Complementos de Mecânica - Exercícios em classe – 29/8/2016

1) Deseja-se determinar dois números cujo produto é y de modo que sua soma seja mínima. Encontre esses números
   a) se são **inteiros** positivos, com $y = 64$. (*Resolva testando todos os casos possíveis, uma vez que não dá para derivar em relação a um número inteiro.*)
   b) se são reais positivos, para um y qualquer. (*Resolva montando a função e derivando, a fim de demonstrar que sua resposta é mesmo um mínimo.*)

2) Margarida tem 100 m de tela para cercar um jardim de forma retangular, de maneira a ocupar a maior área possível. Determine qual é essa área quando ela
   a) precisa cercar todos os lados.
   b) aproveita o muro e só cerca 3 lados.

3) Deseja-se construir uma caixa com capacidade de 9 m^3 que tem uma base retangular, cujo comprimento é 3 vezes sua largura. O material usado para a tampa e o fundo custa o dobro do preço do material usado para as laterais. Determine as dimensões que minimizam o custo de construção da caixa.

4) Uma janela tipo colonial tem a forma de um retângulo em que o lado de cima é substituído por um semicírculo. Determine a maior área possível para essa janela, quando o seu perímetro é 12 m.

5) Determine a área do maior retângulo que pode ser inscrito em um círculo de raio R.

6) Determine os pontos sobre a parábola $y = x^2 + 1$ que estão **mais próximos** do ponto (0,2).

7) Um arame com 2 m de comprimento é cortado em dois pedaços. Com os pedaços, faz-se duas figuras planas, um quadrado e um triângulo equilátero. Determine como cortar o arame para que a soma das áreas seja a) mínima e b) máxima. *Obs.: É mais fácil determinar a resposta ao item b) por meio de um gráfico, que ilustra o resultado de forma mais evidente.*

8) Dois postes estão fincados no solo verticalmente e separados em 20 m, um com 6 m fora do solo e outro, com 15 m, em um terreno plano. Um cabo liga os topos dos dois e está preso ao solo entre eles, formando uma espécie de "v" assimétrico. Determine onde o cabo precisa estar preso ao solo de modo que
   a) seja usada a menor quantidade de cabo.
   b) o ângulo em que o cabo está dobrado seja o máximo.

   Obs.: O item b) fica mais fácil com um programa como Mathematica, MatLab ou Maple, para derivar e resolver a equação resultante.

9) Uma bacia é formada por uma lata com 60 cm de largura, dobrada ao longo de linhas a 20 cm das bordas, ambas no mesmo ângulo θ com o fundo. As tampas laterais são soldadas perpendicularmente à superfície do fundo. Determine o ângulo θ que maximiza a quantidade de água que essa bacia pode transportar.

10) Em um sistema de referência cartesiano xOy, a equação da elipse é

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

Nessa elipse, inscreve-se um retângulo de lados p e q, paralelos aos eixos coordenados. **Use os multiplicadores de Lagrange** para determinar os valores de p e q que maximizam a área do retângulo, com a e b fixos. Sugestão: *ao escrever a equação de vínculo, reúna os termos da equação da elipse em um dos lados da igualdade, mas* ***não*** *realize nenhuma outra operação algébrica, por exemplo, NÃO coloque todos os termos em um denominador comum*.