Guia de Leitura do Marion – versão em português

Vito R. Vanin, outubro de 2016

Capítulo 10. Movimento em um sistema de referência não-inercial

10.1 Introdução

Corrija dois erros de tradução logo no início, no 1º parágrafo, linhas 1 e 3: "...sistema de referência ~~não~~-inercial...", tire o não nesses dois lugares, que invertem o sentido dessas frases. O resto não está bem traduzido, mas dá para seguir.

10.2 Sistemas de coordenadas em rotação

O tradutor usou a expressão "vetor de raio" para o "vetor posição", que também chamamos de "*raio vetor*", em diversos pontos do texto; esse erro se repete noutros lugares, não vou mais apontá-lo.

Nas aulas e nas questões, vou identificar os referenciais inercial e em movimento de uma maneira diferente do que faz o livro, cuja notação acaba misturando a dependência de referencial no cálculo da derivada com a dependência na origem do sistema de referência. Assim, se S é a origem de um referencial inercial e O a origem de outro referencial, a expressão (10.1) fica

$$\vec{r}_{P(S)} = \vec{r}_{O(S)} + \vec{r}_{P(O)} \qquad \text{(10.1)'}$$

em que o sistema de referência é identificado pela letra entre parênteses e a letra que vem antes do parênteses diz de quem é a posição, ou seja, $\vec{r}_{P(S)}$ é a posição do ponto P no referencial S e analogamente para os demais símbolos.

Atenção na expressão (10.2), em que o símbolo **r** do livro significa $\vec{r}_{P(O)}$, que é um vetor constante, e que vale apenas se o ponto O é fixo no espaço e o sistema de referência gira em relação ao referencial inercial, sem transladar:

$$d\vec{r}_{P(S)} = d\vec{\theta}_{O(S)} \times \vec{r}_{P(O)} \qquad \text{(10.2)'}$$

Já quando $\vec{r}_{P(O)}$ não é mais constante no referencial O, mas o referencial O não translada, apenas gira com velocidade angular $\vec{\omega}_{O(S)}$, a expressão (10.6) fica

$$\frac{d\vec{r}_{P(S)}}{dt} = \frac{d\vec{r}_{P(O)}}{dt} + \vec{\omega}_{O(S)} \times \vec{r}_{P(O)} \qquad \text{(10.6)'}$$

EXEMPLO 10.1. Logo após a equação 10.8, na 2ª linha, tem um subscrito errado, leia "Vemos que ω_2 tende a girar $\mathbf{e}_1$ na direção de $-\mathbf{e}_3$"; a correção está em que o versor é $\mathbf{e}_1$ e não $\mathbf{e}_2$, como está na tradução.

Atenção na expressão (10.12), ela vale para vetores – e vetor posição **não** é um vetor! Note que, quando a origem do sistema em rotação tem um movimento de translação, a velocidade de P no sistema S é

$$\frac{d\vec{r}_{P(S)}}{dt} = \frac{d\vec{r}_{O(S)}}{dt} + \frac{d\vec{r}_{P(O)}}{dt} + \vec{\omega}_{O(S)} \times \vec{r}_{P(O)} \qquad \text{(10.15)}$$

ou fazendo $\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v}$

$$\vec{v}_{P(S)} = \vec{v}_{O(S)} + \vec{v}_{P(O)} + \vec{\omega}_{O(S)} \times \vec{r}_{P(O)} \qquad (10.17)$$

10.3 Forças centrífuga e de Coriolis

Eu escreveria diferente o que está logo depois da (10.18); eu diria que é preciso derivar a *velocidade da partícula no sistema inercial* (fixo, para ele).

Note que o último termo da fórmula 10.19 é a derivada no tempo da posição medida no sistema inercial, **fixo** para o livro – o subscrito está certo, temos que medir todas as variações no sistema inercial, que é onde precisamos da aceleração, a fim de usar a lei de Newton. Ou seja, precisamos ver quanto o termo $\vec{\omega}_{O(S)} \times \vec{r}_{P(O)}$ muda com o tempo no sistema S, não no O, e depois de um intervalo de tempo, a posição no espaço indicada por $\vec{r}_{P(O)}$ muda tanto pelo deslocamento da sua origem quanto pela rotação do sistema O – por isso reaplicamos a 10.6. É desse termo que surgem a força centrífuga e uma parte da força de coriolis, como mostrado um pouco abaixo; se trocarmos o referencial S pelo O estaremos jogando fora essas componentes da aceleração.

Na pg. 350, 4 linhas antes da figura, leia "se um corpo gira **em torno de** um centro de força fixo", não sobre, como consta.

EXEMPLO 10.2. A fim de entender esse exemplo, é preciso ser capaz de calcular a aceleração em um sistema de coordenadas polar, que corresponde à fórmula 1.97. Leia, então, a seção 1.14 (há um guia de leitura para o capítulo 1 no folder Guias de Leitura). Note que a velocidade inicial que consta na figura 10.4 se refere ao sistema em movimento. Como o corpo é lançado a 0,5 m do centro e a velocidade angular é 1 rad/s, é preciso descontar 0,5 m/s da velocidade em relação ao referencial girante para encontrar a velocidade em relação ao referencial fixo. Com essa velocidade, você pode calcular *T*, o tempo que o disco leva para escapar do carrossel. No caso das figuras a-d, o percurso no referencial fixo é sempre *R* sen(60º) ~ 0,866 m porque *R*=1 m, no exemplo.

Não entendo muito bem o que o livro pretende com as fórmulas 10.28a e 10.28b, uma vez que a aceleração depende de maneira complicada da posição e da velocidade. É possível integrar numericamente usando intervalos de tempos bem pequenos, mas é mais preciso montar as equações diferenciais, que são acopladas de segunda ordem (em $\ddot{r}$ e $\ddot{\theta}$) e não são lineares, mas completamente ao alcance dos programas de computador atuais. Finalmente, veja que há outra maneira muito distinta de calcular as trajetórias dessa figura, que é determinar a equação horária do movimento do puque no referencial do solo, S, que é uniforme, e transformar as coordenadas para o sistema girante, que vai com o carrossel. Nos casos a-d, a equação horária do movimento do puque é

$$\begin{cases} x(t) = -\dfrac{R}{2} \\ y(t) = v_{o(S)}\, t \end{cases}$$

e as coordendas (x', y') no referencial girante são obtidas pela matriz de transformação

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\omega t & \operatorname{sen}\omega t \\ -\operatorname{sen}\omega t & \cos\omega t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Portanto, leia a seção 1.3 para entender a transformação acima, que corresponde às equações 1.2a e 1.2b (e estão repetidas na 1.16).

10.4 Movimento em relação à Terra

Nas linhas 6 e 7 do primeiro parágrafo, há uma frase de conteúdo duvidoso (não é erro de tradução): "A seguir, aplicamos a equação 10.25 para o *movimento dinâmico*." A eq. 10.25 representa a dinâmica do movimento, ou seja, o movimento se dará de acordo com essa dinâmica. Quando estamos em um referencial inercial, a dinâmica inclui forças fictícias, que não correspondem a interações e que surgem pela conveniência em descrever o movimento nesse sistema em particular. O Exemplo 10.2 mostra isso: no referencial fixo, a trajetória é uma reta e, no referencial girante, uma curva bem complicada. Não sei o que possa significar "movimento dinâmico", mas esse é o comentário que teria feito no lugar dessa frase.

Na pg. 353, linhas 5 e 6, no lugar da frase "efeitos desse tipo podem ser considerados no devido curso, efetuando-se cálculos computacionais", leia "efeitos desse tipo podem ser incluídos no momento adequado por meio de cálculos numéricos".

A frase imediatamente antes da fórmula 10.30 está mal redigida também no original em inglês. Marquei em negrito um par de adições e tachei uma palavra que substitui, para chegar numa frase um pouco menos obscura: "A força efetiva F_{eff} medida no sistema **de referência** em movimento ~~colocado~~ **que está fixo** na superfície da terra se torna, com base na equação 10.25, ..."

Na pg. 355, na nota de rodapé número 4, troque "Ilhas Falkland" por "Ilhas Malvinas".

EXEMPLO 10.3. Nas linhas 9 e 10, leia "de um sistema de coordenadas próprio, ...", e não como está. A tradução errada veio do uso pelo autor da expressão "right-hand system", significando um sistema em que os eixos x_1, x_2, x_3 estão orientados corretamente, como nas figuras 1.3 e 1.10 do capítulo 1 do Marion.

EXEMPLO 10.4. O autor calcula o efeito do desvio em relação ao fio de prumo a partir da órbita do corpo e da rotação da Terra, vistas de um referencial inercial. Como deixamos o estudo das órbitas em um campo de força central para depois, esse exemplo ainda não é acessível, de modo que deixe para ler esse exemplo no mês que vem.

EXEMPLO 10.5. O cálculo da velocidade de precessão do pêndulo de Foucault, mostrado aqui, é difícil de seguir, mas vale a pena entender o que acontece. A dedução é correta, embora ele explique mal a introdução da função $q'(t)$ (em que ' não significa derivada, está ai para fazer um símbolo diferente de q), que daria a trajetória do pêndulo sem a força de coriolis. Como nos interessa esse pequeno efeito, é mais fácil montar a solução por comparação com $x'(t)$ e $y'(t)$ – note que, aqui também, o ' não significa derivada.

A nota de rodapé 8 da pg. 361 pretende avisar que Foucault se le Fucô, mas ficou nos símbolos fonéticos em inglês...