JUROS

- **Simples *versus* Compostos**
- **Componentes da taxa de juros**
- **Linha de tempo**
- **Fórmulas básicas de juros**

JUROS

Simples *versus* Compostos

(exemplo com juros de 10%)

	Juros Simples			Juros Compostos		
	Ano 1	Ano 2	Ano 3	Ano 1	Ano 2	Ano 3
Principal	100	100	100	100	110	121,00
Juros anuais	10	10	10	10	11	12,10
Principal + Juros	110	120	130	110	121	133,10

JUROS

Componentes da taxa de juros

- ✓ Preferência temporal
- ✓ Correção monetária
- ✓ Risco

JUROS

Linha de tempo

Receitas (+)					30.000
Períodos	0	1	2	3	4
Custos (-)	5.000	800	800	800	800

JUROS

Derivação da Fórmula Geral

Primeiro Ano	Segundo Ano	Terceiro Ano
$V_1 = V_0 + I$	$V_2 = V_1 + I$	$V_3 = V_2 + I$
$V_1 = V_0 + V_0\ (i)$	$V_2 = V_1 + V_1\ (i)$	$V_3 = V_2 + V_2\ (i)$
	$V_2 = V_1\ (1 + i)$	$V_3 = V_2\ (1 + i)$
	$V_2 = V_0\ (1 + i)(1 + i)$	$V_3 = V_0\ (1 + i)^2 (1 + i)$
$V_1 = V_0\ (1 + i)$	$V_2 = V_0\ (1 + i)^2$	$V_3 = V_0\ (1 + i)^3$

$$V_n = V_0\ (1 + i)^n$$

JUROS compostos: fórmulas básicas

Valor futuro (capitalização): $V_n = V_0\ (1 + i)^n$ (1)

Se a taxa de juros (*i*) nominal anual é aplicada em *m* parcelas dentro do ano, temos:

$V_{nm} = V_0\ (1 + i/m)^{nm}$ onde *nm* representa o número total de períodos de capitalização

---

Valor presente (descapitalização): $V_0 = \dfrac{V_n}{(1 + i)^n}$ (2)

JUROS compostos: fórmulas básicas

Taxa de juros (se conhecidos V_0, V_n e n):

$$V_n = V_0 \, (1 + i)^n \quad \rightarrow$$

$$\frac{V_n}{V_0} = (1 + i)^n \quad \rightarrow \qquad \boxed{\left(\frac{V_n}{V_0}\right)^{1/n} - 1 = i} \quad (3)$$

Número de períodos de capitalização (se conhecidos V_0, V_n e i):

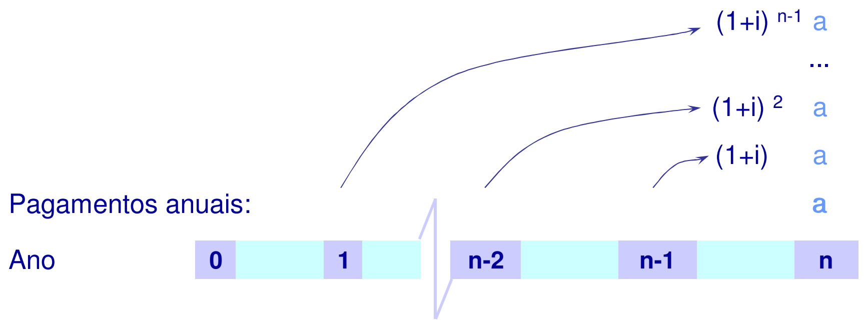
$$V_n = V_0 \, (1 + i)^n \quad \rightarrow$$

$$\ln(V_n) = \ln(V_0) + n \ln (1 + i) \quad \rightarrow \qquad \boxed{\frac{\ln(V_n) - \ln(V_0)}{\ln(1+i)} = n}$$

Séries de Pagamentos Anuais

Valor futuro (V_n)

$$V_n = \; a + a\,(1+i) + a\,(1+i)^2 + \ldots + a\,(1+i)^{n-1}$$



$(1+i)^{n-1}$ a

...

$(1+i)^2$ a

$(1+i)$ a

Pagamentos anuais: a

Ano 0 1 n-2 n-1 n

Séries de Pagamentos Anuais

Valor futuro (V_n)

$$V_n = a + \cancel{a(1+i)} + \cancel{a(1+i)^2} \cancel{+ \dots} + \cancel{a(1+i)^{n-1}}$$

Multiplicando por (1+i), e subtraindo as expressões resultantes:

$$(1+i)V_n = \cancel{a(1+i)} + \cancel{a(1+i)^2} + \cancel{a(1+i)^3} \cancel{+ \dots} + a(1+i)^n$$

$$(1+i)V_n - V_n = a(1+i)^n - a$$

$$iV_n = a[(1+i)^n - 1]$$

$$\boxed{V_n = \frac{a[(1+i)^n - 1]}{i}} \qquad (4)$$

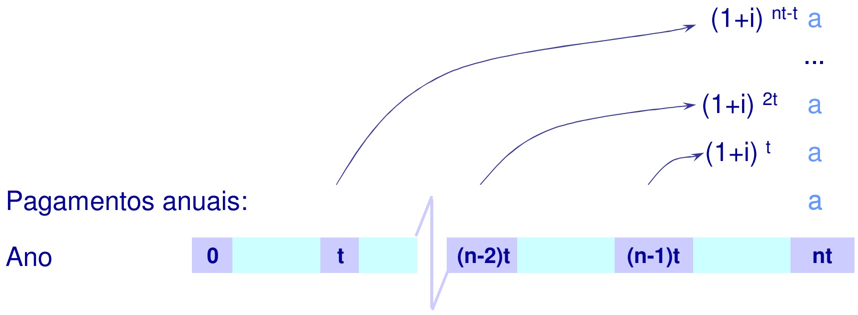
Valor presente (V_0)

$$V_0 = V_n \frac{1}{(1+i)^n} = \frac{a[(1+i)^n - 1]}{i} \; \frac{1}{(1+i)^n} \qquad \boxed{V_0 = \frac{a[(1+i)^n - 1]}{i(1+i)^n}} \qquad (5)$$

Séries de Pagamentos Periódicas

Valor futuro (V_{nt})

$$V_n = a + a(1+i)^t + a(1+i)^{2t} + \dots + a(1+i)^{nt-t}$$



Séries de Pagamentos Periódicas

Valor futuro (V_{nt})

$$V_{nt} = a + \cancel{a\ (1+i)^{t}} + \cancel{a\ (1+i)^{2t}} \cancel{+ \ldots} + \cancel{a\ (1+i)^{nt-t}}$$

Multiplicando por $(1+i)^{t}$, e subtraindo as expressões resultantes:

$$(1+i)^{t}\, V_{nt} = \cancel{a\ (1+i)^{t}} + \cancel{a\ (1+i)^{2t}} + \cancel{a\ (1+i)^{3t}} \cancel{+ \ldots} + a\ (1+i)^{nt}$$

$$(1+i)^{t}\, V_{nt} - V_{nt} = a\ (1+i)^{nt} - a$$

$$[(1+i)^{t} - 1]\, V_{nt} = a\ [(1+i)^{nt} -$$

$$\boxed{V_{nt} = \frac{a\ [(1+i)^{nt} - 1]}{[(1+i)^{t} - 1]}} \qquad (6)$$

Valor presente (V_0)

$$V_0 = V_{nt}\,\frac{1}{(1+i)^{nt}} = \frac{a\ [(1+i)^{nt} - 1]}{[(1+i)^{t} - 1]}\ \frac{1}{(1+i)^{nt}} \qquad \boxed{V_0 = \frac{a\ [(1+i)^{nt} - 1]}{[(1+i)^{t} - 1]\ (1+i)^{nt}}} \quad (7)$$

Séries Perpétuas (Valor Presente)

Anual:

De (5) podemos dizer que $V_0 = \dfrac{a\ [\cancel{(1+i)^{\infty}} - 1]}{i\ \cancel{(1+i)^{\infty}}}$ $\qquad \boxed{V_0 = \dfrac{a}{i}}$ (8)

Periódica:

De (7) podemos dizer que $V_0 = \dfrac{a\ [\cancel{(1+i)^{\infty}} - 1]}{[(1+i)^{t} - 1]\ \cancel{(1+i)^{\infty}}}$ $\qquad \boxed{V_0 = \dfrac{a}{[(1+i)^{t} - 1]}}$ (9)

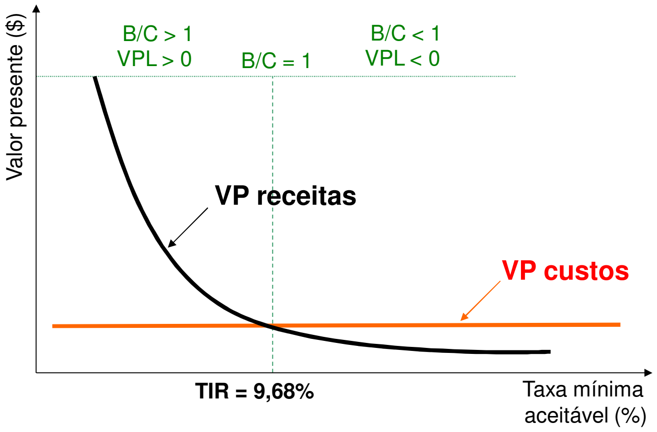
Critérios de Avaliação de Projetos

Mais conhecidos

Valor Presente Líquido:	$\text{VPL}_i = \text{VP receitas} - \text{VP custos}$
Razão Benefício/Custo:	$\text{B/C}_i = \text{VP receitas} / \text{VP custos}$
Taxa Interna de Retorno (TIR):	$\text{VP}_{i^*} \text{ receitas} = \text{VP}_{i^*} \text{ custos}$

Critérios de Avaliação de Projetos

				200	6.600
Projeto A (meses)	0	5	8	15	30
	400	100			

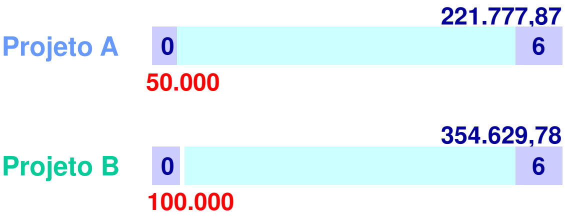


Critérios de Avaliação de Projetos

Inconsistências ao classificar projetos podem surgir devido:

- ✓ Diferentes horizontes
- ✓ Múltiplas TIRs
- ✓ Desproporcionalidade entre projetos
- ✓ À natureza de certos fluxos de caixa

Critérios de Avaliação de Projetos



$VPL_{A,\ 6\%} = 100.000$

$VPL_{B,\ 6\%} = 150.000$

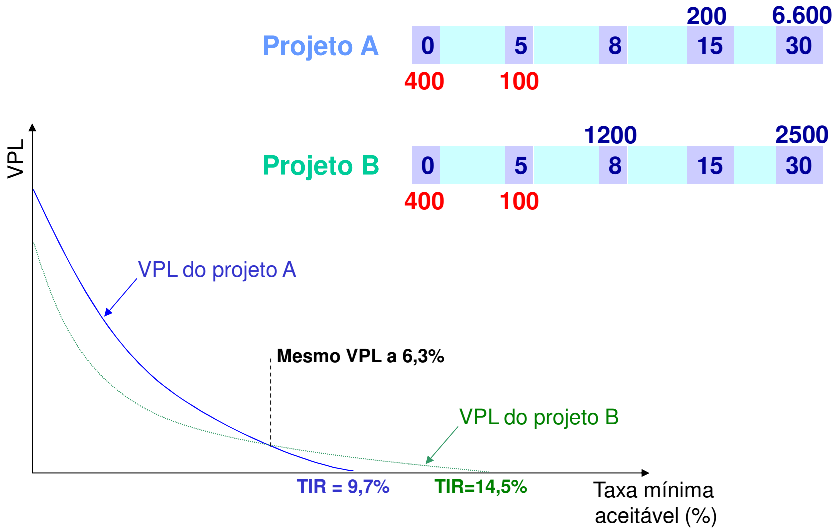
$B/C_{A,\ 6\%} = 3,00$

$B/C_{B,\ 6\%} = 2,50$

$TIR_{A} = 27,30\%$

$TIR_{B} = 23,49\%$

Critérios de Avaliação de Projetos



Critérios de Avaliação de Projetos

Menos conhecidos, mas muito úteis

VPL anualizado: "Anualidade" de uma série com $VP_i = VPL_i$

Valor Esperado da Terra: VP_i de uma série infinita de ciclos

Custo Financeiro da Produção: (VP_i custos) / (VP_i produção)

Custo Financeiro da Produção

Da definição de Razão B/C, temos:
B/C = (VP receitas) / (VP custos) = (RT_0) / (CT_0)

Esse quociente pode ainda ser interpretada como
R$ recebidos por R$ gasto

E se invertermos a divisão, temos:
R$ gastos por R$ recebido

Que em termos matemáticos resulta na seguinte expressão:

$$\frac{CT_0}{RT_0} = \frac{\sum_{t=0}^{n}\left(\frac{C_t}{(1+i)^t}\right)}{\sum_{t=0}^{n}\left(\frac{R_t}{(1+i)^t}\right)}$$

Lembrando que:
R_t é obtido com a venda de madeira a um preço *p* por m^3

Custo Financeiro da Produção

$$\frac{CT_0}{RT_0} = \frac{\sum_{t=0}^{n}\left(\frac{C_t}{(1+i)^t}\right)}{\sum_{t=0}^{n}\left(\frac{pV_t}{(1+i)^t}\right)} \longrightarrow \frac{CT_0}{RT_0} = \frac{\sum_{t=0}^{n}\left(\frac{C_t}{(1+i)^t}\right)}{p\sum_{t=0}^{n}\left(\frac{V_t}{(1+i)^t}\right)}$$

O princípio do
Custo Financeiro de Produção
considera que a madeira é vendida pelo custo de produção

$$\frac{\sum_{t=0}^{n}\left(\frac{C_t}{(1+i)^t}\right)}{p\sum_{t=0}^{n}\left(\frac{V_t}{(1+i)^t}\right)} = 1 \Rightarrow p^* = \frac{\sum_{t=0}^{n}\left(\frac{C_t}{(1+i)^t}\right)}{\sum_{t=0}^{n}\left(\frac{V_t}{(1+i)^t}\right)}$$