Capítulo 9

Convecção Livre

PME2360 - TRANSFERÊNCIA DE CALOR

PROF. DR. GUENTHER CARLOS KRIEGER FILHO
guenther@usp.br

Site LETE
http://www.lete.poli.usp.br/PME2360.html

9.1 Considerações Físicas

- Movimento causado por forças de empuxo;
  - Empuxo: presença combinada de um gradiente de densidade e de uma força de corpo proporcional à densidade;
  - Gradiente de densidade aparece devido a um gradiente de temperatura;
  - Gradiente de temperatura não necessariamente gera movimento

9.1 Considerações Físicas

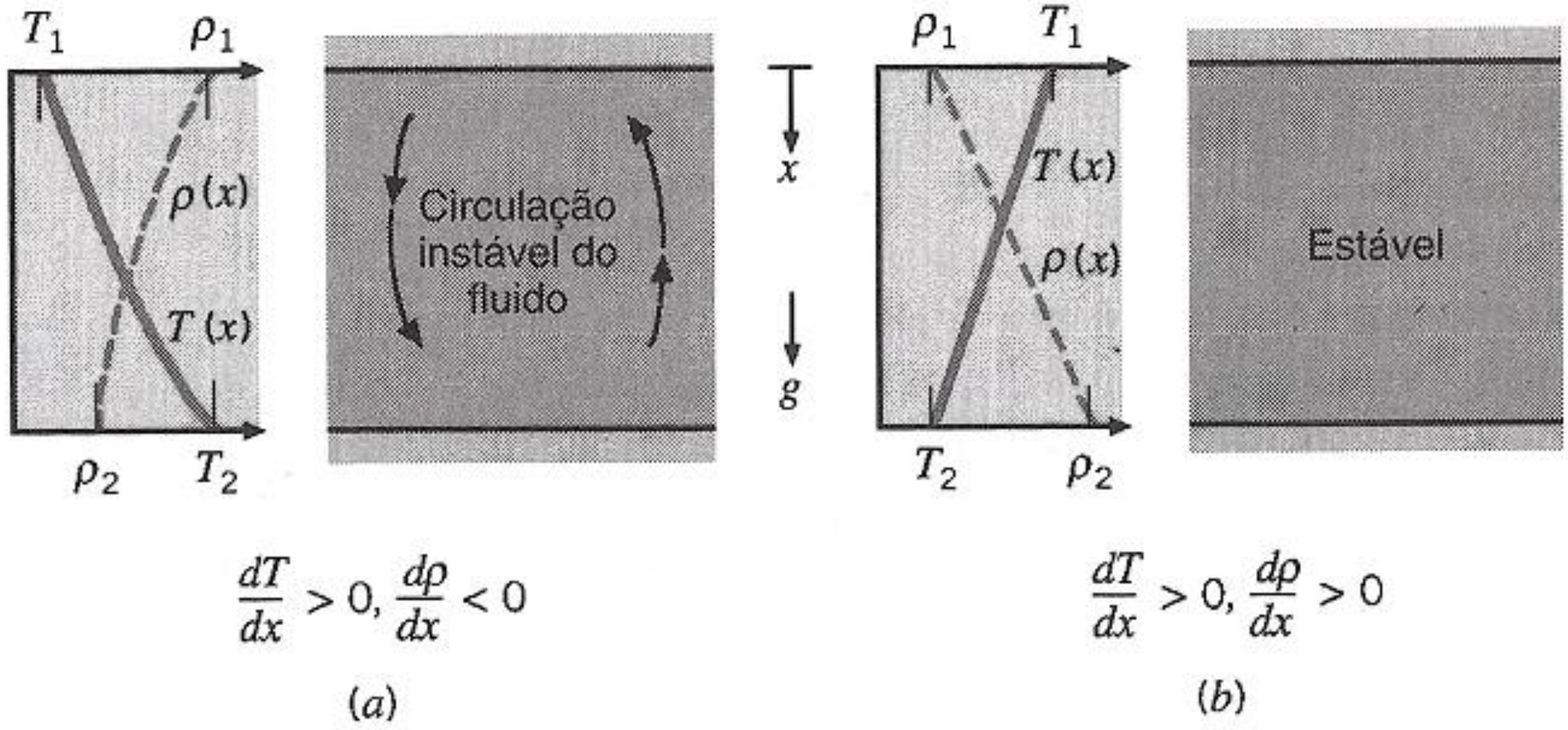

Figura 9.1: Gradiente de temperatura (a) instável e (b) estável

9.1 Considerações Físicas

- Convecção natural sem fronteiras

- Desenvolvimento da C.L. sobre uma placa vertical aquecida

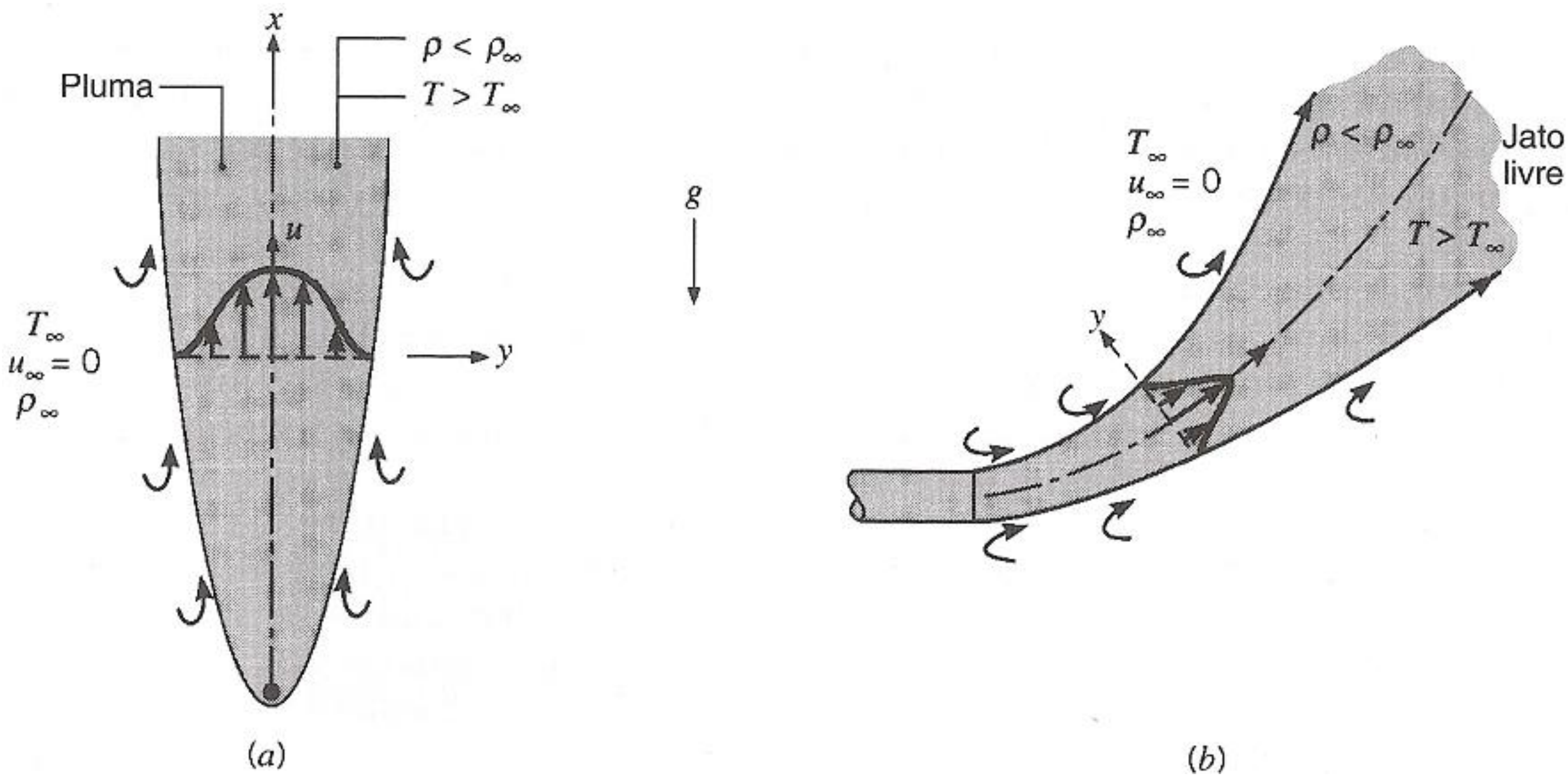

Figura 9.2: (a) Formação de pluma de convecção natural e (b) jato livre

9.2 Equações de Convecção Livre

- Equações de camada limite com inclusão de forças de empuxo (de corpo)

- Fig. 9.3 - 2D, estacionário, gravidade no sentido contrário de x,propriedades constantes, fluido incompressível, exceto no efeito da densidade na força de empuxo;

- Aproximações de camada limite do Cap. 6

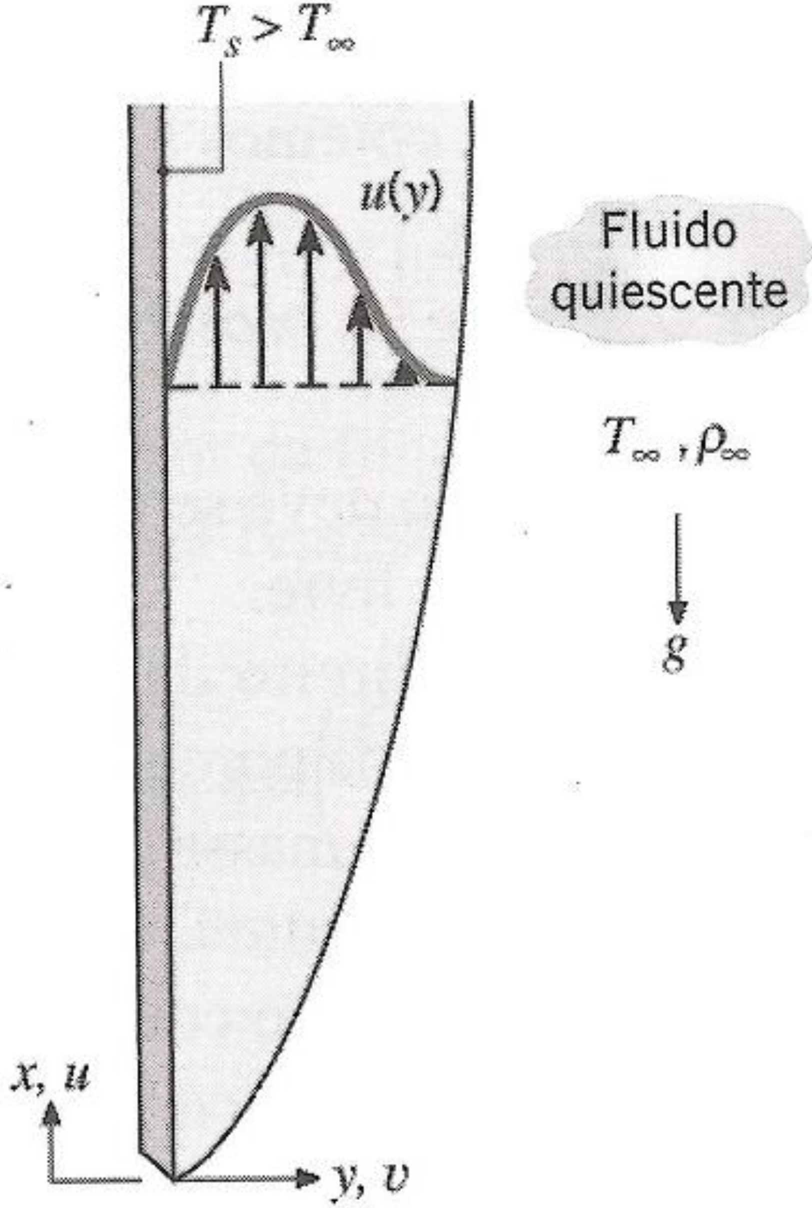

Figura 9.3: Desenvolvimento da C.L. sobre uma placa vertical aquecida

9.2 Equações de Convecção Livre

- Mantendo a força de corpo $X = -\rho g$ na equação da quantidade de movimento em x (6.45)

$$u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} - g + \nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \qquad (9.1)$$

- A quantidade de movimento em y resultava em:

$$\frac{\partial p}{\partial y} = 0 \qquad (9.2)$$

ou seja: o gradiente de pressão em x dentro da C.L é igual ao gradiente fora.

- Fora da C.L. as velocidades são nulas e a equação de quantidade de movimento em x (9.1) se reduz a:

9.2 Equações de Convecção Livre

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\rho_\infty g \qquad (9.3)$$

a equação de quantidade de movimento em x fica então:

$$u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = \underbrace{\frac{g}{\rho}(\rho_\infty - \rho)}_{empuxo} + \nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \qquad (9.4)$$

- Define-se o *Coeficiente de expansão térmica* β como:

$$\beta \equiv -\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)_p \qquad (9.5)$$

9.2 Equações de Convecção Livre

pode-se aproximar β por:

$$\beta \approx -\frac{1}{\rho}\frac{\rho_\infty - \rho}{T_\infty - T} \qquad (9.6)$$

ou

$$\rho_\infty - \rho \approx \rho\beta(T - T_\infty) \qquad (9.7)$$

substituindo-se na eq. de momento (9.4) resulta:

$$u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = g\beta(T - T_\infty) + \nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \qquad (9.8)$$

- As outras equações do problema são a continuidade e energia:

9.2 Equações de Convecção Livre

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \qquad (9.9)$$

$$u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y} = \alpha\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \qquad (9.10)$$

- Observe o acoplamento, via temperatura, entre as camadas limite fluidodinâmica e térmica. Não é possível separar as soluções.

9.3 Considerações de Similaridade

- Adimensionalização das equações com:

  - Comprimento: $x^* \equiv \frac{x}{L}$ e $y^* \equiv \frac{y}{L}$, onde L é um *comprimento característico*;

  - Velocidades: $u^* \equiv \frac{u}{u_o}$ e $v^* \equiv \frac{v}{u_o}$; onde u_o é uma velocidade de referência arbitrária (não existe velocidade fora da C.L.);

  - Temperatura: $T^* \equiv \frac{T - T_\infty}{T_{sup} - T_\infty}$;

  - Obtém-se as equações de quantidade de movimento (9.8) e energia (9.10) na forma:

9.3 Considerações de Similaridade

$$u^* \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial u^*}{\partial y^*} = \frac{g\beta(T_{sup} - T_\infty)L}{u_o^2} T^* + \frac{1}{Re_L} \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}} \tag{9.11}$$

$$u^* \frac{\partial T^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial T^*}{\partial y^*} = \frac{1}{Re_L Pr} \frac{\partial^2 T^*}{\partial y^{*2}} \tag{9.12}$$

- Como a velocidade de referência u_o não é conhecida, define-se o Número de Grashof

$$Gr_L \equiv \frac{g\beta(T_{sup} - T_\infty)L}{u_o^2} \left(\frac{u_o L}{\nu} \right)^2 = \frac{g\beta(T_{sup} - T_\infty)L^3}{\nu^2} \tag{9.13}$$

9.4 Convecção Laminar em Superfície Vertical

- Formulação com variável similar

- Solução numérica para vários Pr

$$Nu_x = \frac{hx}{k} = -\left(\frac{Gr_x}{4}\right)^{1/4} \left.\frac{dT^*}{d\eta}\right|_{\eta=0} = \left(\frac{Gr_x}{4}\right)^{1/4} g(Pr) \tag{9.14}$$

onde

$$g(Pr) = \frac{0,75Pr^{1/2}}{(0,609 + 1,221Pr^{1/2} + 1,238Pr)^{1/4}} \tag{9.15}$$

- Integrando-se para todo o comprimento da placa L chega-se ao valor médio:

$$\overline{Nu}_L = \frac{\overline{h}L}{k} = \frac{4}{3}\left(\frac{Gr_L}{4}\right)^{1/4} g(Pr) = \frac{4}{3}Nu_L \tag{9.16}$$

9.5 Efeitos da Turbulência

- Origem do escoamento de convecção natural - instabilidades térmicas;

- Origem da turbulência - instabilidades fluidodinâmicas.

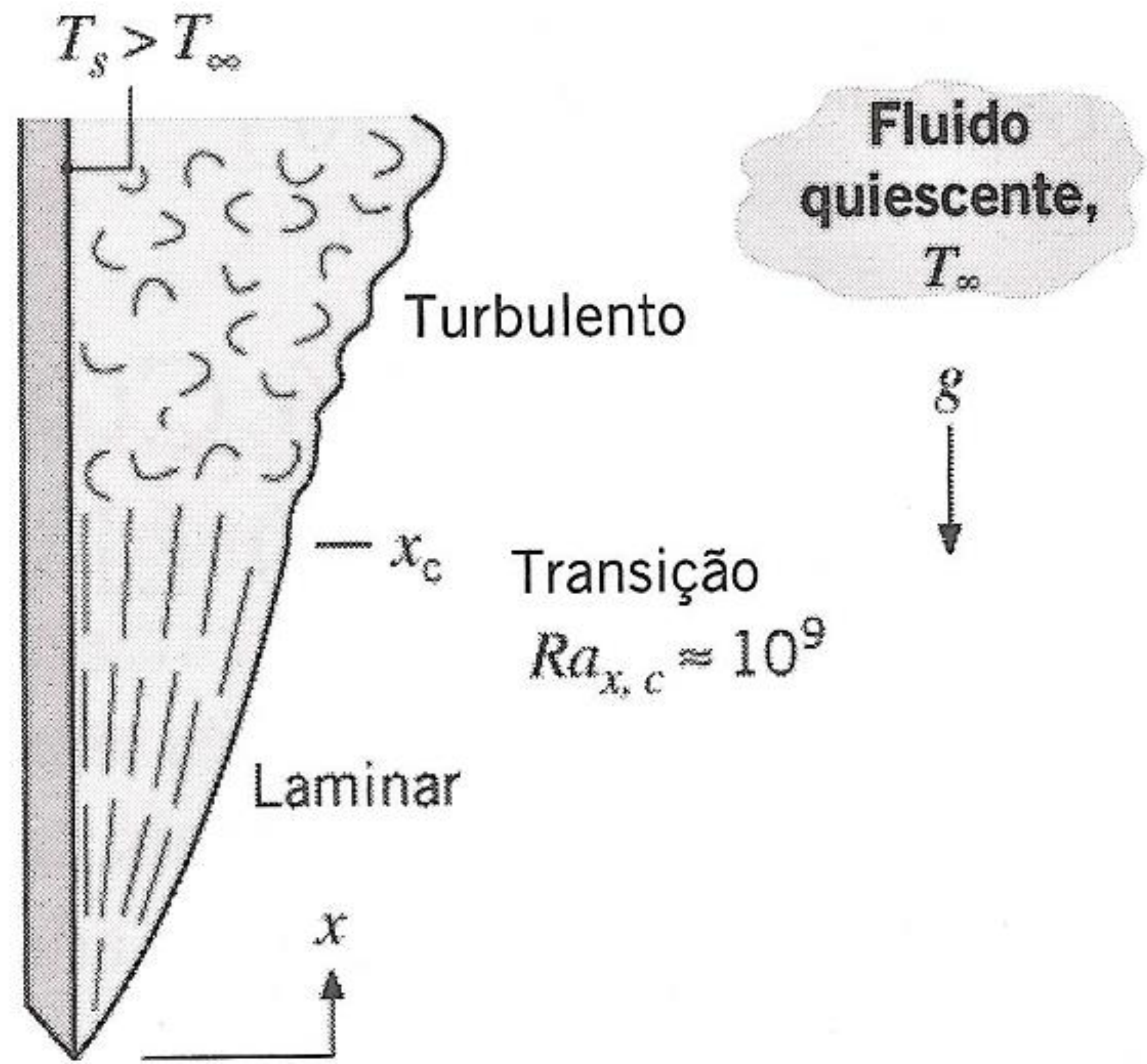

Figura 9.4: Transição em convecção natural em uma placa vertical

- Parâmetro: *Número de Rayleigh*:

$$Ra_x \equiv Gr_x Pr \tag{9.17}$$

- Placas Planas Verticais - Transição em

$$Ra_{x,c} = Gr_{x,c} Pr = \frac{g\beta(T_{sup} - T_\infty)x_c^3}{\nu\alpha} \approx 10^9 \tag{9.18}$$

9.6 Correlações Empíricas

- Existem várias correlações. Procurar a mais adequada.

9.6.1 Placa Vertical

- Uma correlação para - $T_{sup} = cte$:

$$\overline{Nu}_L = \left[0,825 + \frac{0,387 Ra_L^{1/6}}{[1 + (0,492/Pr)^{9/16}]^{8/27}} \right]^2 \tag{9.19}$$

9.6 Correlações Empíricas

9.6.2 Cilindro horizontal longo

$$\overline{Nu}_D = \frac{\overline{h}D}{k} \qquad (9.20)$$

com $\overline{Nu}_D$ calculado por:

$$\overline{Nu}_D = \left[0,60 + \frac{0,387 Ra_D^{1/6}}{[1 + (0,559/Pr)^{9/16}]^{8/27}}\right]^2 \qquad (9.21)$$

para $Ra_D \leq 10^{12}$

9.6 Correlações Empíricas

9.6.3 Esfera

para $Ra_D \leq 10^{11}$ e $Pr \geq 0,7$ vale:

$$\overline{Nu}_D = 2 + \frac{0,589 Ra_D^{1/4}}{[1 + (0,469/Pr)^{9/16}]^{4/9}} \qquad (9.22)$$