

Complementos de Mecânica Clássica – Exercício em classe

3 de novembro de 2016, Vito R. Vanin

8.1 Marion. Dois corpos em interação por uma força central são colocados em uma região do espaço em que há um campo de gravitação uniforme e mais nenhuma outra interação. Mostre que é possível reduzir esse problema de dois corpos a um problema de um corpo, por meio de um desenvolvimento matemático parecido com o da seção 8.2 do livro.

Ignore qualquer efeito devido aos tamanhos dos corpos.
--

Roteiro de Solução

1. Faça um esboço do sistema, escolha um sistema de referência e uma direção para o campo de gravidade uniforme. A fim de padronizarmos a discussão, escolha a direção Oz para esse campo uniforme, no sentido positivo.
2. Defina as coordenadas de centro de massa e relativa, em função das coordenadas das partículas.
3. Inverta as relações do item acima: determine as coordenadas das partículas a partir das coordenadas relativas e do Centro de Massa.
4. Escreva a lagrangiana do sistema, em um primeiro instante a partir das coordenadas em que os vários termos tem fórmulas mais simples e compactas.
5. Substitua na lagrangiana todas as ocorrências das coordenadas das partículas pelas coordenadas relativa e do centro de massa.
6. Identifique a massa reduzida e escreva a lagrangiana como soma de dois termos, um deles dependente apenas da coordenada relativa e outro, da coordenada do centro de massa.
7. Interprete o resultado obtido – o que ele tem de surpreendente?
8. Verifique se esse resultado pode ser aplicado ao movimento de um satélite artificial em órbita baixa na Terra.
9. Verifique se esse resultado pode ser aplicado ao movimento da Lua em torno da Terra.