# AULA 20: LEI DE FARADAY (CONTINUAÇÃO)

## Exercício em sala

### Solução

1. Verdadeiro (**V**) ou falso (**F**):

   <u>**F**</u> A *fem* induzida num circuito é igual a menos o fluxo magnético pelo circuito.

   Lei de Faraday!

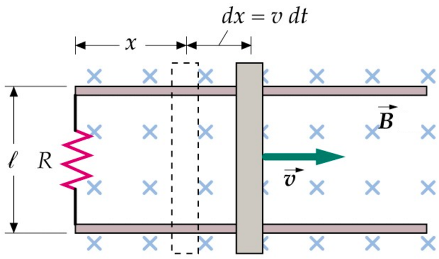
   $$\mathcal{E} = -\frac{\mathrm{d}\Phi_B}{\mathrm{d}t}$$

   O que importa é a taxa de variação do fluxo, não o seu valor.

   <u>**V**</u> É possível haver uma *fem* induzida não-nula num circuito em um instante onde o fluxo através do circuito é zero.

   Sim, é possível. Novamente, o que importa de fato é a taxa de variação do fluxo. É possível que, em um dado instante ele seja nulo, mas sua derivada não.

2. Considere o problema da figura abaixo onde uma barra de comprimento $l = 20$ cm está se movendo com velocidade $v = 10$ m/s em uma região onde há um campo magnético constante $B = 0,8$ T, entrando na página. O circuito, cuja resistência interna é desprezível, está ligado a um resistor com $R = 2\ \Omega$. Calcule:




   (a) A fem induzida no circuito.

   Tomando o eixo $x$ como o eixo horizontal, orientado para a direita, o fluxo magnético será $\Phi_B = Blx$. Portanto, usando a lei de Faraday,

   $$\mathcal{E} = -\frac{\mathrm{d}\Phi_B}{\mathrm{d}t} = -Bl\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = -Blv$$

   Portanto,

   $$\mathcal{E} = -(0,8)(0,2)(10) = -1,6 \text{ V}$$

   (b) A corrente induzida no circuito (magnitude *e* direção!).

   Pela lei de Ohm,

   $$I = \frac{\mathcal{E}}{R} = -\frac{Blv}{R} = -\frac{1,6}{2} = -0,8 \text{ A}$$

   Para determinarmos a direção existem diversas maneiras. 1) escolhemos (quase que sem percebermos) a normal da superfície para baixo. Portanto, de acordo com a convenção de direção do circuito, um valor positivo significa uma circulação no sentido horário. Como $I < 0$, a corrente será então no sentido anti-horário. 2) Lei de Lenz: O campo está entrando na página e o fluxo magnético está aumentando. A corrente induzida cria um fluxo cuja intenção é minimizar o fluxo original. Portanto, ela irá criar um campo que está saindo da página. Consequentemente, $I$ deve ser no sentido anti-horário. 3) A força magnética que o campo $\boldsymbol{B}$ exerce em $I$ será claramente para a esquerda (se ela fosse para a direita, a barra estaria acelerando!). Para que possamos gerar uma força nessa direção, tendo em vista que o campo está entrando na folha, a corrente deve necessariamente estar indo de baixo para cima na barra: ou seja, $I$ no sentido anti-horário.

(c) A força que um agente externo precisa fazer para que a barra se mova com velocidade constante (assuma que o movimento se dá sem atrito).

Para manter uma velocidade constante, o agente externo deve exercer uma força igual em magnitude à força magnética (pois não há atrito). A força magnética será $\boldsymbol{F}_M = IlB(-\hat{\boldsymbol{i}})$ e, portanto,

$$F_{\text{agente externo}} = -\boldsymbol{F}_M = IlB(\hat{\boldsymbol{i}}) = (0,8)(0,2)(0,8)(\hat{\boldsymbol{i}}) = 0,128 \text{ N } (\hat{\boldsymbol{i}})$$

(d) A potência dissipada na forma de calor pelo resistor.

Sabendo a corrente, teremos simplesmente que

$$P = \mathcal{E}R = I^2R = (0,8)^2 \times 2 = 1,28 \text{ W}$$

3. Uma bobina retangular de 2 cm $\times$ 1,5 cm possui 300 espiras e é livre para rotacionar em uma região do espaço onde há um campo magnético uniforme de 0,4 T.

(a) Obtenha uma fórmula para a *fem* em função do tempo, $\mathcal{E}(t)$ (**sem números!**).

Primeiramente notamos que $\boldsymbol{B} \cdot \hat{n} = B\cos\theta$, onde $\theta$ é o ângulo entre $\boldsymbol{B}$ a normal à superfície. Como o campo é uniforme, o fluxo magnético será simplesmente

$$\Phi_B = NBA\cos\theta$$

Em seguida utilizamos a lei de Faraday e notamos que a única grandeza mudando no tempo é $\theta$. Se assumirmos uma rotação com velocidade uniforme podemos, por simplicidade, escrever simplesmente $\theta = \omega t$ (ou seja, desprezando qualquer fase inicial, $\theta(t = 0)$). Assim,

$$\mathcal{E} = -\frac{\mathrm{d}\Phi_B}{\mathrm{d}t} = -NBA\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\cos\omega t) = NBA\omega\sin\omega t$$

Ou seja, a fem pode ser escrita como

$$\mathcal{E}(t) = \mathcal{E}_0\sin\omega t$$

onde $\mathcal{E}_0 = NBA\omega$.

(b) Qual a maior *fem* gerada pelo circuito se a frequência de rotação é 60 Hz?

A fem corresponde a uma amplitude multiplicada por $\sin\omega t$. Esta última está restrita ao intervalo $-1 \neq \sin\omega t \neq 1$. Portanto, a fem máxima corresponde simplesmente à amplitude, $\mathcal{E}_0 = NBA\omega$. Lembrando que a frequência angular é $\omega = 2\pi f = 120\pi$, chegamos então a

$$\mathcal{E}_{\text{max}} = 300 \times 0,4 \times (0,02 \times 0,015) \times 120\pi \simeq 13,57 \text{ V}$$

(c) Se quisermos que a *fem* máxima seja 110 V, qual deverá ser a frequência *angular* de rotação?

Basta invertermos à relação usada anteriormente. Definindo $\mathcal{E}_2 = 110$ V, teremos simplesmente

$$\omega_2 = \frac{\mathcal{E}_2}{NBA} = \frac{110}{300 \times 0,4 \times (0,02 \times 0,015)} \simeq 3056 \text{ rad/s}$$

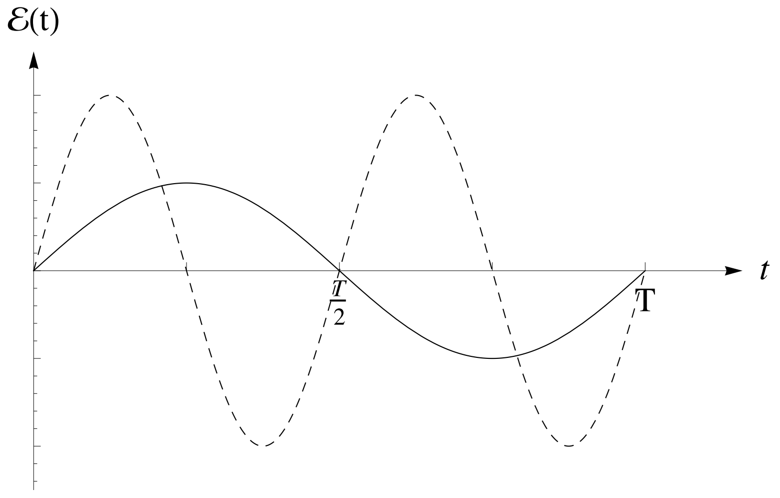
(d) Suponha agora que mudamos o valor de $B$ e medimos que a *fem* máxima passou a ser 24 V. Qual é o novo valor do campo?

Usando novamente a mesma fórmula, agora com $\mathcal{E}_3 = 24$ V, chegamos a

$$B_{\text{novo}} = \frac{\mathcal{E}_2}{NA\omega_2} = \frac{24}{300 \times (0,02 \times 0,015) \times 3056} \simeq 0,087$$

Na verdade, nada disso era necessário. É claro da expressão que $B \propto \mathcal{E}$. Se a fem diminuiu por um fator $24/110 \simeq 0,218$, então o mesmo deve ser verdade de $B$; de fato, $0,4 \times 0,218 \simeq 0,087$. Ufa!

(e) O gráfico da figura abaixo mostra a *fem* em função do tempo para uma frequência angular $\omega = 2\pi/T$. Esboce o comportamento da *fem* quand a frequência angular é $2\omega$.




Um pouco de cuidado: ao duplicarmos a frequência, o gráfico passa a ter metade do período. Isso é intuitivo: aumentando a frequência as coisas oscilam mais rápido. Por outro lado, se usarmos o resultado do item (a) veremos que a amplitude também é multiplicada por $\omega$. Portanto, a amplitude da oscilação aumenta por um fator 2. O resultado está ilustrado na figura.