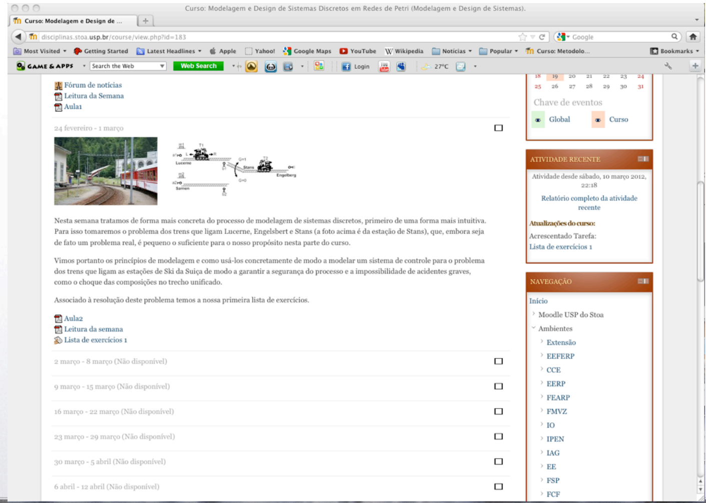
PMR 5237
Modelagem e Design de Sistemas Discretos em Redes de Petri

Aula 3: Redes Elementares e Redes P/T

Prof. José Reinaldo Silva
reinaldo@poli.usp.br

Suporte a disciplinas : Moodle STOA

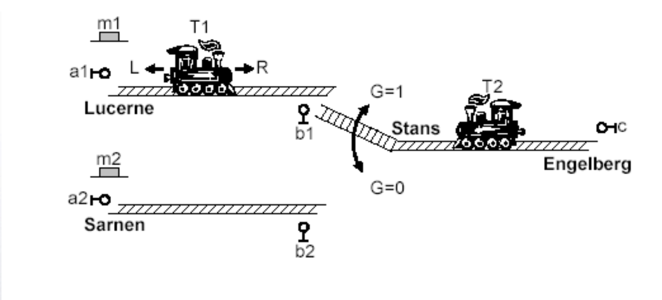


Princípios para modelagem em Redes de Petri

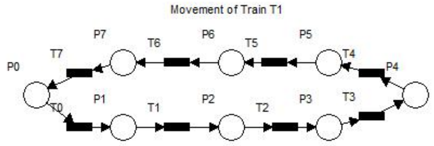
As redes possuem propriedades típicas dos esquemas que as tornam
Uma excelente representação formal para sistemas (dinâmicos) discretos,
Entre os quais figuram :

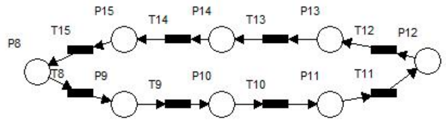
o princípio da dualidade
o princípio da localidade
o princípio da concorrência
o principio da representação gráfica
o princípio da representação algébrica

Exemplo: manobrando linhas de trem

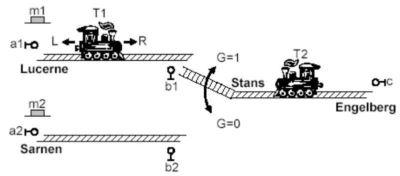


O problema de automação e controle



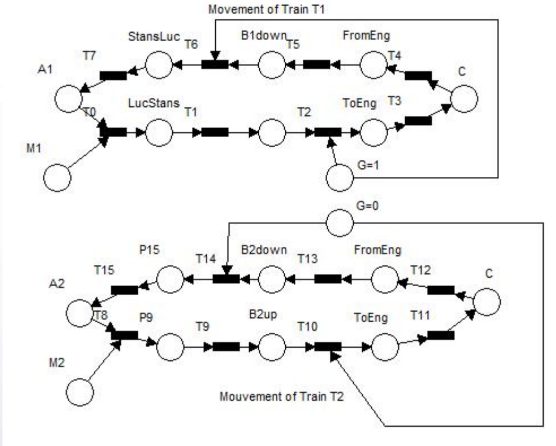


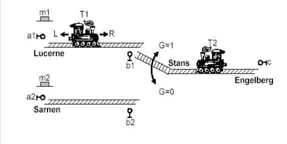
Nos diagramas ao lado temos o modelo gráfico do movimento de cada trem (um esquema cuja interpretação do significado de lugares e transições se encontra nas transparências anteriores). O problema de automação aqui é do tipo semáforo, no sentido que somente um dos trens pode estar no trecho unificado de cada vez, e de sincronismo, dado que, se um dos trens (T1) faz o trajeto de Lucerne a Engelberg, ao voltar deve encontrar o gate G na posição 1. Similarmente o outro trem (T2) deve encontrar este mesmo gate na posição G=0.



Usando o gate para sincronizar o movimento

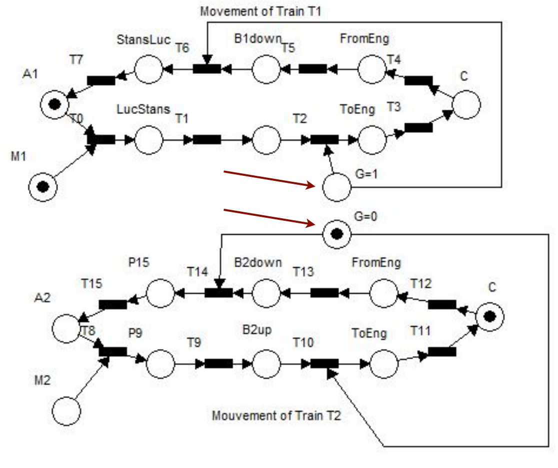
Modelamos então o estado do gate G e sua influência no movimento de cada trem

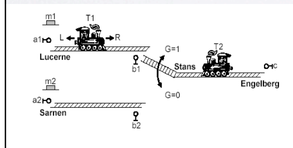




Síntese do modelo obtido

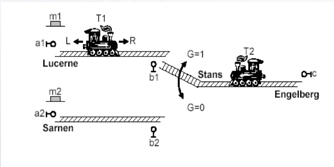
Inserindo o estado inicial temos o problema parcialmente modelado, isto é, apenas com a sincronização resolvida. Mas note que os lugares apontados pelas setas representam estados do mesmo gate G. Portanto se um deles é marcado automaticamente desmarca o outro, configurando um conflito

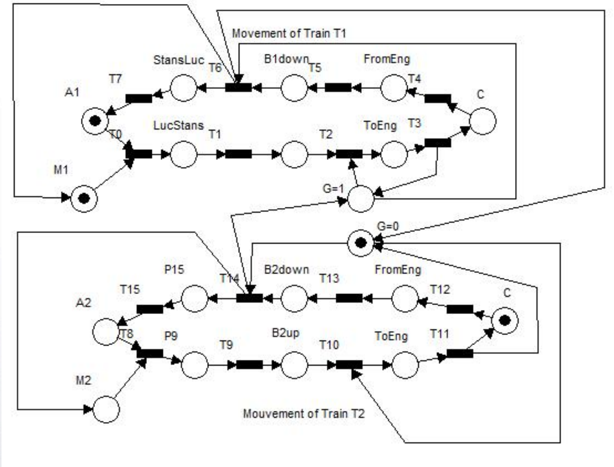




O modelo completo

Garantindo a alternância de marcação do mutex, e também que o modelo seja cíclico, isto é, que retorna ao estado inicial depois de alguns disparos, temos o modelo completo.





A equação de estado

Finalmente, podemos ter a equação que dá o fluxo de marcas (equação de estado) expressa na forma matricial como,

$$M_i = M_0 + A^T \sum_0^{i-1} T_j = M_0 + A^T \sigma_{i-1}$$

Lista de exercícios: Exec. 4

Mostre que se o vetor de habilitação usado na equação de estado denotar uma situação de conflito o estado final é inconsistente, isto é, pode ter marcação negativa.

Processo de Modelagem

- Identificar todos os estados (determinar o espaço de estados)
- Identificar todas as transições (determinar as transições admissíveis)
- Identificar as possíveis trajetórias no espaço de estados previlegiando as simetrias
- Inserir os sincronismos, conflitos (mutex) e dependências entre trajetórias independentes
- verificar o modelo, o que de forma clássica significa usar um jogador de marcas

Forward case class

Portanto é possível gerar estados a partir de um estado dado, que pode ser, por exemplo o estado inicial. O conjunto de estados gerados a partir deste gerador é chamado de forward case class e é denotado por $[M_0\rangle$

Sistema Elementar

Portanto, para efeito de modelagem e análise de sistemas a escolha do estado inicial é sempre muito importante. Definiremos a seguir um tipo de redes de Petri, inerido na classe do que é chamado de redes clássicas.

Definition (8)

Uma rede de Petri elementar é uma n-upla $N = (S, T; F, M_0)$, onde $(S, T; F)$ é uma estrutura de rede como definido anteriormente.

O conjunto de estados que este sistema admite é determinado pela escolha do gerador M_0 e é denotado por $\mathcal{C}_{\mathcal{N}} = [\mathrm{M}_0\rangle$, que é o seu "forward case class".

Definition 9

Seja um sistema elementar $N = (S, T; F, C_0)$. Definimos como o case set de N, e denotamos por $\mathbb{C}_{\mathrm{N}}$, o sub-conjunto minimal de $\mathscr{P}(\mathrm{S})$ que satisfaz às seguintes condições:

1. $C_0 \in \mathbb{C}_N$;
2. $sec_1 \in \mathbb{C}_N$ e $\exists v \in \mathrm{T}\, |\mathrm{c}_1\, |v\rangle\, \mathrm{c}_2$, então $c_2 \in \mathbb{C}_N$.

Definition 10

Seja um sistema elementar $N = (S, T; F, C_0)$. O conjunto de todos os passos deste sistema, denotado por $\mathcal{P}_{\mathrm{N}}$, é dado por:
$\mathcal{P}_N = \{v \subseteq T^* | \exists c_1, c_2 \in \mathbb{C}_N . c_1 \, |v\rangle \, c_2\}$

Seja a rede elementar $N = (S, T; F, C_0)$ e o seu case set $\mathbb{C}_\mathrm{N} \subseteq \mathscr{P}(\mathrm{S})$

Definition 11

Definimos a relação de atingibilidade $R = (r \cup r^{-1})^\star$, onde $r \subseteq \mathscr{P}(S) \times \mathscr{P}(S)$ de modo que $c\, r\, c' \iff \exists v \in T^* |\, c\, |v\rangle\, c'$.

Proposition 1

O case $\mathbb{C}$ é classe de equivalencia de R.

Demonstração: Lista de Exercícios, Exec. 6

Sistema Elementar

Seja um sistema elementar $N = (P, T, F, C_{in})$, podemos definir como a rede subjacente ao sistema N, ou simplesmente $und(N)$, à rede (P, T, F), que também é chamada de estrutura de N.
Note-se que a classe de estados definida por N e por $und(N)$ é basicamente diferente.

Sistema Sequencial

Definition 12

Seja um sistema elementar $N = (S, T; F, C_0)$. Este sistema é dito sequencial se e somente se:

- $||C_0|| = 1$.
- $\forall C \in |C_0\rangle, ||C|| = 1$.

Máquinas de Estado

Definition 13

Seja um sistema elementar $N = (S, T; F, C_0)$. Este sistema é dito uma máquina de estados se e somente se $\forall t \in T, \|\bullet t\| = \|t\bullet\| = 1$.

Se um dado sistema é uma máquina de estado, isto implica que não conflito ou sincronismo?

Grafos marcados e Redes Free Choice

Definition 14

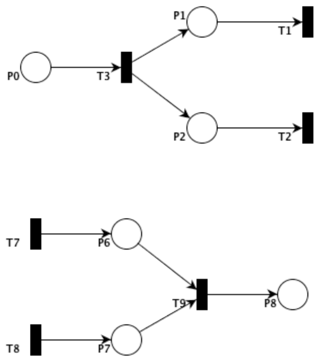
Seja um sistema elementar $N = (S, T; F, C_0)$. Este sistema é dito um grafo marcado se e somente se $\forall s \in S, \|\bullet s\| = \|s\bullet\| = 1$.

Definition 15

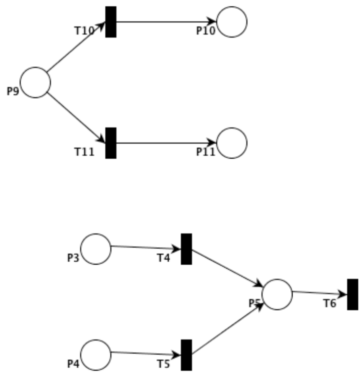
Seja um sistema elementar $N = (S, T; F, C_0)$. Este sistema é dito uma rede *free choice* se e somente se $\forall s \in S, \|s\bullet\| = 1 \, ou \, \bullet(s\bullet) = \{s\}$.

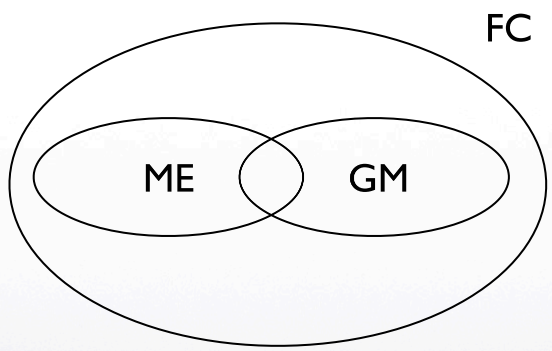
Desel, J. and Esparza, J.; Free Choice Nets, Cambridge University Press, 1995.

Sincronismo



Conflito

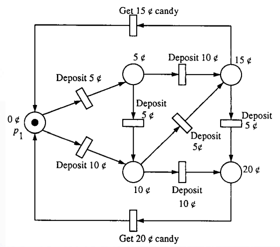



FC
ME
GM

Exemplo

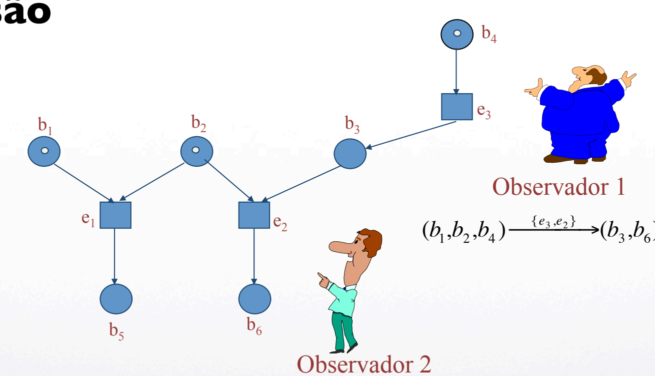
Quais as características desejáveis de um sistema automatizado?

Um exemplo (retirado do artigo de Tadao Murata, Petri Nets: Properties Analysis and Applications), é o mostrado pela rede ao lado, cuja interpretação seria a de uma máquina de vender chocolates, usando moedas de 5c e 10c.
Imagine que os chocolates vendidos custam, respectivamente 15c e 20c. O controle da máquina é preparado para aceitar estes valores e habilitar a liberação somente do chocolate com o custo correspondente.



Extraído de Petri Nets: Properties Analysis and Applications, Tadao Murata, IEEE Proceedings, 1989..

Desfazendo a confusão



$$(b_1, b_2, b_4) \xrightarrow{\{e_3, e_2\}} (b_3, b_6)$$

$$(b_1, b_2, b_4) \xrightarrow{\{e_1, e_3\}} (b_3, b_5)$$

Contato ou confusão

Dois eventos t_1 e t_2 são ditos em contato (ou confusão) se e somente se ambos estão habilitados e se ${}^\bullet t_1 \cap t_2{}^\bullet \neq \phi$ ou se $t_1{}^\bullet \cap {}^\bullet t_2 \neq \phi$.

O contato é particularmente incômodo em processos seqüenciais.

Sistema completo

Dado um sistema elementar N=(S,T;F, c_0), definiremos como sendo o sistema N', S-completo em relação a N, um outro sistema elementar N'=(S',T';F', c_0'), onde

i)

$$S' = S \cup \overline{S}, \text{ onde } \overline{\mathrm{S}} \text{ é o dual de S, isto é,}$$

$$\overline{S} = \{\overline{s} \mid \forall s \in S.(\exists | \overline{s}.(\bullet s = \overline{s}\bullet) \wedge (s\bullet = \bullet\overline{s}) \text{ e}$$

$$m(\overline{s}) + m(s) = 1, \text{ onde } m(s) \text{ é a marcação de s.}$$

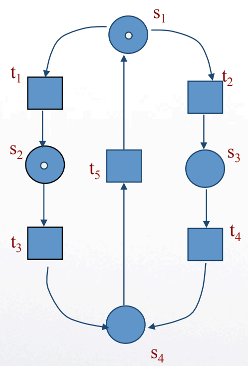
iii)

$$F' = F \cup \overline{F}, \text{ onde}$$
$$\overline{F} = \{(t,\overline{s}) \mid t \in T \wedge (s,t) \in F\} \cup \{(\overline{s},t) \mid t \in T \wedge (t,s) \in F\}$$

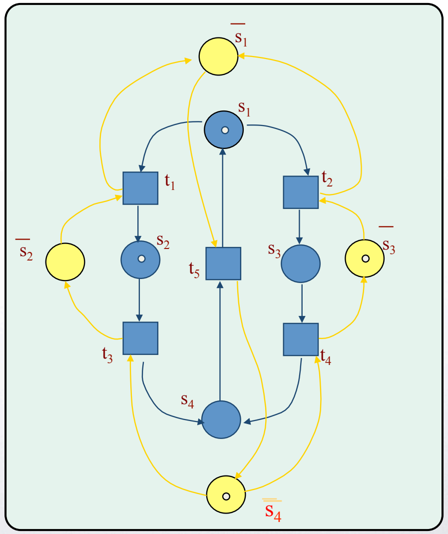
iv)

$$c_0{}' = c_0 \cup \varphi\ (\overline{S}) \text{ onde } \varphi\ (\overline{S}) = \{\overline{s} \in \overline{S} \mid s \notin c_0\}$$

Exemplo



s_1
t_1
t_2
s_2
t_5
s_3
t_3
t_4
s_4



$\overline{s_1}$
s_1
t_1
t_2
$\overline{s_2}$
s_2
t_5
s_3
$\overline{s_3}$
t_3
t_4
s_4
$\overline{s_4}$

Teorema 1

Seja um sistema elementar $N = (S, T; F, C_0)$. O sistema S-completo $N' = (S', T'; F', C'_0)$ é livre de contato.

Dem] Lista de exercícios 2

Hints

- Toda rede N possui um dual N'
- Afora o contato, a seq. de eventos em N é igual a seq. de eventos em N'

$$\forall c \in C_N . \exists c' \in C_{N'} \mid c \subset c'$$

portanto, existe uma bijeção $\beta : C_{N'} \leftrightarrow C_N$

A seqüência de eventos N' é unívoca no que se refere a contato

Até aqui o movimento das marcas representaram ações unitárias (aplica-se uma ação de cada vez, com um efeito bastante específico, como inserir uma moeda de 5c ou 10c em um repositório). O número de ações nos exemplos mostrados é sempre pequeno, embora possa ser repetido várias vezes.

Casos como estes são passíveis de serem representados com o que chamamos de Sistemas (ou redes) Elementares. Exemplos mais complexos podem ainda ser vistos desta forma como uma abstração ou análise qualitativa do sistema analisado.

Há casos onde este tipo de análise não é suficiente.

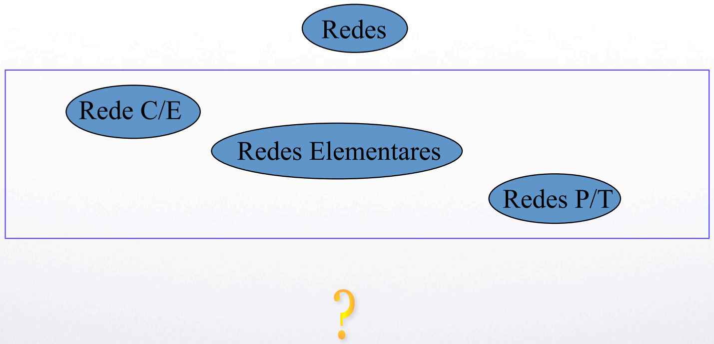
Os sistemas produtivos

Os sistemas produtivos também se enquadram na categoria que acabamos de descrever, onde existe um estado inicial claramente definido e trata-se de sequenciar ações (não necessáriamente um número pequeno) que leva a um estado final também bem definido (onde algum produto é fabricado ou montado). No final do processo o sistema é capaz de retornar ao estado inicial e repetir o mesmo processo novamente, seguindo exatamente os mesmos passos (e manufaturando um produto "igual").

Buffers

Buffers são usados para regular a velocidade de produção, especialmente quando se tem sub-processos que são mais rápidos que outros, pertencentes a um mesmo processo. Neste caso a modelagem deve ter em conta o número de peças no buffer

As redes de Petri Clássicas



Redes Place/Transition (P/T)

- número irrestrito (*w*) de marcas em cada lugar
- relações de fluxo não unitárias (peso dos arcos)
- determinação de capacidade dos lugares (> 1)
- indistinguibilidade das marcas
- geração de estados à partir de um estado inicial

Redes elementares → **Redes P/T**

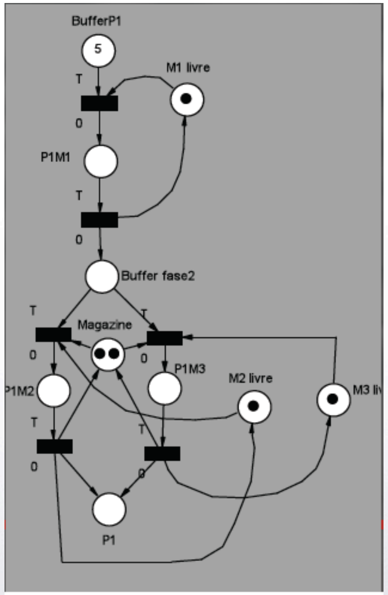
Fabricação Flexível

Sejam dois lotes de peças com seqüenciamento de processos distintos, e três máquinas, M1, M2 e M3 onde as duas últimas compartilham o mesmo magazine de ferramentas e executam os mesmos processos:

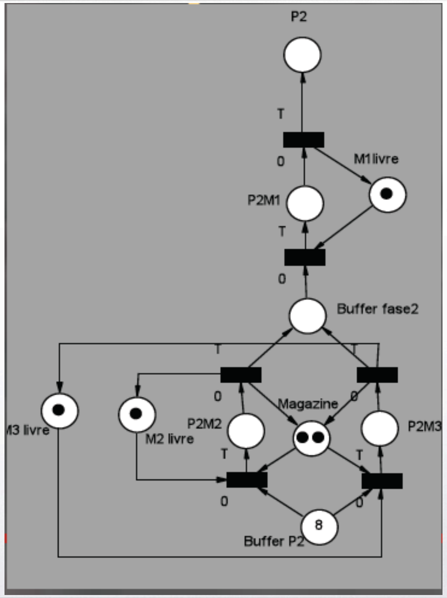
P1 ≡ M1; (M2 ∨ M3)

P2 ≡ (M2 ∨ M3); M1

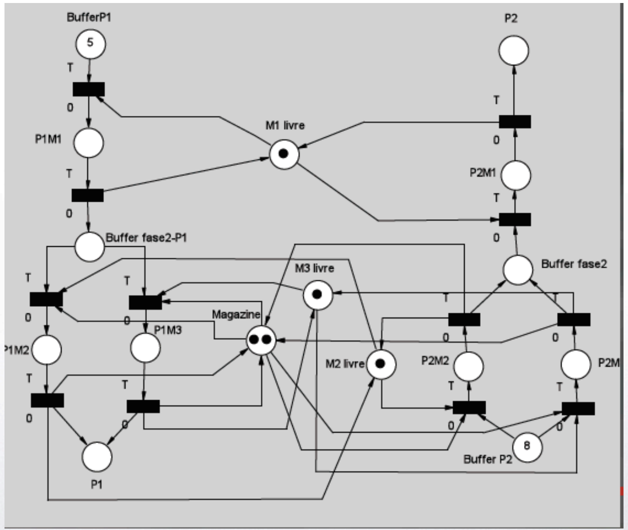
Fabricação de P1



Fabricação de P2



Sincronizando P1 e P2



Redes P/T: Definição

Definition 16

Uma rede Place/Transition P/T, é uma n-upla, $N = (S, T; F, W, K, M_0)$, onde,

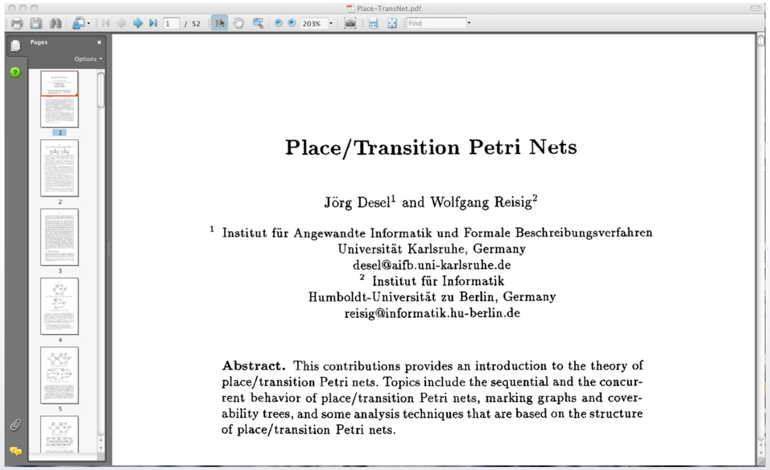
- S é um conjunto finito de lugares;
- T é um conjunto finito de trasições;
- $F = (S \times T) \cup (T \times S)$ representa as relações de fluxo (arcos);
- $W : F \rightarrow \mathbb{N}^+$ representando o peso, isto é, a quantidade de marcas que flui em cada arco;
- $K : S \rightarrow \mathbb{N}$ é um mapeamento que atribui a cada lugar uma capacidade máxima para o armazenamento de marcas.
- M_0 é a marcação inicial.

Trabalho Final

Para a próxima aula vocês devem agora ter um documento preliminar para o projeto final (artigo) contendo:

1. Título (e não importa se o título for modificado no futuro)
2. Abstract em inglês
3. Introdução com uma explicação um pouco mais detalhada sobre o tema, a motivação e o resultado esperado;
4. Aguma bibliografia preliminar deve ser acrescentada (e lida).

Leitura da Semana



Place/Transition Petri Nets

Jörg Desel[1] and Wolfgang Reisig[2]

[1] Institut für Angewandte Informatik und Formale Beschreibungsverfahren
Universität Karlsruhe, Germany
desel@aifb.uni-karlsruhe.de
[2] Institut für Informatik
Humboldt-Universität zu Berlin, Germany
reisig@informatik.hu-berlin.de

Abstract. This contributions provides an introduction to the theory of place/transition Petri nets. Topics include the sequential and the concurrent behavior of place/transition Petri nets, marking graphs and coverability trees, and some analysis techniques that are based on the structure of place/transition Petri nets.

Fim