Física III para Engenharia Elétrica
IFUSP - 4320292
P2 – 12/05/2011

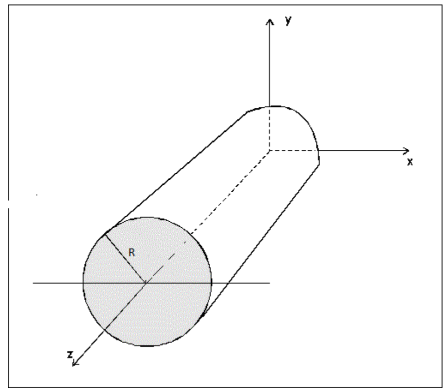
Q1	
Q2	
Q3	
Q4	
NOTA	

A prova tem duração de 120 minutos. Resolva cada questão na folha corespondente. Use o verso se necessário. Escreva de forma legível, à lápis ou tinta.

Justifique suas respostas. Não basta copiar a fórmula do formulário. A prova é individual e sem consulta a anotações ou qualquer outro material.

Nome	Assinatura	No. USP	Turma

Q1. Um condutor cilíndrico de comprimento l e raio R, com $l >> R$, carrega uma densidade de corrente $\vec{J}$ que varia com o raio de acordo com $\vec{J} = br\hat{k}$, onde b é uma constante.



a) (0.5) Desenhe as linhas de campo magnético dentro e fora do condutor. Qual é a corrente I no fio?

b) (1.0) Escreva a expressão para o campo magnético B na distância $r_1 < R$.

c) (1.0) Escreva a expressão para o campo magnético B na distância $r_2 > R$.

Dados: $I = \int \vec{J}.d\vec{A}$

Solução:

(a) As linhas de campo magnético são circunferências concêntricas com o cilindro em todo o espaço.

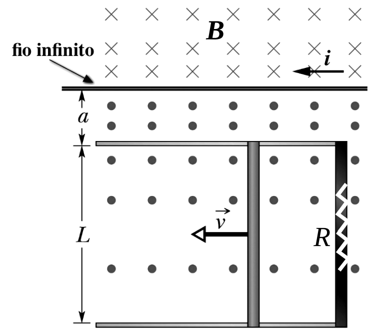
$$I = \int \vec{J}.d\vec{A} = \int (br\hat{k}).(2\pi r dr\hat{k}) = \int_0^R (br)(2\pi r dr) = \frac{2\pi b R^3}{3}$$

Usando a lei de Ampere $\oint \mathbf{B}\cdot d\mathbf{s} = \mu_0 I$, temos: (b) Para $r_1 < R$, temos: $B\, 2\pi\, r_1 = \mu_0 \frac{2\pi b r_1^3}{3}$

ou seja: $B = \mu_0 \frac{b r_1^2}{3}$ para $r_1 < R$, dentro do cilindro. (c) Quando $r_2 > R$, temos:

$B\, 2\pi\, r_2 = \mu_0 \frac{2\pi b R^3}{3}$ sendo $B = \mu_0 \frac{bR^3}{3r_2}$ para $r_2 > R$, fora do cilindro.

Q2. Uma barra condutora vertical de comprimento L, sob a ação de uma força horizontal externa $\vec{F}_{ext}$, se move na horizontal com velocidade constante $\vec{v}$, deslizando sem atrito sobre 2 condutores paralelos fixos, formando, com uma terceira barra fixa, um circuito fechado de resistência R.
Um fio horizontal *infinito* está paralelo aos dois condutores e a uma distância a do condutor mais próximo. Por este fio passa uma corrente constante i, como indicado na figura.



a) (0.5) Determine o campo magnético $\vec{B}$ produzido pelo fio no plano do circuito, a uma distância y do fio.

b) (1.0) Determine a voltagem induzida ε_{ind} no circuito e o *sentido* da corrente induzida.

c) (0.5) Determine o *módulo* e *o sentido* da força externa $\vec{F}_{ext}$

d) (0.5) Determine a potência dissipada na resistência do circuito.

Dados: $\oint_C B \cdot dl = \mu_0 i$, $\quad \oint_C E \cdot dl = -\dfrac{d\Phi_B}{dt}$, $\quad d\vec{F} = i\, d\vec{L} \times \vec{B}$, $\quad P = Fv = Ri^2$

Solução:

a) Usando a Lei de Ampere com um circuito circular C de raio y concêntrico ao fio, obtemos:

$$\oint_C B \cdot dl = \oint_C B dl = B \oint_C dl = B 2\pi y = \mu_0 i \quad \rightarrow \quad B = \frac{\mu_0 i}{2\pi y}$$

b) Com $x = vt$ sendo o comprimento horizontal do circuito, o fluxo magnético é

$$\Phi_B = \int_S B dS = \int_S B dS = \int_a^{a+L} \frac{\mu_0 i}{2\pi y} x dy = \frac{\mu_0 i x}{2\pi} \ln\left(\frac{a+L}{a}\right)$$

$$|\varepsilon_{ind}| = \frac{d\Phi_B}{dt} = \frac{\mu_0 i}{2\pi} \frac{dx}{dt} \ln\left(\frac{a+L}{a}\right) = \frac{\mu_0 i v}{2\pi} \ln\left(\frac{a+L}{a}\right)$$

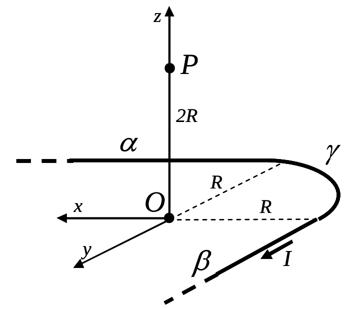
Como o fluxo está aumentando, pela Lei de Lenz a corrente induzida deve produzir um campo na direção oposta ao campo original dentro do circuito. Portanto, a corrente induzida deve ser no **sentido horário**.

c) A corrente induzida no fio é $\quad i_{ind} = \dfrac{\varepsilon_{ind}}{R} = \dfrac{\mu_0 i v}{2\pi R} \ln\left(\dfrac{a+L}{a}\right)$ $\quad$ Portanto, a força magnética no fio é dada por $F_m = \int dF_m = \int i_{ind} \, |d\vec{L} \times \vec{B}| = i_{ind} \int_a^{a+L} dy \, \dfrac{\mu_0 i}{2\pi y} = i_{ind} \dfrac{\mu_0 i}{2\pi} \ln\left(\dfrac{a+L}{a}\right) = \dfrac{\mu_0^2 i^2 v}{4\pi^2 R} \left[\ln\left(\dfrac{a+L}{a}\right)\right]^2$

Pela regra da mão direita, a força magnética aponta para a direita. Para que tenha-se velocidade contante, é preciso aplicar uma força externa $\vec{F}_{ext} = -\vec{F}_m$, **para a esquerda**.

d) A potência dissipada pode ser calculada como $P_{dis} = Ri_{ind}^2 = \dfrac{\mu_0^2 i^2 v^2}{4\pi^2 R}\left[\ln\left(\dfrac{a+L}{a}\right)\right]^2$ que é igual à potência da força externa F_{ext} : $P_{ext} = F_{ext}v = \dfrac{\mu_0^2 i^2 v^2}{4\pi^2 R}\left[\ln\left(\dfrac{a+L}{a}\right)\right]^2$

Q3. Um fio fino muito longo conduzindo uma corrente elétrica I foi dobrado em forma de L contido no plano xy conforme mostra a figura.



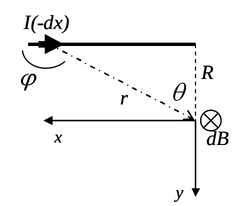
a) (0.5) Determine o vetor campo magnético, $\vec{B}_\alpha$ no ponto *O(0,0,0)*, devido ao segmento reto semi-infinito α;

b) (1.0) Determine o vetor campo magnético, $\vec{B}$ no ponto O (0,0,0), devido ao segmento em quarto de círculo γ;

c) (1.0) Determine o vetor campo magnético, $\vec{B}$ no ponto *P (0,0,2R)* devido ao fio todo (α + γ + β).

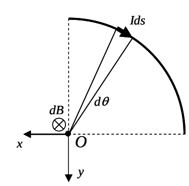
dados: $\oint \vec{B}.d\vec{s} = \mu_0 I$ $\qquad d\vec{B} = \dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{Id\vec{s}\times\hat{r}}{r^2}$

Solução: a) $d\vec{B}_\alpha = \left[\dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{I(-dx)sen(\pi-\varphi)}{r^2}\right]\hat{k}$



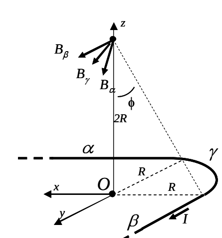
$dB_\alpha = -\dfrac{\mu_0 I}{4\pi}\dfrac{\cos\theta\, dx}{r^2}$ $\qquad x = -R\tan\theta$ $\qquad \dfrac{dx}{d\theta} = \dfrac{-R}{\cos^2\theta} = \dfrac{-r^2}{R}$

$dB_\alpha = \dfrac{\mu_0 I}{4\pi}\dfrac{\cos\theta\, d\theta}{R}$ $\qquad B_\alpha = \dfrac{\mu_0 I}{4\pi R}\displaystyle\int_0^{\pi/2}\cos\theta d\theta = \dfrac{\mu_0 I}{4\pi R}\left[sen\theta\right]_0^{\pi/2} = \dfrac{\mu_0 I}{4\pi R}$ para R<0, $B_\alpha = \left|\dfrac{\mu_0 I}{4\pi R}\right|\left(-\hat{k}\right)$ igual à metade do campo de um fio infinito.



b) $d\vec{B}_\gamma = \dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{Ids}{r^2}(-\hat{k})$ $\qquad dB_\gamma = \dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{Ird\theta}{r^2}(-\hat{k})$ $\qquad B_\gamma = \dfrac{\mu_0 I}{4\pi r}\dfrac{\pi}{2} = \dfrac{\mu_0 I}{8r}$

$\vec{B}_\gamma = \dfrac{-\mu_0 I}{8r}\hat{k}$



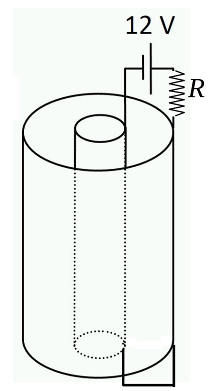
c) $\vec{B}_\alpha(P) = \dfrac{\mu_0 I}{4\pi r}\left(\hat{y}\cos\phi - \hat{z}sen\phi\right)$ $\qquad \vec{B}_\beta(P) = \dfrac{\mu_0 I}{4\pi r}\left(\hat{x}\cos\phi - \hat{z}sen\phi\right)$

$$\vec{B}_\gamma(P) = \frac{\mu_0 I}{8r}\left(\left(\hat{x}\frac{\sqrt{2}}{2} + \hat{y}\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\cos\phi - \hat{z}sen\phi\right) \qquad r = \sqrt{R^2 + (2R)^2} = R\sqrt{5}$$

$$\cos\phi = \frac{2R}{R\sqrt{5}} \qquad sen\phi = \frac{R}{R\sqrt{5}}$$

$$\vec{B}(P) = \left(\frac{\mu_0 I}{4\pi R\sqrt{5}}\frac{2}{\sqrt{5}} + \frac{\mu_0 I}{8R\sqrt{5}}\frac{\sqrt{2}}{2}\frac{2}{\sqrt{5}}\right)(\hat{x}+\hat{y}) + \left[2\left(\frac{-\mu_0 I}{4\pi R\sqrt{5}}\right)\frac{1}{\sqrt{5}} + \left(\frac{-\mu_0 I}{8R\sqrt{5}}\right)\frac{1}{\sqrt{5}}\right]\hat{z}$$

$$\vec{B}(P) = \left(\frac{1}{10\pi} + \frac{\sqrt{2}}{40}\right)\left(\frac{\mu_0 I}{R}\right)(\hat{x}+\hat{y}) - \left[\frac{1}{10\pi} + \frac{1}{40}\right]\left(\frac{\mu_0 I}{R}\right)\hat{z}$$



Q4. Um cabo coaxial, com comprimento d=100m, é formado por uma casca cilíndrica metálica interna, de raio a = 1cm, coaxial com uma outra casca cilíndrica metálica externa, com raio b = 2cm.

a) (1.0) Calcule a auto-indutância desse cabo, desprezando possíveis efeitos de borda;

b) (1.0) As cascas cilíndricas foram conectadas com fios resistivos a uma bateria de 12 volts, formando um circuito RL como na figura. Deduza a função que representa a corrente nesse circuito em função do tempo, supondo que a resistência total dos fios vale R=10 ohms. (despreze possíveis efeitos capacitivos);

c) (0.5) Em quanto tempo a corrente no circuito atingirá a metade de seu valor máximo?

dados: $\ln 2 = 0{,}69 \qquad \varepsilon = -L\frac{dI}{dt} \qquad L = N\frac{\phi_m}{I}$

Solução: vide secção 32.2 e exemplo 32.5 do Serway.