremidade da rolha de silicone.

Durante a utilização, o termómetro deve ser completamente mergulhado no líquido cuja temperatura se pretende medir. Dever-se-á bater ligeiramente a extremidade do tubo contra a parede do recipiente para permitir que o mercúrio deslize até à sua posição final estável (fig. 5).



Fig. 5

**Enchimento do tubo com outro gás.** Para utilizar um gás diferente do ar, comece por ligar um pequeno tubo de borracha a uma fonte gasosa a baixa pressão. Como anteriormente, retenha uma gota de mercúrio na extremidade de um tubo capilar mas, desta vez,

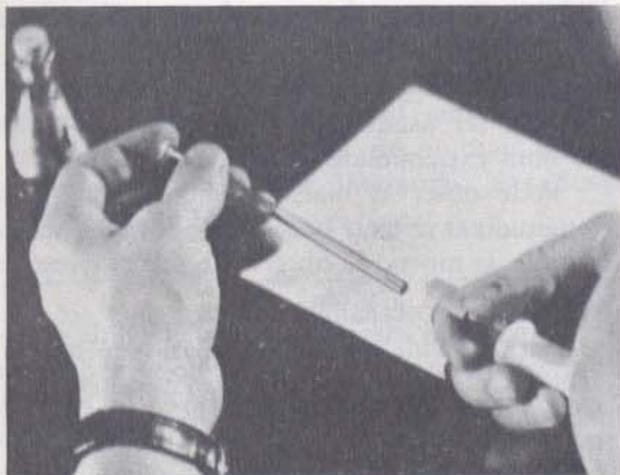


Fig. 6

não a faça deslizar até ao centro do tubo; deixe que isso seja feito sob a acção da pressão do gás. Abra ligeiramente a válvula de chegada do gás durante o tempo suficiente para esvaziar o tubo de borracha. Com o dedo, feche a extremidade mais afastada do tubo para evitar que o mercúrio seja projectado para fora dele e ligue o tubo capilar ao de borracha. Abra a válvula do gás e, com precaução, retire o dedo lentamente da extremidade do tubo capilar até que a gota do mercúrio atinja o meio do tubo.

Desligue o tubo da fonte gasosa, feche como anteriormente a extremidade que estava ligada à fonte e fixe a escala graduada. Faça o gráfico do volume em função da temperatura.

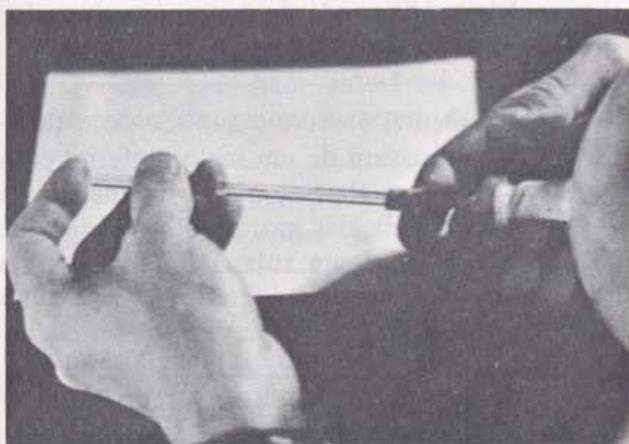


Fig. 7

### Interpretação dos resultados

5. Em cada uma das experiências descritas, a pressão do gás permanece constante.

Se a curva for uma linha recta, isso "prova" que o volume de um gás a pressão constante é proporcional à sua temperatura?

6. Recorde-se de que o funcionamento do termómetro de que se serviu se baseava provavelmente na dilatação de um líquido como o mercúrio ou o álcool. Se tivesse utilizado um outro tipo de termómetro, a curva do seu gráfico seria ainda uma linha recta?

7. Se pudesse continuar a arrefecer o ar, haveria um limite inferior para o volume ocupado?

Trace uma linha recta tão bem ajustada quanto possível aos pontos do gráfico  $V-T$  e prolongue-a para a esquerda até que ela indique a temperatura aproximada correspondente a um volume nulo. Naturalmente, não tem nenhuma razão para supor que os gases apresentam esta relação linear simples até ao volume nulo. (Na realidade, o ar liquefaz-se muito antes de se atingir a temperatura indicada no gráfico para um volume nulo.) Todavia, certos gases apresentam um comportamento linear numa extensa gama de temperaturas e, para estes gases, a linha recta cruza sempre o eixo das temperaturas no mesmo ponto. Uma vez que o volume de uma porção de gás não pode ser inferior a zero, este ponto representa a menor temperatura possível dos gases, o "zero absoluto" de temperatura.

8. Que valor tira do seu gráfico para esta temperatura?

### III. Perguntas para discussão

O volume de uma porção de gás é afectado tanto pela pressão como pela temperatura. Nestas experiências, há que estudar cada um destes factores separadamente.

9. Tinha o direito de admitir que a temperatura permanecia constante no decurso da primeira experiência, à medida que fazia variar a pressão? Como poderia verificá-lo? Como se modificariam os seus resultados se, na realidade, a temperatura aumen-

tasse de cada vez que colocasse mais um peso sobre o êmbolo?

10. Na segunda experiência, o gás encontrava-se à pressão atmosférica. Obteria a mesma relação entre o volume e a temperatura se repetisse a experiência, exercendo uma pressão diferente sobre a porção de gás?

Os gases como o hidrogénio, o oxigénio, o azoto e o anidrido carbónico têm comportamentos químicos muito diferentes. Todavia, apresentam todos a mesma relação simples entre o volume, a pressão e a temperatura, relação que encontrou nas experiências, e isto numa gama bastante vasta de pressões e temperaturas. Isto sugere que existe talvez um modelo físico simples capaz de explicar o comportamento de todos os gases dentro desses limites de pressão e temperatura. No Capítulo 11 do *Texto*, descreve-se um modelo simples deste tipo e a sua importância na evolução da Física.

### EXPERIÊNCIA 3-15 PROPRIEDADES DAS ONDAS

Nesta experiência laboratorial, familiarizar-se-á com diversas propriedades das ondas a uma e a duas dimensões. Utilizando cordas, molas, ou uma tina de ondas, pode verificar o que determina a velocidade das ondas, o que acontece quando elas colidem e como as ondas se reflectem e contornam os cantos.

#### Ondas numa mola

Muitas ondas deslocam-se demasiado rapidamente ou são demasiado pequenas para serem facilmente observáveis. Todavia, numa mola longa e “mole” é possível criar grandes ondas que se deslocam lentamente. Com um colega para o ajudar, estique a mola sobre o chão até atingir um comprimento de 6 a 9 metros. Seguidamente com a mão livre, agarre a mola a cerca de 60 a 90 centímetros da extremidade. Puxe esta porção de mola para si e depois solte-a, tendo o cuidado de *não* deixar deslocar-se a extremidade da mola que segura com a outra mão. Observe a onda simples, chamada pulsação ou impulso, que se move ao longo da mole. Sob a acção desta pulsação *longitudinal*, os anéis da mole deslo-

cam-se de um lado para o outro segundo a mesma direcção à medida que a onda se propaga. A onda transporta energia e, por conseguinte, poderia ser usada para levar uma mensagem de uma extremidade da mola até à outra.

Pode observar mais facilmente uma onda longitudinal se fixar bocados de cordel a várias espiras da mola e se observar o seu movimento quando pulsa a mola.

Uma onda *transversal* é mais fácil de observar. Para produzir uma, treine-se a deslocar rapidamente a mão para um lado e para o outro, perpendicularmente à direcção da mola esticada, até produzir uma pulsação que se propague apenas de um dos lados da mola. Esta pulsação diz-se “transversal” porque cada espira desloca-se perpendicularmente (transversalmente) ao comprimento da mola.

Faça experiências que lhe permitam responder às seguintes perguntas relativas às ondas transversais:

1. A dimensão da pulsação varia à medida que ela se propaga ao longo da mola? Se assim for, de que maneira?

2. A onda reflectida na outra extremidade da mola volta até si do mesmo lado da mola que a onda incidente, ou do lado oposto?

3. Uma variação da tensão da mola tem algum efeito sobre a velocidade de propagação das pulsações? Quando estica mais a mola, modifica de facto a natureza do *meio* através do qual a onda se propaga.

Seguidamente, observe o que acontece quando as ondas passam de um meio material para outro — efeito conhecido pela designação de *refracção*. A uma das extremidades da mola, ate uma corda ou um tubo de borracha (ou ainda uma mola de tipo diferente) e peça a um colega que segure a respectiva extremidade.

4. Que acontece a uma pulsação (dimensão, forma, velocidade e direcção) quando ela atinge o limite entre dois meios? A extremidade da mola tem agora a liberdade de se deslocar para um e outro lado no ponto de união o que não acontecia quando o seu colega a segurava.

Peça ao seu colega que desamarre a segunda mola e que volte a segurar a extremidade da primeira. Diga-lhe que produza uma pulsação na mola no mesmo instante em que você próprio o faz, de maneira que as duas pulsações se encontrem. A interação das duas pulsações chama-se *interferência*.

5. Que acontece (dimensão, forma, velocidade e direcção) quando duas pulsações atingem o centro da mola? (Será mais fácil observar o que se passa no momento da interacção se uma das pulsações for maior do que a outra.)

6. Que acontece quando se encontram duas pulsações formadas em lados opostos da mola?

Quando as duas pulsações passam para lados opostos da mola, pode observar um ponto da mola que não se move de todo?

7. Destas duas observações, que pode dizer sobre o deslocamento causado pela adição de duas pulsações num mesmo ponto?

Agitando continuamente a mão para um e outro lado, pode produzir um trem de ondas, uma *onda periódica*. A distância que separa duas cristas vizinhas desta onda periódica é o *comprimento de onda*. O ritmo ao qual agita a mão determinará a *frequência* da onda periódica. Utilize uma mola comprida e produza ondas periódicas durante curtos intervalos de tempo, de maneira a poder observá-las sem que haja interferência com as ondas reflectidas na outra extremidade da mola.

8. De que maneira o comprimento de onda parece depender da frequência?

Acaba de observar a reflexão, a refração e a interferência de ondas isoladas, a que chamamos impulsos ou pulsações, propagando-se em diferentes meios. Todavia, estas ondas propagavam-se apenas segundo uma única direcção. Para poder estabelecer uma comparação mais realista com outras formas de transporte de energia, na experiência seguinte voltará a estas mesmas propriedades ondulatórias num espaço a duas dimensões.

### EXPERIÊNCIA 3-16

#### ONDAS NUMA TINA DE ONDAS

Uma ou mais tinas de ondas deverão estar instaladas no laboratório. Naquela que vai usar, juntamente com o seu colega, introduza água até uma profundidade de 6 a 8 mm. Verifique se a tina se encontra nivelada por forma que a profundidade da água seja a mesma nos quatro cantos. Coloque uma folha de papel branco sobre a mesa e por baixo da tina e acenda a fonte luminosa. As perturbações da superfície da água projectam-se no papel criando zonas de luz e de sombra, o que lhe permite "ver" a forma das perturbações do plano horizontal.

Para ver a que se assemelha uma só pulsação produzida numa tina de ondas, toque ligeiramente a superfície da água com um dedo — ou, melhor, deixe cair uma gota de água na tina colocando um conta-gotas a alguns milímetros da superfície da água.

Em certos casos, é mais fácil estudar pulsações cujas cristas são rectilíneas. Para produzir pulsações rectilíneas, coloque uma pequena vara com cerca de 1 cm de diâmetro ou um bocado de pau de vassoura junto a um bordo da tina e faça-o rolar ligeiramente para trás. Uma onda periódica, um trem de ondas contínuo, pode ser criada fazendo rolar a vara para trás e para diante com uma frequência uniforme.

Sirva-se de pulsações rectilíneas para observar a reflexão, a refração e a difração, e de pulsações circulares provenientes de fontes pontuais para observar a interferência.

#### Reflexão

Produza uma pulsação rectilínea e observe a direcção do seu movimento. Seguidamente, introduza uma barreira na água por forma que ela intercepte a trajectória da pulsação. Produza novas pulsações e observe o que acontece quando elas atingem a barreira. Faça diversos ensaios colocando a barreira de modo que ela forme ângulos diferentes com a pulsação incidente.

1. Que relação existe entre a *direcção* das pulsações incidentes e a das reflectidas?

2. Substitua a barreira direita por uma barreira curva. Qual é a forma da pulsação reflectida?

3. Procure o ponto em que as ondas reflectidas se encontram. Que acontece à pulsação depois de ter convergido neste ponto? Faça partir uma pulsação deste ponto, chamado *foco*, utilizando um dedo ou uma gota de água. Qual é a forma da pulsação após reflexão na barreira curva?

### Refracção

Coloque uma placa de vidro no centro da tina, apoiada sobre moedas se for necessário, por forma a constituir uma superfície muito pouco profunda. Faça ensaios com diversos ângulos de incidência da pulsação sobre a fronteira entre o meio profundo e o meio menos profundo.

4. Que acontece à velocidade da onda na fronteira dos dois meios?  
 5. Que acontece à direcção da onda na fronteira dos dois meios?  
 6. Como se relaciona a variação de direcção com a variação de velocidade?

### Interferência

Coloque duas fontes pontuais lado a lado a alguns centímetros de distância. Sacudindo-as levemente, produzem-se duas pulsações que vão interferir. Observará melhor estas interferências se fizer vibrar continuamente as duas fontes recorrendo a um motor.

7. Como é que uma variação da frequência da onda influencia o comprimento de onda?

Identifique regiões da figura de interferência em que as ondas provenientes das duas fontes anulam os respectivos efeitos e não perturbam a superfície da água. Identifique

regiões em que as duas ondas adicionam os seus efeitos e criam uma perturbação duas vezes maior.

8. Faça um esquema da figura de interferência indicando estas regiões.  
 9. Como varia esta figura, à medida que faz variar o comprimento de onda?

### Difracção

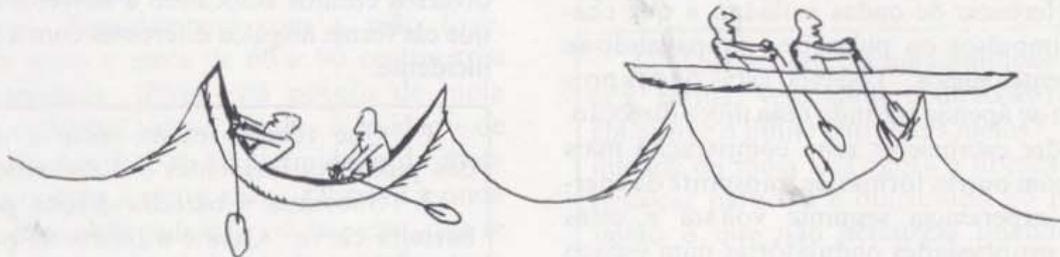
Com ondas a duas dimensões, poderá observar um fenómeno novo: o comportamento de uma onda quando contorna um obstáculo ou quando passa através de uma abertura. A propagação da onda na zona de "sombra" é designada por *difracção*. Produza um trem de ondas estacionário utilizando a fonte de ondas rectilíneas movida a motor. Coloque uma pequena barreira no percurso das ondas por forma que ela intercepte parte da frente de onda. Observe o que acontece quando as ondas ultrapassam a extremidade da barreira. Seguidamente varie o comprimento de onda do trem de ondas incidente fazendo variar a velocidade do motor da fonte.

10. Como é que varia a interacção com o obstáculo em função do comprimento de onda?

Coloque duas barreiras compridas na tina, deixando uma pequena abertura entre elas.

11. Como é que o ângulo, segundo o qual a onda se propaga ao sair da abertura, depende do tamanho desta?

12. De que maneira é que a propagação da figura de difracção depende do comprimento de onda?



### EXPERIÊNCIA 3-17 MEDIÇÃO DO COMPRIMENTO DE ONDA

Há três maneiras de medir o comprimento de onda das ondas produzidas na tina de ondas. Deve ensaiá-las todas, se possível, e comparar os resultados. Se encontrar diferenças, indique que método considera mais exacto e justifique.

#### A. Directo

Produza um trem estacionário de pulsações usando uma fonte pontual ou uma fonte rectilínea. Observe as ondas móveis com um estroboscópio e em seguida ajuste o vibrador na mais baixa frequência que "fixe" a forma da onda. Com um metro atravessado na tina de ondas, meça a distância entre duas cristas não consecutivas, contando o número de ondas entre elas. A partir destes dados, poderá obter o comprimento de onda.

#### B. Ondas estacionárias

Coloque uma barreira rectilínea no centro da tina, paralelamente às ondas incidentes. Ajustando correctamente a distância entre a barreira e o gerador das pulsações, a sobreposição das ondas incidentes e das ondas reflectidas pela barreira produzirá *ondas estacionárias*. Por outras palavras, as ondas reflectidas reforçarão em certos pontos as ondas originais, ao passo que, noutros pontos, anulá-las-ão sempre. Os pontos correspondentes a uma anula-

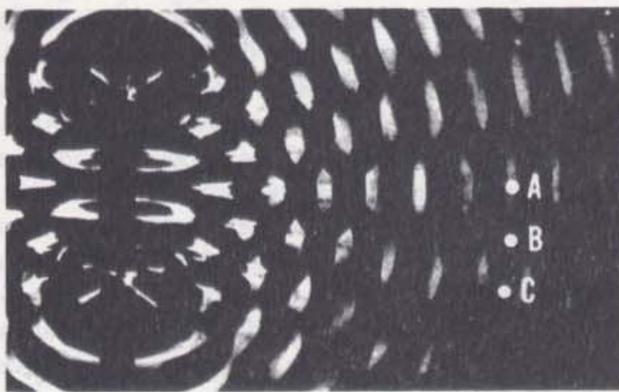


Fig. 1 Figura de interferência na água. Duas fontes pontuais vibrando em fase produzem ondas numa tina de ondas. A e C são pontos de perturbação máxima (em sentidos opostos) e B é um ponto de perturbação mínima.

ção permanente dos efeitos das ondas são os nodos. A distância entre dois nodos é igual a meio comprimento de onda.

#### C. Figura de interferência

Instale a tina de ondas com duas fontes pontuais. As duas fontes devem perturbar a água no mesmo instante de maneira que as duas ondas estejam exactamente em fase e tenham a mesma frequência quando se afastam das fontes. Ajuste a distância entre as fontes e a frequência de vibração por forma a obter uma figura nítida, como a da fig. 1.

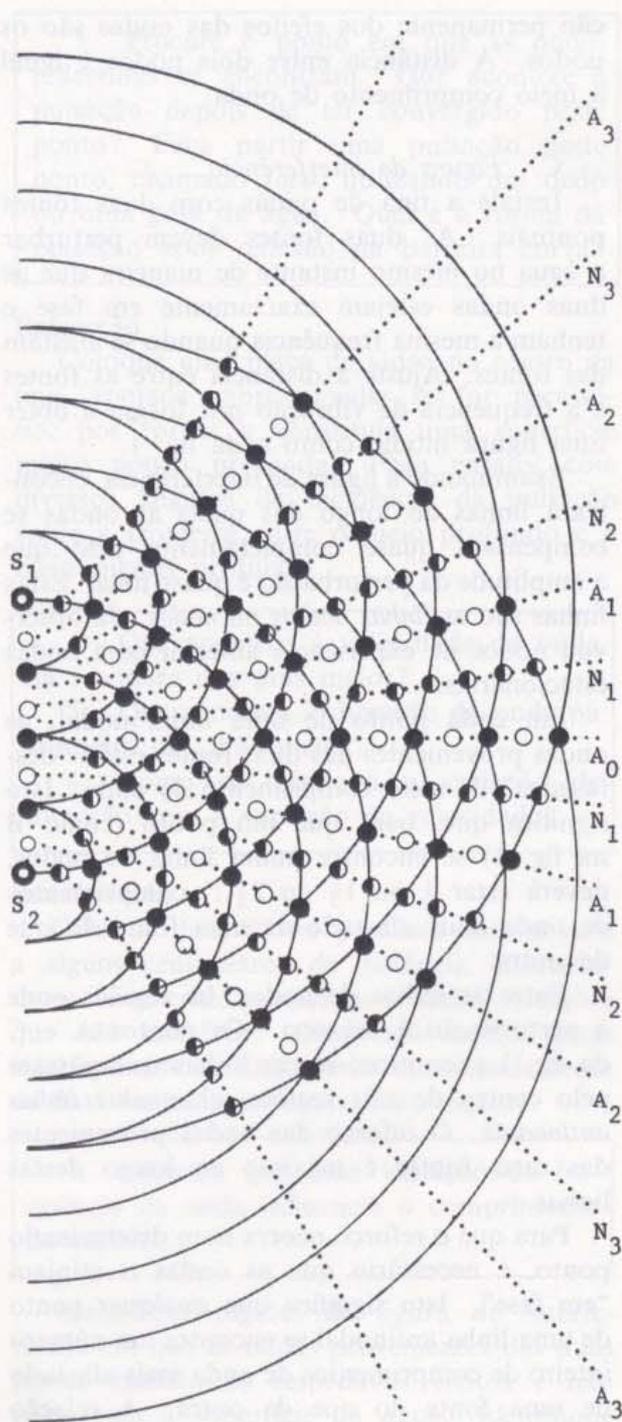
Examinando a figura de interferência, encontrará linhas ao longo das quais as ondas se compensam quase completamente pelo que a amplitude da perturbação é quase nula. Estas linhas são as *linhas nodais* ou *nodos*. Já observou nodos na experiência anterior com ondas estacionárias.

Em cada ponto de uma linha nodal, as ondas provenientes das duas fontes estão "desfasadas" de meio comprimento de onda. Isto significa que, para que um ponto (como B na fig. 1) se encontre numa linha de nodos, deverá estar  $\frac{1}{2}$  ou  $1\frac{1}{2}$  ou  $2\frac{1}{2}$ ... comprimentos de onda mais afastado de uma fonte do que da outra.

Entre as linhas de nodos, há regiões onde a perturbação é máxima. Os pontos A e C da fig. 1 encontram-se em linhas que passam pelo centro de tais regiões, chamadas *linhas antinodais*. O reforço das ondas provenientes das duas fontes é máximo ao longo destas linhas.

Para que o reforço ocorra num determinado ponto, é necessário que as ondas o atinjam "em fase". Isto significa que qualquer ponto de uma linha antinodal se encontra um número inteiro de comprimentos de onda mais afastado de uma fonte do que da outra. A relação entre cristas e cavados, nodos e antinodos, correspondente a esta situação, encontra-se esquematicamente resumida na fig. 2.

Muitos livros de texto dedicados à Física apresentam a dedução matemática da relação entre o comprimento de onda e a geometria da figura de interferência. (Veja, por exemplo, a pág. 125 da Unidade 3 do *Texto*). Se a distância entre as fontes for  $d$  e o detector estiver a uma distância  $L$  das fontes comparati-



**Fig. 2**  
Análise de uma figura de interferência semelhante à da fig. 1 produzida por duas fontes periódicas em fase (neste caso,  $S_1$  e  $S_2$  estão separadas por quatro comprimentos de onda). As letras A e N designam as linhas antinodais e nodais. Os círculos negros indicam os pontos onde uma crista encontra outra crista, os círculos brancos onde um cavado encontra outro cavado, e os círculos parcialmente negros onde uma crista encontra um cavado.

vamente maior,  $L$  e  $\lambda$  estão relacionados por meio das expressões

$$\frac{\lambda}{d} = \frac{x}{L}$$

ou

$$\lambda = \frac{xd}{L}$$

em que  $x$  é a distância entre antinodos (ou nodos) consecutivos.

Dispõe agora de um método para calcular o comprimento de onda  $\lambda$  a partir de distâncias que pode medir com precisão. Meça  $x$ ,  $d$  e  $L$  na sua tina de ondas e calcule  $\lambda$ .

### EXPERIÊNCIA 3-18 SOM

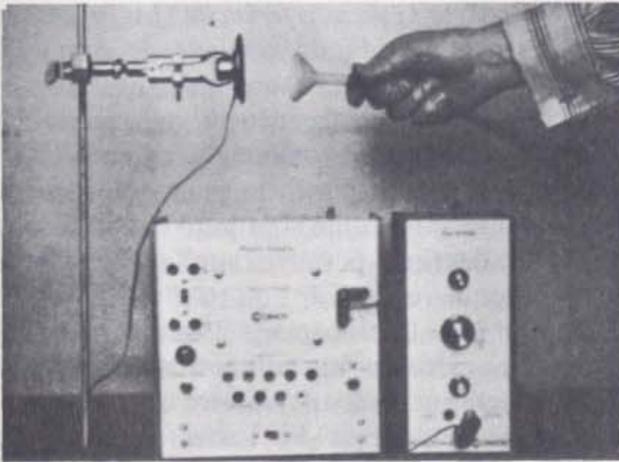
Em experiências anteriores, viu como as ondas de frequência relativamente baixa se comportam em meios diferentes. Nesta experiência, procurará determinar até que ponto o som apresenta propriedades análogas.

No laboratório onde trabalha, deve existir o seguinte material: um oscilador, uma fonte de alimentação, dois pequenos altifalantes e um conjunto de materiais a ensaiar. Um altifalante é a fonte de ondas sonoras audíveis, e o seu ouvido é o detector. Em primeiro lugar, ligue um dos altifalantes à saída do oscilador e ajuste a frequência deste para um valor próximo de 4 000 ciclos por segundo. Ajuste o volume por forma que o sinal mal se ouça a uma distância de um metro do altifalante. O ganho deve ser bastante pequeno para que o som produzido seja claro e puro. As reflexões no chão, na mesa e na superfície dura das paredes podem influenciar as medições. Consequentemente, coloque as fontes na extremidade da mesa e cubra com um material mole todas as superfícies duras que rodeiam o dispositivo e que não possam ser removidas.

Verificará que é mais fácil localizar os sons com o auxílio de uma "corneta acústica" ou estetoscópio que pode construir com um pequeno funil e um bocado de tubo de borracha (fig. 1). Tape o ouvido de que não se serve para atenuar o ruído de fundo enquanto procura os nodos e os ventres de vibração.

### Transmissão e reflexão

Coloque amostras de diversos materiais entre o altifalante e o receptor para ver como

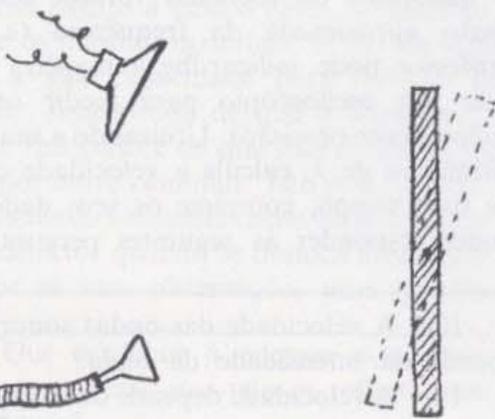


**Fig. 1** O som do altifalante pode ser detectado por meio de um funil e de um tubo de borracha cuja extremidade se encosta ao ouvido. As fichas bananas do oscilador devem estar colocadas nas posições da fonte de alimentação correspondentes a  $-8V$ ,  $+8V$  e terra. Coloque as fichas do altifalante nas posições onda sinusoidal-terra do oscilador. Escolha a banda audível por meio do botão superior do oscilador e, em seguida, ligue a fonte de alimentação.

eles transmitem a onda sonora. Registre num quadro as suas apreciações qualitativas tais como excelente, bom, pobre, etc.

Faça ensaios com os mesmos materiais para estudar a sua capacidade de reflectir o som e registre os resultados. Assegure-se de que o som foi mesmo reflectido e de que não está a chegar ao detector por um outro caminho. Pode verificar como varia a intensidade no detector quando desloca o reflector e quando o faz rodar em torno de um eixo vertical (veja a fig. 2).

Se dispuser de materiais adequados, observe também a reflexão em superfícies curvas.



**Fig. 2**

1. Com base nos resultados obtidos, que generalizações pode fazer no tocante às relações entre a transmissão e a reflexão, por um lado, e as propriedades dos materiais ensaiados, por outro?

### Refracção

Provavelmente, observou já a refração ou "curvatura" de uma frente de onda numa tina de ondas quando ela diminui de velocidade ao passar de água com uma certa profundidade para outra menos profunda.

Pode observar a refração das ondas sonoras usando uma "lente" feita com um gás. Encha um balão esférico com gás carbónico até que o respectivo diâmetro atinja 10 a 15 centímetros. Explore a zona próxima do balão do lado oposto à fonte sonora. Localize um ponto em que o som pareça mais forte e, em seguida, retire o balão.

2. Notou alguma diferença na intensidade do som quando o balão estava posicionado? Explique.

### Difracção

Coloque uma placa espessa de material duro, com cerca de 25 centímetros de comprimento, em posição vertical mesmo em frente e a cerca de 25 centímetros do altifalante. Proceda lentamente à sondagem da região situada a cerca de 75 centímetros do obstáculo.

3. Distingue modificações da intensidade do som? Há som na zona de "sombra"? Há zonas de silêncio onde esperava ouvir som? Parece haver uma certa regularidade nas zonas em que a intensidade do som é mínima?

Um outro processo de estudar a difracção consiste em colocar um grande pedaço de madeira a cerca de 25 centímetros do altifalante por forma que um bordo fique alinhado com o centro da fonte (fig. 3). Explore, de novo, a região contida na zona de sombra e a que se situa imediatamente fora dela.

Descreva a figura de interferências sonoras que observa.

4. A figura é análoga à que observou na tina de ondas?

### Comprimento de onda

(a) *Método da onda estacionária.* Instale o altifalante cerca de meio metro acima de uma mesa ou de um chão *duro*, ou à mesma distância de uma parede de gesso plana e dura ou de qualquer outro bom reflector de som. Em qualquer dos casos, o altifalante deve ficar de frente para o reflector. O seu ouvido é mais sensível às variações de intensidade de sons fracos e, por isso assegure-se de que o volume seja baixo.

Explore a zona compreendida entre a fonte e o reflector, procurando variações de intensidade. Registe as posições em que a intensidade é mínima ou determine, pelo menos, a distância aproximada entre dois mínimos consecutivos. Estes mínimos estão separados por  $\frac{1}{2}$  comprimento de onda.

5. A distância entre os mínimos depende da intensidade da onda?

Meça o comprimento de onda do som para várias frequências.

6. Como é que varia o comprimento de onda quando se faz variar a frequência?

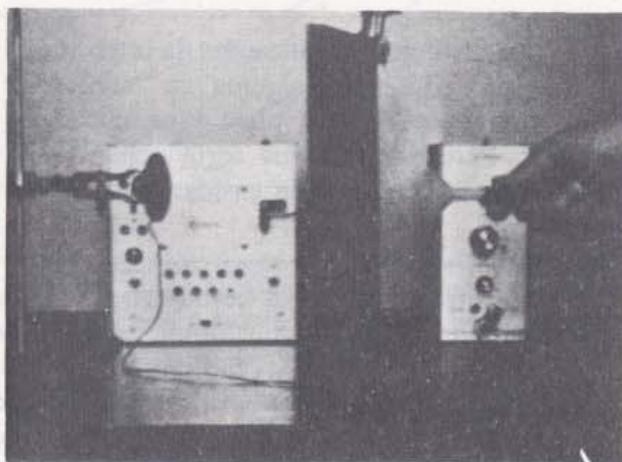


Fig. 3

(b) *Método de interferência.* Ligue os dois altifalantes à saída do oscilador e instale-os à borda da mesa, afastados cerca de 25 centímetros. Ajuste a frequência para cerca de 4 000 ciclos/segundo e mantenha o ganho baixo durante toda a experiência para garantir que o oscilador produz um som puro e para reduzir as reflexões que perturbariam a experiência.

Desloque o ouvido ou o "estetoscópio" segundo uma linha paralela à que une as duas fontes e a cerca de 50 centímetros dela. Consegue detectar máximos e mínimos bem distintos? Afaste-se ainda mais das fontes; nota alguma diferença?

7. Que efeito tem uma variação da distância entre as fontes sobre o afastamento dos nodos?

8. Que acontece à distância entre os nodos, se variar a frequência do som? Para tornar esta experiência quantitativa, estabeleça um método semelhante ao utilizado com a tina de ondas (fig. 2).

Meça a distância  $d$  que separa os centros das duas fontes e a distância  $x$  entre os nodos e utilize estes dados para calcular o comprimento de onda  $\lambda$ .

9. O comprimento de onda varia com a frequência? Em caso afirmativo, trata-se de uma variação directa ou inversa?

### Cálculo da velocidade do som

A relação entre a velocidade  $v$ , o comprimento de onda  $\lambda$  e a frequência  $f$  é  $v = \lambda f$ . O quadrante do oscilador fornece uma indicação aproximada da frequência (e o seu professor pode indicar-lhe a maneira de utilizar um osciloscópio para medir uma frequência com precisão). Utilizando a sua melhor estimativa de  $\lambda$ , calcule a velocidade do som. Se tiver tempo, complete os seus dados para poder responder às seguintes perguntas:

10. A velocidade das ondas sonoras depende da intensidade da onda?

11. A velocidade depende da frequência?

### EXPERIÊNCIA 3-19 ULTRA-SONS

O equipamento necessário para esta experiência compreende um oscilador, uma fonte de alimentação, três transdutores de ultra-sons (cristais que transformam impulsos eléctricos em ondas sonoras ou vice-versa) e diversos materiais para ensaiar. O sinal proveniente do transdutor que serve de detector pode ver-se num osciloscópio (fig. 1) ou pode ser enviado para um amplificador seguido de um voltímetro (fig. 2). Um ou dois dos transdutores, sob a acção do oscilador, formam as fontes de ultra-sons, ao passo que o terceiro serve de detector. Antes de prosseguir, peça ao professor que verifique a sua montagem e que o ajude a obter uma imagem no osciloscópio ou uma leitura no voltímetro.

A energia fornecida à saída do transdutor é máxima para uma frequência da ordem de 40 000 ciclos por segundo, e o oscilador deve estar cuidadosamente regulado para esta frequência. Coloque o detector mesmo em frente da fonte, a alguns centímetros de distância, e comute a largura de banda do oscilador para a posição 5-50 quilociclos. Ajuste cuidadosamente o oscilador na frequência de 40 000 ciclos/s por forma a obter uma deflexão máxima no voltímetro ou no osciloscópio. Se o sinal de saída for demasiado fraco para ser detectado para além de 25 cm, ligue o transdutor detector a um amplificador e a saída deste à entrada do osciloscópio ou do voltímetro.

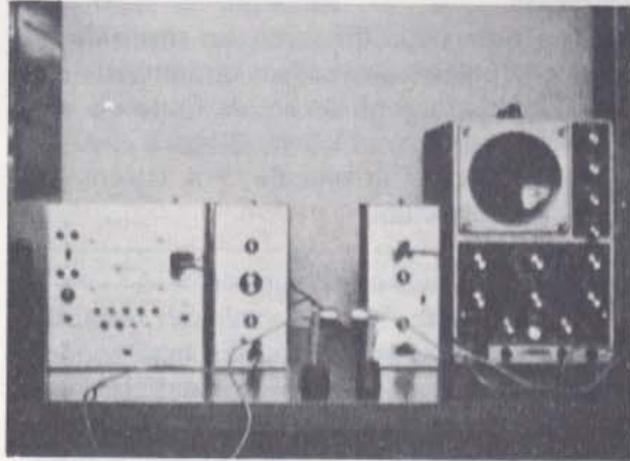
#### Transmissão e reflexão

Ensaie as diversas amostras nesta instalação para ver como *transmitem* os ultra-sons. Registe as suas apreciações qualitativas tais como excelente, boa, pobre, etc. Mantenha a amostra do material sujeito a ensaio junto ao detector.

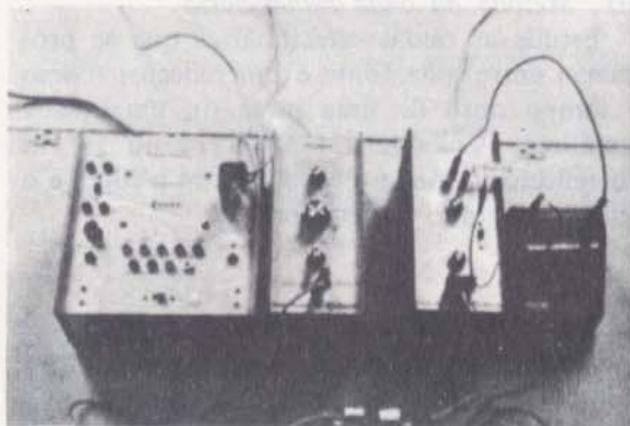
Ensaie os mesmos materiais, tendo em vista apreciar a sua capacidade para *reflectir* os ultra-sons. Assegure-se de que o ultra-som é realmente reflectido e de que não chega ao seu detector por outro caminho. Isto pode ser verificado estudando a maneira como varia a intensidade no detector quando se desloca o reflector.

Agrupe as suas observações num quadro.

1. Que acontece à energia dos ultra-sons num material que não os reflecte nem os transmite?



**Fig. 1** Equipamento completo para os ultra-sons. Ligue as tomadas +8V, -8V e terra do amplificador e oscilador à fonte de alimentação. Ligue o cabo coaxial associado ao transdutor à saída sinusoidal do oscilador. Ligue o cabo coaxial do segundo transdutor às entradas do amplificador. Assegure-se de que a trança do cabo coaxial está ligada à terra. Regule a banda do oscilador para a posição 5k-50k. Regule a frequência do osciloscópio para 10 kHz, pelo menos. Ligue o oscilador e a fonte de alimentação. Regule o oscilador para uma recepção máxima (cerca de 40 quilociclos).



**Fig. 2** Em cima, emissor e receptor de ultra-sons. A amplitude do sinal é posta em evidência por meio de um microamperímetro ligado ao amplificador do receptor. Em baixo, pode ver-se um diodo montado entre o amplificador e o medidor para rectificar a corrente de saída. O selector do amplificador deve ser colocado em *ac*. O controlo do *ganho* do amplificador deve ser ajustado de maneira que no medidor se atinja a graduação máxima no caso do sinal mais forte que é previsível ter durante a experiência. O controle de *compensação* deve ser ajustado por forma que o medidor forneça a indicação zero na ausência de sinal.

**Difracção**

Para observar a difracção em torno de um obstáculo, coloque um pedaço de material duro, com 3 cm de largura, diante da fonte e a uma distância de 8 a 10 cm (veja a fig. 3). Explore uma região situada 5 a 10 cm por detrás do obstáculo.

2. Encontra algum sinal na zona de "sombra"? Encontra mínimos nas regiões onde esperava encontrar um sinal? Parece existir uma certa regularidade na distribuição das zonas de sinais mínimos e máximos?

Coloque uma grande folha de material absorvente diante da fonte e a 10 cm de distância de modo que o bordo da folha obstrua metade da fonte.

Explore de novo a zona de "sombra" e a zona vizinha do bordo para ver se os mínimos e os máximos se distribuem segundo uma figura regular.

**Medição do comprimento de onda**

(a) *Método da onda estacionária*

Estude as ondas estacionárias que se produzem entre uma fonte e um reflector (como o tampo duro de uma mesa ou uma placa metálica). Coloque a fonte a 10 ou 15 cm do reflector e sonde o espaço entre a fonte e o reflector usando o detector.

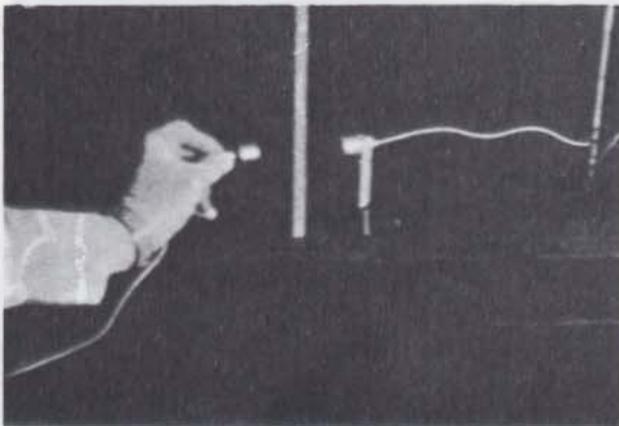


Fig. 3 Detecção da difracção de ultra-sons em torno de um obstáculo.

3. A distância entre nodos depende da intensidade das ondas?

Determine a distância aproximada entre dois máximos consecutivos ou dois mínimos consecutivos. Esta distância é igual a meio comprimento de onda.

(b) *Método de interferência*

Como fontes, ligue dois transdutores à saída do oscilador e instale-os a 5 cm um do outro. Coloque o comutador do oscilador na posição 5-50 quilociclos. Como detector, ligue um terceiro transdutor a um osciloscópio ou a um amplificador seguido de um voltímetro, tal como se descreve no início da experiência. Em seguida, ajuste o oscilador por forma a obter um sinal máximo no detector quando este é colocado perto de uma das fontes (cerca de 40 000 ciclos/s). Desloque o detector segundo uma linha paralela à que liga as duas fontes e a 25 cm de distância. Encontra máximos e mínimos distintos? Aproxime-se das fontes. Constata alguma diferença?

4. Que efeito tem uma variação da distância entre as fontes sobre o afastamento dos nodos?

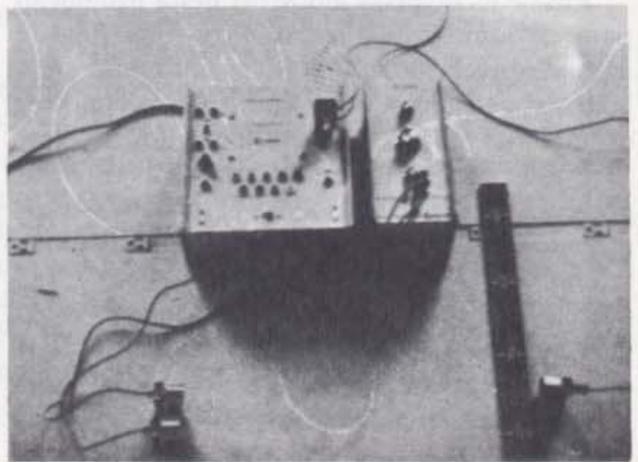


Fig. 4 Instalação para a determinação do comprimento de onda pelo método de interferência.

Para tornar esta experiência quantitativa, estabeleça um método semelhante ao usado com a tina de ondas. Meça as distâncias adequadas e calcule o comprimento de onda por meio da relação

$$\lambda = \frac{xd}{L}$$

deduzida anteriormente no caso das figuras de interferência numa tina de ondas.

5. Ao usar esta relação, em que hipóteses se baseia?

### Velocidade do ultra-som

A relação entre a velocidade  $v$ , o comprimento de onda  $\lambda$  e a frequência  $f$  é  $v = \lambda f$ . Utilizando a sua melhor estimativa de  $\lambda$ , calcule a velocidade do ultra-som.

6. A velocidade das ondas ultra-sonoras depende da intensidade da onda?  
 7. Como é que a velocidade do som na banda não audível se compara com a velocidade do som audível?



## ATIVIDADES

### A MASSA CONSERVA-SE?

O leitor tomou conhecimento de algumas das dificuldades em estabelecer a lei de conservação da massa. Pode fazer várias experiências para verificar esta lei.

#### Alka-Seltzer

Necessitará do equipamento seguinte: comprimidos Alka-Seltzer; um frasco de 2 litros ou uma vasilha em plástico de cerca de 4 litros (como as que se usam para a lixívia, a água destilada ou o líquido de duplicador); uma rolha para o frasco ou para a vasilha; uma balança (de sensibilidade superior a 0,1 g), um dinamómetro (de sensibilidade superior a 0,5 g).

Pese um comprimido e o frasco de 2 litros contendo 200 a 300 cm<sup>3</sup> de água numa balança sensível. Introduza o comprimido no frasco. Quando o comprimido desaparecer e não houver mais despreendimento de bolhas, efectue nova pesagem. Registe qualquer variação de massa. Se houver variação de massa, qual a sua causa?

Repita o procedimento anterior, mas incluindo a rolha na pesagem inicial. Imediatamente após ter introduzido o comprimido, feche o frasco hermeticamente com a rolha. (A pressão num frasco de 2 litros não aumenta mais do que 20%, portanto não é necessário fita adesiva ou um fio metálico para manter a rolha no frasco. Não utilize frascos mais pequenos porque o aumento de pressão seria proporcionalmente maior.) Há variação de massa? Retire a rolha após ter cessado toda a reacção; que acontece? Discuta a diferença entre os dois processos.

#### Precipitado de cor viva

Necessitará de: 20 g de nitrato de chumbo; 11 g de iodeto de potássio; um frasco Erlenmeyer de 1 000 cm<sup>3</sup> com rolha; um tubo de ensaio de 25 mm × 150 mm, e uma balança.

Deite 400 cm<sup>3</sup> de água no frasco Erlenmeyer, junte o nitrato de chumbo e mexa até dissolver. Ponha o iodeto de potássio no tubo de ensaio, junte 30 cm<sup>3</sup> de água e agite até dissolver. Coloque cuidadosamente o tubo de ensaio, aberto e virado para cima, dentro

do frasco e feche o frasco com a rolha. Coloque o frasco na balança e equilibre-a. Incline o frasco para misturar as soluções. Coloque de novo o frasco na balança. A massa total mantém-se constante? O que *varia* nesta experiência?

#### Lâmpada de "flash"

Com a balança mais sensível de que possa dispor, determine a massa de uma lâmpada de "flash" de magnésio ainda não utilizada. Repita a medição várias vezes para fazer uma estimativa da precisão da medida.

Acenda a lâmpada ligando-a a uma pilha. Tenha cuidado em mexer na lâmpada o menos possível, para não remover qualquer porção de matéria ou deixar quaisquer impressões digitais. Determine a massa da lâmpada várias vezes, como anteriormente. Para ter uma ideia da pequenez da variação de massa que a sua balança pode detectar, veja qual o tamanho de uma folha de papel de seda que é necessário colocar na balança para produzir uma diferença apreciável.

### DISPOSITIVOS DE TROCA DE MOMENTO LINEAR

As quatro situações descritas abaixo são testes mais complexos da conservação do momento linear, para lhe proporcionar uma compreensão mais profunda da generalidade da lei de conservação e da importância do sistema de referência.

(a) Prenda uma secção de um carril de via férrea de comboio eléctrico de tipo HO a dois suportes metálicos como se mostra na Figura 1. Coloque sobre o carril um rodado

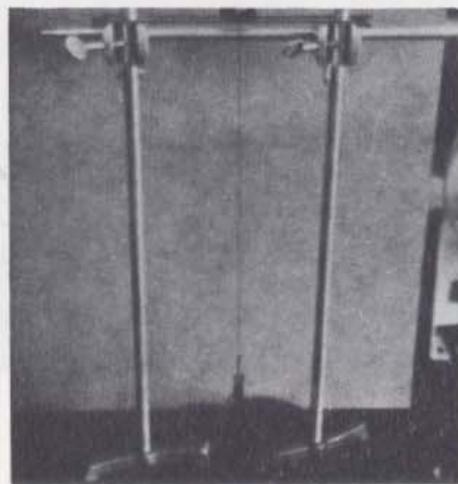


Fig. 1

retirado de uma carruagem, e suspenda do rodado um objecto cuja massa seja aproximadamente igual à do rodado. Segure o rodado, afaste o objecto para um dos lados paralelamente ao carril e largue ambos ao mesmo tempo. Que acontece?

Que pensa que aconteceria se largasse o rodado depois de ter largado o objecto? Experimente.

Faça ensaios aumentando a massa suspensa.

(b) A Figura 2 mostra uma situação semelhante em que uma calha de ar é segura por dois suportes. Um objecto de 20 g foi suspenso por um fio de 50 cm de um deslizador pequeno. (Num ensaio de um estudante, o movimento de vaivém atingiu 166 oscilações.)



Fig. 2

(c) Prenda dois carros dinâmicos um ao outro com quatro lâminas de serra como se mostra na Figura 3. Puxe o carro de cima para a direita e o de baixo para a esquerda, e largue-os. Experimente empurrar o carro de baixo paralelamente ao chão no momento em que os larga.

Que aconteceria, quando largasse os dois carros, se houvesse 10 ou 20 pequenas bolas de aço ou de madeira suspensas como pêndulos do carro de cima?



Fig. 3

(d) Coloque duas rolhas grandes de borracha nas extremidades de uma vareta curta de

vidro ou de madeira (Figura 4). Deixe rolar este “haltere” sobre uma placa de madeira inclinada de modo a que as rolhas toquem a mesa só no fim do percurso. Quando o “haltere” toca na mesa, o seu momento linear aumenta subitamente enquanto se desloca ao longo da mesa. Estão envolvidas aqui noções de momento rotacional e de energia de rotação que não são expostas no *Texto*, mas mesmo sem

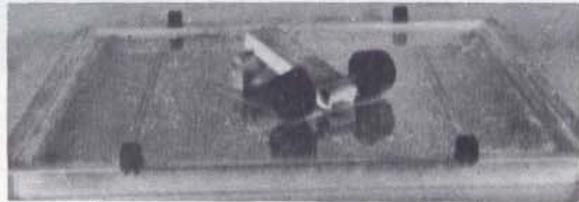


Fig. 4

extensão do *Texto*, pode abordar o “misterioso” aumento do momento linear quando as rolhas tocam na mesa.

Com base naquilo que aprendeu sobre conservação do momento linear, qual pensa que seja a causa deste aumento? (Sugestão: coloque o plano inclinado sobre um pedaço de cartão assente sobre contas de colar em plástico, e repita a experiência.)

### POTÊNCIA DE UM ESTUDANTE

Quando sobe um lanço de escada, o trabalho que executa gasta-se no aquecimento por fricção e no aumento da energia potencial gravitacional. A  $\Delta(EP)_{grav}$ , em joule, é o produto do seu peso em newton pela altura da escada em metro. (Em pé.libra, é o seu peso em libra vezes a altura da escada expressa em pé.)

A sua potência útil é a taxa média à qual efectuou o trabalho de elevação — isto é, a variação total de  $(EP)_{grav}$ , dividida pelo tempo que levou a efectuar o trabalho.

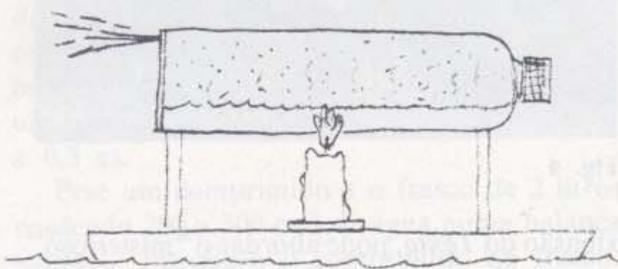
Suba um lanço de escadas, a andar ou a correr, e peça a alguém que cronometre o tempo que demora. Determine a altura vertical total que subiu medindo um degrau e multiplicando pelo número de degraus.

Calcule o trabalho útil e a potência, tanto em watt como em cavalo-vapor. (Um cavalo-vapor é igual a 550 pé.libra/s que é equivalente a 746 watt.)

**BARCO MOVIDO A VAPOR**

Pode fazer um barco movido a vapor que demonstrará o princípio da máquina a vapor de Herão (*Texto* Secção 10.5) utilizando uma lata de pó dentífrico ou de pó de talco, um bocado de uma vela, uma saboneteira e algum arame.

Coloque a vela na saboneteira. Faça um orifício perto do bordo do fundo da lata com uma agulha. Construa suportes de arame suficientemente longos para manter a lata horizontalmente sobre a vela e a saboneteira. Rode



a lata de modo que o buraco da agulha fique no cimo. Encha até meio a lata com água, ponha a tampa, e coloque este "fervedor" sobre a vela e acenda a vela. Se este barco for colocado numa grande panela com água, será propulsionado através da água.

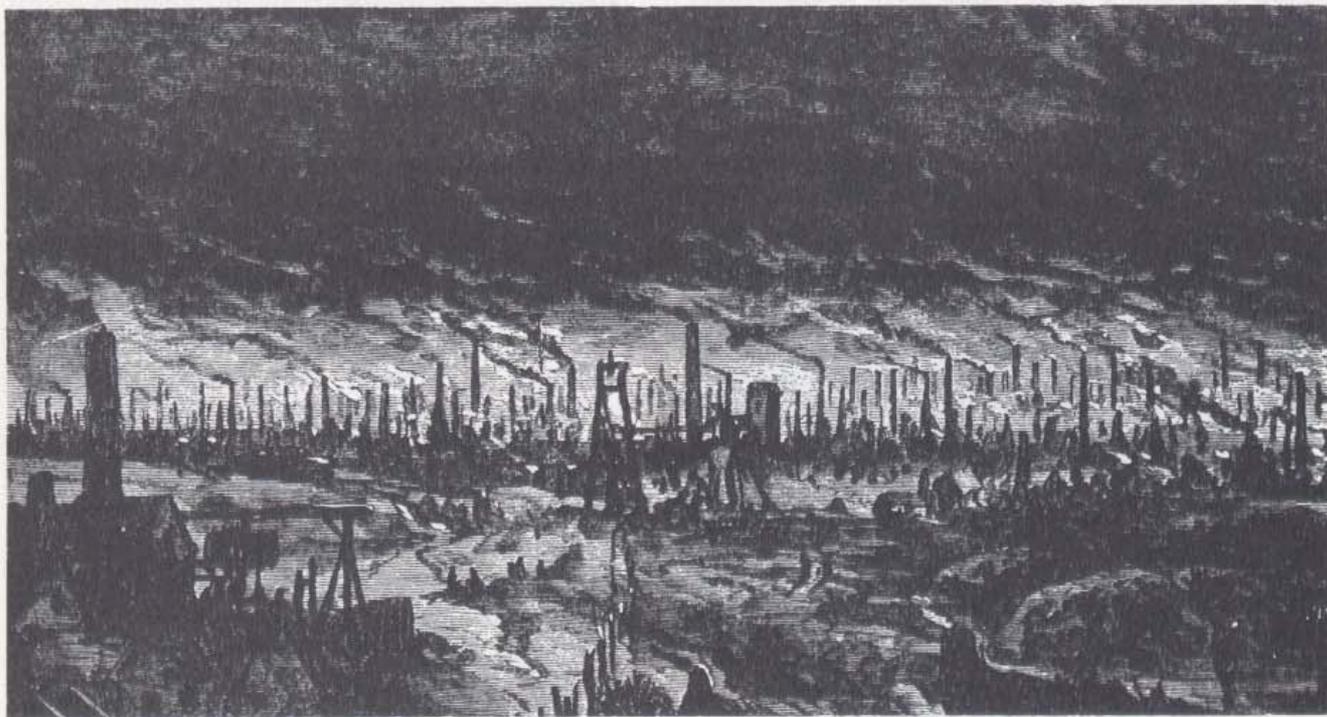
Pode explicar o funcionamento deste barco em termos de conservação do momento linear? de conservação da energia?

**PROBLEMAS DE CRESCIMENTO CIENTÍFICO E TECNOLÓGICO**

A Revolução Industrial dos séculos XVIII e XIX é rica em exemplos de inquietação e ambivalência do homem em relação à mudança tecnológica. Em vez de viver entre cenas de noras campestres, os homens começaram a viver em áreas com problemas de poluição tão graves ou piores que os que enfrentamos hoje, como se mostra no quadro de Wolverhampton, Inglaterra, em 1866. Como se mencionou no *Texto*, William Blake lamentou em "Stanzas from Milton"

E resplandeceu o Rosto Divino  
sobre as nossas nebulosas montanhas?  
E foi aqui construída Jerusalém  
entre estas satânicas fábricas escuras?

Desde que a Revolução começou, temos tirado benefícios dos avanços da tecnologia. Mas ainda enfrentamos problemas como os da poluição e desemprego provocado pelas máquinas.



Uma pintura de uma cena perto de Wolverhampton, Inglaterra, em 1866, chamada "Black Country"



"Honk, honk, honk, honk, honk, honk, honk,"



cough, cough, cough, cough, cough, cough, cough,



honk, honk, honk, honk, honk, honk, honk."

Um dos maiores problemas é a crescente falta de comunicação entre pessoas que trabalham em ciência e as que trabalham em outros campos. Quando C. P. Snow publicou o seu livro *The Two Cultures and the Scientific Revolution* em 1959, iniciou uma onda de debates que ainda hoje continua.

Na sua comunidade há provavelmente alguns problemas de poluição de que tem conhecimento. Averigüe em que medida a ciência e a tecnologia terão contribuído para estes problemas — e como elas podem contribuir para os resolver!

### PREVISÃO DO ALCANCE DE UMA FLECHA

Se estiver interessado em prever o alcance de um projectil a partir do trabalho que efectua quando dispara uma funda, ponha a questão ao seu professor. Talvez ele faça isso consigo ou lhe diga como fazê-lo.

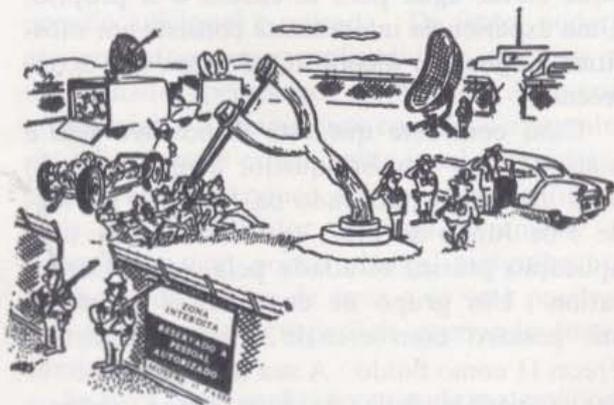
Outro problema interessante consiste em calcular o alcance de uma flecha determinando o trabalho efectuado ao puxar o arco. Para calcular o trabalho, precisa de saber como é que a força utilizada para puxar a corda variou com o deslocamento da corda. Um arco comporta-se menos de acordo com a lei de Hooke do que uma funda; o gráfico da força em função do deslocamento não é de modo nenhum uma linha recta.

Para conhecer como a força depende do deslocamento da corda aperte o arco *com segurança* num torno ou noutro dispositivo sólido. Ligue um dinamómetro de mola ao arco e registre valores da força (em newton) quando

a corda do arco é puxada um centímetro de cada vez a partir da sua posição de repouso (*sem* ter uma flecha encaixada). Ou peça a alguém que fique em pé numa balança de casa de banho, segurando o arco, e depois puxe a corda para cima; a força sobre a corda em cada posição igualará esta aparente *perda* de peso.

Agora, para calcular a quantidade de trabalho efectuado, trace um gráfico da força em função do deslocamento. Para achar a "área" (unidades de força vezes unidades de deslocamento) conte os quadrados abrangidos pelo gráfico; este é o trabalho efectuado sobre o arco — igual à energia potencial elástica do arco puxado.

Suponha que toda a energia potencial elástica do arco se converte em energia cinética da flecha e preveja o alcance da flecha pelo mesmo método utilizado para prever o alcance de um projectil de uma funda.

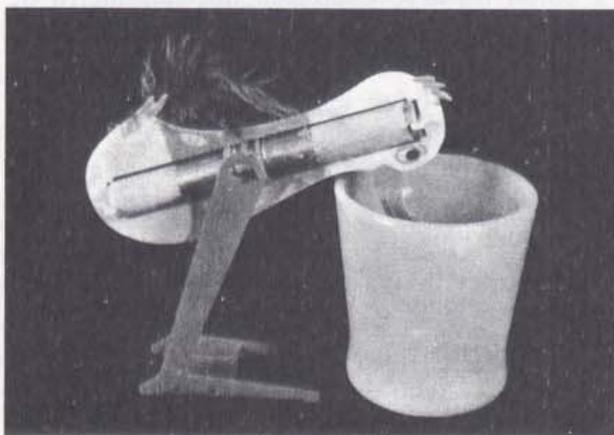


Que raio de esquema é o vosso como método económico de lançar um satélite?

Um artigo recente de uma revista afirmava que um veado que esteja alerta pode saltar do caminho duma flecha que se aproxima quando ouve o silvo da corda do arco. Em que condições pensa que isto é possível?

### PATO BEBEDOR

Um brinquedo conhecido pela designação de "pato bebedor" (n.º 60 264 do catálogo 671, Edmund Scientific Co., Barrington, New Jersey 08007) põe claramente em evidência a conversão de calor em energia mecânica através dos processos de evaporação e condensação. O pato continuará a oscilar para cima e para baixo enquanto houver água no copo que baste para humedecer o seu bico.



A fim de não refrear o seu espírito de aventura, não lhe explicaremos o princípio de funcionamento. Comece por imaginar um mecanismo possível. Se não conseguir, poderá encontrar no livro de George Gamow, "The Biography of Physics", uma explicação muito boa. Gamow também calcula até onde o pato pode elevar água para se encher a si próprio. Uma experiência interessante consiste em substituir a água por álcool. Que pensa que acontecerá?

Caso considere que este dispositivo não é mais do que um brinquedo, aconselhamo-lo a ler um artigo publicado na *Saturday Review*, de 3 de Junho de 1967, onde se descreve uma aplicação prática estudada pela Rand Corporation. Um grupo de engenheiros construiu um "pássaro" com cerca de 2 metros, utilizando Freon 11 como fluido. A sua intenção era estudar a possibilidade de usar patos gigantes como mecanismo de irrigação no vale do rio Nilo.

### EQUIVALENTE MECÂNICO DO CALOR

Deixando cair granalha de chumbo de uma dada altura e medindo a variação de temperatura do chumbo, poderá obter um valor da razão entre as unidades de trabalho e de calor — o "equivalente mecânico do calor".

Necessita do seguinte equipamento:

Um tubo de cartão

Rolhas

Granalha de chumbo (1 a 2 kg)

Termómetro

Feche uma das extremidades do tubo com uma rolha e encha-o com um a dois kg de granalha de chumbo previamente arrefecida a cerca de 5°C abaixo da temperatura ambiente da sala. Feche a outra extremidade do tubo com uma rolha atravessada por um termómetro. Faça deslizar lentamente a granalha para esta extremidade do tubo e meça a temperatura. Inverta rapidamente o tubo, retire o termómetro e tape o buraco da rolha. Seguidamente, volte a inverter o tubo por forma que a granalha caia a todo o comprimento do tubo e repita rapidamente esta operação uma centena de vezes. Introduza de novo o termómetro no tubo e meça a temperatura. Meça a distância média de queda da granalha que é igual ao comprimento do tubo menos a espessura da granalha nele contida.

Se a distância média de queda for  $h$  e se o tubo tiver sido invertido  $N$  vezes, o trabalho efectuado para elevar a massa  $m$  da granalha é igual a

$$\Delta W = N \times m a_g \times h .$$

O calor  $\Delta H$  necessário para elevar a temperatura da granalha de uma quantidade  $\Delta T$  é

$$\Delta H = cm\Delta T ,$$

em que  $c$  é o calor específico do chumbo, ou seja, 0,031 cal/g°C.

O equivalente mecânico do calor é  $\Delta W/\Delta H$ . O valor experimental geralmente adoptado é igual a 4,184 newton.metro por quilocaloria.

### UM MERGULHADOR NUMA GARRAFA

Descartes é um nome muito conhecido em Física. Quando representámos graficamente o movimento, na secção 1.5 do *Texto*, utilizámos coordenadas cartesianas, adoptadas pela pri-

meira vez precisamente por Descartes. Utilizando a lei de refração de Snell, Descartes traçou o trajecto de um milhar de raios luminosos através de uma esfera e chegou a uma explicação do arco-íris. Juntamente com o seu amigo astrónomo Gassendi, opôs-se à Física de Aristóteles. Descartes pertencia à geração situada entre a de Galileu e a de Newton.

Na faceta mais trivial da sua personalidade, Descartes é conhecido por ter concebido um brinquedo denominado o mergulhador cartesiano que era muito popular no século XVIII. Certos modelos muito elaborados foram construídos nessa altura. Para realizar um, necessita primeiramente de uma coluna de água. Para isso, procure no laboratório um grande cilindro graduado; quanto mais alto, melhor. Se não o encontrar, pode recorrer a um jarro de cerca de cinco litros ou a qualquer outro recipiente de vidro bastante alto. Encha quase completamente o vaso com água. Arranje uma rolha de borracha e um tubo de vidro com as extremidades polidas a quente. Lubrifique com água o tubo de vidro e a passagem aberta na rolha e introduza cuidadosamente o tubo na rolha. Ajuste a rolha à boca do recipiente, como se mostra na fig. 1, e fixe um tubo de borracha à extremidade livre do tubo de vidro.

Em seguida, construa o mergulhador. Pode limitar-se ao essencial, isto é, utilizar um pequeno frasco de comprimidos que pode ser lastrado com arame e parcialmente cheio com água, de tal maneira que mal flutue no topo da coluna de água quando colocado *à avessas*. Se desejar, pode decorar o frasco de modo que ele se assemelhe a um verdadeiro mergulhador (ou a um animal, se o preferir). O ponto essencial é que disponha de um mergulhador que mal flutue e que o volume de água no seu interior possa variar.

Para que o mergulhador execute a sua função, sobre momentaneamente através do tubo de borracha. Segundo a lei de Boyle, o aumento de pressão (transmitido pela água) faz diminuir o volume de ar encerrado no mergulhador e a água penetra neste. A força que o faz flutuar diminuir, segundo o princípio de Arquimedes, e o mergulhador começa a descer.

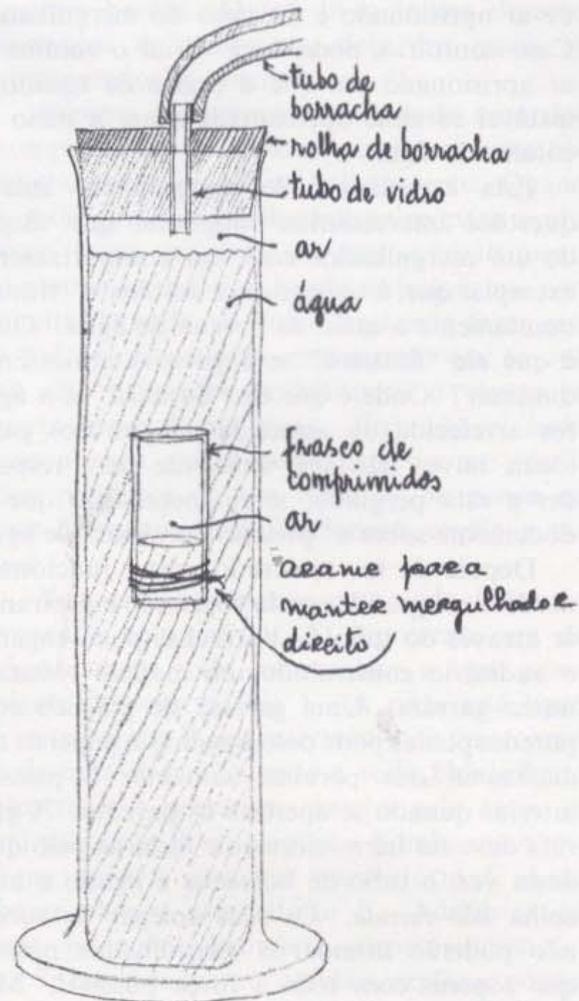


Fig. 1

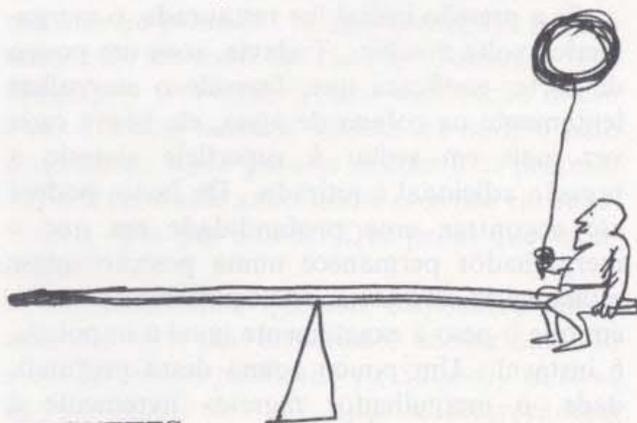
Se a pressão inicial for restaurada, o mergulhador volta a subir. Todavia, com um pouco de sorte, verificará que, fazendo-o mergulhar lentamente na coluna de água, ele hesita cada vez mais em voltar à superfície quando a pressão adicional é retirada. De facto, poderá até encontrar uma profundidade em que o mergulhador permanece numa posição quase estacionária. Todavia, este equilíbrio aparente, em que o peso é exactamente igual à impulsão, é instável. Um pouco acima desta profundidade, o mergulhador regressa livremente à superfície e, um pouco abaixo, mergulha até ao fundo da coluna de água e só será possível fazê-lo regressar à superfície aspirando fortemente pelo tubo.

Se tiver bons conhecimentos de matemática, pode calcular esta profundidade em função da pressão atmosférica à superfície, do volume

de ar aprisionado e do peso do mergulhador. Caso contrário, pode fazer variar o volume de ar aprisionado até que o ponto de equilíbrio instável se situe aproximadamente a meio da coluna de água.

Esta experiência do mergulhador suscita questões interessantes. Suponha que dispõe de um mergulhador com um comportamento exemplar que, à temperatura ambiente, “flutua” exactamente a meio da coluna de água. Onde é que ele “flutuará” se a pressão atmosférica diminuir? Onde é que ele “flutuará” se a água for arrefecida ou aquecida? A lei dos gases ideais talvez não seja suficiente para responder a esta pergunta, sendo necessário que se documente sobre a “pressão do vapor” de água.

Depois de ter mostrado como funciona o modelo em grande escala soprando e aspirando ar através do tubo de borracha, pode enganar o auditório construindo um modelo reduzido numa garrafa. Uma garrafa de plástico com paredes planas pode desempenhar o papel de um diafragma que permite aumentar a pressão interior quando se apertam as paredes. A garrafa deve ser hermeticamente fechada pelo que, desta vez, o tubo de borracha é ligado a uma rolha *não furada*. Os seus colegas de turma não poderão afundar o mergulhador mesmo que soprem com toda a força possível. Mas você, apertando discretamente as paredes da garrafa, conseguirá comandar todos os movimentos do mergulhador.



## FOGUETES

Se for legalmente autorizado o lançamento de foguetes na sua região e o seu uso for vigiado, eles poderão proporcionar excelentes projectos de trabalho tendo em vista estudar a conversão da energia cinética em energia potencial, a força propulsora, etc.

Peça ao seu professor instruções para construir pequenos suportes de ensaio destinados a obter dados relativos à força propulsora a fim de prever a altura máxima, o alcance, etc., dos foguetes. (“Estes Industries”, Box 227, Penrose, Colorado 81240, enviar-lhe-á a pedido um catálogo gratuito, muito completo, e as regras de segurança necessárias.)

## COMO PESAR UM CARRO COM UM MEDIDOR DE PRESSÃO DE PNEUS

Reduza a pressão dos quatro pneus do seu carro de modo que ela seja a mesma nos quatro e ligeiramente inferior ao valor recomendado.

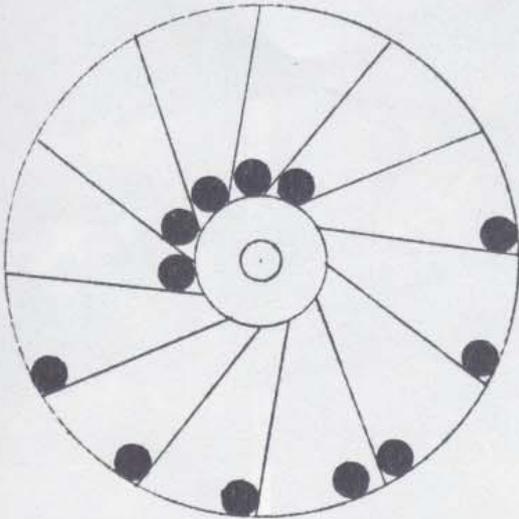
Desloque o carro de maneira que as rodas repousem sobre quatro folhas de papel milimétrico o que permitirá delimitar a superfície dos pneus em contacto com o papel. O carro deve estar colocado sobre uma superfície suficientemente plana (chão da garagem ou entrada para carros). A parte plana do pneu encontra-se em equilíbrio sob a acção da força vertical exercida pelo chão de baixo para cima e da força de pressão do ar contido nos pneus dirigida para baixo.

Meça a pressão do ar nos pneus e a área das suas superfícies planas. Se utilizar papel graduado em centímetros, pode determinar a área, expressa em centímetros quadrados, contando os quadrados.

A pressão  $P$  (em quilograma-peso por centímetro quadrado) é definida como  $F/A$ , em que  $F$  é a força (em quilograma-peso) exercida perpendicularmente de cima para baixo sobre a área plana  $A$  (em centímetros quadrados). Uma vez que o manómetro indica a pressão *acima* da pressão atmosférica normal de  $1 \text{ kg/cm}^2$ , deve adicionar este valor à leitura do manómetro. Calcule as quatro forças multiplicando a pressão pela área. A soma destes produtos é o peso do carro.

## MÁQUINAS COM MOVIMENTO PERPÉTUO?

Já deve ter ouvido falar de máquinas com “movimento perpétuo” que, uma vez postas em movimento, continuariam a mover-se e a produzir um trabalho útil para sempre. Tais máquinas hipotéticas estão em contradição com as leis da termodinâmica. (Há a tentação de



Número 5

dizer que elas *violam* as leis da termodinâmica, mas isto implicaria que as leis são regras que governam os fenómenos naturais e não descrições que são fruto do pensamento humano.) Neste momento, acreditamos que, em princípio, é impossível construir tais máquinas.

Todavia, é difícil eliminar o sonho! Todos os dias aparecem novos projectos! Assim, S. Raymond Smedile, em *Perpetual Motion and Modern Research for Cheap Power* (Science Publications of Boston, 1962), defende que aquela atitude do “não é possível” influencia negativamente a pesquisa de novas fontes de

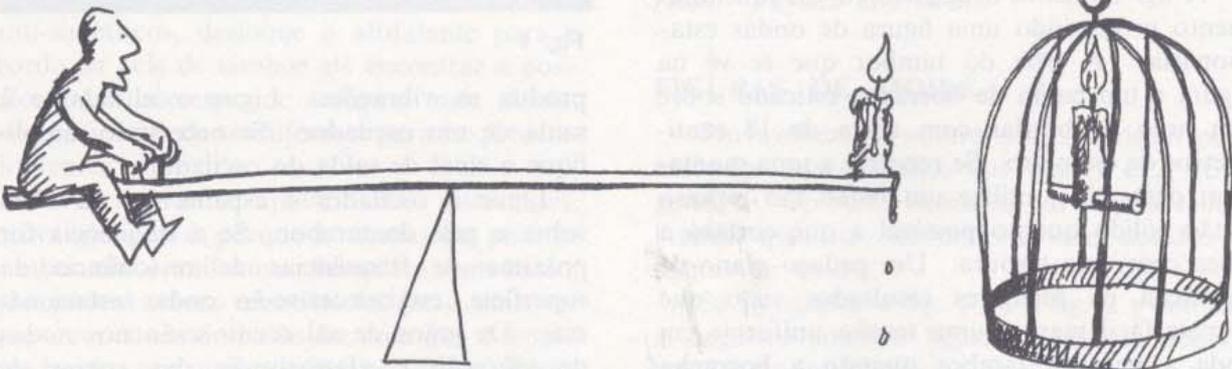
energia barata. O seu livro indica dezasseis exemplos de máquinas, dois dos quais são apresentados a seguir.

*Número 5* representa uma roda com doze compartimentos, contendo, cada um, uma bola de chumbo que pode rolar livremente. Quando a roda gira, cada bola desloca-se para o nível mais baixo possível do seu compartimento. Ao rolar para o bordo exterior, na parte direita da roda, as bolas tendem a fazer girar a roda para a direita, movimento que se opõe ao das bolas que rolam para o centro, na parte esquerda da roda. Pretende-se, assim, que a roda girará perpetuamente no sentido dos ponteiros de um relógio. Se pensa que este dispositivo não funcionará, explique porquê.

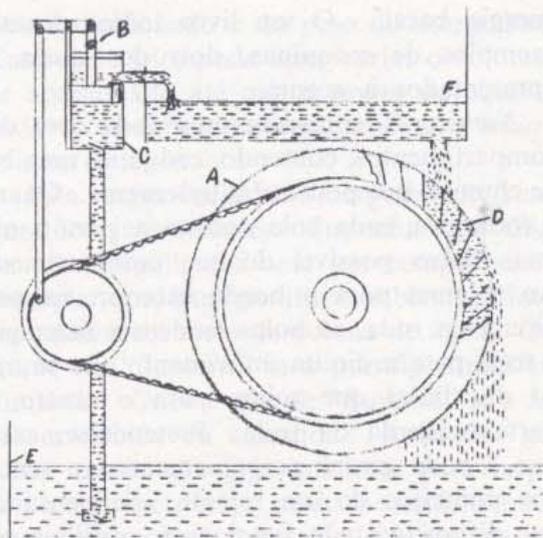
*Número 7* representa uma roda hidráulica marcada com um A. D representa um dos alcatruzes da roda que recebem a água proveniente do reservatório F. A roda está ligada a uma bomba B por intermédio de uma correia e de uma roda. Quando a roda hidráulica de alcatruzes é posta em marcha pela água que cai sobre ela, faz funcionar a bomba que aspira água para o pequeno reservatório C donde passa para o reservatório F. Admite-se que esta operação continuará perpetuamente.

Se não é da mesma opinião, explique porquê.

Se tais máquinas funcionassem, as leis de conservação seriam necessariamente falsas?



Estes dois desenhos (assim como outros que se encontram espalhados pelo *Manual*) foram feitos a partir de certas ideias do PROJECTO FÍSICA, por um desenhador que não sabia Física. Após ter sido informado de que o desenho do lado esquerdo não representava a conservação porque a vela não era um sistema fechado, ele apresentou a solução que se encontra à direita. (O facto de um sistema ser “fechado” depende obviamente do que se quer conservar.)



Número 7

O facto de não existirem verdadeiras máquinas com movimento perpétuo é devido a uma deficiência de natureza "teórica" ou de natureza "prática"?

### ONDAS ESTACIONÁRIAS NUM TAMBOR OU NUM VIOLINO

Pode produzir vários tipos de ondas estacionárias numa membrana de borracha utilizando um método muito semelhante ao do *Filme sem-fim 42*, "Vibrações de um tambor". Se ainda não viu este filme, projecte-o, se possível antes de montar a experiência no seu laboratório.

A fig. 1 mostra o dispositivo em funcionamento produzindo uma figura de ondas estacionárias. A pele do tambor que se vê na figura é um balão de borracha esticado sobre um arco de bordar com cerca de 18 centímetros de diâmetro. Se recorrer a uma montagem deste tipo, utilize um balão tão espesso e tão sólido quanto possível a que cortará a boca com uma tesoura. Um pedaço plano de borracha dá melhores resultados visto que é mais fácil manter uma tensão uniforme em toda a pele do tambor quando a borracha não está encurvada à partida. Ensaie suportes com diferentes formas e dimensões assim como outros materiais de pele de tambor.

Um altifalante de 10 centímetros e 45 ohms, colocado sob o tambor e virado para cima,

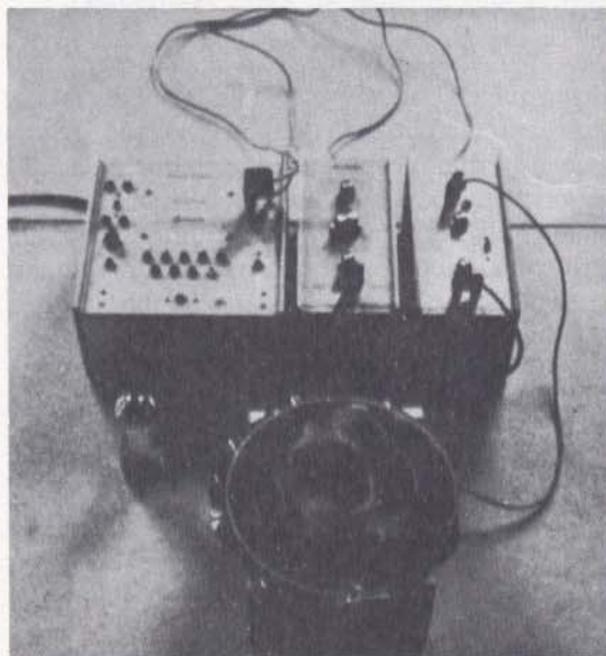
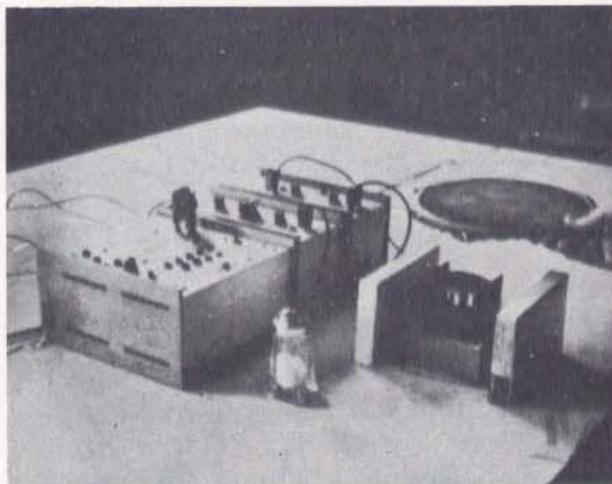
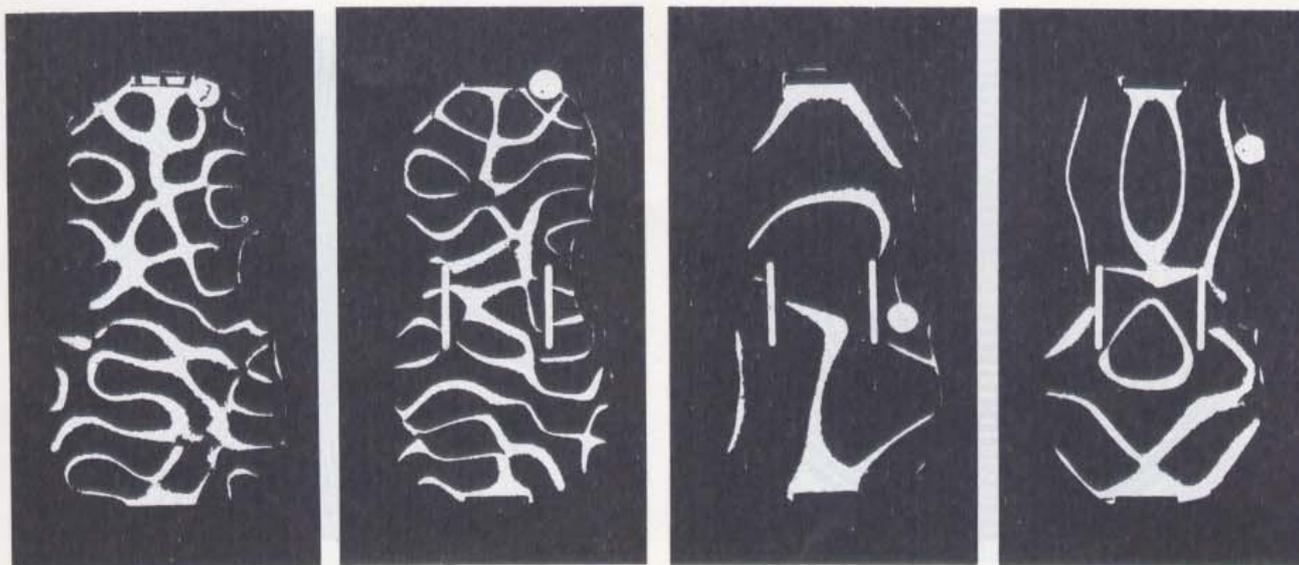


Fig. 1

produz as vibrações. Ligue o altifalante à saída de um oscilador. Se necessário, amplifique o sinal de saída do oscilador.

Ligue o oscilador e espalhe sal ou areia sobre a pele do tambor. Se a frequência for próxima de frequências de ressonância da superfície, estabelecer-se-ão ondas estacionárias. Os grãos de sal reunir-se-ão nos nodos de vibração e afastar-se-ão das cristas de vibração, pondo assim em relevo a forma das vibrações. Faça variar a frequência até obter uma figura nítida e, em seguida, fotografe-a ou desenhe-a. Depois, mude de frequência e obtenha uma nova figura.



As ilustrações de Chladni põem em relevo a vibração da caixa de um violino. Estas figuras foram produzidas cobrindo com areia uma placa de latão com a forma de um violino e passando um arco de violino pelo bordo. Quando o arco faz vibrar a placa, a areia concentra-se segundo as linhas nodais que se mantêm em repouso entre as zonas de vibração. Passando o arco em diversos pontos, assinalados com uma marca branca, produzem-se frequências de vibração diferentes e figuras diferentes. Os tons baixos produzem figuras com grandes zonas mas em pequeno número; os tons agudos produzem figuras com numerosas zonas pequenas. As caixas de violino possuem alguns modos de vibração naturais que tendem a reforçar certos sons produzidos pelas cordas. As caixas de má qualidade acentuam as notas altas e de som áspero. Este método de análise, baseado no uso de uma placa e de areia, foi inventado há 150 anos por um físico alemão especializado em acústica, Earnst Chladni.

Quando o altifalante está centrado, a forma da vibração é simétrica em relação ao centro da superfície. Para obter modos de vibração anti-simétricos, desloque o altifalante para o bordo da pele de tambor até encontrar a posição a que corresponde a forma mais nítida; esta posição pode ser diferente para frequências diferentes.

Se as figuras se apresentarem distorcidas, provavelmente é porque a tensão da pele de tambor não é uniforme. Se utilizou um balão, não poderá talvez remediar tal facto uma vez que a curvatura do balão faz com que a tensão nos bordos seja maior do que no centro. Todavia, esticando ligeiramente a borracha, poderá talvez uniformizar pelo menos a tensão em todo o contorno.

Um método semelhante, utilizado há 150 anos, e ainda hoje, para analisar as caracte-

rísticas dos violinos, está ilustrado nas fotografias reproduzidas da revista *Scientific American*, "Physics and Music".

### FIGURAS DE MOIRÉ

Provavelmente, notará o efeito visual perturbador dos desenhos das figs. 1 e 2. Em geral, a "Op Art" baseia-se em efeitos semelhantes que, na sua maioria, são devidos a figuras de moiré.

Se fotografar a fig. 1 ou a fig. 2 e colocar o negativo sobre a figura respectiva, poderá estudar as interferências produzidas por duas fontes pontuais. O mesmo se faz na *Transparência* 28, Interferência de Duas Fendas.

Muito antes da "Op Art", já havia um número sempre crescente de aplicações das figuras de moiré. Em consequência das grandes

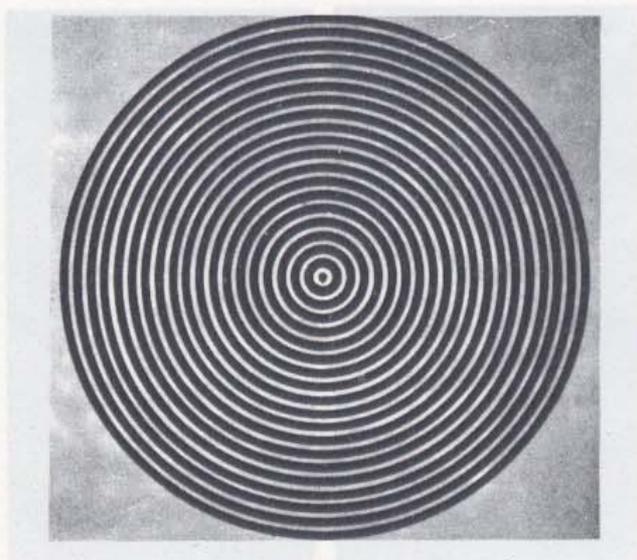


Fig. 1

variações visuais devidas a pequeníssimas diferenças na sobreposição de duas figuras regulares, elas podem ser utilizadas para efectuar medições com uma precisão de 0,000 000 1%. Alguns exemplos de utilização das figuras de moiré são a visualização das interferências de duas ou mais ondas, a medição de pequenos desvios angulares, a medição de taxas de dispersão de sólidos em líquidos e representações de campos eléctricos, magnéticos e gravitacionais. Algumas figuras obtidas não podem ainda ser descritas matematicamente.

O número de Maio de 1963 da revista *Scientific American* contém um artigo excelente: "Moiré Patterns" por Gerald Oster e Yasunori Nishijima. O livro intitulado *The Science of Moiré Patterns*, de G. Oster é distribuído por Edmund Scientific Co., Barrington, N. J.. Edmund dispõe igualmente de vários modelos pouco dispendiosos, que permitem ganhar tempo e que são muito mais perfeitos do que os desenhos feitos à mão.

### ACTIVIDADES MUSICAIS E ORATÓRIAS

(a) Bandas de frequência: instale um microfone e um osciloscópio a fim de poder visualizar as variações de pressão nas ondas sonoras. Toque vários instrumentos e observe como o "dó médio" difere de uns para os outros.

(b) Belíssimas figuras aparecem no osciloscópio quando visualiza o som proveniente de discos em que se gravou música composta por

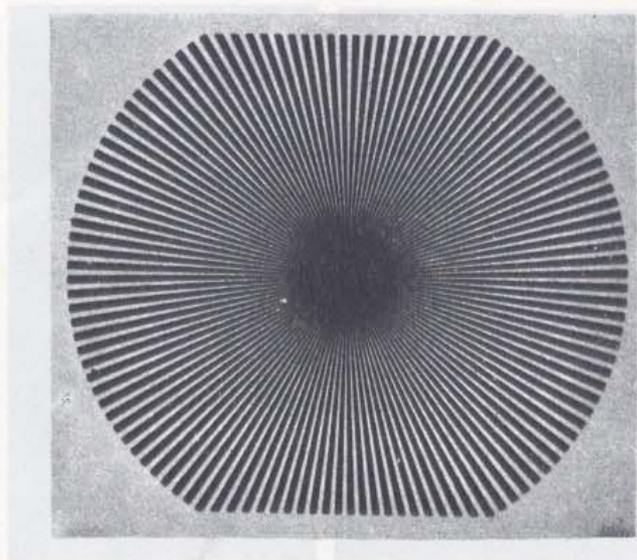


Fig. 2

computadores electrónicos que utilizam sintetizadores de sons em vez de instrumentos convencionais.

(c) Para uma documentação interessante, leia os artigos seguintes na revista *Scientific American*: "Physics and Music", Julho de 1948; "The Physics of Violins", Novembro de 1962; "The Physics of Wood Winds", Outubro de 1960; e "Computer Music", Dezembro de 1959.

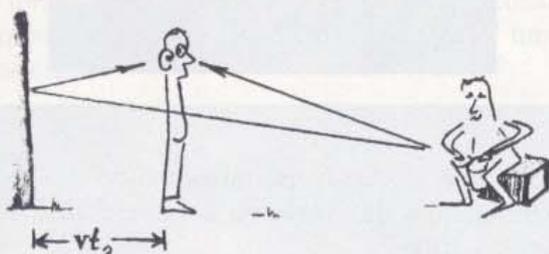
(d) A Companhia "Bell Telephone" dispõe de um interessante artigo educativo que pode ser obtido numa agência local. Um disco LP de 33 $\frac{1}{3}$ , "The Science of Sounds", com dez bandas, proporciona uma demonstração de diferentes conceitos relativos ao som. Por exemplo, os automóveis de corrida põem em relevo o efeito Doppler e um soprano, um piano e um apito de fábrica parecem ter todos o mesmo som quando os harmónicos são filtrados electronicamente. O disco também é distribuído pela casa Folkways, com o número FX 6136.

### MEDIÇÃO DA VELOCIDADE DO SOM

Para esta experiência é necessário trabalhar ao ar livre, perto de uma grande parede plana capaz de produzir um bom eco. Necessitará também de uma fonte que produza fortes impulsos sonoros a intervalos regulares, por exemplo aproximadamente um por segundo ou menos. Um camarada a bater num tambor ou outro objecto que produza um som mais agudo, será suficiente. O essencial é que o

tempo entre um impulso e o seguinte não varie; um metrónomo será, pois, de grande utilidade. A fonte sonora deverá estar bastante afastada da parede, ou seja a cerca de duzentos metros.

Coloque-se algures entre a parede e a fonte sonora. Desse modo, ouvirá o som directo e o som reflectido. O som directo será ouvido em primeiro lugar porque o som reflectido tem que percorrer a distância adicional que o separa da parede, na ida e na volta. Quando se aproxima da parede, esta distância adicional diminui, assim como o intervalo de tempo entre o som directo e o eco. Quando se afasta da parede, este intervalo aumenta.



Se a distância da fonte à parede for suficientemente grande, o tempo adicional necessário para que o eco o atinja pode tornar-se maior do que o intervalo de tempo entre dois batimentos no tambor. Poderá mesmo colocar-se numa posição em que possa ouvir o eco de um impulso simultaneamente com o som directo do impulso seguinte. Deste modo, saberá que o som, para percorrer a distância entre si e a parede e volta, demorou um tempo igual ao que separa dois impulsos.

Meça a distância que o separa da parede. Determine o intervalo de tempo entre dois impulsos medindo a duração de um grande número de impulsos. Utilize estes dois valores para calcular a velocidade do som.

(Se não puder colocar-se suficientemente longe da parede para obter esta sincronização, aumente a velocidade da fonte sonora. Se isso

for impossível, poderá procurar um local onde ouça os ecos exactamente no meio de dois impulsos, como se mostra na primeira figura da página seguinte. Ouvirá um impulso, depois o eco, depois o impulso seguinte. Ajuste a sua posição de modo que estes três sons pareçam estar igualmente espaçados no tempo. Nesse local, sabe que o tempo de percurso ida e volta, entre si e a parede, é igual a metade do intervalo de tempo entre impulsos.)

### MÁQUINAS DE ONDAS MECÂNICAS

Vários tipos de máquinas de ondas mecânicas são descritos a seguir. Elas ajudam de forma considerável a compreender as diferentes propriedades das ondas.

#### (a) "Slinky"

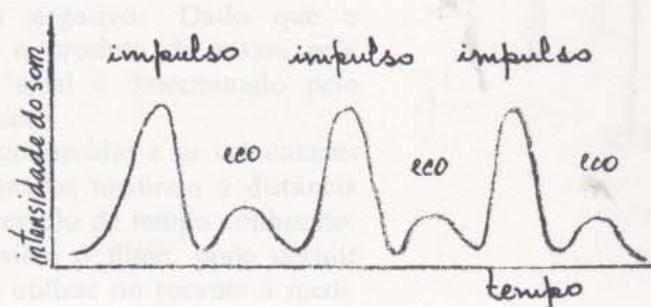
A mola conhecida pela designação de "Slinky" comporta-se muito melhor quando não está sujeita a atrito em consequência do contacto com uma mesa ou o chão. Suspenda um "Slinky" horizontalmente por meio de fios, com pelo menos um metro de comprimento, atados a argolas atravessadas por um arame bem esticado entre dois suportes bem firmes. Se atar os fios ao "Slinky" de cinco em cinco espiras, terá um suporte conveniente.

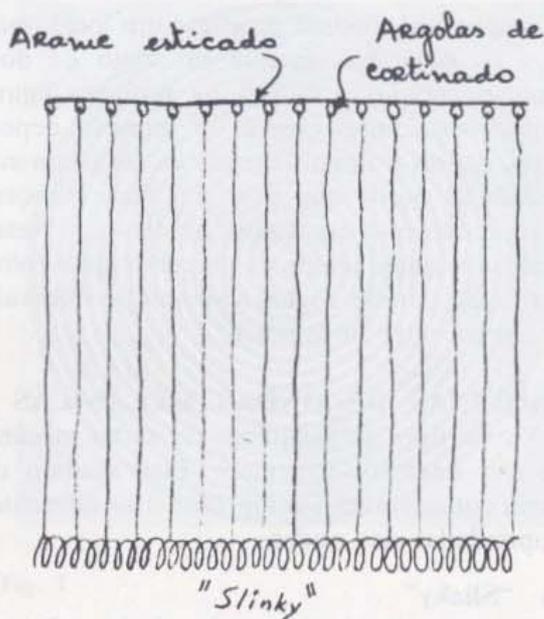
Fixe *solidamente* uma extremidade do "Slinky" e em seguida estique-o por forma que o seu comprimento atinja cerca de 6 a 9 metros. Manobrando a ponta de um fio de 3 metros de comprimento que tenha a outra extremidade atada ao "Slinky", poderá fazer uma demonstração da reflexão das ondas numa extremidade livre.

Estude a *Experiência 3-15* para obter mais pormenores sobre as propriedades das ondas.

#### (b) Tubo de borracha e vara de solda

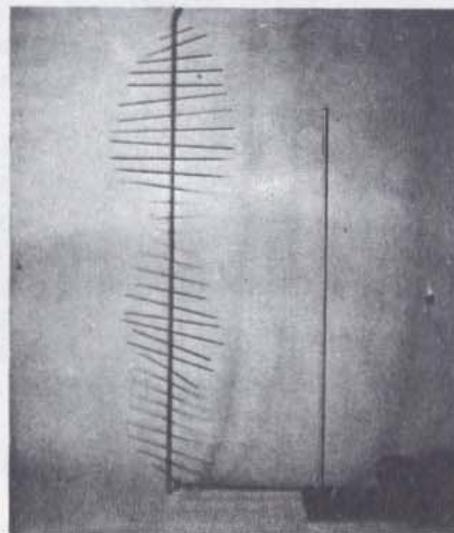
Fixe a uma mesa as duas extremidades de um pedaço de tubo de borracha com cerca de





1,2 metros, submetendo-o a uma ligeira tensão. Faça furos no tubo, de 2,5 em 2,5 centímetros, com o auxílio de um prego e de um martelo. (Coloque uma tábua sob o tubo para não estragar a mesa.)

Arranje varas de solda com 30 centímetros de comprimento em número igual ao dos furos praticados no tubo. Solte o tubo e introduza uma vara em cada furo. Suspenda o tubo verticalmente, como se mostra na figura, e aplique uma torsão à extremidade inferior para visualizar ondas de torsão. O dispositivo funciona melhor e os fenômenos são mais



facilmente observáveis, adicionando pesos às extremidades das varas ou à extremidade inferior do tubo.

#### (c) Uma máquina de ondas ainda melhor

Uma brochura barata, "*Similarities in Wave Behaviour*", por John N. Shive dos Laboratórios da Companhia Bell Telephone, contém instruções para a construção de uma máquina de ondas de torsão ainda melhor do que a descrita em (b). A brochura pode ser obtida em Garden State-Novo, Inc., 630 9th Avenue, New York, N. Y. 10036.

## NOTAS SOBRE OS FILMES SEM-FIM

### FILME SEM-FIM 18 COLISÕES A UMA DIMENSÃO I

Este filme mostra duas colisões frontais distintas entre duas bolas de aço. Cada bola está suspensa de dois fios metálicos compridos que levam as bolas a descrever no seu movimento o mesmo arco de circunferência. O raio da circunferência é grande comparado com a porção de arco percorrida pelas bolas, pelo que a curvatura das trajetórias é dificilmente observável. Como as colisões têm lugar praticamente ao longo de uma linha recta, podem ser consideradas como unidimensionais ou a uma dimensão.



No primeiro exemplo, a bola B, que pesa 350 gramas, está inicialmente em repouso. No segundo exemplo, é a bola A, cuja massa vale 532 gramas, que está imóvel antes da colisão.

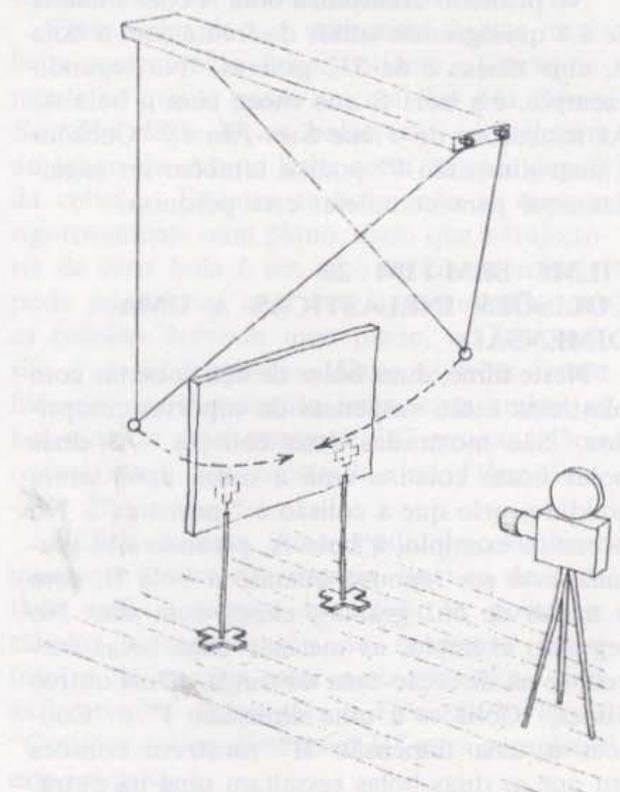
Com este filme, pode fazer medições cuidadas do momento linear total e da energia das bolas antes e depois da colisão. O momento linear é uma grandeza vectorial, mas no caso presente, por estar envolvida uma única dimensão, apenas precisa de se preocupar com o seu sinal, positivo ou negativo. Dado que o momento linear é o produto da massa pela velocidade, o seu sinal é determinado pelo sentido da velocidade.

As massas são conhecidas e as velocidades podem ser determinadas medindo a distância percorrida num intervalo de tempo conhecido.

Depois de ter visto o filme, pode decidir qual a estratégia a utilizar no tocante à medi-

ção de distâncias e de tempos. Uma possibilidade seria cronometrar o tempo gasto no deslocamento de uma dada distância, talvez traçando duas linhas na folha de papel. Precisa da velocidade exactamente antes e depois da colisão. Como as bolas estão suspensas de fios, as suas velocidades não são constantes. Por outro lado, a utilização de um pequeno arco aumenta a possibilidade de existência de erros nas medidas de distância e de tempo. Tal como em muitas situações que envolvem medições, há que ter em conta um certo número de factores antagónicos.

Será útil assinalar as cruces no papel em que está fazendo a projecção, porque isso lhe permitirá corrigir eventuais deslocamentos do projector ou o saltitar do filme. A medição das distâncias deve merecer-lhe um certo cuidado. Deve usar uma régua graduada em milímetros, de modo a poder fazer estimativas até um décimo de milímetro. É prudente utilizar o extremo-zero da régua, ou deve-se utilizar posições intermédias? Deve utilizar os traços mais grossos ou os traços mais finos da régua? Deve confiar no resultado de uma



só medição, ou deve efectuar várias medições e calcular a média dos valores obtidos?

Estime o erro das medidas de distância e de tempo, e o erro inerente à velocidade. Com base nesta estimativa, que pode dizer sobre a incerteza com que conhece o momento linear?

Quando calcular o momento linear total antes e depois da colisão (a soma dos momentos lineares de cada bola), lembre-se de que deve ter em conta o sentido do momento linear.

A diferença entre o momento linear antes e depois da colisão é importante, ou situa-se dentro dos limites dos erros experimentais estimados?

Guarde os dados que coligiu para, mais tarde, efectuar cálculos semelhantes sobre a energia cinética total das duas bolas, precisamente antes e depois da colisão.

#### FILME SEM-FIM 19 COLISÕES A UMA DIMENSÃO II

Este filme mostra dois exemplos distintos de colisões frontais entre duas bolas de aço, com o mesmo dispositivo que foi utilizado no *Filme Sem-Fim 18* "Colisões a uma dimensão I".

No primeiro exemplo, a bola A com a massa de 1,8 quilogramas colide de frente com a bola B, cuja massa é de 532 gramas. No segundo exemplo, é a bola B que choca com a bola A. As instruções do *Filme Sem-Fim 18* "Colisões a uma dimensão I" podem também ser seguidas aqui para completar esta pesquisa.

#### FILME SEM-FIM 20 COLISÕES INELÁSTICAS A UMA DIMENSÃO

Neste filme, duas bolas de aço cobertas com plasticina estão suspensas de suportes compridos. São mostradas duas colisões. As duas bolas ficam coladas uma à outra após terem colidido, pelo que a colisão é "inelástica". No primeiro exemplo, a bola A, pesando 443 gramas, está em repouso quando a bola B, com a massa de 662 gramas, choca com ela. No segundo exemplo, as mesmas duas bolas movem-se na direcção uma da outra. Dois outros filmes, "Colisões a uma dimensão I" e "Colisões a uma dimensão II" mostram colisões em que as duas bolas ressaltam uma na outra.

Que resultados diferentes são de esperar das medições referentes a uma colisão inelástica a uma dimensão?

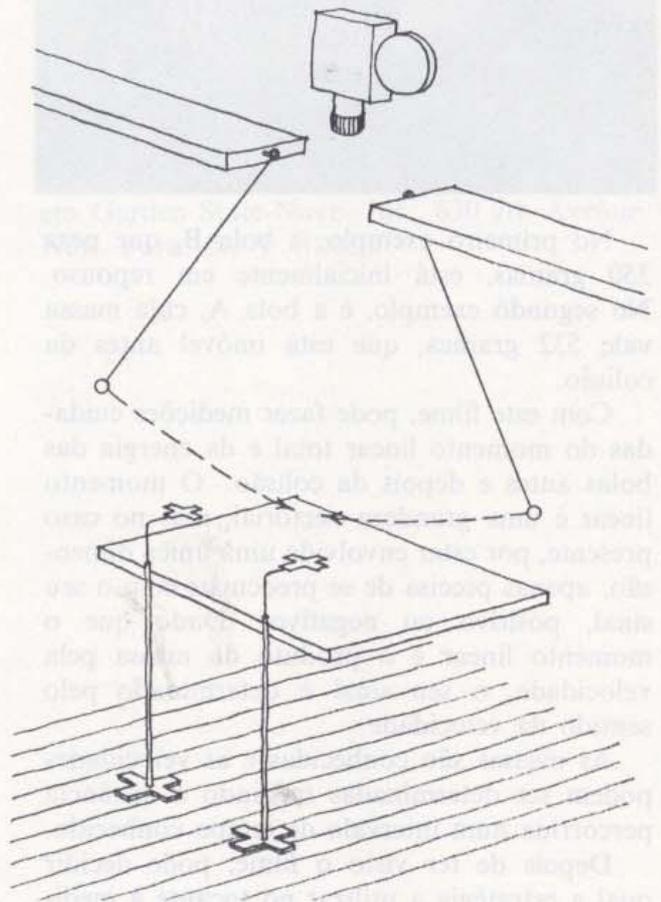
As instruções do *Filme Sem-Fim 18* "Colisões a uma dimensão I" podem ser utilizadas aqui para completar esta pesquisa.

A diferença entre o momento linear antes e depois da colisão é importante, ou situa-se dentro dos limites dos erros experimentais já estimados?

Guarde os dados que coligiu para, mais tarde, efectuar cálculos semelhantes sobre a energia cinética total das duas bolas, precisamente antes e depois da colisão. O erro experimental explica por si só a diferença observada? Há uma diferença notável entre colisões elásticas e inelásticas no tocante à conservação da energia cinética?

#### FILME SEM-FIM 21 COLISÕES A DUAS DIMENSÕES I

Duas bolas de aço, suspensas de fios metálicos finos e compridos, colidem. Contrariamente ao que se passa nas colisões dos *Filmes*



*Sem-Fim 18 a 20*, as bolas não se movem ao longo da *mesma* linha recta antes e depois das colisões. Embora as bolas não se movam rigorosamente num plano, dado que a trajectória de cada bola é um arco de circunferência, pode admitir-se, com boa aproximação, que tudo se passa num plano. Em consequência, as colisões são a duas dimensões. Duas colisões foram filmadas em movimento lento, com a bola A tendo uma massa de 539 gramas e a bola B uma massa de 361 gramas. Dois casos mais são mostrados no *Filme Sem-Fim 22*.

Utilizando este filme, pode determinar o momento linear e a energia cinética de cada bola antes e depois da colisão e, portanto, estudar a conservação do momento linear total e da energia cinética total nesta situação. Deve, pois, guardar os seus dados sobre o momento linear para os utilizar mais tarde quando estudar a energia.

Como as bolas não se deslocam sobre a mesma linha, é necessário ter em conta a direcção e o módulo do momento linear. Para determinar o momento linear, necessita de conhecer velocidades. Sugere-se que as medições de distância sejam feitas com a precisão de uma fracção do milímetro e as medições de tempo com a precisão de um décimo de segundo, pelo que deve servir-se de instrumentos de medição adequados.

Pode projectar o filme directamente sobre uma folha de papel grande. Um problema inicial consiste em determinar as linhas segundo as quais se movem as bolas. Se assinalar as posições dos centros das bolas, projectando o filme várias vezes, é possível que as marcas não se situem sobre uma linha perfeita. Isto é devido à imprecisão das suas medições assim como às dificuldades inerentes à fotografia a alta velocidade. As câmaras, ao fotografarem a uma cadência de 2 000 a 3 000 imagens por segundo, "saltitam" em virtude da grande velocidade de deslocamento do filme, de maneira que é impossível um registo perfeito das imagens. Decida qual a linha que constitui a "melhor" aproximação de cada trajectória, a fim de determinar a direcção das velocidades das bolas antes e depois da colisão.

Também necessita de determinar o *módulo* da velocidade. Uma possibilidade consiste em medir o tempo que a bola leva a percorrer a

distância entre duas linhas traçadas para o efeito no papel. Tendo em vista a precisão dos resultados, sugere-se que sejam feitas várias medições para determinar quais os valores a utilizar como módulo das velocidades e qual o erro experimental das medidas.

Compare a soma dos momentos lineares das bolas antes da colisão com o momento linear total após a colisão. Se não sabe como adicionar vectores, deve consultar o seu professor ou o Folheto de Instrução Programada *Vectores II* ("Programmed Instruction Booklet *Vectors II*"). O momento linear de cada objecto é representado por uma seta cuja direcção é a do seu movimento e cujo comprimento é proporcional ao módulo do momento linear. Se se deslocar um vector paralelamente a si próprio até que a sua origem coincida com a extremidade do outro vector, o vector-soma é representado por uma seta que une a origem "livre" com a extremidade "livre".

Que pode dizer sobre a conservação do momento linear? Não se esqueça de ter em conta os erros experimentais.

## FILME SEM-FIM 22

### COLISÕES A DUAS DIMENSÕES II

Duas bolas de aço, suspensas de fios metálicos compridos e finos, colidem. Contrariamente ao que se passa nas colisões dos *Filmes Sem-Fim 18 a 20*, as bolas não se deslocam ao longo da *mesma* linha recta antes e depois da colisão. Embora as bolas não se movam rigorosamente num plano, dado que a trajectória de cada bola é um arco de circunferência, pode admitir-se, com boa aproximação, que as colisões ocorrem num plano, ou seja, que são a duas dimensões. Duas colisões foram filmadas em movimento lento, com ambas as bolas tendo uma massa de 367 gramas. Dois outros casos são mostrados no *Filme Sem-Fim 21*.

Utilizando este filme, pode determinar o momento linear e a energia cinética de cada bola antes e depois da colisão e, portanto, estudar a conservação do momento linear total e da energia total nesta situação. Siga as instruções dadas para o *Filme Sem-Fim 21* "Colisões a duas dimensões II" para completar esta pesquisa.

### FILME SEM-FIM 23 COLISÕES INELÁSTICAS A DUAS DIMENSÕES

Duas bolas de aço, suspensas de fios metálicos compridos e finos, colidem. Contrariamente ao que se passa nas colisões dos *Filmes Sem-Fim 18 a 20*, as bolas não se movem ao longo da *mesma* linha recta antes e depois da colisão. Embora as bolas não se movam rigorosamente num plano, em virtude de a trajectória de cada bola ser um arco de circunferência, pode-se admitir com boa aproximação que o movimento ocorre num único plano, portanto as colisões são a duas dimensões. Duas colisões foram filmadas em movimento lento. Cada bola tem a massa de 500 gramas. Dado que as bolas estão recobertas por plastilina, colam-se uma à outra após a colisão, movendo-se como uma só massa.

Utilizando este filme, pode determinar o momento linear e a energia cinética de cada bola antes e depois da colisão e, portanto, estudar a conservação do momento linear total e da energia cinética total nesta situação. Siga as instruções dadas para o *Filme Sem-Fim 21* "Colisões a duas dimensões I" para completar esta pesquisa.

### FILME SEM-FIM 24 DISPERSÃO DE UM GRUPO DE OBJECTOS

Tanto este filme como o *Filme Sem-Fim 25* ilustram um problema quantitativo avançado. Recomendamos que não trabalhe com estes

filmes antes de ter analisado um dos Casos 8 a 13 da série "*Fotografias estroboscópicas de colisões a duas dimensões*" ou um dos exemplos dos filmes sem-fim intitulados "Colisões a duas dimensões II" ou "Colisões inelásticas a duas dimensões". Todos estes exemplos envolvem colisões de dois corpos, enquanto que no presente filme estão envolvidos sete objectos e no *Filme Sem-Fim 25*, cinco.

Neste filme, sete bolas estão suspensas de fios metálicos compridos e finos. A máquina fotográfica vê apenas uma pequena parte do seu movimento, de maneira que todas as bolas se movem aproximadamente ao longo de linhas rectas. A máquina fotográfica de movimento lento está por cima das bolas. Seis bolas estão inicialmente em repouso. Uma bola de aço endurecido choca com o grupo de objectos em repouso. No diagrama da fig. 1 indica-se a massa de cada uma das bolas.

Parte do filme foi fotografado em movimento lento ao ritmo de 2 000 imagens por segundo. Projectando esta parte do filme várias vezes sobre uma folha de papel e efectuando medições de distâncias e de tempo, pode determinar as direcções e os módulos das velocidades de cada uma das bolas. A discussão de como efectuar as medições de distâncias e de tempos encontra-se nas instruções dos filmes respeitantes a colisões a uma dimensão e a duas dimensões. (Veja os *Filmes Sem-Fim 18 e 21*.)

Compare o momento linear total do sistema antes e depois da colisão. Lembre-se de que o

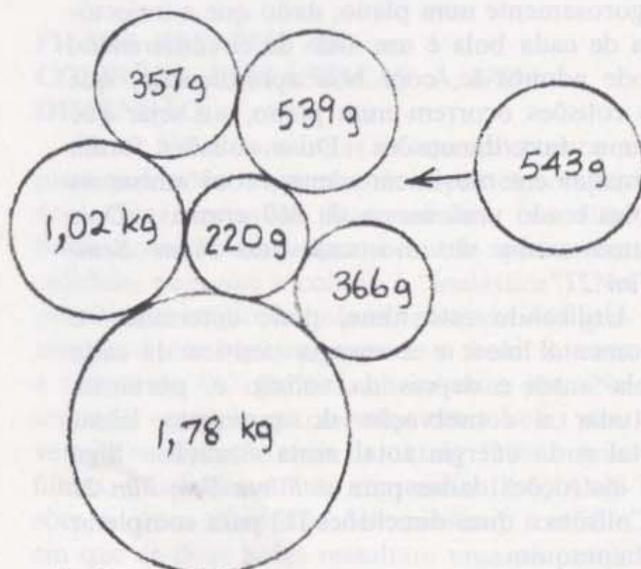
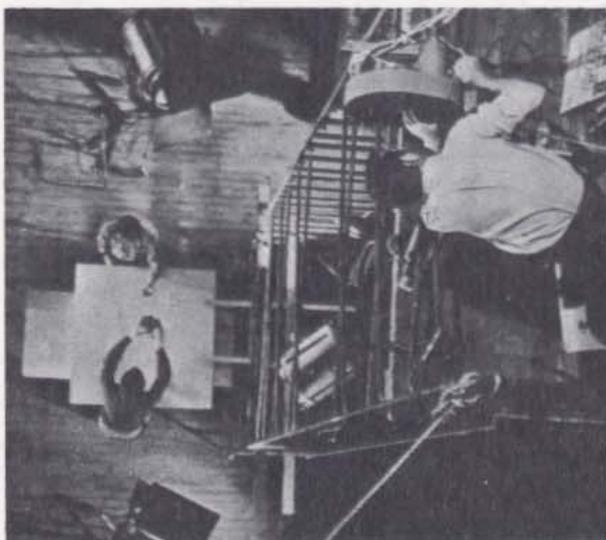


Fig. 1



momento linear tem uma direcção orientada e um módulo. Pode adicionar os momentos lineares após a colisão representando o momento linear de cada bola por uma seta, e "adicionando" setas geometricamente. Que pode dizer acerca da precisão dos seus cálculos e medições? O momento linear conserva-se? É possível que deseje considerar a conservação de energia.

**FILME SEM-FIM 25  
EXPLOÇÃO DE UM GRUPO  
DE OBJECTOS**

Cinco bolas estão suspensas individualmente de fios metálicos compridos e finos. As bolas estão inicialmente em repouso, com um pequeno cilindro contendo pólvora no centro do grupo de bolas. As massas e as posições iniciais das bolas são indicadas na figura 2. Faz-se explodir a carga e as bolas afastam-se segundo direcções independentes. Na sequência em movimento lento, a máquina fotográfica está montada exactamente por cima dos objectos em repouso. A máquina vê apenas uma parte do seu movimento, pelo que as trajectórias das bolas são quase linhas rectas.

Na primeira passagem do filme, talvez lhe interesse tentar prever onde emergirão as bolas "perdidas". Ao princípio várias bolas ficam encobertas pelo fumo resultante da explosão da carga de pólvora. Durante algum tempo

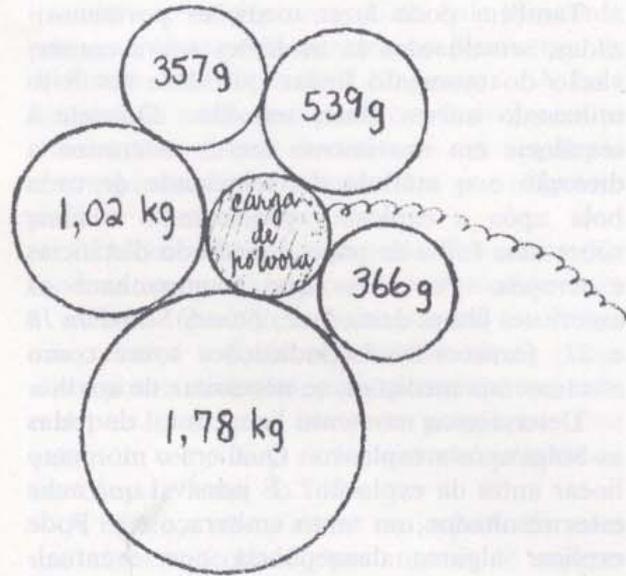
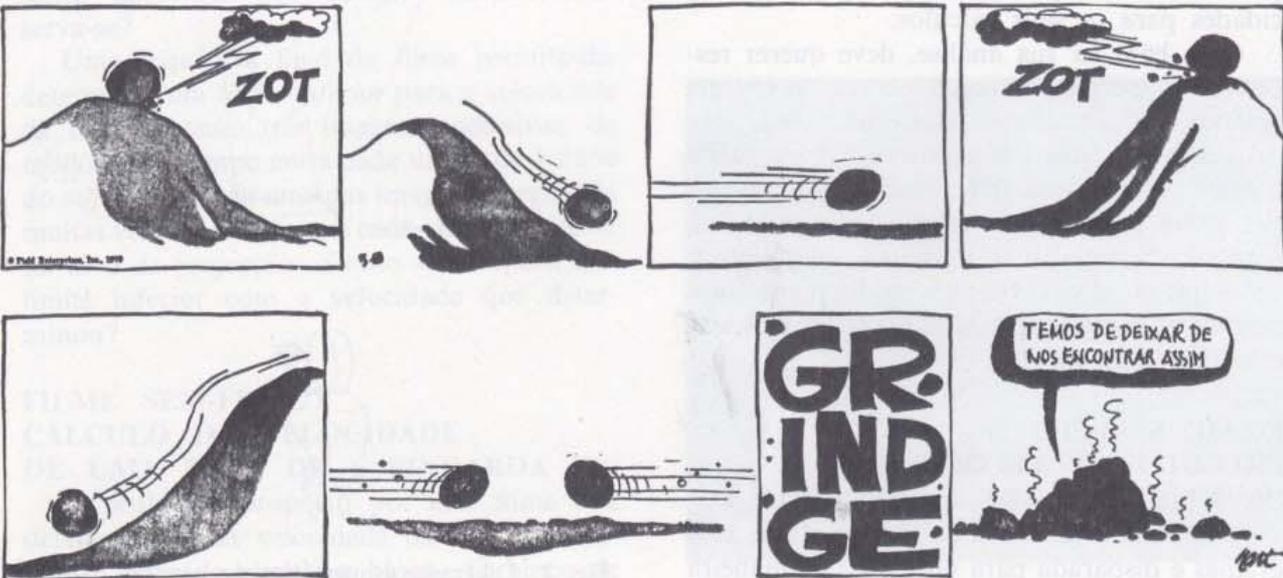


Fig. 2

vêm-se todas as bolas, excepto uma. Que informação pode utilizar no sentido de lhe permitir tomar uma decisão rápida sobre onde aparecerá esta última bola? Qual a grandeza física que interessa considerar? Como pode utilizar esta grandeza para fazer uma predição rápida? Quando vir a bola emergir da nuvem, poderá tirar conclusões sobre se a sua predição era correcta ou não. Esta última bola é identificada no final do filme pelo anel elíptico animado.

B.C.

by John Hart



By permission of John Hart and Field Enterprises, Inc.

Também pode fazer medições pormenorizadas, semelhantes às medições sobre conservação do momento linear que deve ter feito utilizando outros filmes sem-fim. Durante a sequência em movimento lento, determine a direcção e o módulo da velocidade de cada bola após a explosão, projectando o filme sobre uma folha de papel e medindo distâncias e tempos. As notas que acompanham os anteriores filmes desta série, *Filmes Sem-Fim 18* e *21*, fornecer-lhe-ão indicações sobre como efectuar tais medições, se necessitar de auxílio.

Determine o momento linear total de todas as bolas após a explosão. Qual era o momento linear antes da explosão? É possível que ache estes resultados um tanto embaraçosos. Pode explicar alguma discrepância que eventualmente constate? Veja de novo o filme e preste muita atenção ao que acontece durante a explosão.

#### CÁLCULOS DE ENERGIA CINÉTICA

Deve ter utilizado um ou mais dos *Filmes Sem-Fim 18* a *25* no estudo da conservação do momento linear. Seria útil ver de novo estes filmes de movimento lento sobre colisões a uma e a duas dimensões, mas desta vez tendo em vista o estudo da energia. Os dados que coligiu previamente serão suficientes para calcular a energia cinética de cada bola antes e depois da colisão. Lembre-se de que a energia cinética  $\frac{1}{2}mv^2$  não é uma grandeza vectorial, portanto apenas precisa do módulo das velocidades para os seus cálculos.

Com base na sua análise, deve querer responder a perguntas como estas: A energia cinética é consumida em tais interacções? No caso negativo, que lhe acontece? A perda de energia cinética está relacionada com factores tais como a velocidade relativa (em módulo), o ângulo de impacto ou as massas relativas das bolas que colidem? Há alguma diferença entre a perda de energia cinética nas colisões elásticas e inelásticas?

#### FILME SEM-FIM 26 CÁLCULO DA VELOCIDADE DE UMA BALA DE ESPINGARDA I

Neste filme uma bala de espingarda de 13,9 gramas é disparada para um bloco de madeira de 8,44 quilogramas. O bloco está inicialmente

em repouso, e a bala aloja-se no bloco. Os dois corpos deslocam-se conjuntamente depois desta colisão violenta. A altura do bloco é de 15,0 centímetros. Pode utilizar esta informação para converter distâncias em centímetros. A montagem está ilustrada nas figs. 1 e 2.

Pode fazer medições neste filme utilizando a sequência em movimento muito lento. A máquina de alta velocidade utilizada para

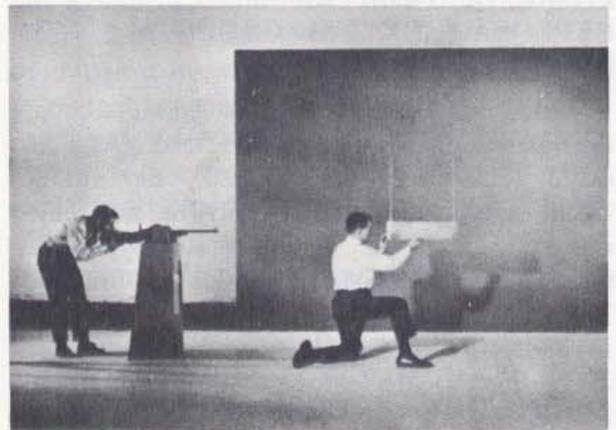


Fig. 1

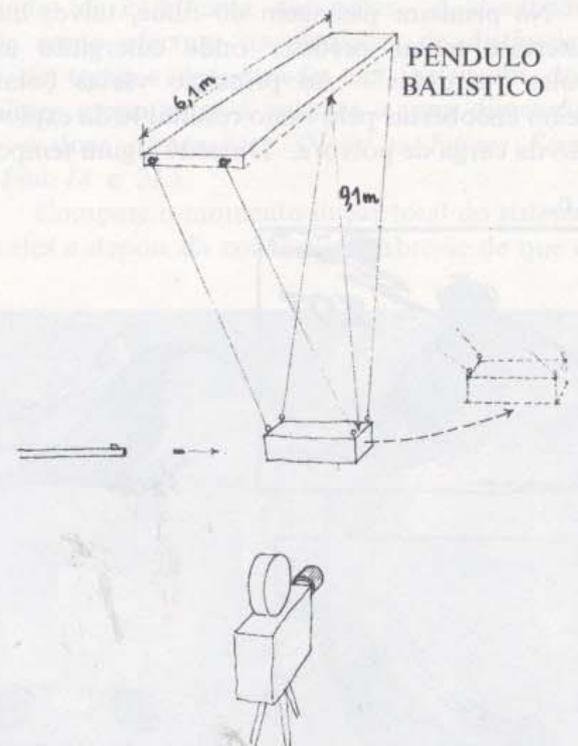


Fig. 2 Diagrama esquemático do pêndulo balístico (não à escala).

filmar esta sequência operou a uma taxa média de 2 850 imagens por segundo; se o seu projector funcionar a 18 imagens por segundo, o factor de câmara lenta é de 158. Se bem que haja variações na velocidade desta máquina, a taxa média de 2 850 imagens é bastante precisa. Para medições de velocidade em centímetros por segundo, uma unidade conveniente a usar no caso de uma bala de espingarda, converte o tempo aparente do filme para segundos. Calcule a duração exacta com um relógio ou um cronómetro, medindo o intervalo de tempo desde o aparecimento do círculo amarelo no princípio do filme até ao que está no fim do filme. Há 3 490 imagens no filme, portanto pode determinar a velocidade precisa do projector.

Projecte o filme num bocado de papel branco ou papel de gráfico para fazer as suas medições de distância e tempo. Veja o filme antes de tomar decisões sobre os instrumentos de medição a utilizar. Como sugerido acima, pode converter as medidas de distância e de tempo em centímetros e segundos.

Depois de medir a velocidade do bloco a seguir ao impacto, calcule a velocidade da bala no momento em que entrou no bloco. Que leis físicas precisa para o cálculo?

Calcule a energia cinética da bala, e calcule também a energia cinética do bloco depois de a bala penetrar nele. Compare estas duas energias e discuta quaisquer diferenças que possa encontrar. A energia cinética conserva-se?

Uma sequência final do filme permite-lhe determinar um *limite inferior* para a velocidade da bala. Passam três imagens sucessivas, de modo que o tempo entre cada uma é de  $1/2850$  do segundo. Cada uma das imagens é registada muitas vezes, de modo que cada uma mantém-se no alvo de projecção. Como se compara este limite inferior com a velocidade que determinou?

#### FILME SEM-FIM 27 CÁLCULO DA VELOCIDADE DE UMA BALA DE ESPINGARDA II

O problema proposto por este filme é a determinação da velocidade da bala precisamente antes de atingir o bloco. O bloco de madeira com a massa de 4,05 quilogramas está

inicialmente em repouso. Uma bala disparada por uma espingarda penetra no bloco (fig. 1). A massa da bala é de 7,12 gramas. A bala fica alojada no bloco espesso e os dois movem-se em conjunto depois do impacto. A sequência em movimento muito lento tem por objectivo permitir fazer medições.

O bloco está suspenso de fios finos, de modo a comportar-se como um pêndulo livre a oscilar. Quando a bala penetra no bloco este começa a subir. Quando o bloco atinge o seu ponto mais alto, pára momentaneamente, e depois começa a mover-se para trás. Este ponto de velocidade zero é visível na sequência em câmara lenta do filme.

A bala e o bloco *depois* do impacto formam um sistema fechado, portanto é de esperar que a quantidade total de energia mecânica de um tal sistema se mantenha constante. A energia mecânica total é a soma da energia cinética com a energia potencial. Se considerar a energia potencial como zero no momento do impacto, isto é para a posição mais baixa do bloco, então a energia nessa altura é toda cinética. Quando o bloco começa a mover-se, a energia potencial é proporcional à distância vertical acima do seu ponto mais baixo, e aumenta enquanto a energia cinética, dependente da velocidade, diminui. A energia cinética torna-se igual a zero no ponto em que o movimento do bloco muda de sentido, porque a velocidade do bloco é zero nesse ponto. Toda a energia mecânica no ponto de mudança

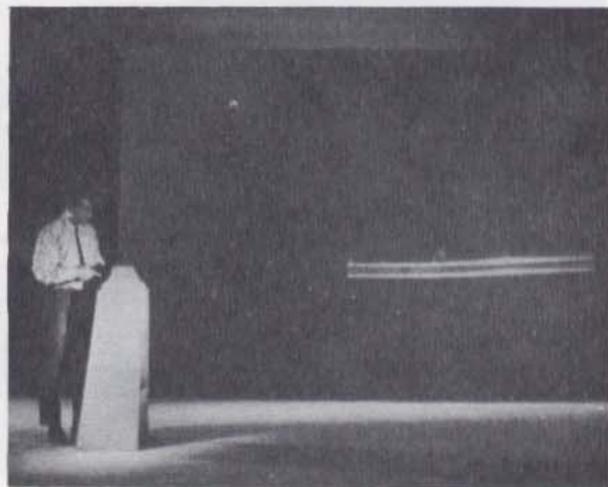


Fig. 1

de sentido é energia potencial. Em virtude de se conservar a energia, a energia cinética inicial no ponto mais baixo deve igualar a energia potencial no topo da oscilação. Com base neste resultado, escreva uma equação que relacione a velocidade inicial do bloco com a altura final de subida. Podia verificar este resultado com o seu professor ou com outros estudantes na aula.

Se medir a altura vertical de subida do bloco, pode calcular a velocidade inicial do bloco, utilizando a equação acabada de obter. Qual é a velocidade inicial que encontra para o bloco?

Se desejar converter medidas de distância em centímetros, é útil saber que a dimensão vertical do bloco é de 9,0 centímetros.

Determine a velocidade da bala da espingarda no momento em que penetra no bloco, utilizando a lei de conservação do momento linear.

Calcule a energia cinética da bala da espingarda antes de penetrar no bloco e a energia cinética do bloco com a bala incorporada depois do impacto. Compare as duas energias cinéticas, e discuta qualquer diferença que encontre entre os resultados.

## FILME SEM-FIM 28

### RECUO

As leis de conservação podem usar-se para determinar a velocidade de recuo de uma arma, dada a informação experimental que este filme fornece.

A cena inicial mostra o recuo de um canhão disparando no forte da Ilha de Santa Helena, perto de Montréal, Canadá (fig. 1). O pequeno "canhão" laboratorial de latão, no resto do filme, está suspenso por arames compridos. Tem uma massa de 350 gramas. O projectil tem uma massa de 3,50 gramas. Quando o disparo é fotografado em movimento lento, pode verificar que decorre um intervalo de tempo entre o momento em que se acende o rastilho e o momento em que a bala sai do canhão. Porque se observa este atraso? A máquina utilizada filma 8 000 imagens por segundo.

Projecte o filme sobre papel. É conveniente usar uma escala horizontal em centímetros. Calcule a velocidade da bala medindo o seu tempo de percurso durante uma grande parte do trajecto. (São só necessários valores relativos, de modo que não é necessário converter esta velocidade em cm/s.)

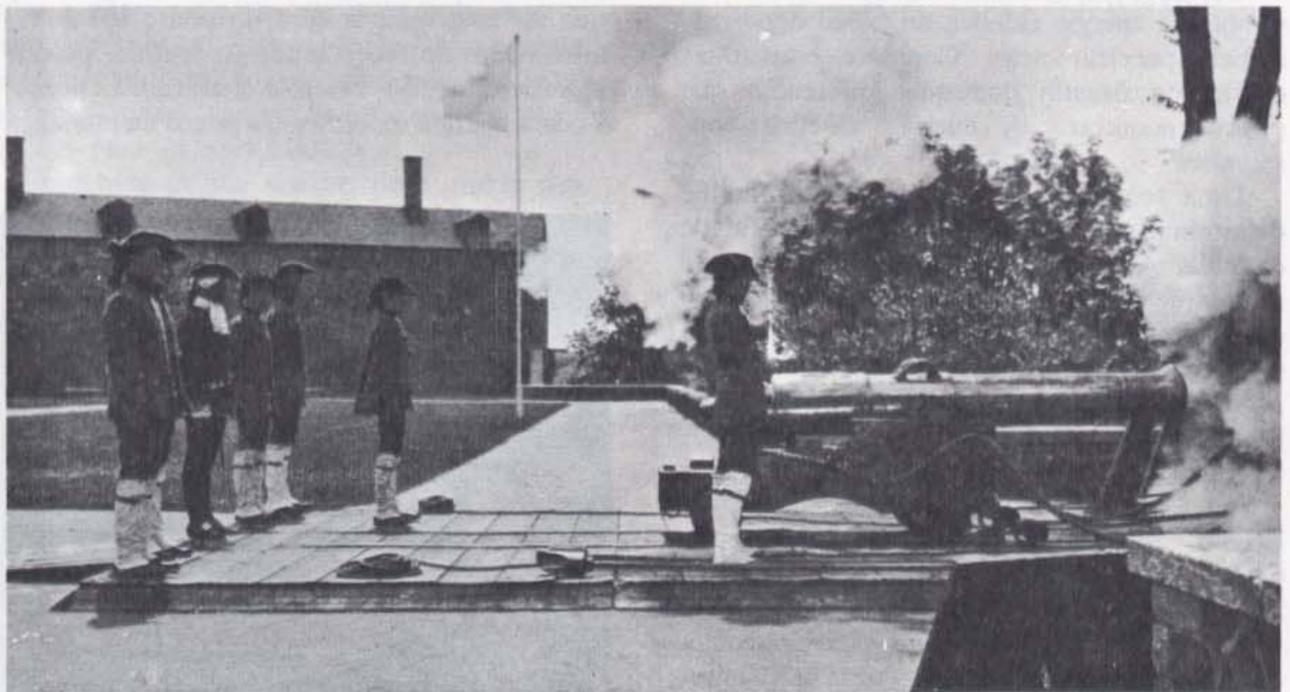


Fig 1

Utilize a lei de conservação do momento linear para calcular a velocidade de recuo da arma. O sistema (arma e bala) é unidimensional; todo o movimento ocorre ao longo de uma linha recta. O momento linear antes da arma ser disparada é zero no sistema de coordenadas no qual a arma está em repouso. Assim, o momento linear do canhão depois da colisão deve ser igual e de sinal contrário ao momento linear da bala.

Teste o seu cálculo da velocidade de recuo passando o filme outra vez e medindo o tempo de percurso da arma para calcular a velocidade de recuo experimentalmente. Que margem de erro seria de esperar? Estão de acordo os valores previsto e observado? Explique qualquer diferença que observe. A energia cinética conserva-se? Explique a sua resposta.

### FILME SEM-FIM 29 COLISÃO DE VAGÕES DE MERCADORIAS

Este filme mostra um ensaio de ligação de vagões de mercadoria. As colisões, nalguns casos, foram suficientemente violentas para partir as cavilhas de engate. O "veículo martelo" ao descer uma rampa, atinge uma velocidade de cerca de 11 km/h. A força instantânea entre os veículos é cerca de 500 000 kg. A fotografia da fig. 1 mostra as cavilhas de engate que foram cortadas pela violência da colisão. A colisão em movimento lento permite-lhe medir as velocidades antes e depois do impacto, e assim pôr à prova a conservação do momento linear. As colisões são *parcialmente* elásticas, pois os veículos separam-se um tanto depois da colisão.

As massas dos veículos são:

Veículo martelo:  $m_1 = 95\ 000\text{ kg}$

Veículo alvo:  $m_2 = 120\ 000\text{ kg}$

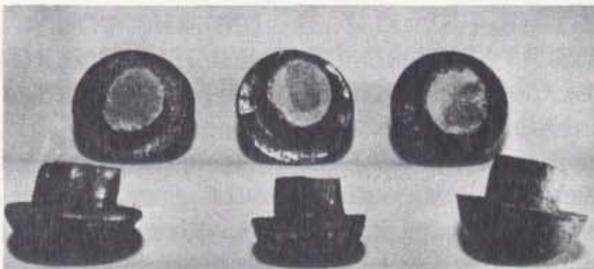


Fig. 1 Cavilhas de engate partidas de vagões de mercadorias que colidiram.

Para calcular as velocidades, meça o tempo do filme durante o qual o carro se desloca numa determinada distância. (Talvez precise de passar o filme várias vezes.) Use quaisquer unidades adequadas para exprimir as velocidades.

A simples medição do tempo permitirá obter  $v_1$  e  $v_2$ . O filme foi feito num dia frio de Inverno pelo que o atrito era apreciável para o veículo martelo depois da colisão. Um modo de descontar o atrito consiste em traçar um gráfico de velocidade vs. tempo, admitir uma aceleração uniforme negativa e extrapolar até ao instante imediatamente a seguir ao impacto.

Um exemplo talvez ajude. Suponha que o veículo martelo desliza 3 quadrados no papel de gráfico em 5 segundos depois da colisão, e também desliza 6 quadrados em 12 segundos depois da colisão. A velocidade *média* durante os primeiros 5 segundos era  $v_1 = (3\text{ quadrados})/(5\text{ segundos}) = 0,60\text{ quadrados/segundo}$ . A velocidade média durante qualquer intervalo pequeno é igual aproximadamente à velocidade instantânea a meio daquele intervalo de tempo, de modo que a velocidade do veículo era cerca de  $v_1 = 0,60\text{ quadrado/s}$  para  $t = 2,5\text{ s}$ . Para o intervalo 0–12 segundos, a velocidade era  $v_1 = 0,50\text{ quadrado/s}$  para  $t = 6,0\text{ s}$ . Agora trace um gráfico como o da fig. 2. Este gráfico mostra, por extrapolação, que  $v_1 = 0,67\text{ quadrado/s}$  para  $t = 0$ , precisamente depois da colisão.

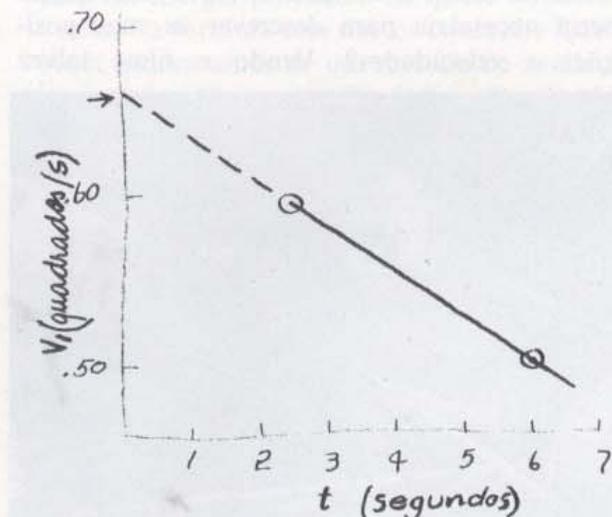


Fig. 2 Extrapolação para trás no tempo para ter em conta o atrito na estimativa do valor  $v_1$  imediatamente após a colisão.

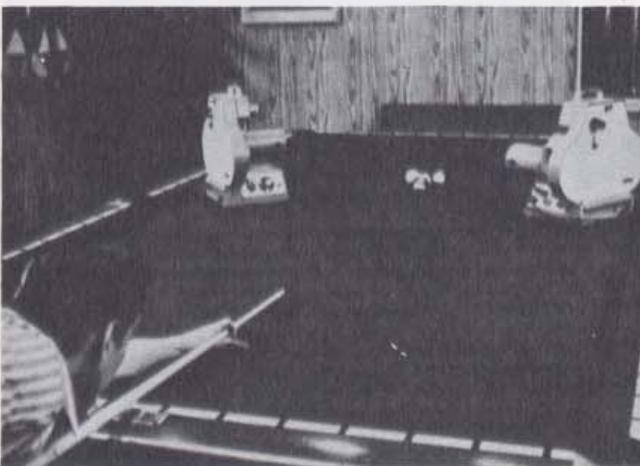
Compare o momento linear total do sistema antes e depois da colisão. Calcule a energia cinética dos vagões de mercadorias antes e depois da colisão. Que fracção da energia cinética original do veículo martelo se “perdeu”? Pode explicar esta perda?

### FILME SEM-FIM 30 DINÂMICA DE UMA BOLA DE BILHAR

O acontecimento apresentado neste filme é um que provavelmente já viu muitas vezes — o choque de uma bola, neste caso uma bola de bilhar, com uma segunda bola. Aqui, a máquina de filmar é utilizada para “retardar” o tempo de modo a permitir ver os detalhes deste acontecimento que provavelmente nunca observou. A possibilidade da máquina de filmar alterar o espaço e o tempo é importante na ciência e na arte. As cenas em movimento lento foram filmadas à razão de 3000 imagens por segundo.

O “mundo” do seu curso de Física muitas vezes apresenta algumas simplificações. Por isso, no livro de *Texto*, grande parte da discussão da mecânica de corpos admite provavelmente que os objectos são pontuais, sem dimensões. Mas é claro que estas bolas de bilhar maciças têm dimensões, assim como todas as coisas que encontra. Para uma partícula pontual podemos falar de um modo simples e significativo da sua posição, da sua velocidade, etc.

Mas as partículas aqui fotografadas são bolas de bilhar e não pontos. Que informação seria necessária para descrever as suas posições e velocidades? Vendo o filme talvez



Bolas de bilhar pouco antes do impacto. As duas máquinas tiram fotografias da colisão vista de lado, as quais não são mostradas neste filme sem-fim.

surjam ideias. Que movimentos pode ver além do simples movimento linear para a frente? Observe cada bola cuidadosamente, precisamente antes e depois da colisão, observando não só o movimento global da bola, mas também os movimentos “internos”. Alguns destes movimentos podem ser descritos apropriadamente pela palavra “rotação”? Consegue distinguir os casos em que a bola rola sobre a mesa, não havendo escorregamento da bola sobre a mesa, das situações em que a bola escorrega sobre a mesa sem rolar? A primeira bola move-se *imediatamente* depois da colisão? Pode ver que até este simples fenómeno é bastante mais complexo do que talvez tenha suposto.

Pode fazer uma descrição escrita cuidadosa do acontecimento? Como procederia para fazer uma descrição matemática ainda mais cuidadosa?

Utilizando a sequência em movimento lento pode fazer uma análise do momento linear nesta colisão, pelo menos parcialmente. Meça a velocidade da bola batida pelo taco antes do impacto e a velocidade de ambas as bolas depois do impacto. Lembre-se de que existe atrito entre a bola e a mesa, portanto a velocidade *não* é constante. As bolas têm a mesma massa, de modo que a conservação do momento linear prevê que

velocidade da bola batida + soma das veloci-  
pelo taco precisamente an- = dades das bolas  
tes da colisão depois da colisão

Até que ponto concordam os resultados das suas medições com este princípio? Considerando a complexidade do fenómeno, que razões poderia sugerir para explicar qualquer desacordo? Que movimentos está a desprezar na sua análise?

### FILME SEM-FIM 31 UM MÉTODO DE AVALIAÇÃO DE ENERGIA — INTRODUÇÃO DE PREGOS EM MADEIRA

Algumas grandezas físicas, como a distância, podem ser medidas directamente por processos simples. Pelo contrário, outras grandezas apenas podem ser relacionadas com o mundo da experiência através de longas séries de medições e cálculos. Uma grandeza que muitas vezes gostaríamos de avaliar é a *energia*. Em certas

situações, é possível recorrer a métodos simples e de confiança para determinar a energia. Aqui preocupamo-nos com a energia de um objecto em movimento.

Este filme permite-lhe verificar a validade de um modo de avaliação da energia mecânica. Se um objecto móvel bater num prego, o objecto perderá toda a sua energia. Esta energia produz um efeito: o prego penetra na madeira. A energia do objecto transforma-se em trabalho efectuado sobre o prego, introduzindo-o no bloco de madeira.

As primeiras cenas do filme mostram um estaleiro de construções. Uma máquina apropriada bate repetidas vezes numa estaca, "plantando-a" no solo.

Consegue-se reproduzir esta situação no laboratório em circunstâncias melhor controladas. Todos os batimentos são iguais porque o objecto pesado é sempre levantado à mesma altura acima do prego. O prego é batido dez vezes. Como se mantêm as mesmas condições, espera-se que a energia do impacto seja a mesma para cada pancada. Portanto, o trabalho de cada pancada é o mesmo. Utilize o filme para verificar se a distância que o prego penetra na madeira é proporcional à energia ou trabalho. Ou, melhor, pretende saber como pode determinar a energia se conhecer a profundidade de penetração do prego.

O modo mais simples de apresentar as medidas obtidas com este filme talvez seja traçar um gráfico da penetração do prego em função do número de pancadas. Os pontos experimentais que obtém situam-se aproximadamente ao longo de uma linha recta? Se a linha recta for de facto uma boa aproximação, então a energia é proporcional à profundidade de penetração do prego. Assim, a profundidade de penetração pode ser utilizada na análise de outros filmes para avaliar a energia do objecto que choca.

Se o gráfico não for uma linha recta, ainda pode utilizar estes resultados para calibrar o dispositivo medidor de energia. Utilizando a penetração em função do número de pancadas, uma penetração observada (em centímetros, como se mediu no alvo de projecção) pode ser convertida num número de pancadas, e portanto numa quantidade proporcional ao trabalho efectuado sobre o prego, ou à energia

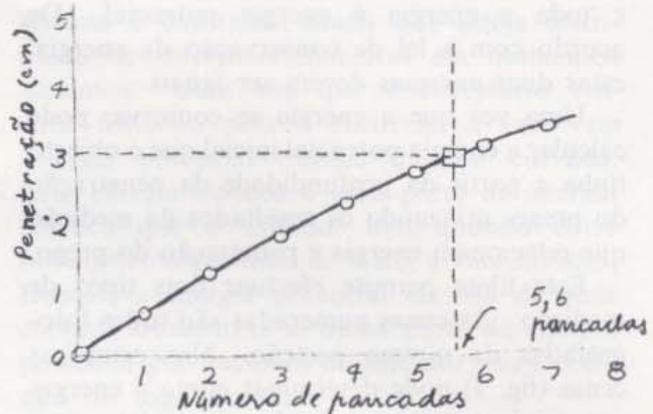


Fig. 1

transferida para o prego. Assim, na fig. 1 a penetração de 3 cm significa 5,6 unidades de energia.

### FILME SEM-FIM 32

#### ENERGIA POTENCIAL GRAVITACIONAL

Em geral os cursos elementares de Física não dão uma definição rigorosa de energia potencial, por causa dos conhecimentos matemáticos envolvidos. Só são considerados alguns tipos de energia potencial, tal como a energia potencial gravitacional.

Pode conhecer a expressão da energia potencial gravitacional de um objecto perto da superfície da Terra — o produto do peso do objecto pela sua altura. A altura mede-se de um local escolhido arbitrariamente como sendo o nível zero da energia potencial. É quase impossível "testar" a fórmula sem outros conceitos físicos. Aqui necessitamos de um método de avaliação da energia. O anterior *Filme Sem-Fim 31* "Um método de avaliação de energia" demonstrou que a profundidade da penetração de um prego na madeira, devida a uma pancada, é uma boa medida da energia no momento do impacto do objecto.

Se bem que tenha como objectivo a medição da energia potencial, calculá-la-á determinando primeiro a energia cinética. Onde não há perda de energia envolvendo calor, a soma das energias cinética e potencial é constante. Se medir a energia potencial a partir do ponto em que o peso bate no prego, no momento da pancada toda a energia será energia cinética. Por outro lado, no momento em que se abandona o objecto, a energia cinética é zero,

e toda a energia é energia potencial. De acordo com a lei de conservação da energia, estas duas energias devem ser iguais.

Uma vez que a energia se conserva, pode calcular a energia potencial inicial que o objecto tinha a partir da profundidade da penetração do prego, utilizando os resultados da medição que relacionam energia e penetração do prego.

Este filme permite efectuar dois tipos de medição. As cenas numeradas são todas fotografadas da mesma posição. Nas primeiras cenas (fig. 1) pode determinar como a energia potencial gravitacional depende do peso.

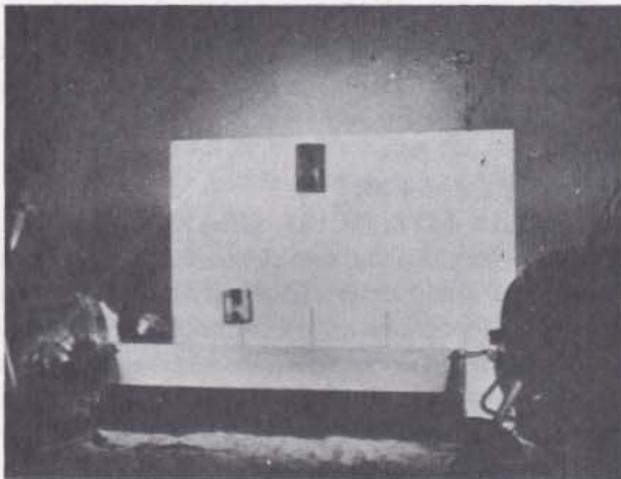


Fig. 1

Objectos de massas diferentes caem da mesma altura. Projecte o filme sobre papel e meça as posições das cabeças dos pregos antes e depois do impacto dos objectos que caem. Faça um gráfico relacionando a profundidade da penetração e o peso  $ma_g$ . Utilize os resultados da experiência anterior para converter esta relação numa relação entre energia potencial gravitacional e peso. Que pode inferir a partir deste gráfico? Que factores considera constantes? Que conclusões pode tirar dos seus resultados?

As cenas posteriores (fig. 2) permitem estudar a relação entre a energia potencial gravitacional e a posição. Corpos de massas iguais são levantados a diferentes alturas e são deixados cair livremente. Estude a relação entre a distância da queda e a energia potencial gravitacional. Que gráficos poderiam ser úteis? Que conclusões pode tirar das suas medições?

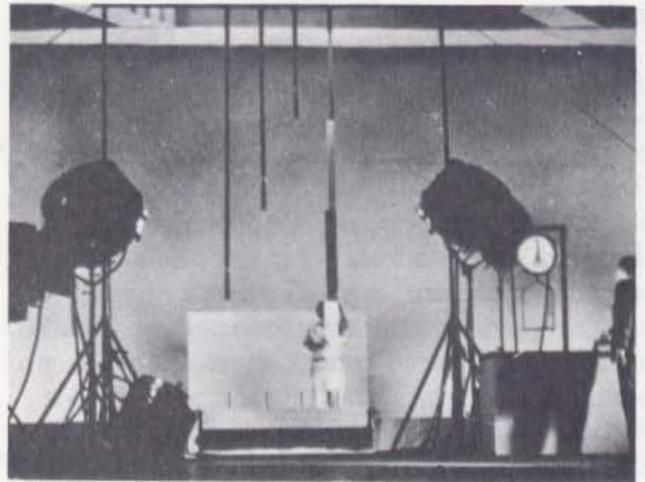


Fig. 2

Pode relacionar os resultados destas medições com afirmações contidas no seu *Texto* relativas à energia potencial gravitacional?

### FILME SEM-FIM 33 ENERGIA CINÉTICA

Neste filme pode averiguar como a energia cinética ( $EC$ ) depende da velocidade ( $v$ ). Mede-se  $EC$  e  $v$ , mantendo a massa  $m$  constante.

A penetração de um prego em madeira é uma boa medida do trabalho efectuado sobre o prego, e portanto é uma medida da energia perdida por qualquer objecto que bata no prego. A velocidade do móvel pode medir-se de vários modos.

As cenas preliminares mostram que o objecto cai sobre o prego. Só é importante a velocidade do objecto precisamente antes de bater no prego. As cenas destinadas à realização de medições foram fotografadas com a máquina colocada de lado, parecendo por isso que o corpo se move horizontalmente em direcção ao prego.

As velocidades podem ser determinadas medindo o tempo da deslocação da extremidade da frente do objecto quando se desloca de um ponto de referência até ao outro.

O relógio no filme (fig. 1) é um disco que roda a 3 000 revoluções por minuto. Projecte o filme sobre papel e marque as posições do ponteiro do relógio quando o corpo passa por cada ponto de referência. O tempo é proporcional ao ângulo descrito pelo ponteiro. As velocidades são proporcionais aos inversos dos tempos, uma vez que a distância é a mesma

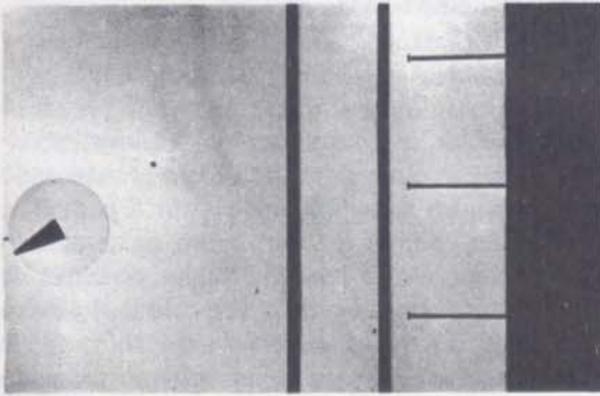


Fig. 1

em todos os casos. Visto que está a verificar somente a *forma* de dependência da energia cinética com a velocidade, pode usar qualquer unidade conveniente. Meça a velocidade para cada uma das cinco experiências.

A energia cinética do móvel transforma-se no trabalho necessário para introduzir o prego na madeira. No *Filme Sem-Fim 31*, relacionou o trabalho com a profundidade de penetração. Meça a profundidade de penetração para cada experiência, e use os resultados que obteve no filme anterior.

Qual a dependência entre  $EC$  e  $v$ ? A lei de conservação derivada das leis de Newton indica que  $EC$  é proporcional a  $v^2$ , o quadrado da velocidade, e não a  $v$ . Verifique isto traçando dois gráficos. Num gráfico, marque os valores de  $EC$  no eixo vertical e os de  $v^2$  no eixo horizontal. Para comparação, represente  $EC$  em função de  $v$ . Que pode concluir? Tem alguma garantia de que se verificará uma relação semelhante, se as velocidades ou as massas forem muito diferentes das envolvidas aqui? Como poderia determinar isto?

#### FILME SEM-FIM 34 CONSERVAÇÃO DE ENERGIA — SALTO À VARA

Este filme pode ajudá-lo a estudar quantitativamente a conservação de energia. Um saltador à vara (68 kg de peso e cerca de 1,80 m de altura) aparece, primeiro a velocidade normal e depois em movimento lento, saltando uma barra a cerca de 3,5 m de altura. Pode medir a energia total do sistema em dois momentos, precisamente antes do saltador começar a subir e, ao subir, quando a vara tiver uma forma arqueada. A energia total do

sistema é constante, ainda que esteja distribuída de diferentes maneiras em momentos distintos. Uma vez que é necessário realizar trabalho para a encurvar, a vara tem energia potencial elástica quando curvada. Esta energia elástica é uma parte da energia cinética que o saltador tem quando corre horizontalmente antes de meter a vara no solo. Depois, a energia potencial elástica da vara curvada transforma-se numa parte da energia potencial gravitacional do saltador quando ele está no topo do salto.

**Posição 1.** A energia é inteiramente energia cinética,  $\frac{1}{2}mv^2$ . Para o ajudar a medir a velocidade do corredor, são registadas sucessivas imagens quando o corredor passa dois marcadores distanciados de 1 metro. Cada "imagem fixa" representa um intervalo de tempo de  $1/250$  s, a velocidade da máquina. Ache a velocidade média do corredor ao longo deste metro, e depois ache a energia cinética. Se  $m$  for expresso em kg e  $v$  em m/s,  $E$  virá em joule.

**Posição 2.** O centro de gravidade do saltador está a cerca de 1,02 metro acima da planta dos seus pés. Nas posições intermédias estão envolvidos três tipos de energia. Utilize o dispositivo de paragem da sequência de imagens para obter a velocidade do saltador. Os fundilhos dos calções podem ser usados como referência. Calcule a energia cinética e a energia potencial gravitacional como já se descreveu.



O trabalho efectuado ao deformar a vara é armazenado como energia potencial elástica. Na cena final, um sarilho curva a vara até esta tomar uma forma semelhante à que apresenta durante o salto na posição 2. À medida que a cadeia é encurtada, efectua-se trabalho sobre a vara: trabalho = (força média)  $\times$  (deslocamento). Enquanto se dá à manivela, a força varia. A força média pode ser determinada aproximadamente adicionando os valores inicial e final lidos na escala e dividindo por dois. Converta esta força em newtons. O deslocamento pode ser calculado a partir do número de voltas dadas à manivela. Uma visão de perto mostra quanto se desloca a cadeia em cada volta. Calcule o trabalho efectuado pela manivela ao dobrar a vara até à forma desejada.

Pode agora adicionar e achar a energia total. Como se compara esta energia com a energia cinética original?

**Posição 3.** A energia potencial gravitacional é o trabalho efectuado para levantar o centro de gravidade do saltador. A partir dos dados fornecidos, calcule a subida vertical do centro de gravidade quando o saltador se desloca da posição (1) para a posição (3). (O seu centro de gravidade ultrapassa a barra a cerca de 0,3 m.) Multiplique esta altura de subida pelo peso do saltador para obter a energia potencial. Se o peso for expresso em newtons e a altura em metros, a energia potencial será expressa em joules. Uma pequena fonte de energia está nos músculos do saltador: julgue por si próprio como ele levanta o corpo utilizando os músculos dos braços quando está perto do ponto mais alto. Isto é uma pequena correcção, de modo que um cálculo relativamente aproximado será suficiente. Talvez ele se puxe com uma força igual ao seu próprio peso numa distância vertical de  $\frac{2}{3}$  de um metro.

Como se compara a energia cinética inicial, adicionada à energia muscular gasta no salto, com a energia potencial gravitacional? (Um acordo de cerca de 10 por cento é o melhor que pode esperar de uma medição deste tipo.)

Como referência geral veja "Mechanics of the Pole Vault", 16.<sup>a</sup> ed., por Dr. R. V. Ganslen; John Swift & Co., St. Louis, Mo. (1965).

### FILME SEM-FIM 35 CONSERVAÇÃO DE ENERGIA —DESCOLAGEM DE UM AVIÃO

O piloto de um Cessna 150 mantém o avião a velocidade constante em voo rasante, precisamente por cima da pista. Depois, mantendo os comandos fixos, puxa a alavanca para trás, e o avião começa a subir. Com os comandos na mesma posição, sobe a várias centenas de metros. A esta altitude a velocidade do avião é menor do que à superfície do solo. Pode usar este filme para fazer um teste aproximado da conservação de energia. A velocidade inicial do avião era constante, o que indica que a força resultante que nele actuava era zero. Em termos aproximados, a resistência do ar perma-



neceu a mesma depois da descolagem. Em que medida é boa esta aproximação? Esperaria que a resistência do ar dependesse de quê? Quando o avião subiu, a sua energia potencial aumentou à custa da energia cinética inicial do avião. A uma altitude maior, a energia cinética é menor, mas a sua energia potencial é maior. De acordo com o princípio de conservação da energia, a energia total ( $EC + EP$ ) permaneceu constante, considerando que a resistência do ar e quaisquer outros factores semelhantes são desprezados. Mas são estes desprezáveis? Aqui estão os dados referentes ao filme e ao avião:

Comprimento do avião: 7,5 m

Massa do avião: 550 kg

Peso do avião:  $550 \text{ kg} \times 9,8 \text{ m/s} = 5400 \text{ N}$

Velocidade da máquina de filmar: 45 imagens/s

Projecte o filme sobre papel. Marque o comprimento do avião para calibrar as distâncias. A filmagem com paragem de imagem ajuda-o a medir a velocidade de 45 imagens

por segundo. Ao preparar a parte do filme destinada a medições só foi utilizada uma em cada três imagens. Cada uma destas imagens foi repetida ("parada") um número de vezes suficiente para permitir marcar a posição no alvo de projecção. O efeito é uma "paragem" no tempo, e depois um salto de um quinze avos do segundo.

Determine as velocidades em todas as três situações, e também as alturas acima do solo. Tem os dados necessários para calcular a energia cinética ( $\frac{1}{2}mv^2$ ) e a energia potencial gravitacional ( $ma_g h$ ) em cada um dos três níveis. Calcule a energia total em cada um dos três níveis.

Podem fazer alguns comentários relativos à resistência do ar? Faça um quadro mostrando (para cada nível) a  $EC$ , a  $EP$  e a  $E$  total. Os seus resultados são consistentes com a lei de conservação da energia dentro do erro experimental?



O basquetebolista da direita parece um tanto céptico acerca da energia potencial elástica.

### FILME SEM-FIM 36 REVERSIBILIDADE DO TEMPO

Podem parecer bizarro falar de "inverter o curso do tempo". Na vida do dia-a-dia, não exercemos qualquer influência no sentido de evolução do tempo, embora possamos modificar muitos aspectos do mundo que nos rodeia. Todavia, os físicos sempre atribuíram muita importância à reversibilidade do tempo e talvez não haja outro assunto que revele de uma maneira tão evidente o carácter imaginativo e especulativo da Física moderna.

A câmara cinematográfica fornece-nos um meio de actuar sobre o sentido do tempo. Assim, se projectarmos um filme ao contrário, os acontecimentos filmados "desenrolam-se" em sentido contrário ao sentido normal do tempo. Este filme apresenta sequências em ambos os sentidos, algumas na sua ordem cronológica "natural" e outras em ordem inversa.

O filme incide sobre o movimento de objectos. Examine cada cena no tocante ao sentido do tempo: tal cena está a ser projectada da maneira como foi rodada ou em sentido contrário? Muitas cenas estão repetidas, isto é, são projectadas no sentido normal e ao contrário. Será sempre fácil distinguir a cena projectada no sentido natural ou normal e a que é mostrada em sentido contrário? Para que tipo de acontecimento se torna difícil reconhecer o sentido "natural"?

As leis de Newton são independentes do sentido do tempo. Um filme que mostre qualquer tipo de partículas que obedecem rigorosamente às leis de Newton apresentar-se-á perfeitamente "natural" quer seja projectado no sentido normal ou ao contrário. Uma vez que as leis de Newton são "invariantes" face à inversão do tempo, é impossível saber, sempre que se altera o sentido da evolução do tempo, se a sequência está a ser apresentada no sentido normal ou no sentido inverso. Em condições adequadas, qualquer movimento que possa ocorrer num dado sentido do tempo também poderá ocorrer em sentido contrário.

A situação modifica-se quando se está em presença de sistemas mecânicos complicados, como, por exemplo, um sistema que compreenda um número muito grande de partículas. Se deixar cair tinta em água, será fácil distinguir

a sequência que é projectada em sentido normal da que o é em sentido contrário. Consequentemente, certos fenómenos físicos *parecem*, pelo menos, ser irreversíveis, produzindo-se apenas num dado sentido do tempo. Serão estes fenómenos *essencialmente* irreversíveis, ou isto é devido apenas a uma limitação das capacidades humanas? É difícil responder a esta pergunta. Apesar de cinquenta anos de estudo, este problema pode ser considerado ainda como um dos que se situam na fronteira do conhecimento.

A Física do século xx utiliza a reversibilidade do tempo de muitas maneiras. Por exemplo, uma forma interessante de encarar os dois tipos de cargas que existem no universo, carga positiva e carga negativa, consiste em imaginar que certas partículas “andam para trás” no tempo. Assim, se admitirmos que o electrão segue o curso normal do tempo, o positrão pode ser considerado como a mesma partícula a andar para trás no tempo. Este movimento ao contrário equivale portanto ao movimento da partícula que “anda para a frente” tendo uma carga *oposta*! Isto constitui uma das ideias mestras do aspecto espaço-tempo da electrodinâmica quântica exposto por R. P. Feynman quando recebeu o prémio Nobel.

Para uma introdução geral à reversibilidade do tempo, leia o artigo de Martin Gardner, “Can Time Go Backward?”, publicado na revista *Scientific American* de Janeiro de 1967.

### FILME SEM-FIM 37 SOBREPOSIÇÃO

Ao ver este filme, terá oportunidade de estudar um conceito físico importante — a sobreposição. O filme foi rodado fotografando figuras que se apresentam no alvo do tubo de raios catódicos de um osciloscópio, semelhante ao de um televisor. Possivelmente, dispõe de um destes osciloscópios no seu laboratório.

Fotografias de algumas destas figuras são representadas nas figs. 1 e 2. As duas figuras que aparecem na parte superior da imagem são designadas por *sinusóides*. Não são linhas curvas quaisquer, mas curvas produzidas de uma maneira exacta. Se está familiarizado com as funções trigonométricas seno e co-seno,

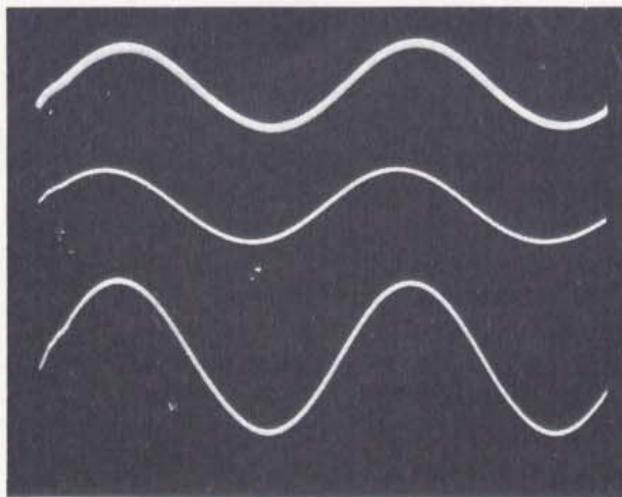


Fig. 1

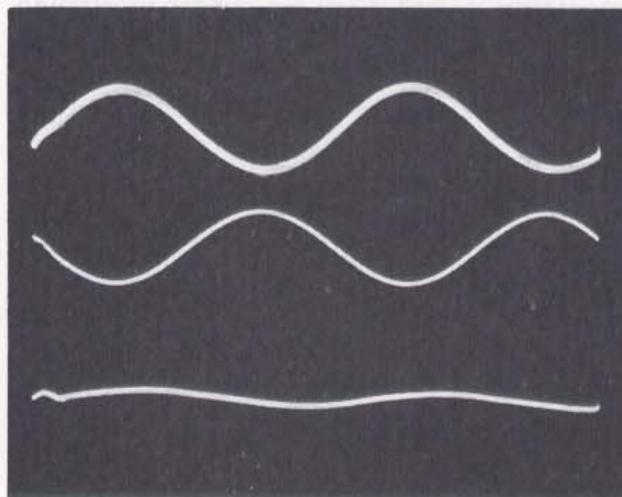


Fig. 2

reconhecê-las-á sem dificuldade. A função seno corresponde ao caso particular em que a origem das coordenadas coincide com o ponto em que a função é nula e começa a crescer. Uma vez que, no caso presente, não se indica a origem, é arbitrário chamar a estas curvas funções sinusoidais ou co-sinusoidais. Que condições físicas podem conduzir a curvas deste tipo? (Será útil consultar livros sobre osciladores harmónicos simples.) As curvas são produzidas por circuitos electrónicos que fornecem uma tensão variável em função do tempo que pode ser observada no alvo de um tubo de raios catódicos. O operador pode ajustar as amplitudes e as fases das duas curvas superiores.

A curva inferior resulta da adição, ponto a ponto, das duas curvas superiores. Imagine

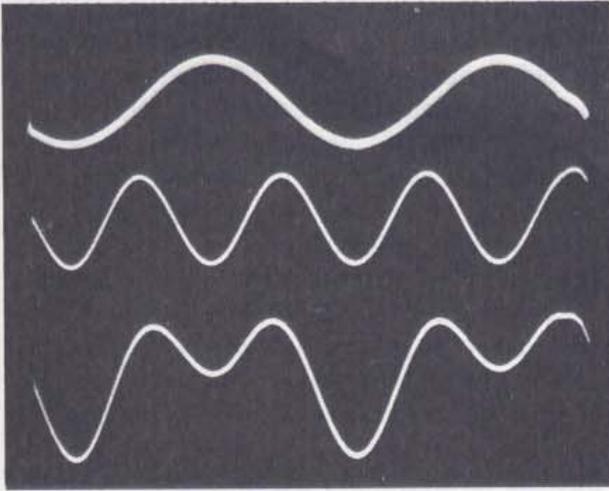


Fig. 3

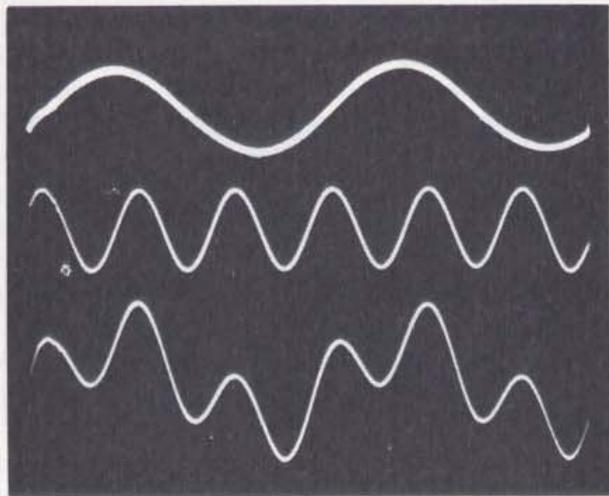


Fig. 4

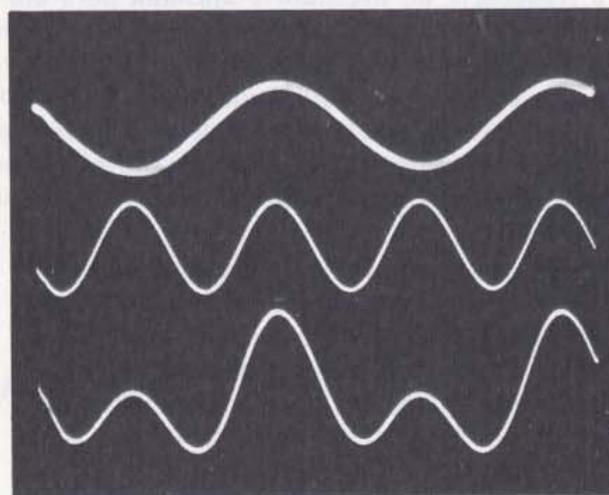


Fig. 5

que um eixo horizontal atravessa pelo meio cada uma das curvas de cima e que se medem a partir do eixo respectivo e segundo a vertical, as distâncias positivas e negativas. A curva inferior é, então, em cada ponto, a soma algébrica dos dois pontos situados nas duas curvas superiores exactamente por cima, sendo as distâncias medidas a partir dos eixos respectivos. Esta adição algébrica, quando aplicada a ondas reais, chama-se sobreposição.

Há que fazer dois reparos. Em primeiro lugar, as imagens que se observam não são ondas, mas, na realidade, *modelos* de ondas. Uma onda é uma perturbação que se propaga num meio e, pelo menos em alguns dos casos apresentados, não há propagação. Um modelo tem sempre limitações. Em segundo lugar, seria falso admitir que todas as ondas são sinusoidais. A onda que se propaga, qualquer que seja, pode apresentar qualquer forma. As ondas sinusoidais são apenas um tipo importante de ondas. Um outro tipo corrente é o impulso, tal como a onda sonora produzida em consequência de uma pancada brusca numa mesa. Um impulso *não* é uma onda sinusoidal.

O filme apresenta vários exemplos de sobreposição de ondas. Quando duas curvas sinusoidais com o mesmo período e a mesma amplitude estão em fase, como na fig. 1, tendo cada uma um valor nulo no mesmo local, o resultado da sua sobreposição é uma função com a mesma forma mas duas vezes maior. Por outro lado, se estas curvas forem combinadas em oposição de fase, isto é, quando uma apresenta um deslocamento positivo e a outra um deslocamento negativo, o resultado é *zero* em cada ponto (fig. 2). Pelo contrário, combinando funções com períodos diferentes (figs. 3, 4 e 5), a curva resultante da sobreposição não é sinusoidal mas terá uma forma mais complexa. Dê uma interpretação oral e quantitativa das sobreposições mostradas no filme.

#### FILME SEM-FIM 38

#### ONDAS ESTACIONÁRIAS NUMA CORDA

A tensão determina a velocidade de propagação de uma onda ao longo de uma corda. Quando a onda atinge uma extremidade fixa da corda, é reflectida e volta para trás. A onda reflectida e a onda incidente sobrepõem-se,

isto é, adicionam-se. Se a tensão (e, portanto, a velocidade) for apropriada, a onda resultante será uma "onda estacionária". Certos pontos da corda permanecerão sempre imóveis: são os nodos da vibração. Outros pontos da corda continuarão a mover-se, conforme o princípio da sobreposição. Quando é possível regular a tensão de uma corda vibrante, é viável estabelecer um sistema de ondas estacionárias ajustando a tensão para um dos valores "certos".

No filme, uma extremidade da corda está atada a um diapásão com uma frequência de 72 ciclos por segundo. A outra extremidade está atada a um cilindro que pode ser deslocado longitudinalmente a fim de ajustar a tensão da corda.

O filme mostra várias formas de ondas estacionárias. Assim, no terceiro modo de vibração, a corda vibra em três segmentos separados por dois nodos (pontos imóveis) entre os nodos das extremidades. De um nodo ao seguinte vai meio comprimento de onda. Entre os nodos, situam-se os pontos de vibração máxima, chamados ventres.

Afina-se um violino ou uma guitarra ajustando a tensão das cordas. Uma tensão maior produz um som mais agudo. As várias notas são obtidas colocando o dedo sobre a corda por forma a diminuir a porção que vibra. No filme, a frequência de vibração da corda é constante porque é sempre a do diapásão, ou seja 72 ciclos por segundo. Quando a frequência permanece constante, o comprimento de onda varia com a tensão, uma vez que a velocidade depende da tensão.

Se se fotografar a corda com um tempo de exposição muito curto, obtém-se a forma instantânea da corda num dado momento. As porções da corda estão em movimento, excepto nos nodos. Em consequência da frequência das vibrações, observa-se uma imagem de contornos mal definidos resultante da sobreposição das formas da corda ocorrida durante o tempo de exposição. No filme, obtém-se este efeito fotografando a velocidade reduzida: o tempo de exposição de cada imagem é da ordem de 1/15 de segundo.

Certos modos de vibração são fotografados por meio de uma técnica estroboscópica. Se a corda vibrar a 72 ciclos por segundo e a

câmara registar 70 imagens por segundo, a corda parece passar por um ciclo completo de vibrações, com uma frequência menor, quando o filme é projectado à velocidade normal. Deste modo, tem-se a impressão de que o filme foi rodado em movimento lento.

### FILME SEM-FIM 39 ONDAS ESTACIONÁRIAS NUM GÁS

Produz-se um sistema de ondas estacionárias num tubo grande de vidro (fig. 1) fechado numa das extremidades por meio de um êmbolo ajustável. Na outra extremidade, um altifalante alimentado por um oscilador de frequência variável e, por um amplificador, produz a onda sonora. É utilizada uma potência sonora de cerca de 20 watts, dando a impressão aos ocupantes de um grande prédio que se procede à rodagem de um filme! As ondas reflectem-se no êmbolo.

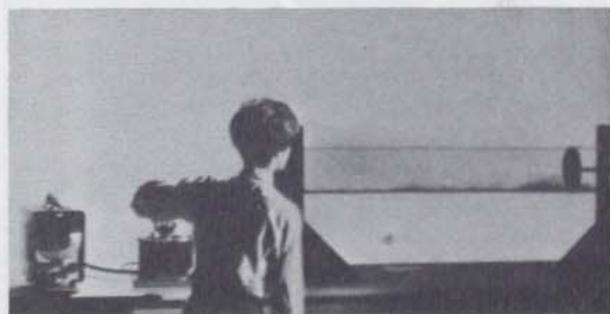


Fig. 1

Forma-se uma onda estacionária quando a frequência do oscilador é ajustada para um valor de uma série de valores discretos. A maior parte das frequências *não* dá lugar a ondas estacionárias. Em cada modo de vibração, a ressonância manifesta-se por nodos e ventres. Há sempre um nodo na extremidade fechada (onde as moléculas de ar não podem mover-se) e um ventre junto do altifalante (onde o ar é posto em movimento). Entre a extremidade fechada e o altifalante, poderão existir outros nodos e outros ventres.

As figuras produzidas podem ser observadas de diversas maneiras, duas das quais são utilizadas no filme. Um meio de tornar visível uma onda sonora estacionária no gás do tubo consiste em espalhar pó de cortiça ao longo do tubo. Em consequência da ressonância,

o pó é violentamente agitado pelo deslocamento do ar nos ventres e permanece imóvel nos nodos, onde o ar não é agitado. Na primeira parte do filme, o pó revela figuras de ondas estacionárias correspondentes às seguintes frequências:

Frequência (ciclo/s)	Número de meios comprimentos de onda
230	1,5
370	2,5
530	3,5
670	4,5
1900	12,5

A figura correspondente a  $f=530$  está reproduzida na fig. 2. A distância entre dois nodos é  $\frac{\lambda}{2}$  e o comprimento do tubo é  $(3 + \frac{1}{2})\frac{\lambda}{2}$  (o  $\frac{1}{2}\frac{\lambda}{2}$  adicional corresponde à distância entre o ventre do altifalante e o primeiro nodo). Em geral, há  $(n + \frac{1}{2})$  meios comprimentos de onda no comprimento fixo do tubo, de maneira que  $\lambda \propto 1/(n + \frac{1}{2})$ . Uma vez que  $f \propto 1/\lambda$ , tem-se que  $f \propto (n + \frac{1}{2})$ . Para verificar se o resultado é razoavelmente constante, divida cada frequência do quadro anterior por  $(n + \frac{1}{2})$ .

Qualquer que seja o modo de vibração, o pó permanece imóvel junto ao êmbolo porque este constitui um nodo.

Na segunda parte do filme, utiliza-se outro método para tornar visíveis os nodos e os ventres. Coloca-se um fio metálico no tubo, perto do topo. Este fio é aquecido electricamente até ficar vermelho baço. Na presença de uma onda estacionária, o fio é arrefecido nos ventres, porque o ar em movimento remove o calor. Consequentemente, o fio, ficando menos quente, torna-se menos luminoso. As secções brilhantes correspondem aos nodos, onde o ar está imóvel. Ajustando a

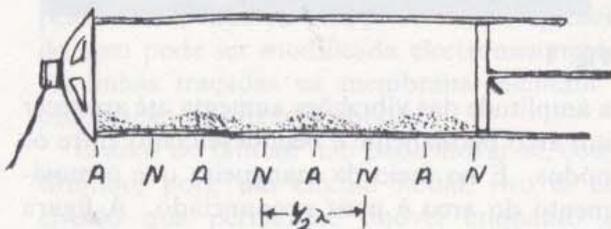


Fig. 2

frequência do oscilador, produzem-se ondas estacionárias de comprimentos de onda decrescentes. Quantos nodos e ventres há em cada caso? Pode determinar a frequência utilizada em cada caso?

#### FILME SEM-FIM 40 VIBRAÇÕES DE UM ARAME

Este filme mostra figuras de ondas estacionárias produzidas em fios metálicos finos e rígidos. A velocidade de propagação da onda depende da secção do fio e da constante elástica do metal. Nenhuma tensão exterior é aplicada ao fio. São utilizados dois fios com formas diferentes: um é rectilíneo e o outro circular.

O fio passa entre os pólos de um íman forte. Quando se fecha um interruptor, o fio é atravessado num sentido por uma corrente eléctrica contínua proveniente de uma bateria. A interacção desta corrente com o campo magnético produz uma força descendente que actua sobre o fio. Se se inverter o sentido da corrente, a força produzida passa a ser ascendente. Inversões rápidas da corrente fazem vibrar o fio.

Substituamos a bateria por uma fonte de corrente alternada de frequência variável. Quando se ajusta a frequência por forma a coincidir com uma das frequências de vibração próprias do fio, forma-se uma onda estacionária. O filme mostra vários modos de vibração excitados por frequências diferentes.

As primeiras imagens mostram um fio de ferro com 2,4 mm de diâmetro (fig. 1). As "condições aos limites" exigem que, qualquer que seja o modo de vibração, a extremidade fixa do fio seja um nodo e a extremidade livre, um ventre. (Uma barra horizontal de plástico suporta o fio noutra nodo.)

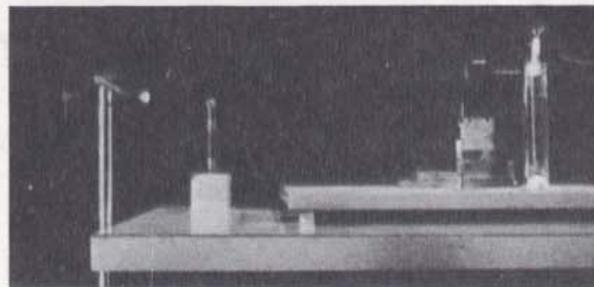


Fig. 1

O fio foi fotografado de duas maneiras: com um "tempo de exposição" perturbador da imagem o que dá um efeito de desfocagem como o olho o vê; e em "movimento lento" simulado por meio de fotografia estroboscópica.

Observe a localização dos nodos e dos ventres num dos modos de vibração de frequência mais alta. Eles não estão igualmente espaçados ao longo do fio, como acontecia no caso da corda vibrante (*Filme sem-fim 38*). Isto acontece porque o fio é rígido ao passo que a corda é flexível.

Na segunda sequência, o fio está enrolado circularmente, no plano horizontal, suportado num ponto (fio 2). As condições aos limites exigem a existência de um nodo neste ponto. Pode haver outros nodos equidistantes ao longo do anel. Observamos vários modos de vibração fotografados com "tempo de exposição" e em "movimento lento". O fio circular em vibração pode, de certo modo, servir de modelo para o comportamento ondulatório da órbita de um electrão num átomo como o do hidrogénio. Os modos discretos de vibração correspondem aos níveis discretos de energia do átomo.

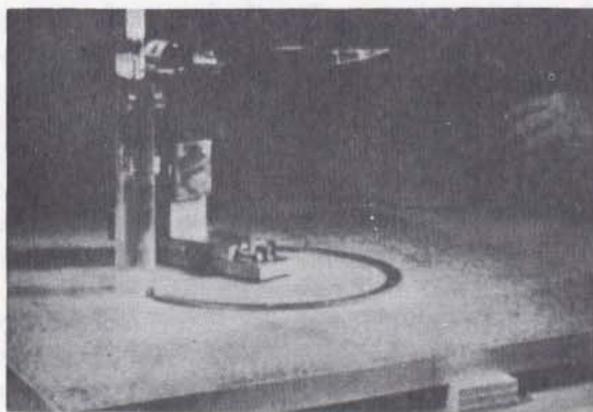


Fig. 2

#### FILME SEM-FIM 41 VIBRAÇÕES DE UMA MANGUEIRA DE BORRACHA

Pode produzir ondas estacionárias em muitos sistemas físicos. Em geral, quando uma onda se propaga num meio, reflecte-se nos limites do meio. Aparecerão figuras características que dependem da natureza e da forma do meio e da frequência da onda. Em certos

pontos ou linhas destas figuras não há vibração porque todas as ondas que passam por estes pontos se contrabalançam ao sobreporem-se.

As ondas estacionárias só ocorrem para certas frequências. O processo físico selecciona um *espectro* de frequências entre todas as que são possíveis. Muitas vezes, há um número infinito destas frequências discretas. Há, por vezes, relações matemáticas simples entre as frequências seleccionadas, mas, no caso de outros sistemas, as relações são mais complexas. Vários filmes desta série mostram sistemas mecânicos que produzem tais figuras.

Neste filme, usa-se uma mangueira de borracha presa na extremidade superior. Este ponto imóvel é um nodo. Estica-se a mangueira e liga-se a outra extremidade a um motor cuja velocidade é aumentada durante o filme. Um excêntrico fixo ao motor agita ligeiramente a extremidade inferior da mangueira. Consequentemente, esta extremidade move-se mas o deslocamento é tão pequeno que praticamente ela constitui também um nodo.

O motor começa por rodar com uma frequência inferior à que é necessária para produzir a primeira figura de onda estacionária. À medida que a velocidade do motor aumenta,

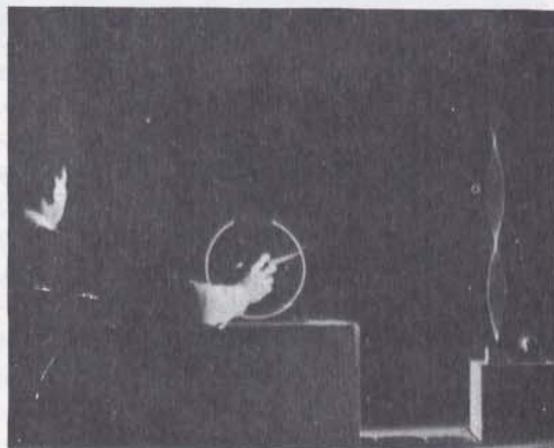


Fig. 1

a amplitude das vibrações aumenta até aparecer um arco permanente e bem desenhado entre os nodos. É no meio da mangueira que o movimento do arco é mais pronunciado. A figura formada tem meio comprimento de onda de extensão. Aumentando a velocidade do motor,

obtêm-se outras figuras de ondas estacionárias, ditas harmônicas, cada uma com os seus nodos e os seus ventres (pontos de vibração máxima). O filme mostra que estas ressonâncias só ocorrem para certas frequências bem definidas. Para outras frequências, não se observam figuras tão simples. Pode contar onze arcos na figura obtida com a frequência mais alta que é mostrada no filme.

Seria interessante dispor de uma banda sonora para acompanhar as imagens. Constatar-se-ia que o ruído do motor não permanece constante quando se aumenta a frequência. Os estados estáveis da ressonância correspondem aos momentos em que o motor está mais silencioso, porque então o motor não precisa de "lutar" contra a mangueira. Esta diferença na intensidade do ruído nota-se sobretudo nos harmônicos superiores.

Quando toca um violino, ou outro instrumento de corda, pode averiguar como os harmônicos observados neste filme se relacionam com as propriedades musicais das cordas vibrantes. Como poderemos modificar a frequência de vibração de uma corda de violino? Do ponto de vista musical, que relação existe entre duas notas uma das quais tem uma frequência dupla da outra?

Que aconteceria se aumentasse indefinidamente a velocidade do motor? Pensa ser possível obter ressonâncias arbitrariamente elevadas, ou algo vai "dar de si"?

#### FILME SEM-FIM 42 VIBRAÇÕES DE UM TAMBOR

Neste filme, as figuras de ondas estacionárias são produzidas numa membrana esticada que é excitada por um altifalante. Esta membrana é de borracha e tem a forma circular. A potência fornecida ao altifalante é de cerca de 30 watts, valor muito superior ao consumido pelo seu televisor ou gira-discos. A frequência do som pode ser modificada electronicamente. As linhas traçadas na membrana facilitam a observação das figuras obtidas.

O arco do tambor não pode mover-se, constituindo, pois, um círculo nodal, isto é, um círculo que permanece imóvel enquanto as ondas saltam para cima e para baixo no tambor. Finalmente com uma frequência

ligeiramente diferente da frequência de ressonância, obtém-se um efeito estroboscópico que permite observar as vibrações rápidas como se as víssemos em movimento lento.

Na primeira parte do filme o altifalante está colocado directamente sob a membrana e as figuras obtidas são simétricas. Para a frequência correspondente ao harmónico fundamental, a membrana sobe e desce como um todo. Para uma frequência mais elevada, surge um segundo círculo nodal entre o centro e o arco do tambor.

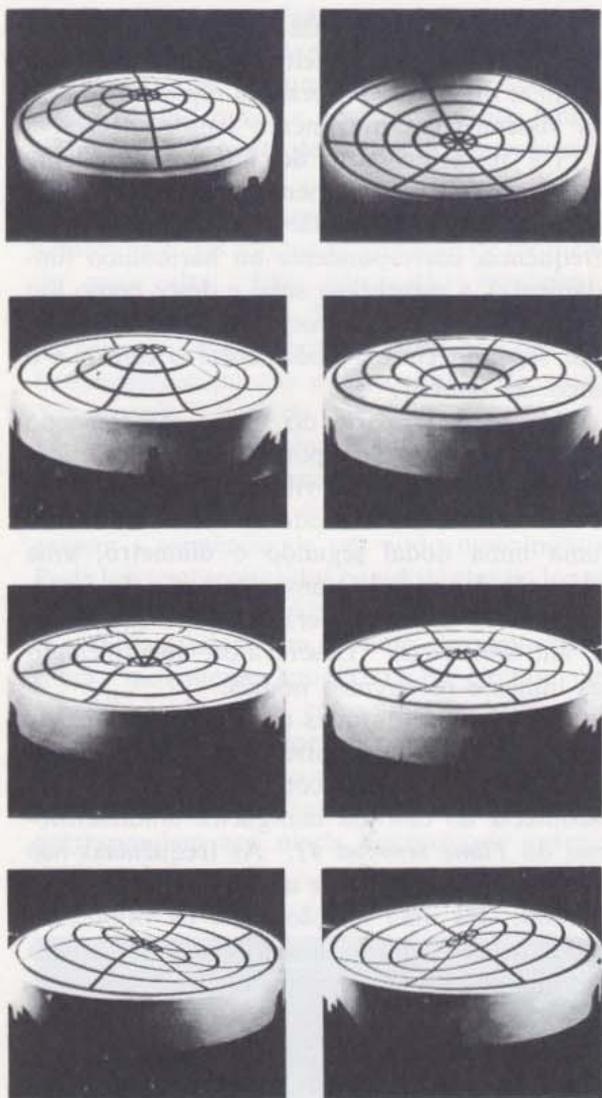
Na segunda parte do filme, colocou-se o altifalante de lado, por forma a produzir modos assimétricos de vibração na membrana. Pode observar um modo anti-simétrico com uma linha nodal segundo o diâmetro, uma elevação de um lado e uma depressão do outro.

O filme mostra diversos modos simétricos e anti-simétricos. Descreva-os, identificando as linhas e os círculos nodais.

Neste sistema a duas dimensões, não existe uma relação *simples* entre as diversas frequências de ressonância, contrariamente ao que acontecia no caso da mangueira unidimensional do *Filme sem-fim 41*. As frequências *não* são múltiplos inteiros de uma frequência fundamental. Há uma relação entre os valores do espectro de frequências, mas é mais complexa do que no caso da mangueira.

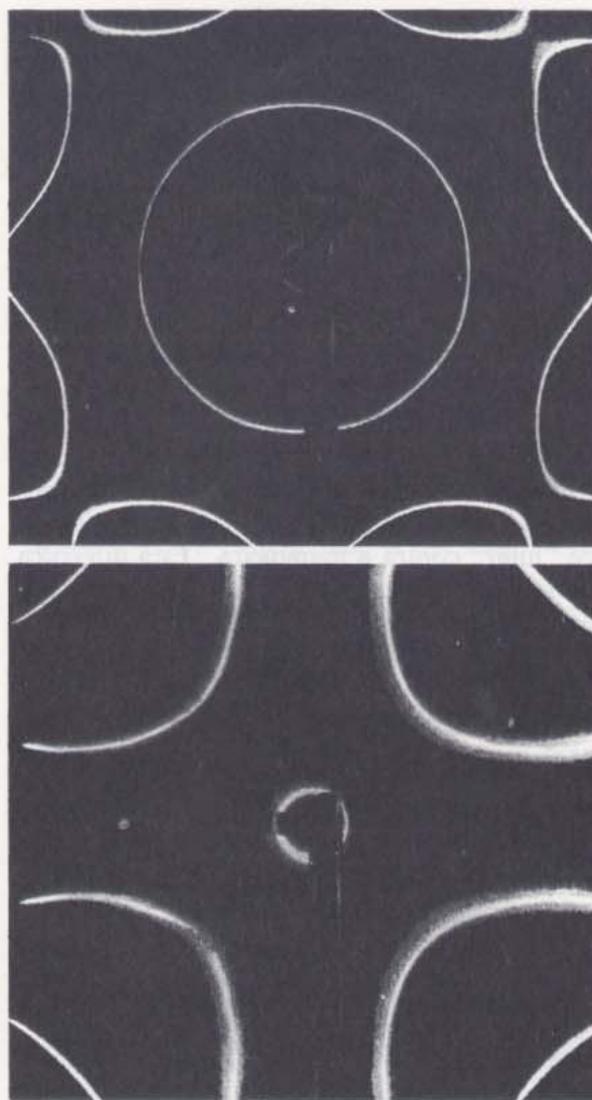
#### FILME SEM-FIM 43 VIBRAÇÕES DE UMA PLACA METÁLICA

O sistema físico neste filme é uma placa metálica quadrada. Os diversos modos de vibração são produzidos por um altifalante como o que serviu para fazer vibrar a membrana do *Filme sem-fim 42*. A placa metálica está fixa no centro, pelo que este ponto constitui sempre um nó para cada uma das figuras de ondas estacionárias produzidas. Porque se trata de uma placa metálica rígida, as amplitudes de vibração são demasiado fracas para poderem ser observadas directamente. O truque usado para tornar visíveis as figuras consiste em espalhar areia sobre a placa. A areia saltita afastando-se das partes da placa animadas de movimentos rápidos e tende a acumular-se nas linhas nodais, que permanecem imóveis. Os belos arabescos de areia são



conhecidos como as figuras de Chladni. Estas figuras têm sido muitas vezes admiradas por artistas. No final do filme, assim como na Actividade "Ondas estacionárias num tambor e num violino", podem ser vistos outros desenhos produzidos pela excitação desta mesma placa com o auxílio de um arco de violino.

Nem todas as frequências produzem figuras estáveis. Tal como no caso do tambor, os



harmónicos da placa metálica obedecem a leis matemáticas complexas em vez de respeitarem uma progressão aritmética simples tal como acontecia no caso da corda vibrante (unidimensional). Mas mais uma vez é possível detectar acontecimentos discretos. Explorando o espectro contínuo de frequências possíveis, constata-se que apenas certas frequências bem definidas dão lugar a tão elegantes figuras.



## Respostas às questões de fim de secção

### Capítulo 9

Q1 Falso.

Q2 Não. Não confunda massa e volume, ou massa e peso.

Q3 Enunciado (c).

Q4 Não. Substitua o módulo da velocidade pela velocidade e efectue as adições com base em técnicas de adição de vectores.

Q5 (a), (c) e (d) (Os seus momentos lineares antes da colisão são iguais em módulo e de sentidos opostos.)

Q6 Menor momento linear: bola lançada por um jogador de andebol (pequena massa e velocidade relativamente baixa).

Maior momento linear: um avião a jacto em pleno voo (massa muito grande e elevada velocidade).

Q7 (a) Cerca de 4 cm/s. Uma bola com maior velocidade comunica maior momento linear à patinadora.

(b) Cerca de 4 cm/s. Uma bola com uma massa maior comunica maior momento linear à patinadora.

(c) Cerca de 1 cm/s. Com o mesmo ganho de momento linear, uma patinadora mais pesada adquire menor velocidade.

(d) Cerca de 4 cm/s. A variação de momento linear da bola é maior se o sentido do seu movimento for invertido. (Nestas respostas supõe-se que a massa da bola é muito menor do que a massa da patinadora.)

Q8 A lei pode ser aplicada a situações em que apenas podem ser determinadas massas e velocidades.

Q9 Conservação da massa: nenhuma substância é adicionada nem se permite que qualquer substância se escape do sistema.

Conservação do momento linear: nenhuma força resultante com origem exterior ao sistema actua sobre qualquer corpo considerado como parte do sistema.

Q10 Nenhum deles é um sistema isolado. Nos casos (a) e (b) a Terra exerce uma força resultante sobre o sistema. No caso (c) o Sol exerce uma força resultante sobre o sistema.

Q11 Resposta (c). (Colisões perfeitamente elásticas podem ocorrer apenas entre átomos ou partículas subatómicas.)

Q12 Resposta (d). (Isto pressupõe que a massa é sempre positiva.)

Q13 Resposta (c).

Q14 (a) É armazenada enquanto o objecto sobe.  
(b) É "dissipada por entre as partes pequenas" de que são constituídos o solo e o objecto.

### Capítulo 10

Q1 Resposta (b).

Q2 Resposta (b).

Q3 Resposta (c).

Q4 Resposta (c). O aumento de energia potencial iguala o trabalho realizado sobre a mola.

Q5 Resposta (e). Tem de se realizar trabalho sobre os objectos para os aproximar um do outro.

Q6 Resposta (e). A energia cinética aumenta à medida que a energia potencial gravitacional diminui. A sua soma mantém-se (se a resistência do ar for desprezável).

Q7 A energia potencial é maior numa posição extrema em que a velocidade da corda é zero. A energia cinética é maior no ponto médio em que a corda não está esticada.

Q8 A corda com menor massa adquire maior velocidade embora ambas adquiram a mesma energia cinética (igual à energia potencial elástica fornecida pelo guitarrista).

Q9 Multiplique o peso do pedregulho (estimado a partir da densidade e do volume) pela distância acima do nível do solo a que parece estar. (Para mais discussão, veja GE 10.15.)

Q10 Nenhum. A força centrípeta é dirigida para dentro ao longo do raio, o qual é perpendicular à direcção do movimento no caso de uma órbita circular.

Q11 A mesma, se as posições inicial e final forem as mesmas.

Q12 A mesma, se as forças de atrito forem desprezáveis.

Menor, se as forças de atrito entre os "skis" e a neve forem tidas em conta.

Q13 Resposta (c)

Q14 Resposta (c).

Q15 Falso. Os acontecimentos deram-se ao contrário.

Q16 Química, calor, cinética ou mecânica.

Q17 Resposta (b).

Q18 Resposta (d).

Q19 É uma unidade de potência, ou taxa de produção de trabalho, igual a 746 watt.

Q20 Resposta (d).

Q21 Resposta (b).

Q22 Quase toda. Uma pequena parte era transformada em energia cinética dos pesos em queda lenta e o recipiente da água também aqueceria.

Q23 Resposta (a).

Q24 Resposta (e).

Q25 A afirmação significa que a energia que o leão obtém da comida provém, em última análise, da luz do Sol. Ele come animais que comem plantas que se desenvolvem por absorção da luz solar.

Q26 Resposta (c).

Q27 Resposta (a).

Q28 Resposta (c).

Q29 Resposta (c).

Q30  $\Delta E$  é a variação da energia total do sistema;  $\Delta W$  é o trabalho resultante (o trabalho efectuado sobre o sistema — o trabalho realizado pelo sistema);

$\Delta H$  é o calor resultante (calor adicionado ao sistema — calor perdido pelo sistema).

- Q31** 1. Aquecendo-o (ou arrefecendo-o);  
2. Realizando trabalho sobre ele (ou levando-o a produzir trabalho).

### Capítulo 11

- Q1** Resposta (c).  
**Q2** Verdadeiro.  
**Q3** Falso.  
**Q4** Resposta (b).  
**Q5** Nos gases as moléculas estão suficientemente afastadas uma das outras para que as complexas forças intermoleculares possam ser desprezadas.  
**Q6** Resposta (b).  
**Q7** Resposta (b).  
**Q8** Resposta (d).  
**Q9** Resposta (c).  
**Q10** Ambas aumentam.  
**Q11** Resposta (c).  
**Q12** Resposta (a).  
**Q13** As afirmações a, b, c estão correctas.  
**Q14** (a) Um ovo inteiro;  
(b) Um espelho de gelo e água morna.  
**Q15** (a) Verdadeiro.  
(b) Falso.  
(c) Falso.  
**Q16** Resposta (b).

### Capítulo 12

- Q1** Transversais, longitudinais e de torsão.  
**Q2** Longitudinais. Os fluidos podem ser comprimidos mas não são suficientemente rígidos para se dobrarem ou torcerem.  
**Q3** Transversais.  
**Q4** Não. O movimento da saliência no tapete depende do movimento do rato; não se propaga por si próprio.  
**Q5** Energia. (As partículas do meio *não* são transferidas ao longo da direcção do movimento.)  
**Q6** A rigidez e a densidade.  
**Q7** (1) Comprimento de onda, amplitude, polarização.  
(2) Frequência, período.  
**Q8** A distância entre dois pontos consecutivos quaisquer que tenham posições idênticas na configuração da onda.  
**Q9** (1) 100 cps.  
(2)  $T = \frac{1}{f} = \frac{1}{100 \text{ cps}} = 0,01 \text{ s.}$   
(3)  $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{10 \text{ m/s}}{100 \text{ cps}} = 0,1 \text{ m.}$   
**Q10** Resposta (b).  
**Q11**  $A_1 + A_2$ .

**Q12** O deslocamento resultante seria  $5 + (-6) = -1$ .

**Q13** Compensação.

**Q14** As linhas antinodais são formadas por uma série de pontos antinodais. Pontos antinodais são locais onde as ondas chegam em fase e onde, em consequência, ocorre um reforço máximo. (A amplitude aí é maior.)

**Q15** Resposta (a).

**Q16** Quando a diferença entre as distâncias do ponto às duas origens é um número ímpar de meios comprimentos de onda ( $\frac{1}{2}\lambda, \frac{3}{2}\lambda, \frac{5}{2}\lambda$ , etc.)

- Q17** (1) Não há movimento nos nodos.  
(2) Oscila com uma amplitude máxima.

**Q18**  $\frac{\lambda}{2}$

**Q19**  $2L$ , de modo que meio comprimento de onda corresponde exactamente ao comprimento da corda.

**Q20** Não, só são possíveis as frequências cujos valores são múltiplos inteiros da frequência fundamental.

**Q21** Todos os pontos de uma frente de onda estão em fase, isto é, todos eles correspondem a cristas ou cavados (ou qualquer outro conjunto de partes similares da onda).

**Q22** Cada ponto de uma frente de onda comporta-se como uma origem pontual de ondas produzidas no sentido de propagação da onda.

**Q23** Se a largura da abertura for inferior a um comprimento de onda, a diferença entre as distâncias de um ponto P às extremidades da abertura não pode ser igual a  $\lambda$ .

**Q24** À medida que o comprimento de onda aumenta, a figura de difracção espalha-se mais e o número de linhas nodais diminui, até que a figura se torna semelhante a metade da produzida por uma fonte pontual oscilante.

**Q25** Sim, para ambas as questões (a última fotografia mostra uma difracção sem interferência; a interferência ocorre sempre que uma onda passa por outra).

**Q26** Um raio é uma linha traçada perpendicularmente a uma frente de onda e indica a direcção de propagação da onda.

**Q27** Os ângulos são iguais.

**Q28** Parabólica.

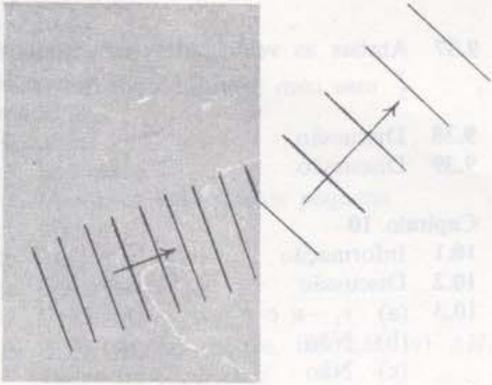
**Q29** As frentes de onda reflectidas são frentes de onda paralelas.

**Q30** (1) Mantém-se.

(2) Diminui.

(3) Varia de tal modo que as frentes de onda tendem a tornar-se paralelas à fronteira. (Ou a sua direcção de propagação torna-se mais próxima da perpendicular entre os dois meios.)

Q31



- Q32 (1) A relação  $f\lambda = v$ .  
 (2) Reflexão.  
 (3) Refracção.  
 (4) Difraccção.  
 (5) Interferência.

Q33 As ondas sonoras são longitudinais.

# Respostas Sucintas às Questões do Guia de Estudo

## Capítulo 9

- 9.1 Informação  
9.2 Discussão  
9.3 (a) Sim  
(b) O sistema solar  
9.4 Discussão  
9.5 Não  
9.6 Discussão  
9.7 (a) 220,2 g  
(b) 20,2 g  
9.8 Demonstração  
9.9 (a) Todas excepto  $\vec{v}'_A$  (a qual é igual a  $\vec{v}'_B$ )  
(b)  $\vec{v}'_A = \frac{m_A \vec{v}_A}{m_A + m_B}$   
(c) 0,8 m/s  
9.10 Comentários sobre os significados encontrados nos dicionários.  
9.11  $3,3 \times 10^{-6}$  kg  
9.12 Discussão  
9.13 Demonstração  
9.14 Discussão  
9.15 (a) 0,2 s  
(b) Cerca de 0,05 m  
(c)  $5 \times 10^{-14}$  m/s  
(d)  $2,5 \times 10^{-15}$  m  
(e) Cerca de  $15 \times 10^8$  m<sup>2</sup> ou um quadrado com cerca de 40 km de lado  
9.16 Sim  
9.17 Demonstração  
9.18 Discussão  
9.19  $1,2 \times 10^3$  kg m/s;  $4 \times 10^2$  newton; 30 m  
9.20 (a) cerca de 100 m/s  
(b) cerca de 4,6 kg m/s  
(c) inferior a 0,003 s  
(d) pelo menos  $1,5 \times 10^3$  newton  
9.21 Sim  
9.22 Demonstração  
9.23 (a)  $\Delta t = \frac{m(v_o - v)}{F}$   
(b)  $m(v_o - v)$   
(c)  $\frac{m(v_o - v)}{v_e}$   
9.24 Demonstração  
9.25 10 m/s  
9.26  $10,5 \times 10^8$  kg m/s  
9.27 Discussão  
9.28 Discussão  
9.29 Discussão  
9.30 Discussão  
9.31 Discussão  
9.32 (a)  $0,8 \times$  massa da bola  
(b)  $-0,8 \times$  massa da bola  
(c)  $1,6 \times$  massa da bola  
(d) depende do sistema considerado  
9.33 Discussão  
9.34 Demonstração  
9.35 Tabela  
9.36 Demonstração

- 9.37 Ambas as velocidades (em módulo) iguais a  $\frac{v}{2}$  mas com sentidos opostos

- 9.38 Discussão  
9.39 Discussão

## Capítulo 10

- 10.1 Informação  
10.2 Discussão  
10.3 (a)  $v_1 - u$  e  $v_2 - u$   
(b) Não  
(c) Não  
(d) Não  
(e) Sim  
(f) iii)  
(g) Discussão  
10.4  $5 \times 10^{-15}$  joule,  $2 \times 10^{14}$  electrões  
10.5 (a) 50 joule  
(b)  $4,5 \times 10^9$  joule  
(c)  $3,75 \times 10^3$  joule  
(d)  $2,7 \times 10^{33}$  joule  
10.6 (a) 2 m/s<sup>2</sup>, 30 s, 60 m/s  
(b) 60 m/s  
10.7 (a) 90 joule  
(b) 90 joule  
(c)  $18 \times 10^2$  newton  
10.8  $2,3 \times 10^2$  joule  
10.9 (a)  $2,2 \times 10^{-3}$  joule  
(b)  $5,4 \times 10^{-2}$  joule  
10.10 (a) 0,2 metro  
(b)  $7 \times 10^9$  joule  
10.11 Discussão  
10.12 Discussão  
10.13 (a)  $1,1 \times 10^{12}$  segundo  
(b)  $1,6 \times 10^{-25}$  metro  
10.14 Discussão  
10.15 Discussão  
10.16 Demonstração  
10.17 Discussão  
10.18 Esboço  
10.19 Demonstração  
10.20 (a)  $96 \times 10^8$  joule  
(b)  $8,8 \times 10^2$  metro  
(c)  $48 \times 10^5$  newton  
(d) Discussão  
(e) Discussão  
10.21 Discussão  
10.22 Discussão  
10.23 Discussão  
10.24 Discussão  
10.25 (b)  
10.26 Discussão  
10.27 (a) > 1 000  
(b) Discussão  
10.28  $\frac{1}{8}^\circ$  C; não  
10.29 Remar: 1375 watt ou 1,8 cavalo-vapor  
10.30  $\frac{1}{4}$  quilograma  
10.31 21,5 dia

- 10.32 Discussão
- 10.33 Discussão
- 10.34 Discussão
- 10.35 Discussão
- 10.36 Discussão
- 10.37 (a) Discussão  
(b) Maior na órbita mais pequena  
(c) Menor  
(d) Menor  
(e) Discussão
- 10.38 (a) Discussão  
(b) i) os três, ii) os três, iii)  $\Delta H$ , iv)  $\Delta H$ ,  
v) os três, vi)  $\Delta H$
- 10.39 Discussão
- 10.40 Discussão

**Capítulo 11**

- 11.1 Informação
- 11.2 Discussão
- 11.3 Discussão
- 11.4 Discussão
- 11.5 Não
- 11.6 Discussão
- 11.7 (a)  $10^{-9}$  m  
(b)  $10^{-9}$  m
- 11.8 (a)  $10^{21}$   
(b)  $10^{18}$
- 11.9 Zero metro
- 11.10 10,5 km
- 11.11 Sapatos — cerca de 1/7 atmosfera  
"Skis" — cerca de 1/60 atmosfera  
Patins — cerca de 3 atmosferas
- 11.12 Demonstração
- 11.13 Discussão
- 11.14 Discussão
- 11.15 Discussão
- 11.16 Demonstração
- 11.17 Não varia
- 11.18 Pressão, massa, volume, temperatura
- 11.19 Discussão
- 11.20 Discussão
- 11.21 Discussão
- 11.22 Discussão
- 11.23 Discussão
- 11.24 Discussão
- 11.25 Discussão
- 11.26 A temperatura aumentará
- 11.27 Não
- 11.28 Discussão
- 11.29 Discussão
- 11.30 Discussão
- 11.31 Discussão
- 11.32 Discussão
- 11.33 Discussão
- 11.34 Discussão
- 11.35 Discussão

**Capítulo 12**

- 12.1 Informação

- 12.2 Discussão
  - 12.3 Discussão
  - 12.4 Construção
  - 12.5 Construção
  - 12.6 Discussão
  - 12.7 Discussão
  - 12.8 Construção
  - 12.9 Discussão
  - 12.10 Discussão
  - 12.11 Construção
  - 12.12 Demonstração
  - 12.13 Não; discussão
  - 12.14 (a)  $\frac{3}{4} L$   
(b)  $\frac{2}{3} L$   
(c)  $\frac{1}{2} L$
  - 12.15 (a)  $\lambda = 4 L$   
(b)  $\lambda = \frac{4 L}{2n + 1}$   
(c)  $\lambda = 2 L, \lambda = \frac{4 L}{n + 1}$  ( $n = 0, 1, 2, 3, \text{etc.}$ )
  - 12.16 Discussão
  - 12.17 Máximo
  - 12.18 100 e 1000 cps; sim
  - 12.19 Discussão
  - 12.20 Discussão
  - 12.21 Construção
  - 12.22 Linha recta
  - 12.23  $\frac{R}{2}$
  - 12.24 Construção
  - 12.25  $\frac{1}{4k}$
  - 12.26 Discussão
  - 12.27 Duas ondas direitas inclinadas uma em relação à outra
  - 12.28 Discussão
  - 12.29 (a)  $\theta_A = \angle BAD$   
(b)  $\theta_B = \angle CDA$   
(c)  $\lambda_A = BD$   
(d)  $\lambda_B = AC$   
(e) Demonstração  
(f) Demonstração
  - 12.30  $\lambda_D = 0,035$  m  
 $\lambda_S = 0,025$  m
  - 12.31 Discussão
  - 12.32 (a)  $1,27 \times 10^{-11}$  watt  
(b)  $8 \times 10^{12}$  mosquitos  
(c) metropolitano
  - 12.33  $2d = vt$
  - 12.34  $1000 \text{ cps} \begin{cases} \text{ar: } 0,343 \text{ m} \\ \text{água: } 1,463 \text{ m} \\ \text{aço: } 4,877 \text{ m} \end{cases}$
- Um décimo de cada um destes valores para 10 000 cps.  
Discussão
- 12.35  $3 \times 10^5$  cps  
 $2,5 \times 10^7$  cps

## ÍNDICE ALFABÉTICO DO TEXTO

- Absoluta, escala de temperatura, 90  
Acaso, 76, 80  
Aceleração, 18, 36  
centrípeta, 22  
Aceleração,  
definição de, 36  
Acústica, princípios de, 143  
Adams, Henry, 95  
Alimentos, 56-58, 98  
conteúdo energético de (tabela), 58  
Alimentos,  
produção de, 58-60  
Altura (som), 139  
Amplitude (A), 115  
"Ancient of Days", (William Blake), 2  
Ângulo de incidência, 134  
Ângulo de reflexão, 134  
Antinodal, linha, 122, 123, 124  
Aristóteles, 144  
Armazenada, energia, 37  
Atômica, teoria, 98  
Átomos, 23, 77, 85  
Atrito  
roda sem, 13  
Atrito (ou fricção), 39, 43, 55  
forças de, 42, 43
- Bacon, Sir Francis, 5  
Barômetro, 81  
Bateria, 61  
Batimentos, e som, 142  
Bernoulli, Daniel, 80  
Biológica, energia, 56-58  
Blake, William, 2, 51  
Boltzmann, Ludwig, 81, 96, 100, 101, 102  
Born, Max, 91  
Boswell, James, 50  
Boulton, Matthew, 50  
Boyle, Lei de, 76, 80, 87, 92  
Boyle, Robert, 2, 86, 87  
"British Thermal Unit" (BTU), 55  
Brown, Robert, 91
- Cálculo, 24  
Calor, 24  
unidade de, 55-56  
Caloria, 56, 58, 98  
conteúdo energético de alimentos (tabela), 58  
taxas de consumo de energia (tabela), 58  
Calorífica, energia, 75  
Câmara sem eco, 143  
Canhão, 19  
Carnot, Sadi, 93, 94  
Cavalo-vapor, 50  
Celsius, escala, 87  
Centrais nucleares, 53
- Centrípeta, aceleração, 22  
Choque, onda de, 141  
dupla, 141  
Cilindro, 49, 50  
Cinética, energia, 22, 23, 35, 38, 40, 41  
Cinética, teoria, 99  
dos gases, 75-76  
Cinético-molecular, teoria do calor, 75-76,  
77, 78, 80, 81, 84  
crítica de, 99  
Circular, reflector, 134  
Clausius, Rudolf, 75, 81, 84, 85  
Colisões, 9, 10, 11, 12, 13, 15, 20, 21, 22,  
23, 26, 40, 84, 91, 96, 99  
análise de, 10  
ângulo de, 15  
elásticas, 21, 22, 23  
inelásticas, 12, 76  
Condensador, 49, 50  
Conservação, leis de, 2, 69  
de energia, 24, 63, 65, 66-67, 68  
de energia cinética, 21  
de energia mecânica, 39-40, 43, 61  
de "força", 63, 65  
de massa, 5-8, 20, 93  
de momento linear, 13, 14, 15, 16, 17,  
18, 19  
de velocidade, 9
- Dorwen, Erasmus, 46  
Degradação do Dogma Democrático (Henry  
Adams), 95  
Demócrito, atomismo de, 51  
Demônio (de Maxwell), 96-97, 98, 101  
Densidade, 87  
Derham, William, 142  
Desagulier, J. T. ("The Newtonian System  
of the World"), 1  
Descartes, René, 2, 11, 23  
"Principes de Philosophie", 2, 23  
Deslocamento, 110, 111, 112  
Deus, 2, 9, 23, 24, 62  
Difração, 128, 130, 131  
Difusão, 88  
Distribuição, de velocidade, 82, 83  
Dunne, John, 144  
Doppler, efeito, 140  
DAP (difosfato de adenosina), 57, 58  
"Duas Ciências Novas" (Galileu), 86
- Eco, câmara sem, 143  
Eco, efeitos de, 142  
Einstein, Albert, 102  
Elástica, colisão, 21, 22, 23  
Elástica, energia potencial, 37, 39, 40, 41  
Elétrica, pilha, 61  
Elétrico, gerador, 51, 53
- Elétrico, motor, 61  
Eletrônica, microfotografia, 57  
Êmbolo, 48, 49, 50  
Energia, 22, 61, 65  
armazenada, 37  
biológica, 56-58  
calorífica, 75  
cinética, 22, 33, 35, 38, 40, 41  
conceito de, 34  
conservação de, 64, 68, 93  
conteúdo de alimentos, 58  
deslocamento, 113  
dissipação de, 92, 93  
elétrica, 44  
externa, 67  
formas de, 34  
interna, 66, 67  
mecânica, 38, 39, 41, 44, 55, 61, 66, 94  
potencial, 35, 37, 38, 39  
potencial elástica, 37, 39, 40, 41  
potencial elétrica, 37  
potencial gravitacional, 34, 37, 38, 39,  
41, 42, 43, 55  
potencial magnética, 37  
química, 34, 57  
taxas de consumo (tabela), 58  
total, 39, 66, 67  
transformação de, 65  
Energia, transferência de, 66, 113, 143  
Engenheiros, 45  
Entropia, 94-95, 100  
Eolípila, 44  
Escala de temperaturas absolutas, 90  
Estroboscópica, fotografia, 16, 26  
"Experimental Philosophy" (Power), 144
- Fahrenheit, escala, 87  
Faraday, Michael, 61  
Fermi, Enrico, 68  
Filosofia Natural, 62, 63  
Filosofia, Sistema de (Descartes), 23  
Física, leis gerais da, 16  
Flammarion, Camille, 95  
Força, 13, 17, 18, 19, 22, 23, 24, 33, 40,  
41, 63  
de atrito, 42, 43  
gravitacional, 13  
Fotografia, estroboscópica, 16, 26  
Fotossíntese, 57  
Fourier, Jean Baptiste, 118  
Frequência (f), 115, 116  
Fricção (ver Atrito)  
Frost, Robert, 93
- "Galerias dos Murmúrios", 143  
Galileu, 51  
"Duas Ciências Novas", 86

- Gases ideais, lei dos, 87, 90  
 Gases, 6, 77  
   comportamento de, 86-87  
   modelo, 77-78, 80, 84  
   moléculas, 79  
   movimento de partículas, 78  
   teoria cinética dos, 75-76  
   velocidades moleculares, 81-82, 83  
 Gay-Lussac, Joseph, 87  
 Gerador eléctrico, 51, 53  
 Gilbs, J. Willard, 95  
 Glucose, moléculas de, 57  
 Goethe, Johann von, 62, 63  
 Gorduras, 57  
 Gravitacional, energia potencial, 34, 37, 38, 39, 41, 42, 43, 55  
 Gravitacional, força, 13  
  
 Harmónica, vibração, 116  
 Helmholtz, Hermann von, 65  
 Helmont, Jean Baptista von, 78  
 Herão de Alexandria, 44  
 Herapath, John, 81  
 "History of Technology" (Forbes), 50  
 Hidratos de carbono, produção de, 57  
 Huygens, Christiaan, 21, 22, 24, 130  
 Huygens, princípios de, 130, 131  
  
 Impulso, 119, 122, 136  
   circular, 121  
   onda, 132, 133  
   transversal, 114  
 Intensidade (som), 139  
 Interferência, figura de, 119, 122-123, 125, 132  
  
 Johnson, Samuel, 50  
 Joule, James, 35, 54-55, 61, 62, 63, 65, 66, 75, 81  
 Joule (J.), unidade de energia, 35, 50, 56  
  
 Keats, John, 51  
 Kelvin, Lord William Thomas, 85, 94, 95, 99, 100  
  
 Lavoisier, Antoine, 6, 7  
 Leibniz, Gottfried Wilhelm, 23, 24, 68  
 Líquidos, 77  
 Longitudinal, onda, 111, 112, 113  
 Lucrécio, 5  
 Luis XIV de França, 24  
  
 Mach, Ernst, 98, 102  
 Magnética, energia potencial, 37  
 Máquina,  
   a vapor, 44-50, 51, 54  
   de Newcomen, 46-47, 48, 50, 77  
   de Watt, 49-50  
 "Máquina do Tempo, A" (Wells), 95  
 Massa, 6, 10, 11, 18  
   conservação de, 5-8, 20  
   e módulo da velocidade (mv), 11  
   e velocidade (mv), 11  
 Massachusetts, Instituto de Tecnologia de, 63  
 Mayer, Julius Robert, 62, 63  
 Maxwell, James Clark, 81, 97  
   demoníio de, 97, 101  
   distribuição de velocidades, 81, 82  
 Mecânica, energia, 38, 39, 41, 44, 55, 61, 66, 94  
 Mersenne, Marin, 142  
 Microfotografia electrónica, 57  
 Mitocôndrio, 57, 58  
 Modelo, para o estado gasoso, 77-78, 80, 84  
 Moléculas, 75, 78, 100, 101  
   médias e flutuações de, 79  
   dimensões de, 84, 85  
   velocidade de, 80, 81  
 Moleculares, medição directa de velocidades, 83  
 Momento linear, 8, 13, 15, 22, 26  
   conservação de, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19  
   e Leis de Newton do Movimento, 17  
   taxa de variação de, 89  
   total, 13, 26  
 Motor eléctrico, 61  
 Movimento, 9  
   direcção de, 11, 41  
   em linha recta, 10  
   de partículas, 91  
   de partículas gasosas, 78, 80  
   quantidade de, 9, 11, 13  
 Movimento browniano, 91, 96, 102  
  
 "Natureza do Movimento a que Chamamos Calor, A" (Clausius), 81  
 Neutrão, 19  
 Neutrino, 68  
 Newcomen, máquina de, 46-47, 48, 50  
 Newcomen, Thomas, 46, 47  
 Newton, Isaac, 1, 2, 3, 5, 6, 11, 18, 99  
   leis do movimento, 17, 18, 34, 40  
   máquina universal de, 1, 2  
   mecânica de, 1  
   "Principia", 3, 16, 80, 93  
   segunda lei, 18, 19, 34, 36, 88  
   terceira lei, 17, 44, 88, 89  
 Newton-metro (joule-j), 35  
 Newtoniana, física, 51, 144  
 Newtoniana, mecânica, 3, 64, 75, 76, 90, 98, 102, 143, 145  
 Nietzsche, Friedrich, 100, 101  
 Nodal, linha, 122, 123, 124  
 Normal, curva de distribuição, 82  
 "Novum Organum" (Sir Francis Bacon), 5  
  
 Oersted, Hans C., 61  
 Ondas, 109  
   de torsão, 111, 112  
   deslocamento, 111  
   estacionárias, 124, 126, 127  
   longitudinais, 111, 112, 113  
   mecânicas, 109  
   meio de, 111  
   origem de, 111  
   periódicas, 115-117, 136  
   polarização de, 112  
   propagação de, 113-115, 130, 136  
   propriedades de, 110-113  
   som, 138  
   transversais, 111, 112  
   trem de, 112  
 Onda, comprimento de, 116, 117  
   cálculo de, 125, 131, 132  
   razão de, 136  
 Onda, frente de, 128, 130  
 Onda, reflexão, 132-133  
 Onda, velocidade, 138  
 Ondas periódicas, 115-117, 136  
 Órbita, 41  
   circular, 41, 42  
   excêntrica, 42  
  
 Parabólico, reflector, 135  
 Paradoxo  
   da resistência, 99, 100  
   reversibilidade, 99  
 Parsons, Charles, 51  
   turbina, 53  
 Partículas, 78, 80, 96, 110, 118  
   movimento, 91  
 Pascal, Blaise, 86  
 Pauli, Wolfgang, 68  
 Pêndulo, relógio de, 22  
 Período, 115  
 Pilha eléctrica, 61  
 Pitágoras, 126  
 Plantas, verdes, 57  
 Poincaré, Henry, 68, 101  
 População, aumento de, 59  
 Potência, 50  
 Potencial, energia, 35, 37, 38, 39  
   elástica, 37, 39, 40, 41  
   eléctrica, 37  
   gravitacional, 34, 37, 38, 39, 41, 42, 43, 55  
   magnética, 37  
 Potências, típicas (tabela), 50  
 Power, Henry, 86  
 Pressão, 80  
   de um gás, 92  
 Pressão de ar, 86-87  
 Pressão (gás),  
   explicação cinética de, 88-89, 90  
   e temperatura, 87, 90  
 "Principes de Philosophie" (René Descartes), 2, 23  
 "Principia" (Isaac Newton), 3, 16, 80, 93  
 Propagação, onda, 136  
 Proteínas, 57  
  
 Quântica, física, 143  
 Quântica, mecânica, 76

- Quantidade de movimento  
(*ver* Movimento, quantidade de e Mo-  
mento linear)
- Quilocaloria (*ver* Caloria)
- Química, energia, 34, 57
- Rádio, ondas de, 135
- Radiotelescópio, 135
- Raios, 134-135
- Reações nucleares, 68
- Recorrência, paradoxo de, 99, 100
- Rectilíneo, movimento, 10
- Reflector circular, 134
- Reflector parabólico, 135
- Reflexão (onda), 132-134
- «Reflexões sobre a Força Motriz do Fogo  
(Carnot), 93
- Refracção (onda), 136-138
- Relógio de pêndulo, 22
- Rendimento, 56, 58, 93, 94
- Reversibilidade, paradoxo de, 99
- Revolução Francesa, 7
- Revolução industrial, 51
- Rogers, William Barton, 63
- Rousseau, Henry, 60
- Royal Society of London, 21
- Ruído, 140  
redução de, 140
- Rumford, Conde, 7
- Satélite, órbita de, 42
- Saturno  
anéis de, 20  
satélite de, 20
- Savery, Thomas, 45, 47
- Schelling, Friedrich von, 62, 63
- «Science et Hypothèse» (Poincaré), 68
- «Serviço», 61
- Seta do tempo, 98-100
- Shelley, Percy Bysshe, 100
- Sinusoidal, onda, 116
- Sistema, fechado (isolado), 8, 20
- Sobreposição, princípio de, 118, 119, 122,  
126, 127, 131
- Solar, luz, 57
- Solar, sistema, 1, 2
- Sólidos, 77
- Som, 138-143  
difracção, 142  
frequência, 139  
intensidade, 139  
interferência, 142  
refracção de, 142
- Sonoras, ondas, 138-139, 141  
velocidade de, 142
- Sonoro, estampido, 140-141
- Stern, Otto, 82
- Sub-atômicas, partículas, 23
- Symington, William, 52
- Supersônico, avião, 140, 141
- Tambor, vibração de, 129
- Telescópio, 22
- Temperatura, 87k 89
- Tempo, 100, 101
- Termodinâmica, 67, 90, 93, 94, 96, 97, 98
- «The Newton System of the World», 1
- Tina de ondas, 120
- Torsão, ondas de, 111, 112
- Torricelli, Evangelista, 86  
barômetro, 86
- Towneley, Richard, 86
- TPA (Trifosfato de adenosina), 57, 58
- Trabalho, 33-34, 35, 41, 44, 61  
e energia cinética, 33-35
- num trenó, 36
- «Traité Élémentaire de Chimie» (Lavoisier),  
6, 7
- Transferência, de energia, 66, 113, 143
- Transversais, ondas, 111, 112
- Transversal, impulso, 114
- Trevithick, Richard, 52
- Turbina, 51, 53
- Universal, máquina (de Newton), 1, 2
- Vapor, máquina a, 44-50, 51, 54
- Vector-soma, 9, 10, 11, 13
- Velocidade, 9, 10, 11, 17, 18, 34  
conservação de, 9  
de moléculas, 97  
e massa (mv), 11  
onda, 138  
taxa de variação de, 18
- Velocidade (módulo)  
de moléculas, 80  
distribuição de, 82  
e massa (mv), 11  
média, 82
- «Vis viva», 22, 24
- Volta, Alessandro, 61
- Wallis, John, 21
- Watt, James, 48, 49, 50, 77  
máquina de, 49-50
- Watt, (W), unidade de potência, 50
- Wells, H. G., 95
- Wren, Christopher, 21
- Zartmann, 82
- Zermelo, Ernst, 98, 101

# ÍNDICE ALFABÉTICO DO MANUAL

- Actividades  
barco movido a vapor, 210  
como pesar um carro com um medidor de pressão de pneus, 214  
conservação de massa, 208  
dispositivos de troca de momento linear, 208-209  
equivalente mecânico do calor, 212  
figuras de moiré, 217-218  
foguetes, 214  
máquinas com movimento perpétuo, 214-216  
máquinas de ondas mecânicas, 219-220  
medição da velocidade do som, 218-219  
mergulhador numa garrafa, 212-214  
música e oratória, 218  
ondas estacionárias num tambor ou num violino, 216-217  
pato bebedor, 212  
potência de um estudante, 209  
revisão do alcance de uma flecha, 211  
problemas de crescimento científico e tecnológico, 210-211
- Água, determinação da temperatura de (experiência), 184-188
- Alka-Seltzer, na actividade de conservação de massa, 208
- Antinodais, linhas, 201, 202
- Ar, calha de (*ver* Calha de ar)
- Ar, como um gás, 194-196
- Arame, vibrações de (filme sem-fim), 239-240
- Bala, medição da velocidade de (filme sem-fim), 226-228 (experiência), 176-178
- Barco movido a vapor, construção de (actividade), 210
- Berlindes  
determinação do tamanho de, 190  
probabilidade de colisão para um gás de (experiência), 189
- Biography of Physics, The* (George Gamow), 212
- Bola de bilhar, dinâmica de (filme sem-fim), 230
- Boyle, lei de, 194
- Cadeia, suspensa, na experiência sobre energia mínima, 179-180
- Calha de ar  
e colisões (experiências), 154-155  
em experiência de medição da velocidade de uma bala, 176-177  
inclinada, em experiência de conservação de energia, 174-175
- Calor  
condução de, 188  
de fusão do gelo, 188  
equivalente mecânico do (actividade), 212  
latente de fusão, 186-187  
radiação, 188  
troca e transferência, 188
- Calor específico, 186
- Caloria, definição de, 185
- Calorimetria (experiência), 184-187 do gelo, 187-188
- Calorímetro, 184
- "Can Time Go Backward?" (Martin Gardner), 236
- Canhão, velocidade de raio de, 228-229
- Capacidade calorífica, medição de, 186
- Carro, como pesá-lo com um medidor de pressão de pneus (actividade), 214
- Carros dinâmicos  
e experiência  
e experiência envolvendo "Explosões", 154
- Cinética, energia, 226, 232-233
- Colisão  
de discos magnéticos (experiência), 164,  
de rodela (experiência), 163  
de vagões de mercadorias (filmes sem-fim), 229
- Colisões  
a duas dimensões (experiência), 163-165  
a duas dimensões (filmes sem-fim), 222-223  
a duas dimensões, fotografias estroboscópicas de, 166-171  
a uma dimensão (experiência), 154-162  
a uma dimensão (filmes sem-fim), 221-222  
elásticas, 155  
inelásticas, 155, 158-159  
inelásticas a duas dimensões (filmes sem-fim), 224  
inelásticas a uma dimensão (filmes sem-fim), 222  
perfeitamente inelásticas, 158-159
- Comprimento de onda, medição de (experiência), 201-202
- "Computer Music", *Scientific American*, 218
- Conservação de energia  
e descolagem de um avião (filme sem-fim), 234-235  
e salto à vara (filme sem-fim), 233-234 (experiência), 172-176
- Conservação de massa (actividade), 208
- Conservação de momento linear, 163-167, 176-178, 230
- Crescimento científico e tecnológico, problemas de (actividade), 210-211
- Descartes, René, 212, 213
- Descolagem de um avião, e conservação de energia (filme sem-fim), 234-235
- Difracção, onda, 200, 203
- Dinâmica de uma bola de bilhar (filmes sem-fim), 230
- Discos magnéticos  
e experiência de colisão a duas dimensões, 164  
em experiência de conservação de energia, 173-174
- Dispersão de um grupo de objectos (filme sem-fim), 224-225
- Dispositivos de troca de momento linear, 208-209
- Elástica, colisão, 155
- Elástica, energia potencial, 211
- Energia  
cinética, 226, 232-233  
mecânica, medição de, 230-231  
na análise de um pêndulo oscilante, 178-179  
potencial, 179-181, 227  
potencial elástica, 211  
potencial gravitacional, 231-232
- Energia, conservação de calor, 184-185 (experiência), 172-176 (filmes sem-fim), 233-235
- Escala Celsius (centígrada), 182
- Espectro de frequências de onda, 240
- Estacionárias, ondas (*ver* Ondas estacionárias)
- Estroboscópicas, fotografias (*ver* Fotografias estroboscópicas)
- Experiências  
análise da energia de um pêndulo oscilante, 178-179  
calorimetria, 184-188  
calorimetria do gelo, 187-188  
colisões a duas dimensões, 163-171  
colisões a uma dimensão, 154-162  
como medir a velocidade de uma bala, 176-178  
comportamento dos gases, 194-198  
conservação de energia, 172-176  
energia mínima, 179-181  
experiência de Monte Carlo sobre colisões moleculares, 188-193  
medição do comprimento de onda, 201-202  
ondas numa tina de ondas, 199-200  
propriedades das ondas, 198-199  
som, 202-204  
temperatura e termómetros, 181-183  
ultra-som, 205-207
- Explosão de um grupo de objectos (filme sem-fim), 225-226

- Figura de interferência, onda, 201-202  
 Figuras de moiré (atividade), 217-218  
 Filmes sem-fim  
 cálculo da velocidade de uma bala de espingarda I e II, 226-228  
 colisões a duas dimensões I e II, 222-223  
 colisões a uma dimensão I e II, 221-222  
 colisões inelásticas a duas dimensões, 224  
 colisões inelásticas a uma dimensão, 222  
 colisão de vagões de mercadorias, 229-230  
 conservação de energia — descolagem de um avião — 234-235  
 conservação de energia — salto à vara, 233-234  
 dinâmica de uma bola de bilhar, 230  
 dispersão de um grupo de objectos, 224-225  
 energia cinética, 226, 232-233  
 energia potencial gravitacional, 231-232  
 explosão de um grupo de objectos, 225-226  
 método de avaliação de energia, introdução de pregos em madeira, 230-231  
 ondas estacionárias numa corda, 237-238  
 ondas estacionárias num gás, 238-239  
 recuo, 228-229  
 reversibilidade do tempo, 235-236  
 sobreposição, 236-237  
 vibrações de um arame, 239-240  
 vibrações de uma mangueira de borracha, 240-241  
 vibrações de uma placa metálica, 241-242  
 vibrações de um tambor, 241  
 Flecha, previsão do alcance de (atividade), 211  
 Foguetes (atividade), 214  
*Fotografias estroboscópicas de colisões a duas dimensões*, 224  
 Fotografias estroboscópicas  
 de colisões a duas dimensões, 166-171, 176  
 de colisões a uma dimensão, 156-162, 176  
 Frequências, 240, 241  
 Gás(es)  
 comportamento de (experiência), 194-198  
 temperatura de, 195  
 volume e pressão (experiência), 194  
 volume e temperatura (experiência), 195  
 Gases moleculares, experiência de Monte Carlo, 188-193  
 Gás, termómetro de, 195-197  
 Gay-Lussac, lei de, 194  
 Gelo, calorimetria (experiência), 187-188  
 calor de fusão de, 187-188  
 Gravitacional, energia potencial, 231-232  
 Hooke, lei de, 211  
 Impulso, 198  
 (ver também Pulsação)  
 Inelásticas, colisões, 158-159  
 Interferência, onda, 200  
 Lâmpada de "flash" de magnésio, em actividade de conservação de massa, 208  
 Lei de Boyle, 194  
 Lei de Gay-Lussac, relação entre temperatura e volume, 194  
 Lei de Hooke, 211  
 Lei da refração de Snell, 213  
 Linhas antinodais, 201, 202  
 Linhas nodais, 201, 202  
 Mangueira de borracha, vibrações de (filme sem-fim), 240-241  
 Máquinas com movimento perpétuo (atividade), 214-216  
 Máquinas de ondas mecânicas (atividade), 219-220  
 Massa  
 cálculo da força a partir de, 194  
 conservação de (atividade), 208  
*Mechanics of the Pole Vault* (R. V. Ganslen), 234  
 Mergulhador cartesiano (atividade), 212-214  
 Mergulhador numa garrafa (atividade), 212-214  
 Mistura de líquidos quentes e frios (experiência), 184-185  
 Moiré, figuras de, 217-218  
 "Moiré Patterns" (G. Oster e Y. Nishijima), 218  
 Mola, ondas em, 198-199  
 Momento linear  
 conservação de, 163-167, 176-178, 230  
 determinação de, 221-226  
 dispositivos de troca de, 208-209  
 Movimento acelerado, direcção de, 164, 165  
 Movimento perpétuo, máquinas com (atividade), 214-216  
 Música e oratória (atividade), 218  
 Nodais, linhas, 201, 202  
 Nodos, 201, 202  
 Números aleatórios (ao acaso), 189, 190  
 tabela de, 193  
 Onda(s)  
 difracção, 200  
 estacionárias, 201  
 longitudinal, 198  
 numa mola, 198-199  
 numa tina de ondas (experiência), 199-200  
 periódica, 199  
 propriedades (experiência), 198-199  
 reflexão, 199-200  
 refração, 200  
 sinusoidal, 236-237  
 transversal, 198  
 Ondas estacionárias, 201  
 numa corda (filme sem-fim), 237-238  
 num gás (filme sem-fim), 238-239  
 num tambor e num violino, 216-217  
 sonoras, 204, 206  
 Ondas mecânicas, máquinas de (atividade), 219-220  
 Ondas sinusoidais, figuras de, 236-237  
 Ondas sonoras  
 difracção, 203-204  
 estacionárias, 204, 206  
 interferência, 204  
 reflexão, 202-203  
 refração, 203  
 transmissão, 202  
 (ver também Ondas)  
 Oratória e música (atividade), 218  
 Pato bebedor (atividade), 212  
 Pêndulo balístico, 226  
 em experiência de medição da velocidade de uma bala, 177-178  
 Pêndulo oscilante, análise da energia de, 178-179  
 Percurso livre médio entre quadrados de colisão (experiência), 190-192  
*Perpetual Motion and Modern Research for Cheap Power* (S. R. Smedile), 215  
 "Physics and Music", *Scientific American*, 217, 218  
 "Physics of Violins, The", *Scientific American*, 218  
 "Physics of Woodwinds, The", *Scientific American*, 218  
 Placa metálica, vibrações de (filmes sem-fim), 241-242  
 Potência de um estudante (atividade), 209  
 Potencial, energia, 179-181, 227  
 Precipitado, na actividade da conservação de massa, 208  
 Pregos, na determinação de energia, 230-233  
 Pressão, de um gás, 194-195  
 Pulsação, 198, 199, 200  
 Ver também Ondas  
 Quadrados da colisão, percurso livre médio entre (experiência), 190-192  
 Radiação, de calor, 188  
 Recuo (filme sem-fim), 228-229  
 Reflexão, onda, 199, 200  
 Refracção, onda, 200  
 Regras de colisão de uma partícula, 191  
 Rodelas, em experiência de colisões a duas dimensões, 163  
 Salto à vara, 233-234  
*Science of Moiré Patterns* (G. Oster), 218  
 "Science of Sounds" (Bell Telephone), 218

- Similarities in Wave Behavior* (J. N. Shive), 220
- "Slinky", 219
- Snell, lei da refração de, 213
- Sobreposição (filme sem-fim), 236-237
- Som (experiência), 202-204  
cálculo da velocidade de, 204
- "Stanzas from Millon" (William Blake), 210
- Tambor, vibrações de (filme sem-fim), 241
- Temperatura  
definição de, 182-183  
de um gás, 195  
e termômetros (experiência), 181-183
- Tempo, reversibilidade de (filme sem-fim), 235-236
- Termodinâmica, leis de, 214, 215
- Termómetro(s)  
comparação de, 182-183  
construção de, 182  
de gás a pressão constante, 195-197  
e temperatura (experiência), 181-183
- Tina de ondas, ondas em, 199-200
- Transmissão, de ondas sonoras, 202
- Two Cultures and the Scientific Revolution. The.* (C. P. Snow), 211
- Ultra-som (experiência), 205-207  
velocidade de, 207
- Vectores, 167, 223
- Vectorial, grandeza, 174
- Velocidade de uma bala, medição de (experiência), 176-178
- Velocidade, 163-165, 221-222, 229-230  
de recuo, 228-229  
de som (actividade), 218-219  
de som (experiência), 204  
de ultra-son, 207  
de uma bala (experiência), 176-178  
de uma bala (filmes sem-fim), 226-228
- Violino, vibrações de, 216-217
- Volume, e pressão (experiência), 194
- Volume, e temperatura (experiência), 195