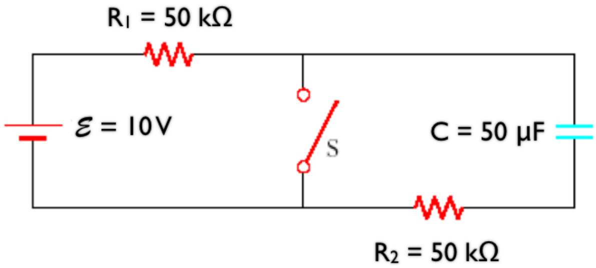
AULA 14: Circuitos RC

Exercício em sala

Solução

Considere o circuito da figura abaixo.



(a) Suponha que a chave S está inicialmente **fechada** por um tempo muito longo. Calcule a carga no capacitor e as correntes através de R_1 e R_2.

Passado um tempo muito longo a carga no capacitor se anula. Consequentemente, não haverá corrente passando por R_2. A corrente que passa por R_1 será simplesmente $I_1 = \mathcal{E}/R_1 = 2 \times 10^{-4}$ A.

(b) Em seguida a chave é **aberta**. Obtenha a carga no capacitor e as correntes através de R_1 e R_2 *em função do tempo e simbolicamente (sem números)*. Para isso, você deverá usar que

$$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} + \frac{y}{\tau} = A \qquad \Longrightarrow \qquad y(t) = \tau A \left(1 - e^{-\lambda t}\right)$$

Mas cuidado. Esta solução é válida *somente*[1] *para o caso onde* $y(0) = 0$.

Com a chave aberta teremos um circuito RC com resistência $R = R_1 + R_2 = 100$ kΩ. A equação para o circuito é

$$-RI - \frac{q}{C} + \mathcal{E} = 0$$

Neste caso $I = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$. Portanto teremos

$$\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} + \frac{q}{RC} = \frac{\mathcal{E}}{R}$$

Esta equação tem a mesma forma da equação fornecida, com $\tau = RC$ e $A = \mathcal{E}/R$. Notando que $A\tau = C\mathcal{E}$ teremos a solução

$$q(t) = C\mathcal{E}(1 - e^{-t/RC})$$

Ou seja, a carga é inicialmente nula e vai aumentando (carregando o capacitor) com o passar do tempo. A corrente que passa por R_1 e R_2 é simplesmente

$$I = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathcal{E}}{R} e^{-t/RC}$$

Ou seja, no inicio a corrente é elevada mas, conforme o capacitor se carrega, ela tende a zero.

[1] Oops! Acabei de dar a resposta do item (a).

(c) Passado outro tempo muito longo (com a chave ainda aberta), qual será a carga no capacitor e as correntes através de R_1 e R_2? Qual placa do capacitor estará carregada positivamente: a de cima ou a de baixo?

O sistema é o mesmo do item (b). Passado um tempo muito longo o capacitor estará completamente carregado. Vemos que quando t é muito grande o termo exponencial, $e^{-t/RC}$ é praticamente nulo. Ou seja, $1 - e^{-t/RC} \simeq 1$. Portanto, a carga no capacitor será $C\mathcal{E} = 500\ \mu\text{C}$. A corrente que passa pelos resistores será nula, como já discutido no item anterior.

(d) Agora a chave é **fechada** novamente. Note que haverão dois circuitos "independentes": o da esquerda, movido pela bateria, e o da direita movido pela carga armazenada no capacitor. Esta última, em particular, irá lentamente se exaurir. Qual ser a constante de tempo desse processo?

Pensando no circuito da direita somente, teremos um circuito RC com resistência $R = R_2 = 50\ \text{k}\Omega$. O tempo característico será então

$$\tau = RC = 2,5\ \text{s}$$