

Teoria Macroeconômica II - Semestre II de 2016
Lista de Introdução à Programação

Professor: Jefferson Bertolai and Fábio Gomes

Monitor: Matheus Melo

Exercício 1 (Iteração da função valor) *Considere o modelo de crescimento econômico estocástico, ou seja, que sofre a influência de um choque exógeno z , cujo problema do planejador é escolher seqüências de consumo, $\{c_t\}_{t=0}^{\infty}$, e de capital, $\{k_t\}_{t=0}^{\infty}$ que resolvem*

$$\begin{aligned} \max_{\{c_t, k_{t+1}\}} & \left\{ \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t) \right\} \\ \text{s.a.} & \begin{cases} c_t + k_{t+1} \leq f(k_t) + (1 - \delta)k_t \\ k_{t+1} \geq 0, \quad c_t \geq 0, \quad \forall t \geq 0 \\ k_0 > 0 \text{ dado} \end{cases} \end{aligned} \quad (1)$$

em que $f(k) = k^\alpha$, $u(c) = \log(c)$

- (a) *Reescreva o problema (1) de forma que a escolha da seqüência de capital $\{k_t\}_{t=0}^{\infty}$ seja suficiente para resolver (1). Apresente as hipóteses utilizadas para esta redefinição do problema de otimização.*
- (b) *Escreva a equação funcional (Formulação Recursiva) correspondente ao problema obtido no item (a).*
- (c) *Defina o operador de Bellman, T , com base na equação funcional obtida no item anterior.*
- (d) *Implemente o método de discretização¹ e o algoritmo de iteração da função valor para obter uma aproximação do ponto fixo do operador de Bellman, ou seja, da função v tal que $T(v) = v$.*
- (e) *Construa um gráfico com a função valor que você encontrou e com a função valor no modelo de crescimento ótimo anterior. $v(k_0) = \left[\log(1 - \alpha\beta) + \frac{\alpha\beta \log(\alpha\beta)}{1 - \alpha\beta} \right] (1 - \beta)^{-1} + \frac{\alpha}{1 - \alpha\beta} \log(k_0)$*
- (f) *Defina $k_0 = 2$. Utilize a função política obtida no item (d) para simular a trajetória ótima de capital desta economia. Qual é o nível estacionário de capital? E os níveis estacionários de produto e consumo?*
- (g) *Construa um exercício numérico que encontre o padrão de dependência do capital estacionário em relação ao parâmetro β . Reporte e explique os resultados.*

¹Utilize os parâmetros $(\alpha, \beta, \delta) = (0.7, 0.98, 1)$.

Exercício 2 (Indução Retroativa) Considere o exemplo 3 (modelo OLG em que $\exists N$ indivíduos os quais vivem apenas dois períodos) discutido na aula, quando $\beta = .99$.

(a) Usando o método de discretização, calcule para $i \in \{1, 2\}$ a função valor $v_i(\cdot)$ e a função política $g_i(\cdot)$ para os velhos e jovens.

(b) Suponha que a função de produção agregada é dada por $F(k, 1) = k^\alpha$, para $\alpha = \frac{1}{3}$. Em cada um dos casos a seguir use a função política (g_1, g_2) , obtida no item (a), para calcular o capital per capita e o PIB per capita da economia nas datas 0 e 1 se a proporção de pessoas com idade i e riqueza j é igual a:

$$(i) p_0(i, j) = \begin{cases} .5, & \text{se } (i, j) = (1, 10) \text{ ou } (i, j) = (2, 20) \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$(ii) p_0(i, j) = \frac{1}{202}, \text{ se } (i, j) \in \{(x, y) \in \mathbb{Z}^2 : 1 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 100\}$$

$$(iii) p_0(i, j) = \frac{f(j|\mu_i, \sigma_i)}{\sum_{m=1}^2 \sum_{l=0}^{100} f(l|\mu_m, \sigma_m)}$$

$$\text{em que } f(x|\mu, \sigma) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\ln x - \mu)^2}{2\sigma^2}}, \sigma_i^2 = \ln \left[\left(\frac{s_i}{m_i} \right)^2 + 1 \right], \mu_i = \ln \left[\frac{m_i^2}{\sqrt{s_i^2 + m_i^2}} \right]$$

$$\text{e } (s_1, m_1) = (40, 30), (s_2, m_2) = (20, 50)$$

(c) Usando a função política encontrada, construa a matriz de transição da economia, M .

(d) Apresente uma forma de calcular a evolução da distribuição de idades (gerações), definida em aula como P_t^G :

(i) Se a taxa de crescimento da população é igual a $\eta > 0$ por período.

(ii) Se somente uma proporção $\lambda \in [0, 1]$ dos jovens se tornam velhos. Ou seja, uma proporção $1 - \lambda$ dos jovens morrem entre as idades 1 e 2.

(e) Apresente e discuta a dinâmica da economia se inicialmente a riqueza agregada é de $w_1 = 60$ e é uniformemente distribuída entre todos os indivíduos. Em particular, há convergência da distribuição de riqueza? Caso afirmativo, qual é o limite?

(f) Usando a resposta do item (d), apresente uma forma de modelar o recente envelhecimento da população.