PROBLEMA 6

1. Qual objetivo orienta o problema? Que resultado se pretende alcançar?

   Mínimo custo de transporte.

2. Quais alternativas contribuem para o atendimento do objetivo?

   Transportar mudas de três diferentes viveiros para quatro diferentes áreas

3. Associe cada alternativa a uma variável de decisão (incógnita x_i).

   x_{ij} identifica a alternativa envolvendo o transporte de mudas do viveiro *i* para a área *j*

4. Defina a unidade de medida que será usada para quantificar os níveis de cada variável de decisão.

   Milhões de mudas. Portanto, x_{ij} quantifica milhões de mudas transportadas do viveiro *i* para a área *j*

5. Quantifique a contribuição unitária (ci) de cada alternativa para com o objetivo.

   O objetivo avalia custo total e x_{ij} define mudas, portanto, c_{ij} precisa expressar custo do transporte da muda produzida no viveiro *i* e destinada para a área *j*. Como o enunciado não apresenta essa informação, usaremos distância entre viveiro *i* e área *j* como uma aproximação desses custos.

6. Defina matematicamente a função $Z = \sum c_i x_i$ que quantifica o objetivo.

   $Z = 8\,x_{11} + 19\,x_{12} + 22\,x_{13} + 6\,x_{14} + 15\,x_{21} + 6\,x_{22} + 16\,x_{23} + 5\,x_{24} + 7\,x_{31} + 8\,x_{32} + 9\,x_{33} + 12\,x_{34}$

7. Identifique as limitações que estabelecem tetos, pisos ou compromissos. Este passo começa a definir o *RHS* (*right hand side*) do problema. Apenas cite as limitações que se apresentam como tetos, pisos ou compromissos.

   ***Tetos**: disponibilidade (oferta) de mudas em cada viveiro j*

   ***Pisos**: necessidade (demanda) de mudas em cada área j*

8. Escreva as quantidades representando tetos, pisos ou compromissos. Dispor esses valores numa coluna à direita, um em cada linha.

Tetos (oferta)	≤	5	Pisos (demanda)	≥	2
	≤	1		≥	3
	≤	2		≥	2
				≥	1

9. À esquerda dos valores dessa coluna, apresente as respectivas expressões matemáticas que afetam os tetos, pisos ou metas:

Oferta no viveiro 1)	$x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14}$	≤	5	Demanda na área 1)	$x_{11} + x_{21} + x_{31}$	≥	2
Oferta no viveiro 2)	$x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24}$	≤	1	Demanda na área 2)	$x_{12} + x_{22} + x_{32}$	≥	3
Oferta no viveiro 3)	$x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34}$	≤	2	Demanda na área 3)	$x_{13} + x_{23} + x_{33}$	≥	2
				Demanda na área 4)	$x_{14} + x_{24} + x_{34}$	≥	1

10. Escreva o conjunto completo de sentenças matemáticas que expressa o problema:

    Minimizar $Z = 8\,x_{11} + 19\,x12 + 22\,x_{13} + 6\,x_{14} + 15\,x_{21} + 6\,x_{22} + 16\,x_{23} + 5\,x_{24} + 7\,x_{31} + 8\,x_{32} + 9\,x_{33} + 12\,x_{34}$

    sujeito a:

Oferta no viveiro 1)	$x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14}$	≤	5	Demanda na área 1)	$x_{11} + x_{21} + x_{31}$	≥	2
Oferta no viveiro 2)	$x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24}$	≤	1	Demanda na área 2)	$x_{12} + x_{22} + x_{32}$	≥	3
Oferta no viveiro 3)	$x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34}$	≤	2	Demanda na área 3)	$x_{13} + x_{23} + x_{33}$	≥	2
				Demanda na área 4)	$x_{14} + x_{24} + x_{34}$	≥	1

com todo $x_{ij} \geq 0$

PROBLEMA 7

1. Qual objetivo orienta o problema? Que resultado se pretende alcançar?

   Apesar de não explicitado, parece lógico assumir que o objetivo é minimizar o tempo total para realizar 4 tarefas.

2. Quais alternativas contribuem para o atendimento do objetivo?

   Qualquer um dos quatro equipamentos *i* pode fazer qualquer tarefa *j*.

3. Associe cada alternativa a uma variável de decisão (incógnita x_i).

   x_{ij} identifica a tarefa *j* destinada ao equipamento *i*

4. Defina a unidade de medida que será usada para quantificar os níveis de cada variável de decisão.

   Neste caso usaremos o conceito binário 0, 1 para identificar se (1) a tarefa *j* é feita no equipamento *i*, ou (0) não.

5. Quantifique a contribuição unitária (ci) de cada alternativa para com o objetivo.

   O objetivo avalia tempo total e x_{ij} define se a tarefa é ou não feita em um certo equipamento, portanto, c_{ij} precisa expressar tempo gasto pela tarefa *j* no equipamento *i*. O enunciado apresenta essa informação em um quadro.

6. Defina matematicamente a função $Z = \sum c_i x_i$ que quantifica o objetivo.

   $Z = 14\,x_{11} +5\,x_{12} +8\,x_{13} +7\,x_{14} +2\,x_{21} +12\,x_{22} +6\,x_{23} +5\,x_{24} +7\,x_{31} +8\,x_{32} +3\,x_{33} +9\,x_{34} +2\,x_{41} +4\,x_{42} +6\,x_{43} +10\,x_{44}$

7. Identifique as limitações que estabelecem tetos, pisos ou compromissos. Este passo começa a definir o *RHS* (*right hand side*) do problema. Apenas cite as limitações que se apresentam como tetos, pisos ou compromissos.

   ***Compromisso 1**: cada equipamento só realiza uma tarefa de cada vez*

   ***Compromisso 2**: cada uma das quatro tarefas precisa ser feita*

8. Escreva as quantidades representando tetos, pisos ou compromissos. Dispor esses valores numa coluna à direita, um em cada linha.

Cada equipamento assume uma única tarefa	=	1	Cada tarefa é feita em um equipamento	=	1
	=	1		=	1
	=	1		=	1
	=	1		=	1

9. À esquerda dos valores dessa coluna, apresente as respectivas expressões matemáticas que afetam os tetos, pisos ou metas:

Equipamento 1) $x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14}$	=	1	*Tarefa 1)* $x_{11} + x_{21} + x_{31} + x_{41}$	=	1
Equipamento 2) $x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24}$	=	1	*Tarefa 2)* $x_{12} + x_{22} + x_{32} + x_{42}$	=	1
Equipamento 3) $x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34}$	=	1	*Tarefa 3)* $x_{13} + x_{23} + x_{33} + x_{43}$	=	1
Equipamento 4) $x_{41} + x_{42} + x_{43} + x_{44}$	=	1	*Tarefa 4)* $x_{14} + x_{24} + x_{34} + x_{44}$	=	1

10. Escreva o conjunto completo de sentenças matemáticas que expressa o problema:

    Minimizar $Z = 14\,x_{11} +5\,x_{12} +8\,x_{13} +7\,x_{14} +2\,x_{21} +12\,x_{22} +6\,x_{23} +5\,x_{24} +7\,x_{31} +8\,x_{32} +3\,x_{33} +9\,x_{34} +2\,x_{41} +4\,x_{42} +6\,x_{43} +10\,x_{44}$
    sujeito a:

Equipamento 1) $x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14}$	=	1	*Tarefa 1)* $x_{11} + x_{21} + x_{31} + x_{41}$	=	1
Equipamento 2) $x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24}$	=	1	*Tarefa 2)* $x_{12} + x_{22} + x_{32} + x_{42}$	=	1
Equipamento 3) $x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34}$	=	1	*Tarefa 3)* $x_{13} + x_{23} + x_{33} + x_{43}$	=	1
Equipamento 4) $x_{41} + x_{42} + x_{43} + x_{44}$	=	1	*Tarefa 4)* $x_{14} + x_{24} + x_{34} + x_{44}$	=	1

com todo $x_{ij} \geq 0$

PROBLEMA 8

1. Qual objetivo orienta o problema? Que resultado se pretende alcançar?
   Maximizar recursos poupados ao produzir na comunidade e ter menos dependência externa

2. Quais alternativas contribuem para o atendimento do objetivo?
   Produzir uma das três culturas agrícolas (*j*: beterraba, algodão ou sorgo) em uma das três eco-vilas (*i*: Sol, Terra ou Lua)

3. Associe cada alternativa a uma variável de decisão (incógnita x_i).
   x_{ij} identifica o plantio da cultura *j* na eco-vila *i*

4. Defina a unidade de medida que será usada para quantificar os níveis de cada variável de decisão.
   Hectares. Portanto, x_{ij} quantifica hectares da eco-vila *i* plantados com a cultura agrícola *j*

5. Quantifique a contribuição unitária (ci) de cada alternativa para com o objetivo.
   O objetivo avalia recursos poupados e x_{ij} define hectares da cultura *j* na eco-vila *i*. Portanto, c_{ij} precisa expressar recursos poupados por hectare quando a cultura *j* é plantada na eco-vila *i*. O enunciado apresenta essa informação no quadro.

6. Defina matematicamente a função $Z = \sum c_i x_i$ que quantifica o objetivo.
   $Z = 1000\, x_{11} + 750\, x_{12} + 250\, x_{13} + 1000\, x_{21} + 750\, x_{22} + 250\, x_{23} + 1000\, x_{31} + 750\, x_{32} + 250\, x_{33}$

7. Identifique as limitações que estabelecem tetos, pisos ou compromissos. Este passo começa a definir o *RHS* (*right hand side*) do problema. Apenas cite as limitações que se apresentam como tetos, pisos ou compromissos.
   Teto de área*: cada eco-vila apresenta uma área agricultável máxima*
   Teto de plantio*: existe um máximo definido para a área total plantada na comunidade de cada cultura agrícola*
   Teto de irrigação: *a disponibilidade de água para irrigação é limitada a um máximo em cada eco-vila*
   Compromisso de proporcionalidade: *proporção [área plantada] : [área total] de cada eco-vila igual entre as 3 eco-vilas*

8. Escreva as quantidades representando tetos, pisos ou compromissos. Dispor esses valores numa coluna à direita, um em cada linha.

	≤	400		≤	600		≤	199.800
Área da Eco-Vila	≤	600	Área da Cultura	≤	500	Água de Irrigação	≤	266.400
	≤	300		≤	325		≤	124.875

$$\frac{ÁreaPlantadaEcoSol}{ÁreaTotalEcoSol} = \frac{ÁreaPlantadaEcoTerra}{ÁreaTotalEcoTerra} = \frac{ÁreaPlantadaEcoLua}{ÁreaTotalEcoLua}$$

9. À esquerda dos valores dessa coluna, apresente as respectivas expressões matemáticas que afetam os tetos, pisos ou metas:

Eco-Vila Sol)	$x_{11} + x_{12} + x_{13}$	≤	400	Beterraba)	$x_{11} + x_{21} + x_{31}$	≤	600	Irrigação na Sol)	$999\, x_{11} + 666\, x_{12} + 333\, x_{13}$	≤	199.800
Eco-Vila Terra)	$x_{21} + x_{22} + x_{23}$	≤	600	Algodão)	$x_{12} + x_{22} + x_{32}$	≤	500	Irrigação na Terra)	$999\, x_{21} + 666\, x_{22} + 333\, x_{23}$	≤	266.400
Eco-Vila Lua)	$x_{31} + x_{32} + x_{33}$	≤	300	Sorgo)	$x_{13} + x_{23} + x_{33}$	≤	325	Irrigação na Lua)	$999\, x_{31} + 666\, x_{32} + 333\, x_{33}$	≤	124.875

$$\frac{ÁreaPlantadaEcoSol}{ÁreaTotalEcoSol} = \frac{ÁreaPlantadaEcoTerra}{ÁreaTotalEcoTerra} = \frac{ÁreaPlantadaEcoLua}{ÁreaTotalEcoLua} \to \frac{x_{11} + x_{12} + x_{13}}{400} = \frac{x_{21} + x_{22} + x_{23}}{600} = \frac{x_{31} + x_{32} + x_{33}}{300} \to$$

$$\to 600(x_{11} + x_{12} + x_{13}) = 400(x_{21} + x_{22} + x_{23}) \ \ e \ \ 300(x_{21} + x_{22} + x_{23}) = 600(x_{31} + x_{32} + x_{33}) \to$$

$$\to \begin{cases} 600x_{11} + 600x_{12} + 600x_{13} = 400x_{21} + 400x_{22} + 400x_{23} \\ 300x_{21} + 300x_{22} + 300x_{23} = 600x_{32} + 600x_{33} + 600x_{31} \end{cases}$$

$$\to \begin{cases} 600x_{11} + 600x_{12} + 600x_{13} - 400x_{21} - 400x_{22} - 400x_{23} = 0 \\ 300x_{21} + 300x_{22} + 300x_{23} - 600x_{32} - 600x_{33} - 600x_{31} = 0 \end{cases}$$

10. Escreva o conjunto completo de sentenças matemáticas que expressa o problema:

Maximizar $Z = 1000\, x_{11} + 750\, x_{12} + 250\, x_{13} + 1000\, x_{21} + 750\, x_{22} + 250\, x_{23} + 1000\, x_{31} + 750\, x_{32} + 250\, x_{33}$

sujeito a:

Eco-Vila Sol)	$x_{11} + x_{12} + x_{13}$	≤	400	Beterraba)	$x_{11} + x_{21} + x_{31}$	≤	600	Irrigação na Sol)	$999\, x_{11} + 666\, x_{12} + 333\, x_{13}$	≤	199.800
Eco-Vila Terra)	$x_{21} + x_{22} + x_{23}$	≤	600	Algodão)	$x_{12} + x_{22} + x_{32}$	≤	500	Irrigação na Terra)	$999\, x_{21} + 666\, x_{22} + 333\, x_{23}$	≤	266.400
Eco-Vila Lua)	$x_{31} + x_{32} + x_{33}$	≤	300	Sorgo)	$x_{13} + x_{23} + x_{33}$	≤	325	Irrigação na Lua)	$999\, x_{31} + 666\, x_{32} + 333\, x_{33}$	≤	124.875

Igualdade de proporção entre eco-vilas) $\begin{cases} 600x_{11} + 600x_{12} + 600x_{13} - 400x_{21} - 400x_{22} - 400x_{23} = 0 \\ 300x_{21} + 300x_{22} + 300x_{23} - 600x_{32} - 600x_{33} - 600x_{31} = 0 \end{cases}$

com todo $x_{ij} \geq 0$

PROBLEMA 9

1. Qual objetivo orienta o problema? Que resultado se pretende alcançar?

   Minimizar a distância percorrida pelos alunos até a escola

2. Quais alternativas contribuem para o atendimento do objetivo?

   Alocar alunos (**N**ativos e **G**auchos) da sub-região *j* na escola *k*

3. Associe cada alternativa a uma variável de decisão (incógnita x_i).

   N_{jk} identifica alunos nativos que vão da sub-região *j* para a escola *k*
   G_{jk} identifica alunos gaúchos que vão da sub-região *j* para a escola *k*

4. Defina a unidade de medida que será usada para quantificar os níveis de cada variável de decisão.

   Crianças. Portanto, N_{jk} e G_{jk} quantificam crianças nativas (N) e gaúchas (G), respectivamente, da sub-região *j* na escola *k*

5. Quantifique a contribuição unitária (ci) de cada alternativa para com o objetivo.

   O objetivo refere-se a distância total percorrida e as variáveis identificam crianças caminhado da escola *j* para a escola *k*. Portanto, c_{ij} deve expressar quilômetros percorridos por criança. As distâncias entre sub-regiões e escolas estão no quadro.

6. Defina matematicamente a função $Z = \sum c_i x_i$ que quantifica o objetivo.

   Z =1,2 N11 +1,5 N12 +3,3 N13 +2,6 N21 +4,0 N22 +5,5 N23 + ... +3,8 N01 +1,8 N02 +1,0 N03 +
   1,2 G11 +1,5 G12 +3,3 G13 +2,6 G21 +4,0 G22 +5,5 G23 + ... +3,8 G01 +1,8 G02 +1,0 G03

7. Identifique as limitações que estabelecem tetos, pisos ou compromissos. Este passo começa a definir o *RHS* (*right hand side*) do problema. Apenas cite as limitações que se apresentam como tetos, pisos ou compromissos.

   Compromisso de colocar as crianças nativas na escola*: cada sub-região tem uma população de crianças nativas*
   Compromisso de colocar as crianças gaúchas na escola*: cada sub-região tem uma população de crianças gaúchas*
   Teto de vagas em cada escola*: cada escola aceita um número máximo de crianças*
   Compromisso de igualdade da proporção de gaúchos por escola*: mesma proporção de vagas por escola com gaúchos*
   Compromisso de teto e piso para a proporção de gaúchos por escola*: essa proporção deve ficar entre 30% e 70%*

8. Escreva as quantidades representando tetos, pisos ou compromissos. Dispor esses valores numa coluna à direita, um em cada linha.

	=	300		≤	150		≤	1500
Crianças nativas por região	...		Crianças gaúchas por região	...		Vagas máximas por escola	≤	2000
	=	350		≤	100		≤	1300

$$\frac{GauchosNaEscola1}{VagasNaEscola1} = \frac{GauchosNaEscola2}{VagasNaEscola2} = \frac{GauchosNaEscola3}{VagasNaEscola3}$$

e qualquer uma das proporções (por exemplo, na escola 2): $30\% \leq \frac{CriançasGauchasNaEscola2}{VagasNaEscola2} \leq 70\%$

9. À esquerda dos valores dessa coluna, apresente as respectivas expressões matemáticas que afetam os tetos, pisos ou metas:

Nat. Reg. 1) $N_{11} + N_{12} + N_{13}$	=	300	Gau. Reg. 1) $G_{11} + G_{12} + G_{13}$	≤	150	Vagas Esc. 1) $G_{11} + G_{21} + G_{31} + \dots + N_{11} + N_{21} + N_{31} + \dots$	≤	1500
Nat. Reg. 2) $N_{21} + N_{22} + N_{23}$	=	400	Gau. Reg. 2) $G_{21} + G_{22} + G_{23}$	≤	0	Vagas Esc. 2) $G_{12} + G_{22} + G_{32} + \dots + N_{12} + N_{22} + N_{32} + \dots$	≤	2000
Nat. Reg. 3) $N_{31} + N_{32} + N_{33}$	=	200	Gau. Reg. 3) $G_{31} + G_{32} + G_{33}$	≤	300	Vagas Esc. 3) $G_{13} + G_{23} + G_{33} + \dots + N_{13} + N_{23} + N_{33} + \dots$	≤	1300
...			...					

$$\frac{GauchosNaEscola1}{VagasNaEscola1} = \frac{GauchosNaEscola2}{VagasNaEscola2} = \frac{GauchosNaEscola3}{VagasNaEscola3} \to \frac{G_{11} + G_{21} + G_{31} + \cdots}{1500} = \frac{G_{12} + G_{22} + G_{32} + \cdots}{2000} = \frac{G_{13} + G_{23} + G_{33} + \cdots}{1300} \to$$

$$\to \begin{cases} 2000(G_{11} + G_{21} + G_{31} + \cdots) = 1500(G_{12} + G_{22} + G_{32} + \cdots) \\ 1300(G_{12} + G_{22} + G_{32} + \cdots) = 2000\,(G_{13} + G_{23} + G_{33} + \cdots) \end{cases} \to \begin{cases} 2000G_{11} + 2000G_{21} + 2000G_{31} + \cdots = 1500G_{12} + 1500G_{22} + 1500G_{32} + \cdots \\ 1300G_{12} + 1300G_{22} + 1300G_{32} + \cdots = 2000G_{13} + 2000G_{23} + 2000G_{33} + \cdots \end{cases}$$

$$\to \begin{cases} 2000G_{11} + 2000G_{21} + 2000G_{31} + \cdots - 1500G_{12} - 1500G_{22} - 1500G_{32} - \cdots = 0 \\ 1300G_{12} + 1300G_{22} + 1300G_{32} + \cdots - 2000G_{13} - 2000G_{23} - 2000G_{33} - \cdots = 0 \end{cases}$$

$$30\% \leq \frac{CriançasGauchasNaEscola2}{VagasNaEscola2} \leq 70\% \to \begin{cases} G_{12} + G_{22} + G_{32} + \cdots \leq 0{,}7\,(2000) \\ G_{12} + G_{22} + G_{32} + \cdots \geq 0{,}3\,(2000) \end{cases} \to \begin{cases} G_{12} + G_{22} + G_{32} + \cdots \leq 1400 \\ G_{12} + G_{22} + G_{32} + \cdots \geq \ \ 600 \end{cases}$$

10. Escreva o conjunto completo de sentenças matemáticas que expressa o problema:

Minimizar *Z* = *1,2 N11 +1,5 N12 +3,3 N13 +2,6 N21 +4,0 N22 +5,5 N23 + ... +3,8 N01 +1,8 N02 +1,0 N03 +*
1,2 G11 +1,5 G12 +3,3 G13 +2,6 G21 +4,0 G22 +5,5 G23 + ... +3,8 G01 +1,8 G02 +1,0 G03

sujeito a:

Nat. Reg. 1) $N_{11} + N_{12} + N_{13}$	=	300	Gau. Reg. 1) $G_{11} + G_{12} + G_{13}$	≤	150	Vagas Esc. 1) $G_{11} + G_{21} + G_{31} + \dots + N_{11} + N_{21} + N_{31} + \dots$	≤	1500
Nat. Reg. 2) $N_{21} + N_{22} + N_{23}$	=	400	Gau. Reg. 2) $G_{21} + G_{22} + G_{23}$	≤	0	Vagas Esc. 2) $G_{12} + G_{22} + G_{32} + \dots + N_{12} + N_{22} + N_{32} + \dots$	≤	2000
Nat. Reg. 3) $N_{31} + N_{32} + N_{33}$	=	200	Gau. Reg. 3) $G_{31} + G_{32} + G_{33}$	≤	300	Vagas Esc. 3) $G_{13} + G_{23} + G_{33} + \dots + N_{13} + N_{23} + N_{33} + \dots$	≤	1300
...			...					

$$\begin{cases} 2000G_{11} + 2000G_{21} + 2000G_{31} + \cdots - 1500G_{12} - 1500G_{22} - 1500G_{32} - \cdots = 0 \\ 1300G_{12} + 1300G_{22} + 1300G_{32} + \cdots - 2000G_{13} - 2000G_{23} - 2000G_{33} - \cdots = 0 \end{cases} \quad e \quad \begin{cases} G_{12} + G_{22} + G_{32} + \cdots \leq 1400 \\ G_{12} + G_{22} + G_{32} + \cdots \geq \ \ 600 \end{cases}$$

com todo N_{jk} e $G_{jk} \geq 0$

PROBLEMA 10

1. Qual objetivo orienta o problema? Que resultado se pretende alcançar?

   Minimizar o custo da folha de salários de uma ONG de educadores.

2. Quais alternativas contribuem para o atendimento do objetivo?

   Pagar educadores e trainees em cada um dos próximos 5 meses

3. Associe cada alternativa a uma variável de decisão (incógnita x_i).

   T_t se associa com trainees contratados no mês *t* e E_t com educadores contratados no mês *t*

4. Defina a unidade de medida que será usada para quantificar os níveis de cada variável de decisão.

   Pessoas. Portanto, T_t representa quantidade de trainees no mês *t* e E_t representa educadores no mês *t*

5. Quantifique a contribuição unitária (ci) de cada alternativa para com o objetivo.

   O objetivo avalia salários pagos, e T_t e E_t representa pessoas contratadas no período *t*. Portanto, c_t precisa expressar salário pago por pessoa no ano *t*. O valor do salário de *trainees* e educadores é informado e é constante nos cinco meses.

6. Defina matematicamente a função $Z = \sum c_i\, x_i$ que quantifica o objetivo.

   $Z = 1000\, T_1 + 1000\, T_2 + 1000\, T_3 + 1000\, T_4 + 1000\, T_5 + 2000\, E_1 + 2000\, E_2 + 2000\, E_3 + 2000\, E_4 + 2000\, E_5$

7. Identifique as limitações que estabelecem tetos, pisos ou compromissos. Este passo começa a definir o *RHS* (*right hand side*) do problema. Apenas cite as limitações que se apresentam como tetos, pisos ou compromissos.

   Compromisso de começar com 50 educadores contratados*: o valor de* E_1 começa definido
   Piso estabelecendo demandas mensais*: a ONG deve dar um mínimo mensal de aula pré-definido*
   Compromisso renovar 5% do quadro com trainees: *o trainee após um mês de treinamento pode virar educador*

8. Escreva as quantidades representando tetos, pisos ou compromissos. Dispor esses valores numa coluna à direita, um em cada linha.

Pisos	Horas oferecidas no mês 1	≥	6000	Compromissos	Educadores no mês 1	=	50
	Horas oferecidas no mês 2	≥	7000		Educadores no mês 2	=	$0{,}95\, E_1 + T_1$
	Horas oferecidas no mês 3	≥	8000		Educadores no mês 3	=	$0{,}95\, E_2 + T_2$
	Horas oferecidas no mês 4	≥	9000		Educadores no mês 4	=	$0{,}95\, E_3 + T_3$
	Horas oferecidas no mês 5	≥	11000		Educadores no mês 5	=	$0{,}95\, E_4 + T_4$

9. À esquerda dos valores dessa coluna, apresente as respectivas expressões matemáticas que afetam os tetos, pisos ou metas:

Mês 1)	Horas oferecidas por educadores – Horas gastas com trainees) ou seja, $160\, E_1 - 50\, T_1$	≥	6000	E_1	=	50
Mês 2)	Horas oferecidas por educadores – Horas gastas com trainees) ou seja, $160\, E_2 - 50\, T_2$	≥	7000	$E_2 - 0{,}95\, E_1 - T_1$	=	0
Mês 3)	Horas oferecidas por educadores – Horas gastas com trainees) ou seja, $160\, E_3 - 50\, T_3$	≥	8000	$E_3 - 0{,}95\, E_2 - T_2$	=	0
Mês 4)	Horas oferecidas por educadores – Horas gastas com trainees) ou seja, $160\, E_4 - 50\, T_4$	≥	9000	$E_4 - 0{,}95\, E_3 - T_3$	=	0
Mês 5)	Horas oferecidas por educadores – Horas gastas com trainees) ou seja, $160\, E_5 - 50\, T_5$	≥	11000	$E_5 - 0{,}95\, E_3 - T_4$	=	0

10. Escreva o conjunto completo de sentenças matemáticas que expressa o problema:

Minimizar $Z = 1000\, T_1 + 1000\, T_2 + 1000\, T_3 + 1000\, T_4 + 1000\, T_5 + 2000\, E_1 + 2000\, E_2 + 2000\, E_3 + 2000\, E_4 + 2000\, E_5$

sujeito a:

Mês 1)	Horas oferecidas por educadores – Horas gastas com trainees) ou seja, $160\, E_1 - 50\, T_1$	≥	6000	E_1	=	50
Mês 2)	Horas oferecidas por educadores – Horas gastas com trainees) ou seja, $160\, E_2 - 50\, T_2$	≥	7000	$E_2 - 0{,}95\, E_1 - T_1$	=	0
Mês 3)	Horas oferecidas por educadores – Horas gastas com trainees) ou seja, $160\, E_3 - 50\, T_3$	≥	8000	$E_3 - 0{,}95\, E_2 - T_2$	=	0
Mês 4)	Horas oferecidas por educadores – Horas gastas com trainees) ou seja, $160\, E_4 - 50\, T_4$	≥	9000	$E_4 - 0{,}95\, E_3 - T_3$	=	0
Mês 5)	Horas oferecidas por educadores – Horas gastas com trainees) ou seja, $160\, E_5 - 50\, T_5$	≥	11000	$E_5 - 0{,}95\, E_3 - T_4$	=	0

com todo E_t e $T_t \geq 0$

PROBLEMA 11 *(nível "Ninja")*

1. Qual objetivo orienta o problema? Que resultado se pretende alcançar?

   Máxima arrecadação com impostos municipais

2. Quais alternativas contribuem para o atendimento do objetivo?

   Coleta de impostos em diferentes zonas *i* por tipo de uso *j*

3. Associe cada alternativa a uma variável de decisão (incógnita x_i).

   X_{ij} identifica a zona *i=1 ou 2*, destinada ao uso *j=1, 2, 3, 4 ou 5* (residencial, comercial, industrial, parque ou turismo)

4. Defina a unidade de medida que será usada para quantificar os níveis de cada variável de decisão.

   Hectares. Portanto, X_{ij} representa a quantidade de hectares de uso *j* na zona *i*

5. Quantifique a contribuição unitária (ci) de cada alternativa para com o objetivo.

   O objetivo refere-se a arrecadação de impostos municiais, e as variáveis identificam hectares do uso *j* na zona *i*. Portanto, c_{ij} deve expressar arrecadação por hectare do uso *j* na zona *i*.

6. Defina matematicamente a função $Z = \sum c_i x_i$ que quantifica o objetivo.

   $Z = 130 X_{11} +400 X_{12} + 950 X_{13} +0 X_{14} +2 X_{15} + 130 X_{21} +400 X_{22} + 950 X_{23} +0 X_{24} +2 X_{25}$

7. Identifique as limitações que estabelecem tetos, pisos ou compromissos. Este passo começa a definir o *RHS* (*right hand side*) do problema. Apenas cite as limitações que se apresentam como tetos, pisos ou compromissos.

   Tetos para novos residentes, para área por uso, para área por zona e para a proporção [valor do imposto arrecadado] : [valor do serviço prestado]. Pisos para a proporção [área urbanizada] : [área com turismo], para a proporção [área com parques] : [população residente], para a proporção [área comercial] : [novos residentes]

8. Escreva as quantidades representando tetos, pisos ou compromissos. Dispor esses valores numa coluna à direita, um em cada linha.

Tetos	Novos residentes	≤	20000	Área da Zona 1	≤	1930	Área da Zona 2	≤	2550	
	Área p/ uso 1 na Zona 1	≤	1710	Área p/ uso 1 na Zona 2	≤	1320				
	Área p/ uso 2 na Zona 1	≤	170	Área p/ uso 2 na Zona 2	≤	260				
	Área p/ uso 3 na Zona 1	≤	420	Área p/ uso 3 na Zona 2	≤	950				
	Área p/ uso 4 na Zona 1	≤	220	Área p/ uso 4 na Zona 2	≤	60				
	Área p/ uso 5 na Zona 1	≤	1480	Área p/ uso 5 na Zona 2	≤	1940				

$$\frac{\text{Serviços Prestados}}{\text{Impostos arrecadados}} \le \frac{2}{10}$$

Compromisso | População residente = população empregada na indústria e comércio

Pisos

$$\frac{\text{Área com turismo}}{\text{Área residencial + comercial + industrial}} \ge \frac{1}{3} \qquad \frac{\text{Área com parques por zona}}{\text{População residente na zona}} \ge \frac{1}{100} \qquad \frac{\text{Área comercial}}{\text{População residente}} \ge \frac{1}{50}$$

9. À esquerda dos valores dessa coluna, apresente as respectivas expressões matemáticas que afetam os tetos, pisos ou metas:

1)	$8 X_{11} +8 X_{21}$	≤	20000	2)	$X_{11}+ X_{12} + X_{13} + X_{14} +X_{15}$	≤	1930	3) $X_{21}+ X_{22} + X_{23} + X_{24} +X_{25} \le 2550$
4)	X_{11}	≤	1710	9)	X_{21}	≤	1320	
5)	X_{12}	≤	170	10)	X_{22}	≤	260	
6)	X_{13}	≤	420	11)	X_{23}	≤	950	
7)	X_{14}	≤	220	12)	X_{24}	≤	60	
8)	X_{15}	≤	1480	13)	X_{25}	≤	1940	

14) $$\frac{2{,}5 X_{11}+4 X_{12} +10 X_{13} +0{,}5 X_{14} +0{,}05 X_{15} + 2{,}5 X_{21}+4 X_{22} +10 X_{23} +0{,}5 X_{24} +0{,}05 X_{25}}{130 X_{11}+400 X_{12} +950 X_{13} +0 X_{14} +2 X_{15} + 130 X_{21}+400 X_{22} +950 X_{23} +0 X_{24} +2 X_{25}} \le \frac{2}{10}$$

| 15) $8 X_{11} +8 X_{21} = 20 X_{12} +40 X_{13} +20 X_{22} +40 X_{23}$

16) $\dfrac{X_{15} +X_{15}}{X_{11} +X_{12} +X_{13} +X_{21} +X_{22} +X_{23}} \ge \dfrac{1}{3}$ | 17) $\dfrac{X_{14}}{8 X_{11}} \ge \dfrac{1}{100}$ | 18) $\dfrac{X_{24}}{8 X_{21}} \ge \dfrac{1}{100}$ | 19) $\dfrac{X_{12} +X_{22}}{8 X_{11} +8 X_{21}} \ge \dfrac{1}{50}$

10. Escreva o conjunto completo de sentenças matemáticas que expressa o problema:

   Maximizar $Z = 130 X_{11} +400 X_{12} + 950 X_{13} +0 X_{14} +2 X_{15} + 130 X_{21} +400 X_{22} + 950 X_{23} +0 X_{24} +2 X_{25}$

sujeito a:

1)	$8 X_{11} +8 X_{21}$	≤	20000	2)	$X_{11}+ X_{12} + X_{13} + X_{14} +X_{15}$	≤	1930	3) $X_{21}+ X_{22} + X_{23} + X_{24} +X_{25} \le 2550$
4)	X_{11}	≤	1710	9)	X_{21}	≤	1320	
5)	X_{12}	≤	170	10)	X_{22}	≤	260	
6)	X_{13}	≤	420	11)	X_{23}	≤	950	
7)	X_{14}	≤	220	12)	X_{24}	≤	60	
8)	X_{15}	≤	1480	13)	X_{25}	≤	1940	

| 15) $8 X_{11} +8 X_{21} -20 X_{12} -40 X_{13} -20 X_{22} -40 X_{23} = 0$

*14) $-235 X_{11} -760 X_{12} -1800 X_{13} +5 X_{14} -3{,}5 X_{15} -235 X_{21} -760 X_{22} -1800 X_{23} +5 X_{24} -3{,}5 X_{25} \le 0$ | 16) $-X_{11} -X_{12} -X_{13} -X_{21} -X_{22} -X_{23} +3 X_{15} +3 X_{25} \ge 0$

17) $100X_{14} -8X_{11} \ge 0$ | 18) $+100X_{24} -8X_{21} \ge 0$ | 19) $50X_{12} +50X_{22} -8X_{11} -8X_{21} \ge 0$

com $X_{ij} \ge 0$

*14)

$$25\,X_{11}+40\,X_{12}+100\,X_{13}+5\,X_{14}+0{,}5\,X_{15}+25\,X_{21}+40\,X_{22}+100\,X_{23}+5\,X_{24}+0{,}5\,X_{25} \leq 260\,X_{11}+800\,X_{12}+1900\,X_{13}+4\,X_{15}+260\,X_{21}+800\,X_{22}+1900\,X_{23}+4\,X_{25}$$

$$(25-260)\,X_{11}+(40-800)\,X_{12}+(100-1900)\,X_{13}+5\,X_{14}+(0{,}5-4)\,X_{15}+(25-260)\,X_{21}+(40-800)\,X_{22}+(100-1900)\,X_{23}+5\,X_{24}+(0{,}5-4)\,X_{25} \leq 0$$

$$-235\,X_{11}-760\,X_{12}-1800\,X_{13}+5\,X_{14}-3{,}5\,X_{15}-235\,X_{21}-760\,X_{22}-1800\,X_{23}+5\,X_{24}-3{,}5\,X_{25} \leq 0$$