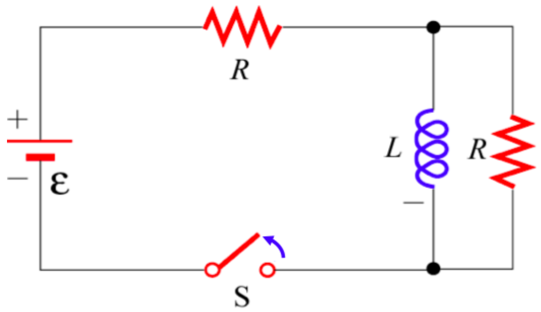
AULA 21: INDUTÂNCIA E CIRCUITOS RL

Exercício em sala

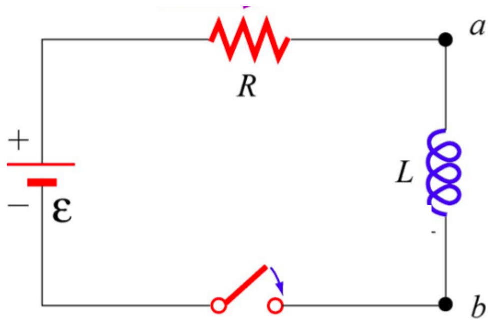
Solução

1. No circuito da figura abaixo a chave S, que estava fechada por um tempo muito longo, é aberta em $t = 0$. Imediatamente após ela ser aberta, a corrente no indutor será? (tome como positiva uma corrente para *baixo*)



Antes de ser aberta o circuito estava estabilizado, com o indutor se comportando como um pedaço de fio qualquer. Por essa razão, praticamente toda a corrente passava por ele, e praticamente nada passava pelo resistor da direita. Ao abrirmos a chave, a corrente não poderá mais passar pelo resistor da esquerda e um novo circuito se formará, envolvendo o indutor e o resistor da direita. Certamente, como isolamos a bateria, se esperarmos por um tempo suficientemente longo, a corrente deve certamente tender a zero. No entanto, devido à inércia do indutor, *imediatamente* após abrirmos a chave, a corrente não deverá mudar. Antes, seu valor era $I = \mathcal{E}/R$, o R advindo do resistor da esquerda; além disso, seu sentido era para baixo tendo em vista a polaridade da bateria. Portanto, imediatamente após abrirmos a chave teremos $I = \mathcal{E}/R$ (para baixo).

2. Considere o circuito na figura abaixo, onde a chave S, que estava aberta por um tempo muito longo, é repentinamente fechada em $t = 0$. Um voltímetro conectado através do indutor (entre os pontos a e b) medirá uma diferença de potencial (**explique brevemente, com palavras**):



☒ $V_L = \mathcal{E}e^{-t/\tau}$

☐ $V_L = \mathcal{E}(1 - e^{-t/\tau})$

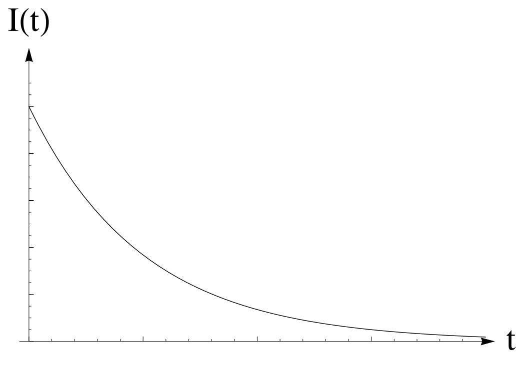
☐ $V_L = 0$

☐ Não há como saber

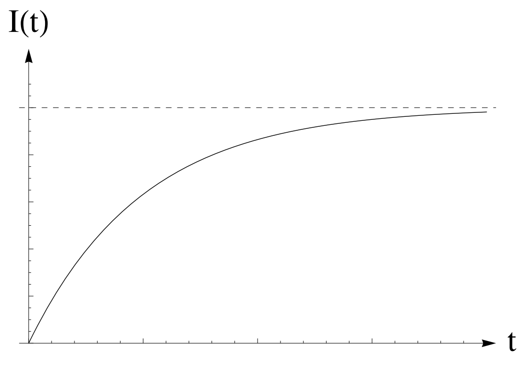
Com a chave aberta não há corrente fluindo pelo circuito. Já com a chave fechada e passado um tempo muito longo, sabemos que $I = \mathcal{E}/R$ pois o indutor deverá se comportar como um fio usual. Note, no entanto, que a corrente não passa a fluir imediatamente após fecharmos a chave, devido à inércia do indutor. De qualquer forma, com o passar do tempo a corrente gradualmente começará a fluir. Portanto, deve haver uma diferença de potencial entre os pontos a e b já que, caso contrário, não haveria corrente. Em $t = 0$ esta ddp deve ser máxima e, em $t \to \infty$, ela deve ser nula; $V_L = \mathcal{E}e^{-t/\tau}$ é o único candidato da lista satisfazendo estas propriedades.

Por outro lado, podemos simplesmente notar que $V_L = -\mathcal{L}\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}$ e, como sabemos que $I(t) = \frac{\mathcal{E}}{R}(1-e^{-Rt/L})$, chegamos no mesmo resultado.

3. Para a mesma configuração do problema anterior, qual dos gráficos abaixo corresponde ao resultado correto? (**assinale**) Supondo que $L = 5$ mH, $R = 15\ \Omega$ e $\mathcal{E} = 12$ V, calcule a corrente inicial e a final do sistema.



(a)



(b)

A alternativa correta é a (b): a corrente assim que a chave é fechada permanece nula mas, com o passar do tempo, tende ao seu valor nominal $\mathcal{E}/R$. Assim

$$I(t=0)=0$$

$$I(t\to\infty)=\frac{\mathcal{E}}{R}=\frac{12\ \mathrm{V}}{15\ \Omega}=0,8\ \mathrm{A}$$

4. Assumindo os mesmo valores do problema anterior, calcule a constante de tempo do circuito. Em seguida, infira quantas constantes de tempo são necessárias para que a corrente atinja 99% do seu valor máximo.

A constante de tempo é

$$\tau=\frac{\mathcal{L}}{R}=3,33\times10^{-4}\ \mathrm{s}$$

Pode parecer estranho que Henry dividido por Ohm resulte em segundos, mas note: de acordo com a lei de Ohm $V=RI$ e, de acordo com a lei de Faraday, $V=\mathcal{L}\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}$. Divida uma equação pela outra e você verá que $[\mathcal{L}/R]=\mathrm{seg}$.

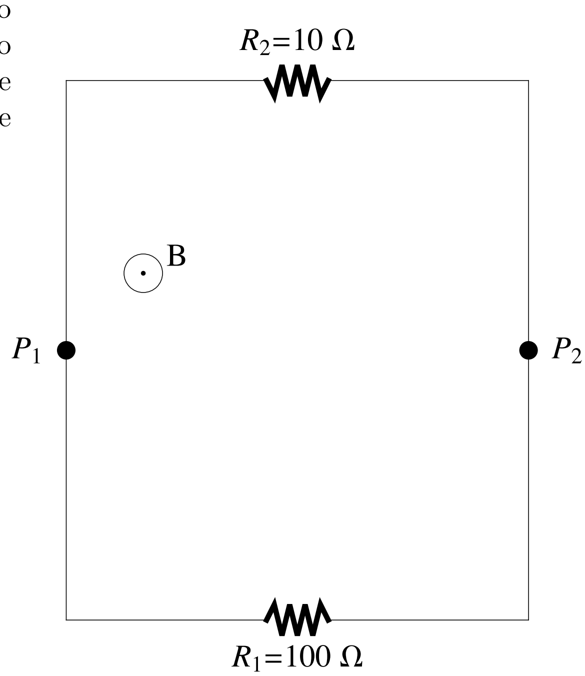
Para calcularmos quantas constantes de tempo são necessárias para I atingir 99% do seu valor final, não é necessário sabermos qual o valor de τ, nem o valor da corrente final! A corrente em função do tempo é descrita pela equação

$$I(t)=I_m(1-e^{-t/\tau})$$

Vemos que, colocando $I=0.99I_m$ resulta em

$$e^{-t/\tau}=0.01 \qquad \Longrightarrow \qquad \frac{t}{\tau}=\log(100)\simeq4.61$$

5. O circuito da figura ao lado se encontra em uma região onde há um campo magnético saindo da folha. O campo está aumentando a uma taxa constante tal que a corrente induzida no circuito é 1 A. A diferença de potencial entre os pontos P_1 e P_2 é?



- ☐ +10 V
- ☐ - 10 V
- ☐ +100 V
- ☐ - 100 V
- ☐ +110 V
- ☐ - 110 V
- ☐ +90 V
- ☐ - 90 V
- ☒ Nenhuma das alternativas acima

Ingenuamente, podemos aplicar a lei de Ohm e escrever $\Delta V = RI$. Se fizermos isso veremos que, indo de P_1 à P_2 "por cima" resulta em um valor diferente do que se fossemos "por baixo". Isso ocorre pois o campo elétrico neste caso é não conservativo, devido à presença de um fluxo magnético que muda no tempo. Portanto, não faz o menor sentido falarmos em diferença de potencial, que é um conceito definido somente para sistemas conservativos.

6. Encontre a auto-indutância de um solenóide com 500 espiras, 20 cm de comprimento e 2 cm de raio. Supondo que por ele passe uma corrente constante de 10 A, qual a energia armazenada no indutor?

O fluxo magnético através de um solenóide é $\Phi_B = NBA$. Lembrando que $B = \mu_0 NI/L$ e $A = \pi r^2$ obtemos

$$\Phi_= \frac{\mu_0 \pi r^2 N^2}{L} I$$

Definimos a indutância como sendo a constante de proporcionalidade entre fluxo magnético e corrente: $\Phi_B \propto I \longrightarrow \Phi_B := \mathcal{L} I$. Portanto,

$$\mathcal{L} = \frac{\mu_0 \pi r^2 N^2}{L} I \simeq 1.97\text{mH}$$

A energia magnética, como mostrado em aula, vale

$$U_B = \frac{1}{2} \mathcal{L} I^2 \simeq 9,86 \times 10^{-2} \text{ J}$$