LCF0280 – Métodos Quantitativos para a Gestão Ambiental

Tarefa 08

Avaliação Final – Exercícios de Programação Linear

Aplique o seguinte roteiro para formular e resolver os exercícios desta tarefa

1. Qual objetivo orienta o problema? Que resultado se pretende alcançar?
   É essencial que apenas um objetivo possa ser destacado como o mais importante.

2. Quais são as alternativas disponíveis que contribuem para o atendimento do objetivo?
   Identifique as *diferentes maneiras de gerar resultados* ótimos.

3. Associe cada alternativa a uma variável de decisão (incógnita x_i).
   As alternativas devem ser expressas como variáveis matemáticas.

4. Defina a unidade de medida que usada para cada variável de decisão.
   As variáveis matemáticas devem expressar unidades mensuráveis.

5. Quantifique a contribuição unitária (c_i) de cada alternativa para com o objetivo.
   É essencial definir quanto cada unidade da variável x_i contribui para o objetivo.

6. Defina a função $Z = \sum c_i x_i$ que quantifica o objetivo.
   O objetivo é a simples soma total das contribuições de cada alternativa.

7. Identifique tetos, pisos e compromissos.
   Defina as restrições que limitam os níveis das variáveis de decisão.

8. Escreva as quantidades representando tetos, pisos e compromissos à direita.
   Defina o *RHS* (*right hand side*) do problema. Dispor esses valores numa coluna à direita, um em cada linha, garante que todas as restrições sejam identificadas e expressas corretamente.

<=	*teto*
>=	*piso*
=	*compromisso*

9. À esquerda dos valores dessa coluna, apresente as respectivas expressões matemáticas que afetam os tetos, pisos ou metas, da seguinte forma:

$$\sum a_{it}\, x_i \leq \text{teto}_t$$
$$\sum a_{ip}\, x_i \geq \text{piso}_p$$
$$\sum a_{im}\, x_i = \text{meta}_m$$

10. Declare a direção desejada para o objetivo (máximo ou mínimo) e confira se o resultado matemático resulta no seguinte sistema:

    Maximizar (ou Minimizar) $Z = \sum c_i x_i$

    sujeito a:

$$\sum a_{ip}\, x_i \geq piso_p$$
$$\sum a_{it}\, x_i \leq teto_t$$
$$\sum a_{im}\, x_i = meta_m$$

$$\text{sendo todo } x_i \geq 0$$

Lista de Exercícios

Problema 1

Uma empresa produz cabos de cobre e cabos de alumínio, vendidos em rolos padronizados de 100m. Cada rolo de alumínio consome 44 kWh de eletricidade e 4 horas de trabalho. O rolo de cobre consome 20 kWh de eletricidade e 3,5 horas de trabalho. A produção de cabos de cobre está limitada a 120 rolos por dia e a de alumínio a 80 rolos por dia, devido à disponibilidade diária máxima de matéria prima. A empresa se comprometeu a usar no máximo 4400 kWh por dia, e pode empregar no máximo 560 horas de trabalho por dia. Sendo o lucro com cada rolo de alumínio de R$ 21,50, e com o cobre de R$ 15,00, quanto produzir diariamente de cada cabo se o objetivo for maximizar lucro (se necessário, arredonde os resultados para o valor inteiro mais próximo)? Qual será o lucro total (resultado do *solver*, arredondado para duas casas decimais)? Apresente o gráfico com a região de viabilidade deste problema.

Problema 2

Um profissional, ao prestar serviços técnicos como consultor, tem renda bruta média de R$190 por hora. Para completar a sua receita, oferece também palestras na sua área de especialização e com isso ganha R$400 por hora dedicada a essa atividade. Enquanto palestrante, a sua pegada ecológica gera seis unidades de emissão de carbono por hora. Como consultor, para emitir a mesma quantidade, são necessárias três horas de consultoria. Compromissado com a causa ambiental, esse profissional se comprometeu a não gerar mais do que 5.000 unidades de carbono por ano com o seu trabalho. Para manter-se conhecido no mercado, concluiu que precisa dedicar pelo menos 200 horas a palestras. Como consultor, precisa trabalhar pelo menos 50 horas para manter-se próximo dos clientes e atualizado. Proferir palestras não é a atividade preferida desse profissional, e decidiu dedicar no máximo 650 horas a essa atividade. Descontadas as horas para lazer e descanso, o consultor trabalha no máximo 1500 horas por ano. Quantas horas esse profissional deveria dedicar a cada atividade (consultoria e palestras) por ano para maximizar a sua renda?

Problema 3

Um programa de treinamento para funcionários de uma grande estatal brasileira demandará 115 kits didáticos no estado da Bahia, 315 kits em Pernambuco, e 615 kits no Espírito Santo. A empresa de consultoria responsável pelo programa de treinamento dispõe de 600 kits no seu escritório de São Paulo, 400 kits na filial do Rio de Janeiro e pode encomendar até 380 novos kits em Porto Alegre. Os kits serão enviados para os alunos em cada estado e posteriormente usados em estudos tutorados via internet. O custo de remessa de cada kit é de R$ 5,80 para o trecho SP – PE, R$ 4,20 para os trechos SP – BA e SP – ES, R$ 6,20 para o trecho RJ – PE, R$ 5,30 para o trecho RJ – BA, R$ 2,90 para o trecho RJ – ES, e R$ 7,30 para os kits enviados do RS para qualquer parte do Brasil. Visando o menor custo, quantos kits deveriam ser enviados de cada origem possível para os estado onde a estatal irá promover o programa de treinamento?

Problema 4

Um inesperado e longo período de estiagem deixou milhares de comunidades isoladas no interior do Amazonas. Os desamparados foram alojados em grupos de 2000 pessoas em abrigos coordenados pela defesa civil. Cargas com cinco tipos diferentes de farinha foram lançadas pelo exército para alimentar os habitantes dessas comunidades. Bolos e sopas com esses produtos permitirão alimentar as famílias desamparadas enquanto a situação não se normaliza. A ONG que ajudou a distribuir esses produtos tenta minimizar o custo de aquisição e transporte para evitar desperdícios, e sugere que os abrigos produzam lotes de 1.000 kg de rações balanceadas de mínimo custo com esses produtos (*importante*: perceba que o problema define a ração em termos de lote de mil kg). Faça a composição dessa ração, contendo no máximo 10% de farinha de peixe, exatamente 15% de proteínas; um mínimo de 20% de fibras; entre 30% e 40% de carboidratos; e entre 800 e 1800 calorias por quilograma. As características de cada tipo de farinha são apresentadas no seguinte quadro:

	Proteínas (%)	Fibras (%)	Carboidratos (%)	Calorias (cal/kg)	Custo ($/kg)
Soja	9	12	50	1000	0,45
Peixe	55	0	4	1950	0,10
Trigo	7	6	66	1750	0,70
Centeio	12	25	35	450	0,45
Aveia	8,5	11	58	1700	0,80

Capriche ao preparar o documento PDF com as respostas.

Demonstre que você realmente seguiu o roteiro de formulação de problemas de programação linear.

Apresente uma captura de tela do *solver* usado para análise de cada problema que exiba a formulação digitada para resolvê-los.

Conclua as respostas de cada problema por extenso, deixando claro quais valores foram encontrados na solução ótima, tanto para a função objetivo como para as variáveis incógnitas.