

# Física I IME

2º Semestre de 2016

Instituto de Física  
Universidade de São Paulo

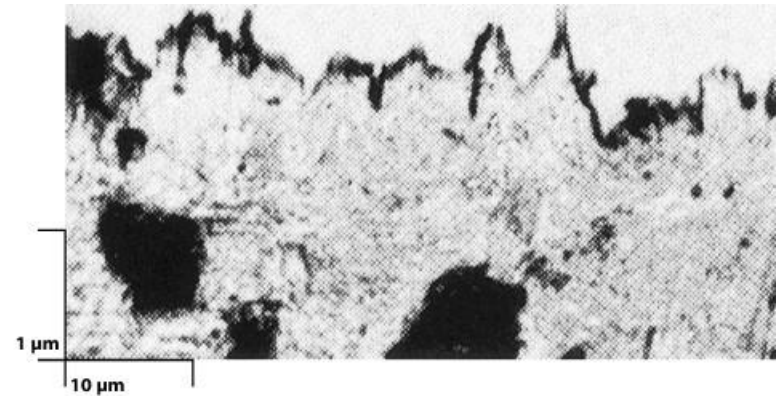
Professor: **Luiz C C M Nagamine**

**E-mail:** [nagamine@if.usp.br](mailto:nagamine@if.usp.br)

**Fone:** 3091.6877

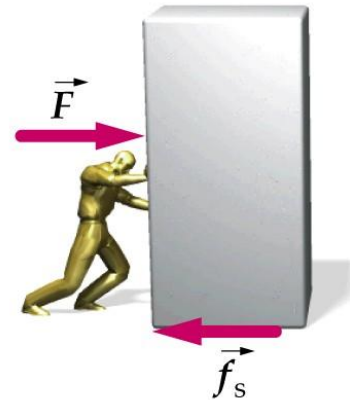
## Atrito

Objetos comuns que parecem lisos, são ásperos e corrugados em escala atômica. Quando as superfícies entram em contato, elas se tocam apenas nas saliências (asperezas). Assim, apenas algumas moléculas de sua superfície interagem quimicamente (atração eletromagnética) com as moléculas do corpo vizinho. Essas interações são responsáveis pelas forças de atrito.



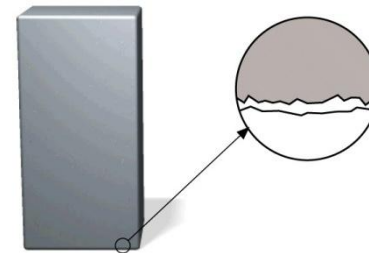
### Atrito Estático

- Atrito estático é a força de atrito que atua quando não existe deslizamento entre as duas superfícies em contato.
- Ele se opõe ao movimento relativo entre as superfícies.
- É proporcional às forças que pressionam as duas superfícies entre si.



$$f_{e_{\max}} = \mu_e F_n$$

$\mu_e$  é o coeficiente de atrito estático

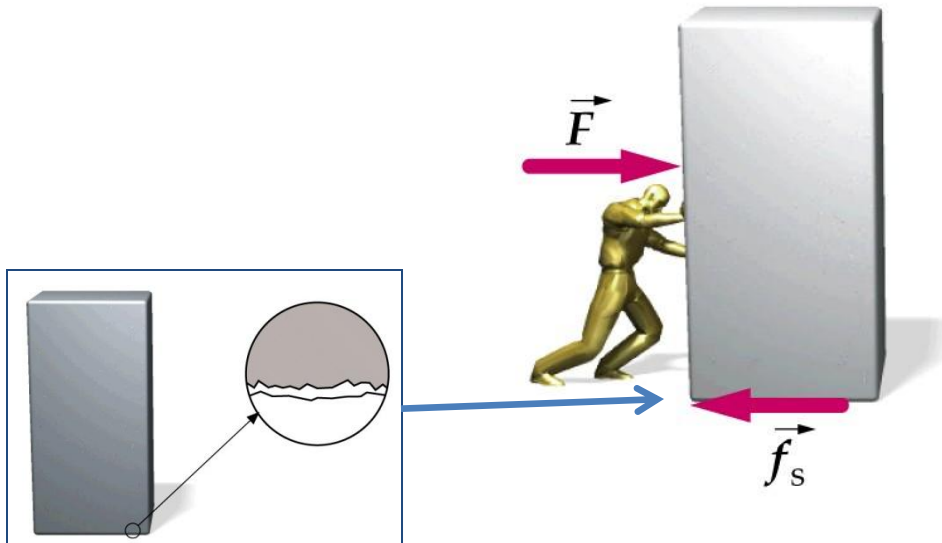
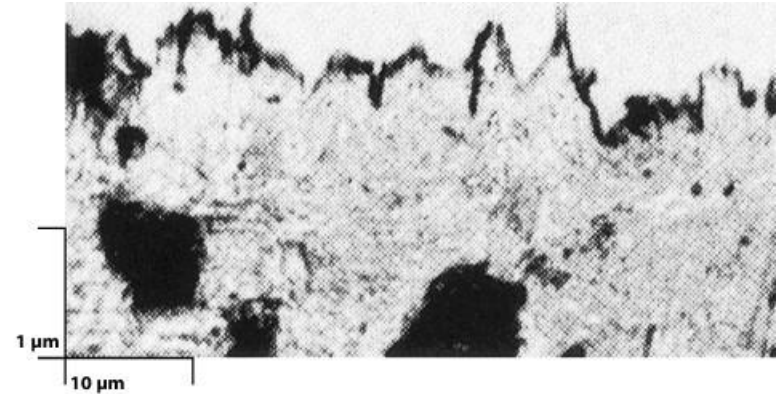


## Atrito Estático

$f_{e\max}$  é um limite superior para a força de atrito estático. Além deste limite, as interações químicas se rompem, permitindo o movimento relativo entre as superfícies.

$$f_e \leq \mu_e F_n$$

$\mu_e$  é o coeficiente de atrito estático

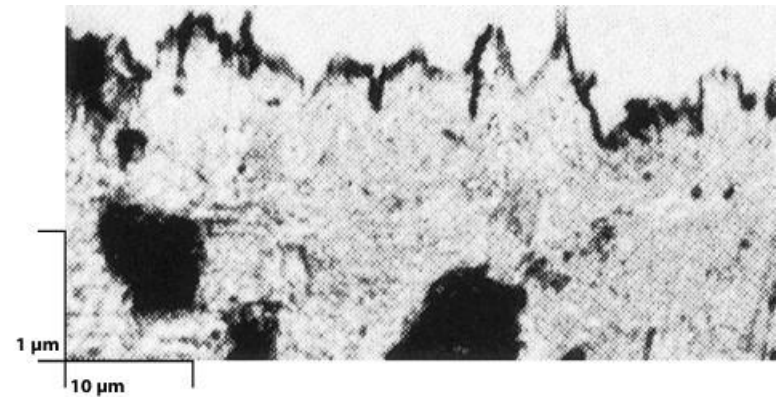


A orientação da força de atrito estático é tal que se opõe à tendência dos deslizamentos.

## Atrito Cinético

Se o esforço entre as superfícies for alto, pode haver movimento relativo. Nestas circunstâncias haverá um atrito entre as superfícies, chamado de atrito cinético (de deslizamento) que se opõe ao movimento.

Este atrito é também proporcional às forças de interação entre as superfícies.



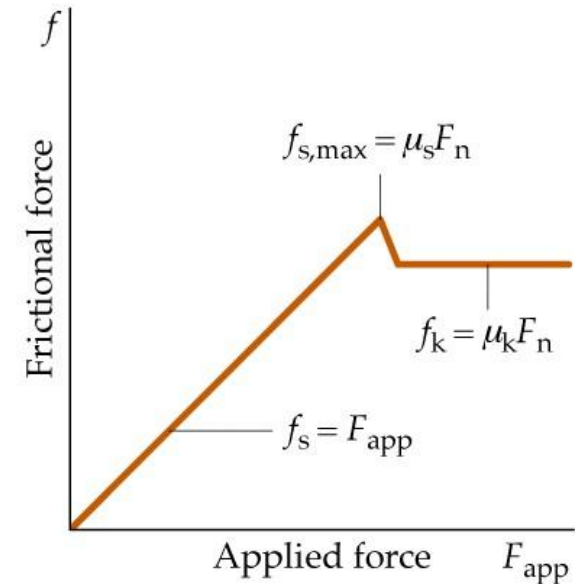
$$f_c = \mu_c F_n$$

$\mu_c$  é o coeficiente de atrito cinético



$$\mu_c \leq \mu_e$$

A orientação da força de atrito estático é tal que se opõe à tendência dos deslizamentos.

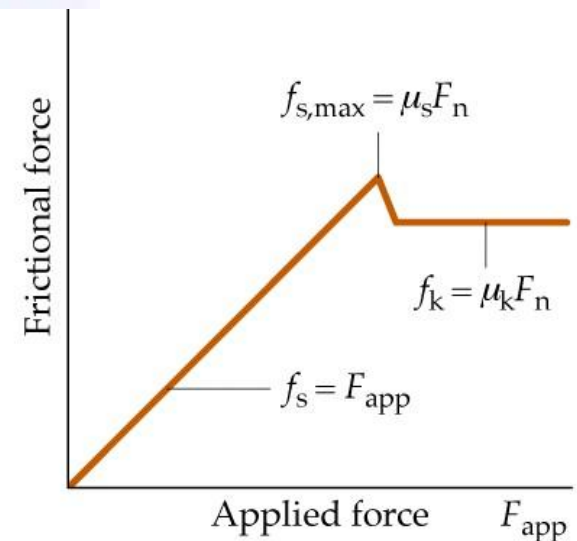


## Atrito Estático e Cinético

**Tabela 5-1** Valores Aproximados de Coeficientes de Atrito

Materiais	$\mu_e$	$\mu_c$
Aço sobre aço	0,7	0,6
Latão sobre aço	0,5	0,4
Cobre sobre ferro moldado	1,1	0,3
Vidro sobre vidro	0,9	0,4
Teflon sobre Teflon	0,04	0,04
Teflon sobre aço	0,04	0,04
Borracha sobre concreto (seco)	1,0	0,80
Borracha sobre concreto (molhado)	0,30	0,25
Esqui parafinado sobre neve (0°C)	0,10	0,05

$$\mu_c \leq \mu_e$$



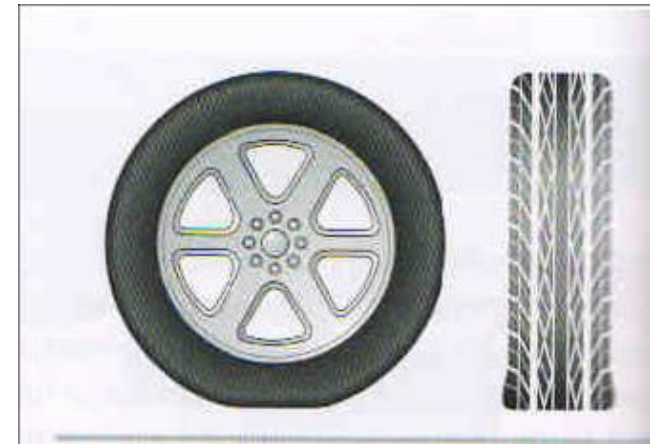
## Atrito de Rolamento

Os materiais reais (pneus e estradas) estão continuamente se deformando, o que gera calor e portanto dissipação de energia. Assim, existe uma força de atrito de rolamento, que se opõe ao movimento e depende da dissipação de energia.

$$f_r = \mu_r F_n$$

$\mu_r$  é o coeficiente de atrito de rolamento

Valores típicos para  $\mu_r$  são de 0,01 a 0,02 entre pneus de borracha e concreto e 0,001 e 0,002 entre rodas de aço e trilhos de aço.

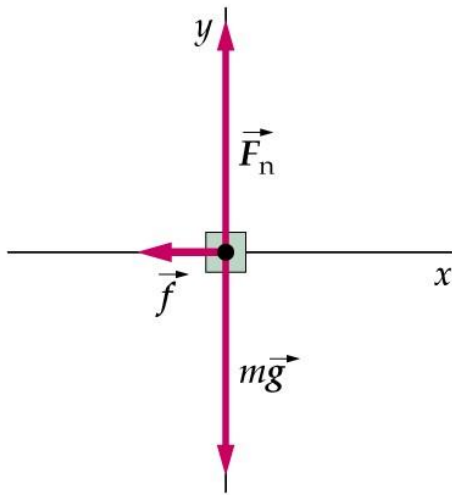


$$\mu_r \ll \mu_c \leq \mu_e$$

Forças de atrito de rolamento são frequentemente desprezadas.

## Exemplos

Em um jogo de hockey, o jogador dá uma tacada no disco (massa= 0,40 kg) que está inicialmente em repouso. O disco parte inicialmente com uma rapidez de 8,5 m/s e desliza por uma distância de 8,0 m antes de parar. Encontre o coeficiente de atrito cinético entre o disco e o chão.



$$\vec{F}_n + \vec{F}_g + \vec{f}_c = m\vec{a}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} F_n - mg = 0 \\ f_c = -ma_x \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} F_n = mg \\ f_c = -\mu_c F_n \end{array} \right.$$

$$\mu_c mg = -ma_x$$

$$a_x = -\mu_c g$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x$$

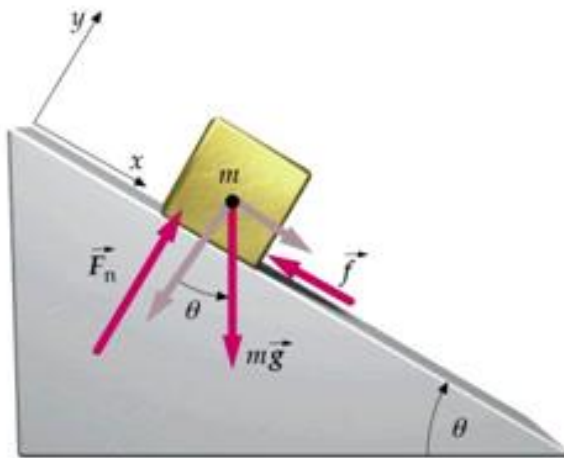
$$v^2 = -2\mu_c g\Delta x$$

$$\mu_c = 0,46$$

Usando Torricelli, temos:

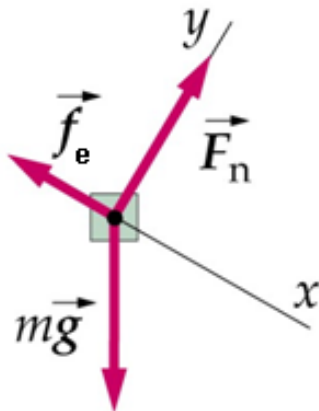
## Exemplos

Uma moeda foi colocada sobre a capa de um livro, que está sendo aberto progressivamente. O ângulo  $\theta_{\max}$  é o ângulo que a capa forma com a horizontal, quando a moeda começa a se mover. Encontre o coeficiente de atrito estático entre a capa e a moeda.



$$\vec{F}_n + \vec{F}_g + \vec{f}_e = m\vec{a}$$

$$\begin{cases} F_n - mg \cos \theta = 0 \\ f_e - mg \sin \theta = 0 \end{cases} \quad \left\{ \begin{array}{l} f_e = F_n \tan \theta \end{array} \right.$$



mas:  $f_e \leq \mu_e F_n$

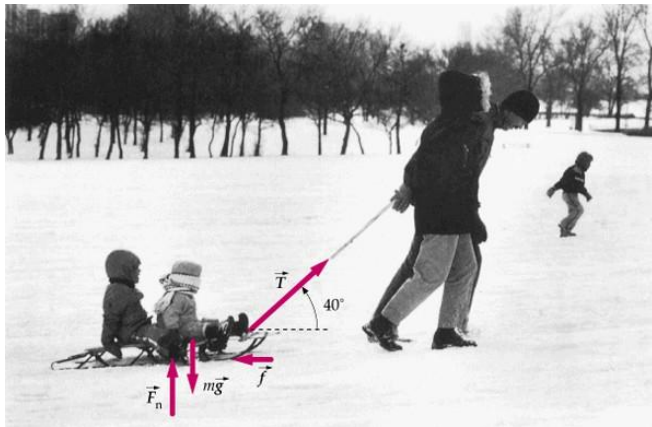
No limite de escorregamento

$$\mu_e = \tan \theta_{\max}$$



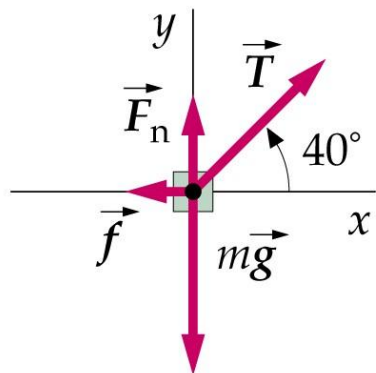
Duas crianças estão sentadas em um trenó em repouso. Você começa a puxá-las por uma corda que faz um ângulo de  $40^\circ$  em relação à horizontal. A massa total das crianças é 45 kg e do trenó 5 kg. Os coeficientes de atrito estático e cinético são 0,20 e 0,15. Encontre a força de atrito entre o trenó e a neve e a aceleração do trenó, se a tensão na corda for (a) 100 N e (b) 140 N.

Verificar se a condição é estática  $f_e \leq \mu_e F_n$



$$\vec{F}_n + \vec{F}_g + \vec{f} + \vec{T} = m\vec{a}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} F_n + T \sin 40^\circ - mg = 0 \\ -f_e + T \cos \theta = 0 \end{array} \right. \quad f_e = T \cos \theta$$



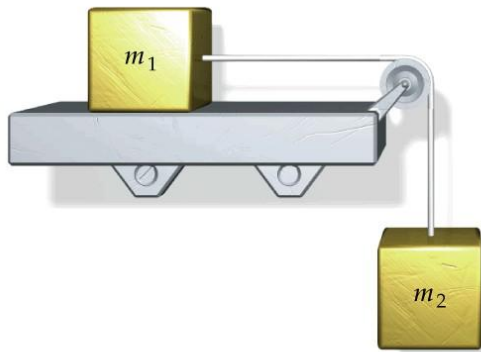
Para  $T = 100 \text{ N}$

$$\left. \begin{array}{l} f_e = 77 \text{ N} \\ \mu_e F_n = 85 \text{ N} \end{array} \right\} f_e \leq \mu_e F_n$$

Para  $T = 140 \text{ N}$

$$\left. \begin{array}{l} f_e = 107 \text{ N} \\ \mu_e F_n = 80 \text{ N} \end{array} \right\} f_e \geq \mu_e F_n$$

Na figura abaixo, o bloco  $m_2$  ( $=5,0$  kg) está ajustado para que o bloco  $m_1$  ( $=7,0$ kg) esteja na iminência de escorregar. (a) Qual é o coeficiente de atrito estático entre a mesa e o bloco? (b) Com um pequeno toque, os blocos se movem. Encontre a aceleração, sabendo que o coeficiente de atrito cinético entre bloco e mesa é de  $0,54$ .



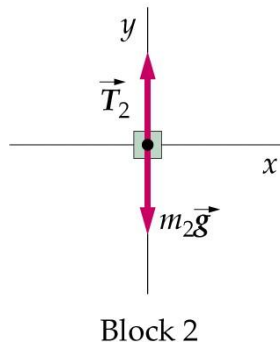
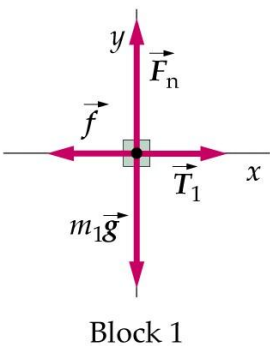
(a) Condição estática

$$\left\{ \begin{array}{l} F_n - m_1 g = 0 \\ -f_e + T = 0 \\ m_2 g - T = 0 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} F_n = m_1 g \\ f_e = m_2 g \end{array}$$

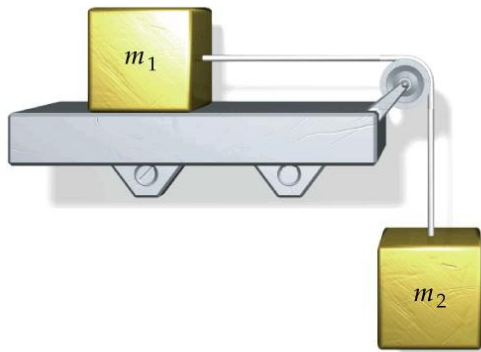
No limite de escorregamento

$$f_e = \mu_e F_n$$

$$\mu_e = \frac{m_2}{m_1} = 0,71$$



Na figura abaixo, o bloco  $m_2$  ( $=5,0$  kg) está ajustado para que o bloco  $m_1$  ( $=7,0$ kg) esteja na iminência de escorregar. (a) Qual é o coeficiente de atrito estático entre a mesa e o bloco? (b) Com um pequeno toque, os blocos se movem. Encontre a aceleração, sabendo que o coeficiente de atrito cinético entre bloco e mesa é de  $0,54$ .



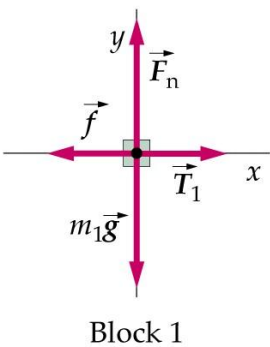
(b) Em movimento

$$\begin{cases} F_n - m_1 g = 0 \\ -f_c + T = m_1 a \\ m_2 g - T = m_2 a \end{cases} \quad f_c = \mu_c F_n$$

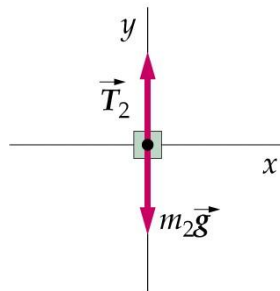
$$F_n = m_1 g$$

$$-f_c + m_2 g = (m_1 + m_2) a$$

$$a = \frac{m_2 - \mu_c m_1}{m_1 + m_2} g = 1,0 m / s^2$$



Block 1



Block 2

Quando um objeto se move através de um fluido, este exerce uma força de arraste, que se opõe ao movimento do objeto.

A força de arraste depende da forma do objeto, das propriedades do fluido e da rapidez do objeto em relação ao fluido.

Tipicamente a força de arraste é do tipo  $F_a = bv^n$ , onde  $b$  é uma constante.

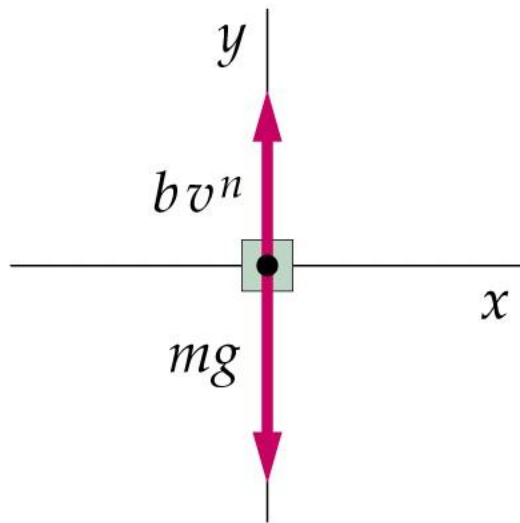
Porém, para pequenas velocidades,  $n = 1$ .

Considere um objeto largado do repouso, caindo no ar.

$$mg - bv^n = ma$$

$$a = g - \frac{b}{m} v^n$$

Na medida que o objeto cai, sua velocidade aumenta, até que a aceleração se torne nula, atingindo uma velocidade limite  $v_l$ .



$$v_l = \left( \frac{mg}{b} \right)^{1/n}$$

$$mg - bv^1 = m \frac{dv}{dt} \quad \longrightarrow \quad \frac{mg - bv}{b} = \frac{m}{b} \frac{dv}{dt}$$

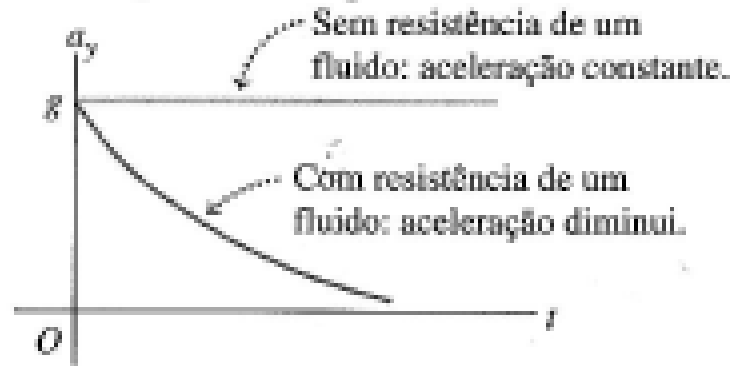
$$\frac{dv}{v - v_t} = -\frac{b}{m} dt \quad \longrightarrow \quad \int_0^v \frac{dv}{v - v_t} = -\frac{b}{m} \int_0^t dt$$

$$\ln \frac{v_t - v}{v_t} = -\frac{b}{m} t \quad \longrightarrow \quad v = v_t \left[ 1 - \exp\left(-\frac{b}{m} t\right) \right]$$

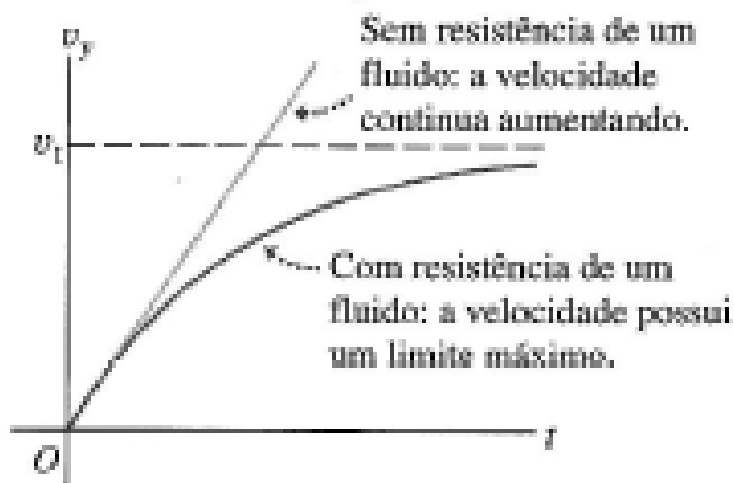
$$a = g \exp\left(-\frac{bt}{m}\right)$$

$$y = v_t \left[ t - \frac{m}{b} \left( 1 - \exp\left(-\frac{bt}{m}\right) \right) \right]$$

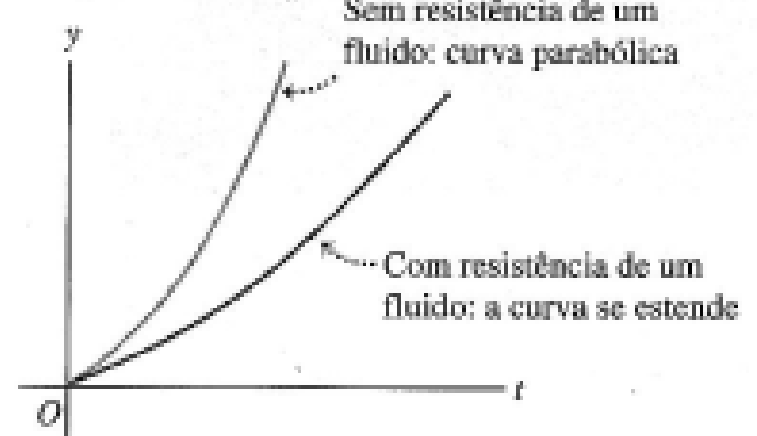
Aceleração *versus* tempo.



Velocidade *versus* tempo.

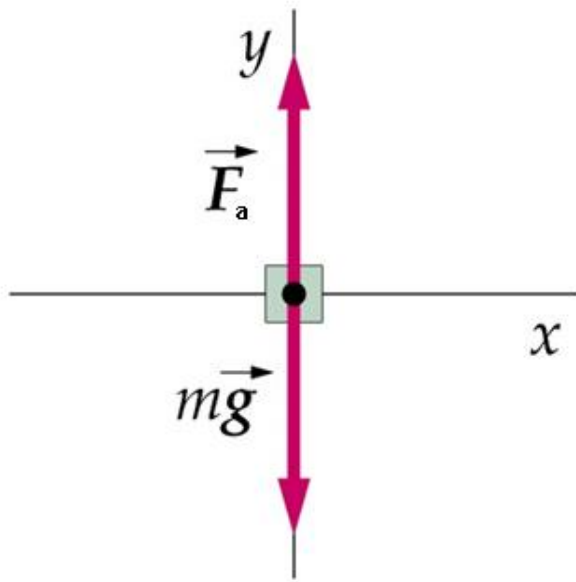


Posição *versus* tempo.



Um para-quedista de 64 kg cai com uma rapidez terminal de 180 km/h, com seus braços e pernas estendidos. (a) Qual a magnitude da força de arraste, sobre o para-quedista? (b) Se  $n=2$ , qual é o valor de  $b$ ?

(a) Força de arraste



$$F_a = mg$$

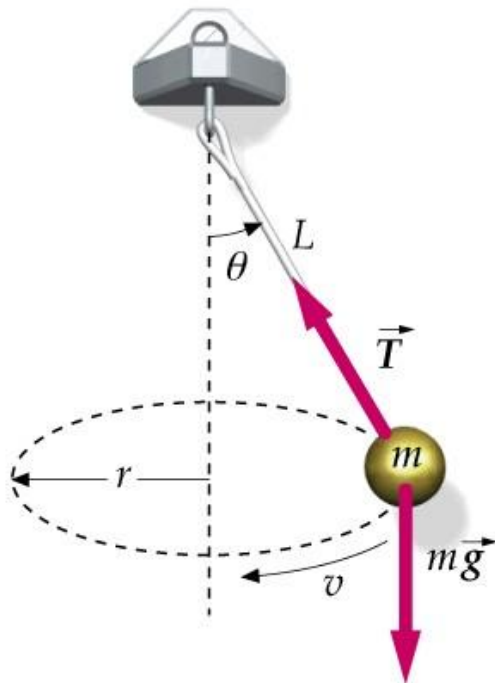
$$F_a = 628 \text{ N}$$

(b) Valor de  $b$

$$F_a = bv^2$$

$$b = \frac{mg}{v^2} = 0,251 \text{ kg} / \text{m}$$

Considere um corpo de massa  $m$ , suspenso por um fio, fazendo um movimento circular de raio  $r$  e com rapidez constante  $v$ .



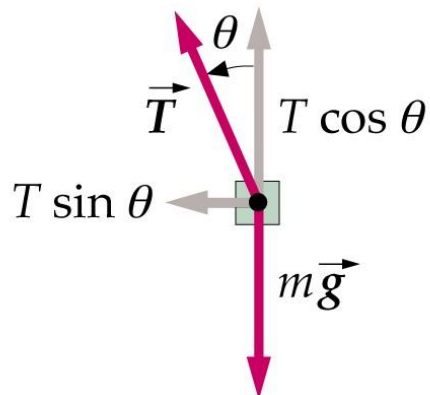
$$\vec{T} + \vec{F}_g = m\vec{a}$$

$$T \cos \theta - mg = 0$$

$$T \sin \theta = ma_r$$

$$a_r = \frac{v^2}{r}$$

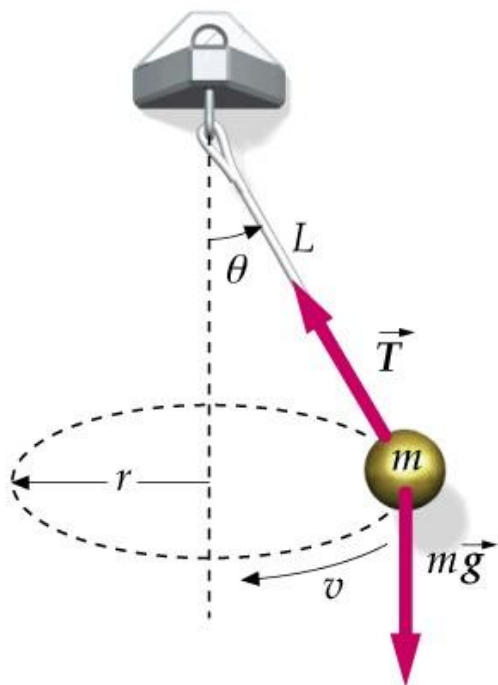
$$F_{cp} = m \frac{v^2}{r} = T \sin \theta$$



Chamamos de Força Centrípeta a componente da resultante que é responsável pelo movimento circular.



Considere um corpo de massa  $m$ , suspenso por um fio, fazendo um movimento circular de raio  $r$  e com rapidez constante  $v$ .



$$\vec{T} + \vec{F}_g = m\vec{a}$$

$$T \cos \theta - mg = 0$$

$$T \sin \theta = m \frac{v^2}{r}$$

Determine:

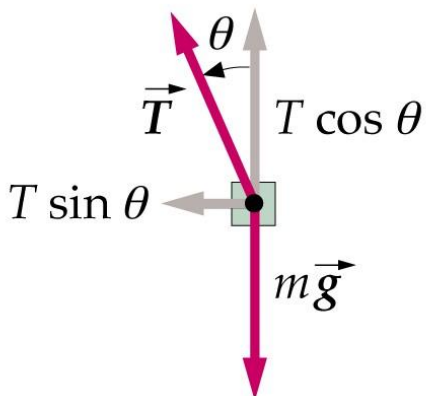
(a) A tensão no fio.

(b) A rapidez da esfera.

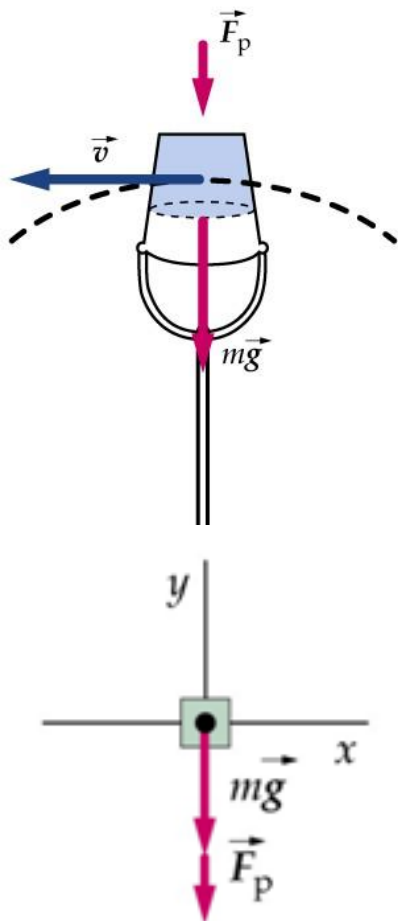
$$T = mg / \cos \theta$$

$$rT \sin \theta / m = v^2$$

$$v = \sqrt{rg \tan \theta}$$



Considere um balde com uma massa  $m$  de água, preso a um fio, girando em um plano vertical em uma trajetória circular de raio  $r$ . Se a velocidade no topo do movimento é  $v_{topo}$ , encontre (a) a força exercida pelo balde sobre a água. (b) O valor mínimo de  $v_{topo}$  para que a água permaneça no balde. (c) qual é a força do balde sobre a água, na base do círculo (use  $v_{base}$ ):



(a)

$$\vec{P} + \vec{F}_p = m\vec{a}$$

$$F_p + mg = m \frac{v_{topo}^2}{r}$$

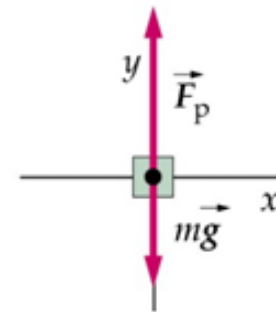
$$F_p = m \left( \frac{v_{topo}^2}{r} - g \right)$$

(b)  $F_p = 0$

$$0 = m \left( \frac{v_{topo_{min}}^2}{r} - g \right)$$

$$v_{topo_{min}} = \sqrt{rg}$$

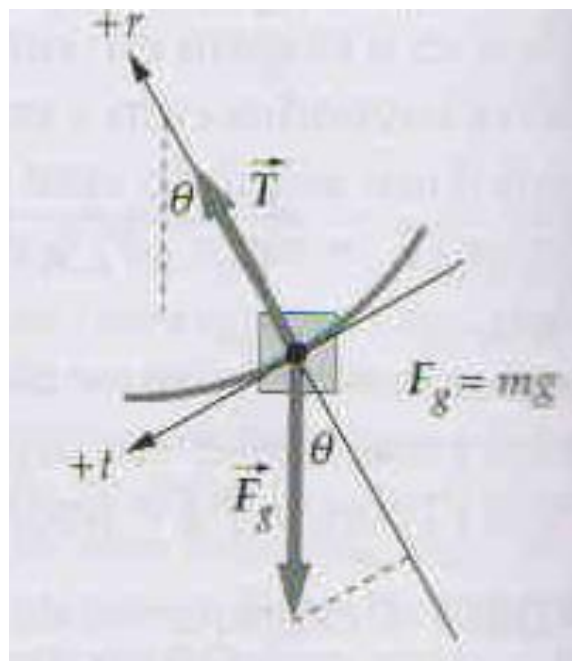
(c)



$$F_p - mg = m \frac{v_{base}^2}{r}$$

$$F_p = m \left( \frac{v_{base}^2}{r} + g \right)$$

Voce abandona um galho de uma árvore agarrado a um cipó de 30 m de comprimento, que está preso em outro galho, na mesma altura e distante 30 m. Qual é a taxa de aumento da sua rapidez no instante em que o cipó faz um ângulo de 25° com a vertical.



$$\vec{T} + \vec{F}_g = m\vec{a}$$

$$T - mg \cos \theta = ma_{cp}$$

componentes:

radial

$$mg \sin \theta = ma_t$$

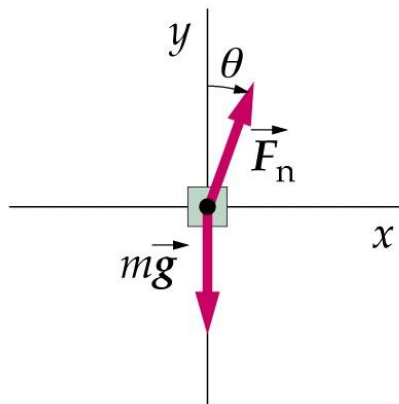
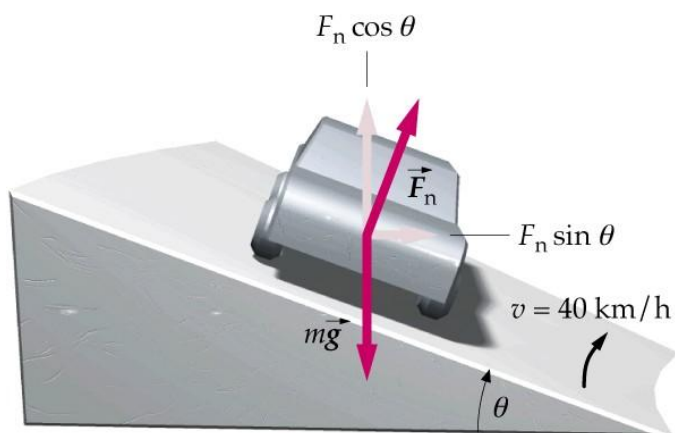
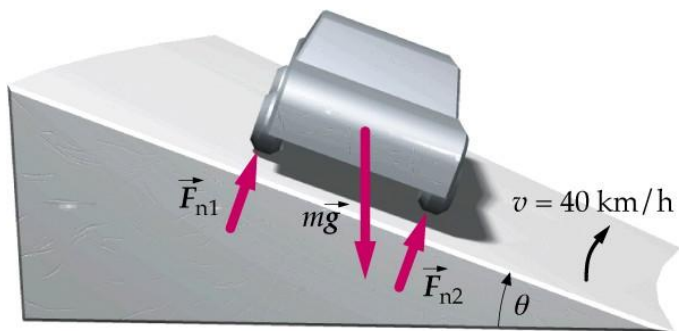
tangencial

$$a_t = g \sin \theta = 4,1m / s^2$$

**Uma curva de 30,0 m de raio é inclinada de um ângulo  $\theta$ . Encontre  $\theta$  para que o carro percorra a curva a 40,0 km/h, mesmo se a estrada estiver coberta de gelo.**

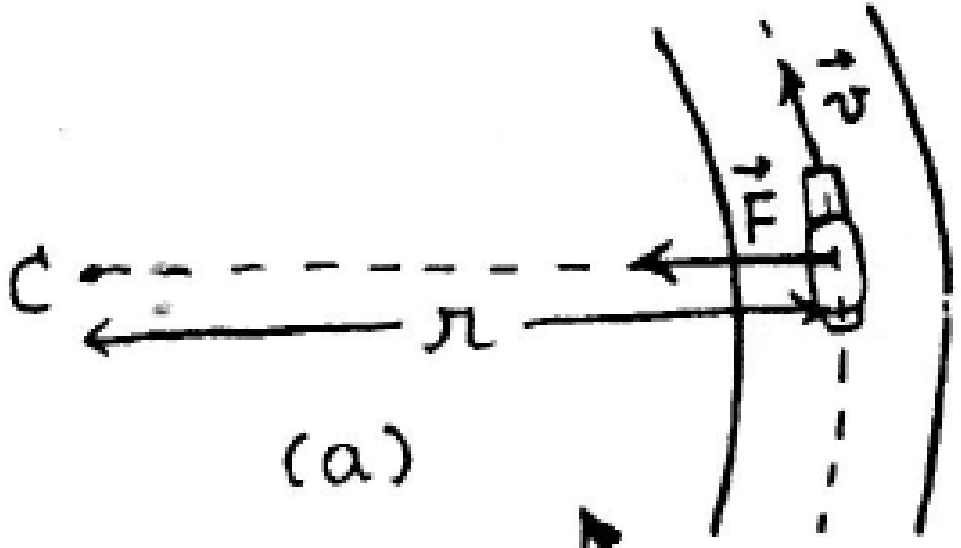
$$\vec{P} + \vec{F}_n = m\vec{a}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} F_n \cos \theta - mg = 0 \\ F_n \sin \theta = m \frac{v^2}{r} \end{array} \right.$$

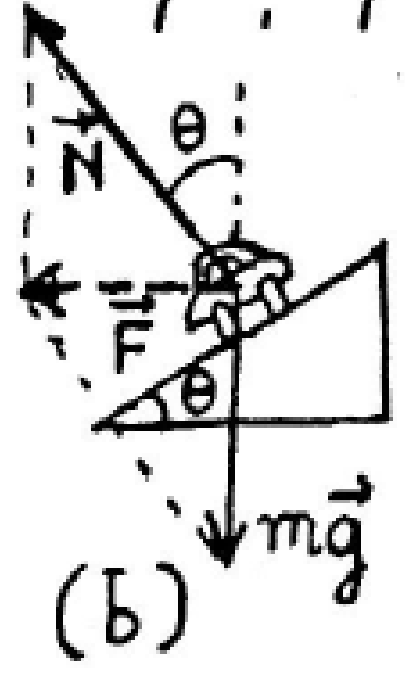


$$\tan \theta = \frac{v^2}{rg}$$

$$\theta = 22,8^\circ$$



(a)



(b)