

Exercícios sobre acionamento com recuperação de energia de escorregamento

O controle de velocidade de motores de indução com rotor bobinado pode ser feito através da variação da resistência rotórica, através de reostato trifásico ligado ao enrolamento do rotor. O inconveniente desta solução são as perdas ôhmicas que diminuem a eficiência do sistema, sendo que como tais motores têm potências relativamente altas (dezenas de kW a unidades de MW) a energia dissipada é elevada. Uma maneira de se contornar isso é recuperando a energia do rotor de volta para a rede CA. Isso é realizado conforme a figura 1: a tensão trifásica do rotor, com frequência igual a  $f_{rede}(1-s)$  (onde  $f_{rede}$  é a frequência da rede, 60Hz ou 50Hz, e  $s$  é o escorregamento do rotor) é retificada e a seguir invertida. Esta etapa de retificação/inversão é necessária, pois as frequências do rotor e do estator não são iguais. O transformador compatibiliza a tensão de saída do inversor com a da rede CA.

Este tipo de acionamento também é chamado de Kramer estático.

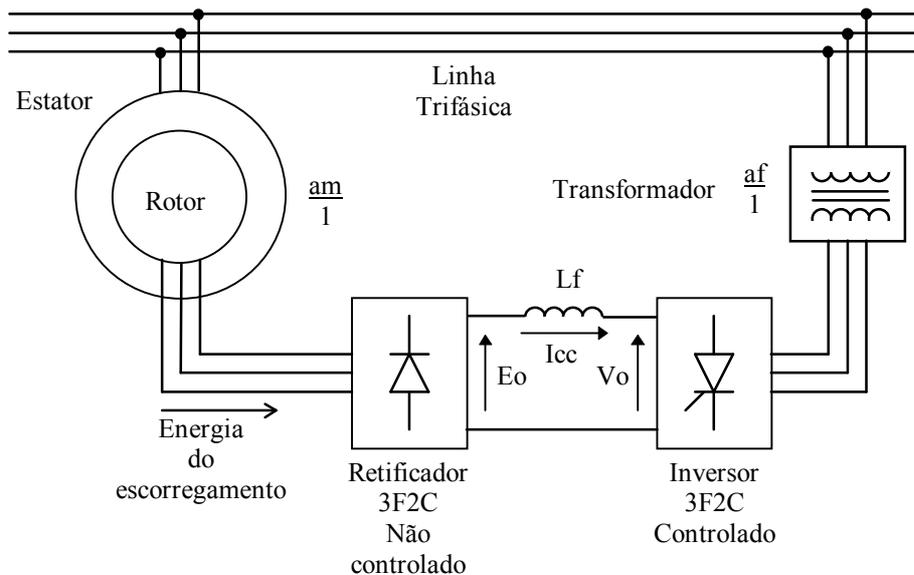


Fig. 1: Acionamento com recuperação de energia de escorregamento (Kramer estático).

A figura 2 mostra o circuito equivalente por fase do acionamento, com detalhe dos parâmetros do motor de indução.

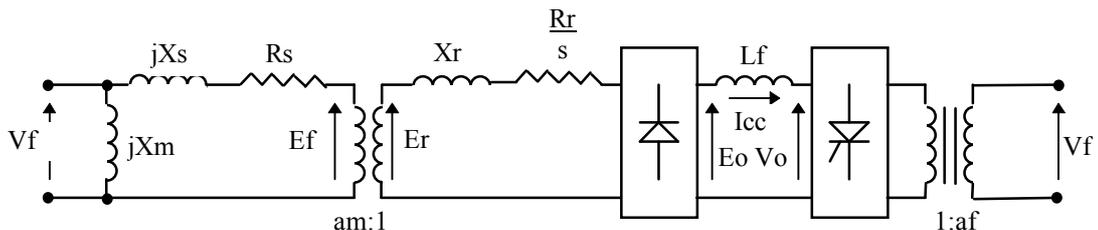


Fig. 2: Circuito equivalente por fase do acionamento tipo Kramer estático.

Segue-se um exemplo (retirado de: Rashid, M.H. **Power Electronics: Circuits, Devices and Applications**. Prentice Hall, 1993, 2a edição).

**Exemplo:** Um motor de indução trifásico de 460V, 60Hz, seis pólos, com rotor bobinado em estrela, é controlado com recuperação de energia de escorregamento. Os parâmetros do motor são:  $R_s=0,041\Omega$ ,  $R'_r=0,044\Omega$ ,  $X_s=0,29\Omega$ ,  $X'_r=0,44\Omega$ ,  $X_m=6,1\Omega$  (todos os parâmetros referidos ao estator). A relação de espiras do rotor ao estator é  $1:a_m=0,9$ . A indutância de filtro do retificador/inversor  $L_f$  é suposta muito grande de modo que a corrente contínua  $I_{cc}$  tem ondulação desprezível. A relação de espiras do transformador de saída é  $1:a_f=0,4$ . Os valores de  $R_s$ ,  $R'_r$ ,  $X_s$ ,  $X'_r$  podem ser desprezados em comparação à impedância de  $L_f$ . As perdas em vazio do motor são desprezíveis, bem como as perdas do retificador e do inversor. O conjugado resistente desenvolvido pela carga é de 750N.m a 1175 rpm, e varia com o quadrado da velocidade (carga tipo ventilador). Se o motor deve operar a 1050 rpm, calcular:

- a corrente contínua  $I_{cc}$ ;
- a tensão retificada  $E_o$ ;
- o ângulo de atraso  $\alpha$  do inversor;
- a eficiência do conjunto;
- o fator de potência na entrada do acionamento.

Solução:

A tensão do motor fornecida é de linha (**sempre é**, a menos que expressamente indicado). Logo, a tensão de fase é:

$$V_f = \frac{460}{\sqrt{3}} = 265,58[V]$$

Ainda, as velocidades (síncrona e mecânica) podem ser calculadas:

$$p = 6 \text{ pólos}, \omega_{\text{rede}} = 2\pi \times 60 = 377[\text{rad/s}], \omega_s = \frac{2 \times \omega}{p} = \frac{2 \times 377}{6} \text{ (1)} \Rightarrow \omega_s = 125,66[\text{rad/s}]$$

$$\omega_m = \frac{n_{\text{motor}} \times \pi}{30} \text{ (2)} \Rightarrow \omega_m = \frac{1050 \times \pi}{30} = 109,96[\text{rad/s}]$$

O escorregamento  $s$  é:

$$s = \frac{\omega_s - \omega_m}{\omega_s} \text{ (3)} \Rightarrow s = \frac{125,66 - 109,96}{125,66} = 0,125$$

O conjugado, que varia quadraticamente com a velocidade, na velocidade pedida é:

$$C_{\text{carga}} = C_{\text{anterior}} \times \left( \frac{n_{\text{carga}}}{n_{\text{anterior}}} \right)^2 \text{ (4)} \Rightarrow C_{\text{carga}} = 750 \times \left( \frac{1050}{1175} \right)^2 = 598,91[\text{N.m}]$$

a) Sendo  $P_r$  a potência por fase recuperada do escorregamento, e desprezando-se em primeira análise a resistência do enrolamento do rotor  $R_r$ , a potência por fase passando do estator para o rotor pelo entreferro  $P_g$  é:

$$P_g = \frac{P_r}{s} \text{ (5)}$$

E a potência no eixo (Pd) é a potência no entreferro (3xPg) menos a potência total recuperada no rotor (3xPr), menos as perdas em vazio (Pvazio), estas últimas supostas desprezíveis.

$$Pd = 3 \times (Pg - Pr) = 3 \times I_r'^2 \times \frac{R_r'}{s} - 3 \times I_r' \times R_r' = 3 \times Pg \times (1 - s) \quad (6)$$

$$Pd = 3 \times \left( \frac{Pr}{s} - Pr \right) = \frac{3 \times Pr \times (1 - s)}{s} \quad (7)$$

Como a potência de escorregamento total é recuperada pelo retificador:

$$3 \times Pr = E_o \times I_{cc} \quad e \quad Pd = C_{carga} \times \omega_m \quad (8)$$

$$Pd = \frac{(1 - s) \times E_o \times I_{cc}}{s} = C_{carga} \times \omega_m = C_{carga} \times \omega_s \times (1 - s) \quad (9)$$

Isolando-se a corrente contínua Icc, e usando-se a fórmula de Eo (equação 12):

$$I_{cc} = \frac{C_{carga} \times \omega_s}{1,35 \times \sqrt{3} \times V_f \times \frac{1}{a_m}} \quad (10) \Rightarrow I_{cc} = \frac{598,91 \times 125,66}{1,35 \times \sqrt{3} \times 265,58 \times 0,9} = 134,65[A]$$

Esta equação mostra que a corrente contínua do retificador é independente da velocidade! Obviamente ela tem relação com o conjugado desenvolvido.

b) Desprezando-se Rs, R'r, Xs, X'r, em face à impedância de Lf, a tensão de fase de entrada do retificador Er é a tensão gerada por fase no rotor, com o escorregamento nominal:

$$E_r = s \times V_f \times \frac{1}{a_m} \quad (11) \Rightarrow E_r = 0,125 \times 265,58 \times 0,9 = 29,878[V]$$

Desprezando-se a reatância de comutação do retificador 3F2C não controlado, a tensão média em sua saída (Eo) fica:

$$E_o = 1,35 \times \sqrt{3} \times E_r = 1,35 \times \sqrt{3} \times s \times V_f \times \frac{1}{a_m} \quad (12) \Rightarrow E_o = 1,35 \times \sqrt{3} \times 29,878 = 69,86[V]$$

c) a tensão CA de fase na saída do inversor 3F2C é a tensão CA de fase da linha trifásica do sistema CA principal (figura 1), multiplicado pela relação de transformação **1:af** do transformador de saída:

$$E_{inv} = \frac{1}{a_f} \times V_f \quad (14) \Rightarrow E_{inv} = 0,4 \times 265,58 = 106,23[V]$$

Novamente desprezando-se a reatância de comutação (desta vez a do inversor 3F2C), tem-se:

$$V_o = -1,35 \times \sqrt{3} \times E_{inv} \times \cos \alpha = -1,35 \times \sqrt{3} \times \frac{1}{a_f} \times V_f \times \cos \alpha \quad (14)$$

Deve-se notar que o sinal negativo é para situar corretamente o ângulo de disparo  $\alpha$  entre 90° e 180° (região de inversão, com  $\cos \alpha$  negativo). Sabendo-se que a tensão de saída CC do retificador Eo é igual à de entrada CC do inversor Vo (pois ambos compartilham o mesmo barramento CC, conforme a figura 2), obtém-se a equação 15.

Como  $E_o=V_o$  em regime permanente (a tensão média em  $L_f$  é nula em regime):

$$1,35 \times \sqrt{3} \times s \times V_f \times \frac{1}{a_m} = -1,35 \times \sqrt{3} \times \frac{1}{a_f} \times V_f \times \cos \alpha \quad (15)$$

De onde resulta:

$$s = -\frac{a_m}{a_f} \times \cos \alpha \quad (16)$$

O que mostra que a velocidade é independente do conjugado! Colocando em termos de velocidade do motor pode-se obter o ângulo  $\alpha$ :

$$\omega_m = \omega_s \times (1 - s) = \omega_s \times \left(1 + \frac{a_m}{a_f} \times \cos \alpha\right) \quad (17)$$

$$\Rightarrow 109,96 = 125,66 \times (1 - 0,125) = 125,66 \times \left(1 + \frac{0,4}{0,9} \times \cos \alpha\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \cos \alpha = -0,2811 \Rightarrow \alpha = 106,33^\circ$$

Note-se que o ângulo de disparo  $\alpha$  está corretamente na região de inversão, entre  $90^\circ$  e  $180^\circ$ . Como  $\alpha$  está parte inferior desta região (mais próximo de  $90^\circ$  que de  $180^\circ$ ), isto indica que o fator de potência do inversor 3F2C, visto pela rede CA, encontra-se com um valor bem baixo. Para se aumentar o fator de potência do inversor, aproximando o ângulo  $\alpha$  de  $180^\circ$ , deve-se aumentar a relação de transformação **af:1**, de acordo com a equação (16). Repare que o fator de potência calculado no item e é total do sistema.

d) A potência ativa devolvida à rede CA é a potência CC do retificador, pois tanto no retificador como no inversor não há perdas:

$$P_{r\text{ et}} = P_{\text{inv}} = P_{\text{escorr}} = E_o \times I_{cc} \quad (18) \Rightarrow P_{r\text{ et}} = P_{\text{inv}} = P_{\text{escorr}} = 69,86 \times 134,65 = 9407[\text{W}]$$

A potência mecânica na carga é dada pela equação (8):

$$P_d = C_{\text{carga}} \times \omega_m = 598,91 \times 109,96 = 65.856[\text{W}]$$

Desprezando-se a reatância de comutação do retificador 3F2C, a corrente eficaz de fase do rotor, refletida ao estator é:

$$I_r = \sqrt{\frac{2}{3}} \times I_{cc} \times \frac{1}{a_m} \quad (19) \Rightarrow I_r = \sqrt{\frac{2}{3}} \times 134,65 \times 0,9 = 98,95[\text{A}]$$

E as perdas ohmicas nas resistências do rotor e do estator podem ser determinadas:

$$P_{r\text{ otor}} = 3 \times R_r \times I_r^2 \quad (20) \Rightarrow P_{r\text{ otor}} = 3 \times 0,044 \times 98,95^2 = 1292[\text{W}]$$

$$P_{\text{estator}} = 3 \times R_s \times I_r^2 \quad (21) \Rightarrow P_{\text{estator}} = 3 \times 0,041 \times 98,95^2 = 1204[\text{W}]$$

A potência total absorvida pelo motor é a potência na carga  $P_d$  mais as perdas ohmicas:

$$P_{\text{abs}} = P_d + P_{r\text{ otor}} + P_{\text{estator}} \quad (22) \Rightarrow P_{\text{abs}} = 65.856 + 1292 + 1204 = 68.352[\text{W}]$$

Com isso a eficiência do conjunto pode ser calculada:

$$\eta = \frac{P_d}{P_{\text{abs}}} \quad (23) \Rightarrow \eta = \frac{65.856}{68.352} = 0,963 = 96,3\%$$

e) Fazendo-se uma aproximação pela fundamental da corrente de fase do rotor refletida ao estator, tem-se:

$$I'_{r_1} = \frac{\sqrt{6}}{\pi} \times I_{cc} \times \frac{1}{a_m} \quad (24) \Rightarrow I'_{r_1} = \frac{\sqrt{6}}{\pi} \times 134,65 \times 0,9 = 94,49[\text{A}]$$

Esta componente fundamental de corrente  $I'_{r_1}$  obviamente está em fase com a tensão de fase. A outra componente no estator do motor corresponde à corrente magnetizante  $I_m$ , conforme a equação (25):

$$I_m = \frac{V_f}{X_m} \quad (25) \Rightarrow I_m = \frac{265,58}{6,1} = 43,54[\text{A}]$$

Esta corrente, indutiva, está atrasada  $90^\circ$  em relação à tensão de fase. A corrente total no estator é dada pela equação (26):

$$I_{s_1} = \sqrt{(I'_{r_1})^2 + (I_m)^2} \angle \left[ -\tan^{-1} \left( \frac{I_m}{I'_{r_1}} \right) \right] \quad (26) \Rightarrow$$

$$I_{s_1} = \sqrt{94,49^2 + 43,54^2} \angle \left( -\tan^{-1} \frac{43,54}{94,49} \right) = 104,04 \angle -24,74^\circ [\text{A}]$$

Veja que se pode fazer a soma vetorial (fasorial), pois se trata da fundamental da corrente do rotor, sem as harmônicas, somada à corrente magnetizante, esta também desprezando harmônicas.

Deve-se ainda levar em conta a corrente CA devolvida à rede pelo inversor. Esta corrente tem sua fundamental atrasada de  $\alpha$  em relação à tensão de fase. Usando-se a equação (19) com a relação de transformação **1:af** ao invés de **1:am**, tem-se:

$$I_{inv} = \sqrt{\frac{2}{3}} \times I_{cc} \times \frac{1}{a_f} \angle -\alpha \quad (27) \Rightarrow I_{inv} = \sqrt{\frac{2}{3}} \times 134,65 \times 0,4 = 43,98 \angle -106,33^\circ [\text{A}]$$

A corrente total do acionamento é a soma das duas correntes:

$$I_{total} = I_{s_1} + I_{inv} \quad (28) \Rightarrow I_{total} = 104,04 \angle -24,74^\circ + 43,98 \angle -106,33^\circ = 118,73 \angle -46,23^\circ [\text{A}]$$

O fator de potência (indutivo), desprezando-se as harmônicas, é dado por:

$$F.P. = \cos(-46,23^\circ) = 0,69$$

Veja que este fator de potência pode ser melhorado se for alterada a relação de transformação do transformador de saída (diminuindo a relação **1:af**), conforme se nota pela equações (16) e (27). Por exemplo, se **1:af** = 0,9, resultam  $\alpha=97^\circ$  e F.P.=0,5 e quando **1:af**=0,2,  $\alpha=124^\circ$  e F.P.=0,8.

**Exercício proposto:** Repetir o problema com as seguintes modificações:

- $R_s=0,11\Omega$ ;  $R'_r=0,09\Omega$ ;  $X_s=0,4\Omega$ ;  $X'_r=0,6\Omega$ ;  $X_m=11,6\Omega$
- Conjugado de 455N.m a 1175rpm (conjugado proporcional ao quadrado da velocidade)
- Nova velocidade de operação  $n_{motor}=950\text{rpm}$ .
- $1:a_f=0,9$  e  $1:a_f=0,5$  (relação de transformação do transformador de saída)