1. Escreva cada um dos números abaixo, expressos na base decimal, na base binária, octal e hexadecimal e na forma normalizada em ponto flutuante, com mantissa de três dígitos.

- 3.275
- 2/3

2. Considere $\beta = 8$ a base do sistema de números e o conjunto de números de máquina $\mathbb{M} = \{0.d_1 \cdots d_8 \times 8^e\}$ onde o máximo do valor absoluto de e é $[777]_8$. Quantos números tem este conjunto de números de máquina. Qual é o arredondamento de π neste conjunto? Qual é o erro relativo máximo do arredondamento em $\mathbb{M}$.

3. Encontrar os polinômios de Taylor de grau três, em torno de zero das seguintes funções:

- $f(x) = \log(1+x)$ atenção: $\log(a) = \ln(a)$
- $g(x) = 1/(1+x)$

4. Para cada uma das funções acima, fazer uma avaliação no ponto $x_0 = 1$, usando os polinômios de Taylor de ordem três e dar uma estimativa do erro absoluto cometido.

5. Seja $f : (a,b) \to \mathbb{R}$ uma função de classe $\mathcal{C}^{r+1}$. Defino $E_r(x) = \int_c^x \frac{f^{r+1}(t)(x-t)^r}{r!} dt$ com $x, c \in (a,b)$.

a) Mostre, usando integração por partes que:

$$E_r(x) = -\frac{f^r(c)(x-c)^r}{r!} + E_{r-1}(x)$$

b) Mostre que

$$f(x) = p_r(x) + E_r(x)$$

onde $p_r(x)$ é o polinômio de Taylor de f centrado em c de grau r.

6. Resolva o sistema linear com o método da eliminação de Gauss, usando aritmética de ponto flutuante com mantissa de dois dígitos.

$$\begin{gathered} 0.01x + 1.7y + 2.1z = 15 \\ 9y - 2.3z = 2.1 \\ 3z = 1 \end{gathered}$$

Compare com a solução real.

7. Mostre que para quaisquer núemros reais a e b, a equação

$$x = a + b\cos(x)$$

tem, pelo menos, uma raiz real.

8. Encontrar a equação da reta que melhor se ajusta à tabela abaixo usando o método dos mínimos quadrados.

x	0.0	1.0	4.0
y	-0.5	1.5	7

9. A sequência iterativa:

$$x_{k+1} = x_k(2 - bx_k)$$

é um procedimento para calcular o inverso de um número b, usando só multiplicação e somas. Mostre que isto deriva de uma aplicação do método de Newton, e quel deve ser o valor do chute inicial, x_0, para termos a convergência?

10. Use o método de Newton para calcular a $\sqrt[3]{2}$ com cinco algarismos significativos.

11. Use o método da eliminação de Gauss para encontrar a inversa da matriz A dada abaixo:

$$A = \begin{pmatrix} 2.3 & 0 & -1 & 5.5 \\ 0 & 4 & -3 & 2.1 \\ -1 & 5 & 6.5 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Resolva o sistema usando mantissa com quatro algarismos

12. Aplique três iterações do método de Newton para encontrar os zeros das funções

$$f(x) = x^6 - x - 1$$
$$f(x) = \cos(3x) - x$$

13. Encontrar a equação da melhor parábola que se ajuste aos pontos da tabela abaixo:

x	0	1	2	3
y	2.2	3.5	1	1

14. Dada a tabela abaixo, encontrar o polinômio de grau 3 que melhor se ajuste à tabela. Achar o resíduo quadrático neste caso. Existe algum polinômio de grau menor ou igual a quatro que se ajuste à tabela, deixando o resíduo quadrático igual a zero?

x	-1	-0.5	0	0.5	1
y	0.5	0.94	1	0.94	0.5

15. Seja $f(x) = (x-2)^2 x$. Mostre, fazendo as contas, que a sequência produzida pelo método de Newton, converge para a raiz 2 de f para algum x_0, apesar que $f'(2) = 0$. qual seria a ordem de convergência neste caso.

16. Determinar um intervalo onde as seguintes equações têm apenas uma solução. justifique a sua resposta.

- $2x = \tan(x)$
- $\mathrm{e}^{-x^2} - log_{10}(x) = 0$

17. Escrever a representação na base 2 dos seguintes números que estão na base 10

a) 0.125 b) 0.1 c) 0.05 d) 5.6

18. Encontrar o polinômio de Taylor de grau 3 de $\log(1 + x)$ em torno de 0. Usar este polinômio para calcular $\log(2)$ e fazer uma estimativa do erro absoluto.

19. Dê duas maneiras diferentes para achar o zero de $f(x) = \sin(x) - x^2 + 1$, usando o método do ponto fixo. Diga qual o melhor entre os que você indicou.
20. Considere a função $u(x, y) = x^2 - 3xy + y^2$. Use o três iterações do método de Newton para encontrar um ponto em que a curva de nível $u(x, y) = 5$ encontra a reta $x = 1$.
21. Dada a matriz de coeficientes A de um sistema linear calcule a matriz $N^{-1}P$ onde $A = N - P$ é a decomposição de Jacobi de A e depois ache a norma $||N^{-1}P||_\infty$.

$$A = \begin{pmatrix} 9 & 1 & 1 \\ 2 & 10 & 3 \\ 3 & 4 & 11 \end{pmatrix}$$

22. A equação $x^2 - 3 = 0$ possui a raiz $\sqrt{3}$. Mostre que a sequência $x_{n+1} = 3/x_n$ não converge para este ponto fixo, qualquer que seja o chute inicial $x_0 \neq \sqrt{3}$.
23. Quantas soluções tem a equação $x = \mathrm{e}^{-x}$?
A iteração $x_{n+1} = \mathrm{e}^{-x_n}$ converge? Escreva as seis primeiras iterações quando $x_0 = 0$.
24. Resolver os seguinte sistema usando o método de Gauss-Seidl com chute inicial $x^{(0)} = 0$ e fazendo três iterações.

$$\begin{aligned} 4x_1 - x_2 - x_3 &= 5 \\ -x_1 + 4x_2 - x_4 &= -3 \\ -x_1 + 4x_3 - x_4 &= -7 \\ -x_2 - x_3 + 4x_4 &= 9 \end{aligned}$$

Calcule a solução real, x_r, do sistema e ache $||x^{(3)} - x_r||_\infty$
25. Verifique se os métodos de Jacobi e Gauss-Seidel convergem para o sistema linear abaixo:

$$\begin{aligned} 2x + y &= 1 \\ x - y &= 0 \end{aligned}$$