Guia de Leitura do Marion – versão em português

Vito R. Vanin, outubro de 2016

Capítulo 7. *Princípio de Hamilton – Dinâmica de Lagrange e Hamilton*

7.1 Introdução

O autor primeiro discorre sobre as dificuldades inerentes ao uso da 2ª lei de Newton para encontrar a equação do movimento, que são ligadas ao referencial escolhido para descrever o movimento e às forças de vínculo (que foi traduzido para forças de restrição, que não está errado, mas não é comum). Ele aponta muito corretamente que uma dificuldade importante no uso da equação de Newton está na obrigatoriedade em determinar todas as forças de vínculo, o que frequentemente é difícil e algumas vezes impossível na prática.

7.2 Princípio de Hamilton

A frase que começa na 2ª linha depois da equação (7.1) está mal traduzida. Leia “Este enunciado em forma variacional do princípio ...” o resto dá para compreender.

O parágrafo seguinte à equação (7.1) fala em “campo de força conservador”, que deve ser lido “campo de força conservativo”; esse erro se repete noutros lugares, não vou mais apontá-lo.

7.3 Coordenadas generalizadas

No 2º parágrafo desta seção, ele chama *raio vetor* de “vetor de raio”; corrija.

Na 2ª linha do 3º parágrafo corrija a inversão de ordem de alguns termos: leia “...não precisamos escolher ***s* coordenadas retangulares** ou mesmo ***s* coordenadas curvilíneas**...”. Essa mesma inversão de posição do *s* acontece mais adiante, onde está “parâmetros independentes s” leia “s parâmetros independentes”, “quantidades s” leia “s quantidades”. Nesse mesmo parágrafo, 6 linhas antes do final, troque “e não está restrito pelas restrições” por “sobre o qual não há restrições”.

No 1º parágrafo da pg. 208, no final da 2ª linha, leia “por $s = 3n - m$ coordenadas generalizadas.” Logo na 4ª linha, leia “espaço de *s* dimensões” no lugar de “espaço dimensional *s*”.

7.4 As equações de movimento de Lagrange em coordenadas generalizadas

Na última linha do trecho em itálico logo no início da seção, corrija um par de letras que mudam o sentido da frase “...é aquela que minimiza a integral ~~de~~ **no** tempo ~~n~~**da** função de Lagrange para o sistema.”

Logo a seguir, a frase da 7ª linha da pg. 209 fica melhor assim: “Não se consideram distintas as Lagrangianas que difiram *apenas por uma constante* adicionada à energia potencial *U*.” Com isso, suponho que o autor sinalize que duas lagrangianas que diferem de uma derivada total no tempo são equivalentes, porque geram as mesmas equações de movimento, mas não dizemos que são iguais. Já as lagrangianas L e L' tais que L' = L + C, com C constante, não são diferentes no essencial.

EXEMPLO 7.5. Acerte a 1ª frase do enunciado, que está mal mesmo no texto em inglês. "O ponto de apoio de um pêndulo simples de comprimento *b* está em movimento, preso na borda de um disco sem massa que roda com velocidade angular ω."

EXEMPLO 7.6. Ao longo da solução há pequenos erros de linguagem, mas as fórmulas estão corretas e dá para compreender; o pior caso está na frase antes da (7.39), leia "Como as oscilações são pequenas e **em torno do** ângulo de equilíbrio...". Depois da (7.42) está uma interpretação simplista do resultado. Penso que esse exemplo mostra mais uma vez que uma aceleração uniforme é indistinguível de um campo de força uniforme; a fórmula obtida é $\sqrt{g_{ef}/\ell}$, onde a gravidade efetiva g_{ef} é o módulo da soma vetorial da aceleração local da gravidade com a do trem.

EXEMPLO 7.7. Um erro de digitação (firo no lugar de fio) não é o pior da tradução – os tempos verbais estão completamente desencontrados, mas as equações estão corretas.

7.5 Equações de Lagrange com multiplicadores indeterminados

A relação (7.66) é muito importante, porque permite determinar a força de vínculo. Por exemplo, essa fórmula permite determinar a força em um carrinho nos trechos torcidos de uma montanha russa, de modo que seja possível construí-la de forma a ter a resistência adequada para que o brinquedo seja seguro. Outro exemplo é a embalagem de papelão para ovos – é possível (embora extremamente penoso) determinar a força em cada ponto da embalagem quando carregada, de modo que se possa reforçar exatamente os pontos em que ela for mais intensa. Por outro lado, o autor não justifica a validade da equação (7.66), que vem da identificação de $\frac{\partial L}{\partial q_i}$ com a força e $\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}$ com a derivada da quantidade de movimento ($\dot{p}_i$, que é $m\ a_i$ em coordenadas cartesianas), o que ele vai tratar na seção seguinte.

7.6 Equivalência das equações de Newton e Lagrange

No início, mostra como chegar na 2ª lei de Newton a partir das equações de Lagrange; note a identificação de $\frac{\partial L}{\partial q_i}$ com a força e $\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}$ com a derivada da quantidade de movimento, necessário para justificar a fórmula (7.66). Depois, o autor procura chegar nas equações de Lagrange a partir da lei de Newton, trazendo o conceito de trabalho virtual.

7.7 A essência da dinâmica de Lagrange

O primeiro parágrafo da pag. 227 está mal traduzido. Leia, na 2ª linha desse parágrafo, "pode até mesmo não ser possível descrever todas as forças que agem em um corpo...".

7.8 Um teorema relacionado à energia cinética

Note que o resultado (7.121) pode ser escrito em forma de matrizes:

$$T = \vec{q}^{\,t}\mathbf{A}\vec{q}$$

em que $\vec{q} = [q_1 \cdots \quad q_i \cdots \quad q_s]$ e $(\mathbf{A})_{jk} = a_{jk}$, o que será útil no estudo dos modos normais, último tópico da disciplina.

7.9 Teoremas de conservação revistos

Aqui, o autor retoma os teoremas de conservação de energia, quantidade de movimento e momento angular, que foram assunto da seção 2.5. No entanto, aqui ele estabelece a relação desses teoremas respectivamente com a homogeneidade do tempo, homogeneidade do espaço e isotropia do espaço.

7.10 Equações canônicas do movimento – Dinâmica Hamiltoniana

Nesta seção, o autor define a função hamiltoniana $H=T+V$. Esse formalismo é muito importante conceitualmente, uma vez que trata a coordenada generalizada q_i e seu momento conjugado $\dot{p}_i$ de maneira simétrica (veja as equações de Hamilton 7.160 e 7.161), o que permite construir conceitos elaborados, mas que estão fora do escopo de nossa disciplina. É bom lembrar também que a equação de Schrodinger é baseado no operador hamiltoniano, *soma* dos operadores de energia cinética e potencial.

Depois do exemplo 7.11, o autor elabora um pouco acerca das aplicações e da importância teórica do formalismo hamiltoniano, que, porém, não vamos aplicar a problemas concretos nesta disciplina.

7.11 Alguns comentários ...

Nesta seção, o autor discorre sobre aspectos subjacentes à aplicação do método variacional à lagrangiana e a hamiltoniana, que não foram mencionados nas seções anteriores.

7.12 Espaço de fase e teorema de Liouville (opcional)

Não lidaremos com o conteúdo desta seção, que trata de um assunto muito interessante e básico na Mecânica Estatística.

7.13 Teorema do virial (opcional)

O conteúdo desta seção está fora do escopo da nossa disciplina. Ela trata de um assunto muito interessante e recorrente em diversos campos da física. O Exemplo 7.14 mostra uma dedução da equação dos gases ideais a partir desse teorema, o que é uma surpresa em um livro de mecânica de partículas, mas mostra a inter-relação entre as várias teorias da física.