Revisão de teoria de conjuntos

Relações entre conjuntos

1. **Igualdade**: $A = B$: A e B têm exatamente os mesmos elementos.
2. **Inclusão (subconjunto)**:
   (a) $A \subseteq B$: A está contido em B (A é um subconjunto de B).
   (b) $A \subsetneq B$: A está contido em B e $A \neq B$ (A é um subconjunto próprio de B).
   (c) $A \subset B$: Sinônimo de $A \subseteq B$ ou $A \subsetneq B$ (dependendo do texto).

Operações entre conjuntos

1. **União**: $A \cup B = \{x : x \in A \text{ ou } x \in B\}$

$$\bigcup_{i=1}^{N} A_i = A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_N \qquad \bigcup_{i=1}^{\infty} A_i = A_1 \cup A_2 \cup \ldots$$

2. **Intersecção**: $A \cap B = \{x : x \in A \text{ e } x \in B\}$

$$\bigcap_{i=1}^{N} A_i = A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_N \qquad \bigcap_{i=1}^{\infty} A_i = A_1 \cap A_2 \cap \ldots$$

3. **Complemento (diferença)**:
   (a) Com relação ao conjunto universo U: $\bar{A} = \{x : x \in U \text{ e } x \notin A\}$
   (b) Com relação ao conjunto B: $B - A = \{x : x \in B \text{ e } x \notin A\}$.
4. **Produto cartesiano**: $A \times B = \{(a, b) : a \in A \text{ e } b \in B\}$

Conjuntos especiais

1. **Conjunto universo** (U): conjunto que contém todos os objetos de interesse, inclusive a si mesmo.
2. **Conjunto vazio** ($\{\}$ ou $\varnothing$, mas nunca $\{\varnothing\}$): conjunto sem nenhum elemento.
3. **Conjunto potência** ou **Conjunto de partes** (2^A ou $\mathcal{P}(A)$): Conjunto de todos os subconjuntos de A. Exemplo: $A = \{1, 2, 3\} \Rightarrow 2^A = \Big\{\varnothing, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, \{1, 2, 3\}\Big\}$.

Teoria de conjuntos em probabilidade

1. O **espaço amostral** (S) é o conjunto potência de todos os resultados possíveis do experimento aleatório.
2. Um subconjunto do espaço amostral, $E \in S$, é chamado de um **evento**.
3. Um evento $A = S$ é chamado de evento certo (de certeza, não de correto).
4. Um evento $B = \varnothing$ é chamado de evento nulo ou evento impossível.
5. Para dois evento $E, F \in S$
   (a) $E \subseteq F$ significa $F \to E$ ou F implica E (se F ocorre, então E ocorre)
   (b) $E \cup F$ denota o evento E **ou** F.
   (c) $E \cap F$ denota o evento E **e** F.
   (d) $E \cap F = \varnothing$ significa que E e F são eventos **mutuamente exclusivos** ou **disjuntos**.
   (e) $\bar{E}$ significa que o evento E não ocorre.

Propriedades

Leis de comutatividade	$A \cup B = B \cup A$ $A \cap B = B \cap A$
Leis de associatividade	$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$ $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$
Leis de distributividade	$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ $C - (A \cup B) = (C - A) \cap (C - B)$ $C - (A \cap B) = (C - A) \cup (C - B)$ $(B - A) \cap C = (B \cap C) - A = B \cap (C - A)$ $(B - A) \cup C = (B \cup C) - (A - C)$
Leis de identidade	$A \cup \varnothing = A$ $A \cap U = A$ $A - \varnothing = A$ $\varnothing - A = \varnothing$
Leis de complementos	$A \cup \bar{A} = U$ $A \cap \bar{A} = \varnothing$ $\bar{U} = \varnothing$ $\overline{\varnothing} = U$
Involução	$\bar{\bar{A}} = A$
Leis de idempotência	$A \cup A = A$ $A \cap A = A$
Leis de dominação	$A \cup U = U$ $A \cap \varnothing = \varnothing$
Leis de absorção	$A \cup (A \cap B) = A$ $A \cap (A \cup B) = A$
Leis de De Morgan	$\overline{(A \cup B)} = \bar{A} \cap \bar{B}$ $\overline{(A \cap B)} = \bar{A} \cup \bar{B}$
Álgebra da inclusão	$\varnothing \subseteq A \subseteq U$ $A \subseteq B \Leftrightarrow \bar{B} \subseteq \bar{A}$ $A \subseteq A$ (reflexividade) $A \subseteq B$ e $B \subseteq A \Leftrightarrow A = B$ (anti-simetria) $A \subseteq B$ e $B \subseteq C \Rightarrow A \subseteq C$ (transitividade)
Álgebra do complemento	$A - A = \varnothing$ $U - A = \bar{A}$ $A - U = \varnothing$ $B - A = \bar{A} \cap B$ $\overline{(B - A)} = A \cup \bar{B}$