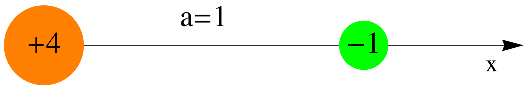
AULA 2: CAMPO ELÉTRICO

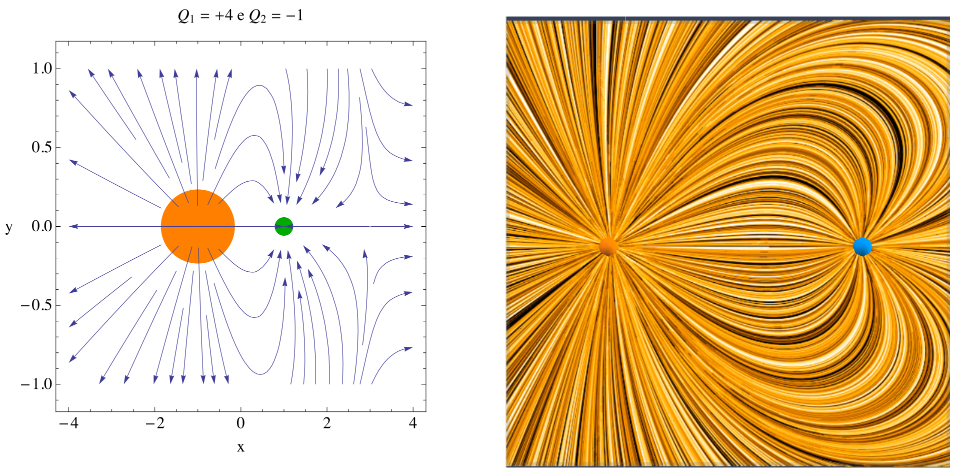
Exercício em sala

Nome:

Considere o sistema da figura abaixo, composto por uma carga "+4" e outra "-1", separadas por uma distância $a = 1$ sobre o eixo x.



(a) Desenhe, na própria figura, as linhas de campo do sistema.

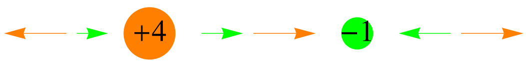


(a) Linhas de campo

(b) "Grass Seeds"

(b) Mostre que, ao longo do eixo x, há um único ponto onde a componente x do campo elétrico total é nula; ou seja, $E_x = 0$ [**Muito cuidado com os sinais**: o princípio da superposição, que você deverá utilizar, corresponde a uma soma vetorial. A minha dica é tratar separadamente os três casos: $x < 0$, $0 < x < 1$ e $x > 1$.]

A configuração de campos neste caso está ilustrada na figura abaixo.



No intervalo $0 < x < 1$ ambos os campos apontam na mesma direção, para a esquerda. Portanto, neste intervalo o campo será sempre diferente de zero. Quando $x < 0$ ou $x > 1$ ambos os campos apontam na mesma direção; no primeiro caso para a esquerda e no segundo para a direita. Temos, portanto:

$$\frac{E_x}{k} = \begin{cases} -\frac{4}{x^2} + \frac{1}{(x-1)^2} & \text{para } x < 0, \\ \frac{4}{x^2} - \frac{1}{(x-1)^2} & \text{para } x > 1 \end{cases}$$

Fazendo $E_x = 0$ vemos que ambas as equações resultam em

$$4(x-1)^2 - x^2 = 0 \Longrightarrow 3x^2 - 8x + 4 = 0$$

Os resultados são

$$x = 2/3 \quad \text{ou} \quad x = 2$$

Mas $x = 2/3$ não é uma solução válida pois se encontra entre as duas cargas, onde já provamos que o campo é diferente de zero. Assim, o resultado desejado é $x = 2$ que está a direita da carga "-1".

(c) Essa dificuldade com os sinais no item (b) é um pouco sutil. Você entendeu o que aconteceu? Para entender mais a fundo, considere somente a carga "-1" e escreva o seu campo elétrico $\boldsymbol{E}_1$ (vetor) usando a definição

$$\boldsymbol{E} = \frac{kq}{r^2}\hat{\boldsymbol{r}}$$

Qual a direção e o sentido do versor $\hat{\boldsymbol{r}}$? Agora escreva o campo $\boldsymbol{E}_1$usando a outra definição:

$$\boldsymbol{E} = \frac{kq}{r^3}\boldsymbol{r}$$

O vetor $\boldsymbol{r}$ conecta o ponto $x_1 = 1$ a um ponto x qualquer. Qual é $\boldsymbol{r}$? O que acontece quando você tenta realizar o cancelamento: $\boldsymbol{r}/r^3 = \hat{\boldsymbol{r}}/r^2$? [Esse item não vale muitos pontos. Se você gastar mais de 5 minutos nele, pule para o próximo!]

Utilizando a primeira definição,

$$\boldsymbol{E} = \frac{kq}{r^2}\hat{\boldsymbol{r}},$$

temos que $r^2 = (x-1)^2$ representa a distância da carga "-1" a um ponto qualquer no eixo x. O versor $\hat{\boldsymbol{r}}$ é claramente $\hat{\boldsymbol{\imath}}$. No entanto, seu sentido será para a direita se estivermos em $x > 1$ e para a esquerda em $x < 1$. Assim, usando a primeira definição poderíamos escrever (para $y = 0$ – ou seja, no eixo x)

$$\boldsymbol{E} = \frac{k(-1)}{(x-1)^2} \begin{cases} +\hat{\boldsymbol{\imath}} & \text{para } x > 1 \\ -\hat{\boldsymbol{\imath}} & \text{para } x < 1 \end{cases}$$

Ou também

$$\vec{\boldsymbol{E}} = \frac{k}{(x-1)^2} \begin{cases} -\hat{\boldsymbol{\imath}} & \text{para } x > 1 \\ +\hat{\boldsymbol{\imath}} & \text{para } x < 1 \end{cases}$$

Para a segunda definição,

$$\boldsymbol{E} = \frac{kq}{r^3}\boldsymbol{r},$$

sabemos que ao longo do eixo x, $\boldsymbol{r} = (x-1)\hat{\boldsymbol{\imath}}$. Estaríamos portanto tentados a escrever

$$\boldsymbol{E} = k(-1)\frac{(x-1)}{(x-1)^3}\hat{\boldsymbol{\imath}} = k(-1)\frac{1}{(x-1)^2}\hat{\boldsymbol{\imath}}$$

Mas Cuidado! Como $\boldsymbol{r} = (x-1)\hat{\boldsymbol{i}}$, vemos que $r = |\boldsymbol{r}| = \sqrt{(x-1)^2}$. Este número é sempre positivo, por definição, já que primeiro elevamos ao quadrado e em seguida tiramos a raiz. Para não nos esquecermos, vamos escrever $r = |x-1|$. Agora sim! O campo elétrico se torna portanto

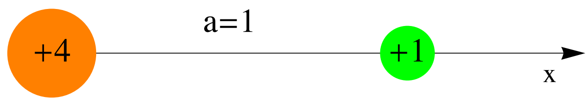
$$\boldsymbol{E} = k(-1)\frac{(x-1)}{|x-1|^3}\hat{\boldsymbol{i}}$$

Note também que

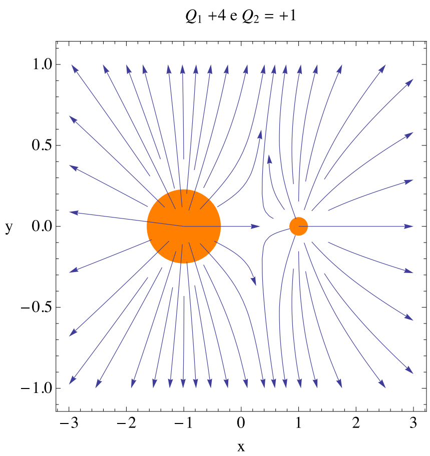
$$\text{Quando } x > 1 \longrightarrow (x-1) > 0 \quad \therefore \frac{(x-1)}{|x-1|^3} = \frac{1}{(x-1)^2}$$

$$\text{Quando } x < 1 \longrightarrow (x-1) < 0 \quad \therefore \frac{(x-1)}{|x-1|^3} = -\frac{1}{(x-1)^2}$$

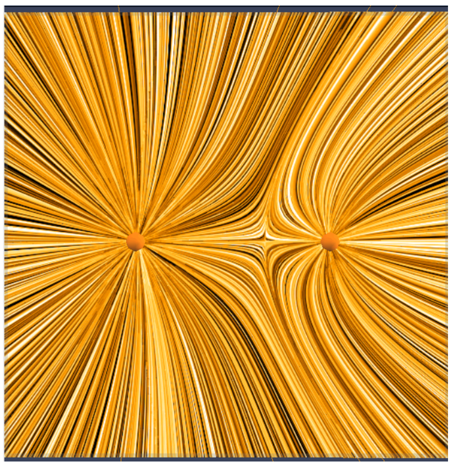
Considere agora o problema da figura abaixo: a carga "-1" foi substituída por outra "+1".



(d) Desenhe as linhas de campo do sistema.



(c) Linhas de campo



(d) "Grass Seeds"

(e) Há um único ponto entre $0 < x < 1$ onde $E_x = 0$. Qual é esse ponto?

Entre as cargas a componente x do campo elétrico vale

$$\frac{E_x}{k} = \frac{4}{x^2} - \frac{1}{(x-1)^2}$$

Fazendo $E_x = 0$ chegamos novamente a equação

$$4(x-1)^2 - x^2 = 0$$

Já resolvemos esta equação no item (b). As soluções são

$$x = 2/3 \quad \text{ou} \quad x = 2$$

Neste caso, como procuramos um ponto que esteja entre as cargas, o resultado que nos interessa é $x = 2/3$.

(f) No intervalo complementar, $x < 0$ ou $x > 1$, o campo elétrico é sempre diferente de zero. Baseado no seu desenho das linhas de campo do item (d), argumente por quê.

A configuração de campos neste caso está ilustrada na figura abaixo. Nos intervalos $x < 0$ e $x > 1$ ambos

os campos apontam na mesma direção e, portanto, não podem se anular.

(g) Eis um fato interessante:

Para duas cargas de mesma polaridade, sempre há um ponto entre elas onde o campo elétrico é nulo.

Analogamente, entre a terra e a lua, há um ponto onde o campo gravitacional da terra cancela exatamente o campo gravitacional da lua. Você acha que este ponto está mais proximo da terra ou da lua? Por quê?

O ponto está bastante próxima da *lua*. O motivo é que, como a massa da lua é muito menor que a da terra, sua atração gravitacional cai muito mais rapidamente. Assim, para que ambas se tornem comparáveis é necessário estar suficientemente longe da terra (ou suficientemente perto da lua). É interessante que sempre há um ponto entre as duas onde a interação gravitacional é nula. Por exemplo, em algum ponto entre um astronauta e a terra a atração gravitacional de ambos será nula. Mas como a massa do astronauta é exorbitantemente menor que a da terra, este ponto estaria extremamente próximo dele; na verdade, estaria dentro dele! Ai entramos em outros problemas: por exemplo, a massa do astronauta não é pontual e, dentro dele, a configuração do campo gravitacional é bastante irregular. Obviamente, nada disso tem importância uma vez que a atração gravitacional de uma pessoa é ínfima. Mas isso não é verdade para a força eletrostática! Dentro de um astronauta carregado, o campo elétrico teria uma forma extremamente irregular e estes argumentos sobre cargas pontuais não mais se aplicariam.