1934 | 2009 USP 75 ANOS

Instituto de Física

FAP 2292

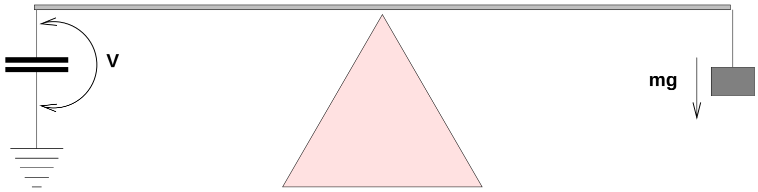
Experiência 1

Balança Eletrostática

1º semestre de 2010

22 de janeiro de 2010

1. A balança eletrostática



1.1 Objetivos

Estudo da força eletrostática entre corpos carregados através da análise quantitativa da interação entre as placas de um capacitor com determinação do valor numérico da permissividade elétrica do vácuo[1] .

1.2 Arranjo experimental

Construímos um arranjo no qual duas placas metálicas são mantidas paralelas. Estas placas são eletrizadas pela aplicação de uma diferença de potencial entre elas e, em conseqüência, passam a se atrair conforme previsto pela lei de Coulomb. Prendemos a placa superior a um braço de alavanca, com pivô bem definido, e buscamos o equilíbrio do sistema através de pesos calibrados que são colocados na outra ponta do braço, formando assim uma balança. De um lado encontramos a força da gravitação, expressa por $F_p = mg$, dos massores ali colocados; de outro está a força eletrostática entre as placas, expressa por $F = qE$, onde q é a carga armazenada em uma das placas e E é o campo elétrico estabelecido pela outra. Por hipótese, supomos que o campo elétrico seja *uniforme*, o que equivale a desprezar a curvatura do campo na borda da placa, e que o arranjo esteja colocado no vácuo.

Conhecendo a geometria da placa, a distância e a diferença de potencial entre elas e a massa total utilizada no equilíbrio é possível calcular o campo elétrico e grandezas a ele associadas.

1.3 Fundamentos teóricos

Há mais de uma maneira de obter a força que se estabelece entre as placas de um capacitor paralelo. Aqui apresentaremos duas, uma das quais baseada em argumentos simples derivados da lei de Gauss e outra, baseado no princípio do trabalho virtual.

[1] *A rigor determinamos a permissividade elétrica do ar. A razão entre elas é de* $\epsilon_{\rm ar}/\epsilon_0 = 1{,}00059$.

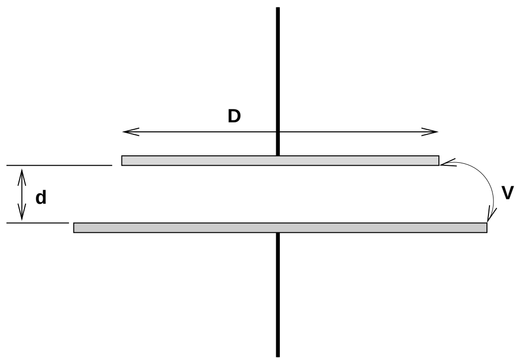


Figura 1.1: A placas de um capacitor se atraem, porque armazenam cargas de sinais contrários.

Dedução simplificada O campo elétrico produzido por uma placa extensa uniformemente eletrizada com densidade superficial de carga σ, em regiões distantes da borda, pode ser escrito como um campo uniforme $\mathbf{E}' = \dfrac{\sigma}{2\epsilon_0}\,\hat{n}$. Neste cenário, podemos ver o arranjo experimental de duas placas paralelas da balança como sendo um corpo puntiforme com carga q, constituído por uma das placas, imerso no campo uniforme da outra. Ora, nestas condições, a força que se estabelece entre as placas será dada por

$$\vec{F} = q\vec{E'}$$

Lembrando que a carga total é expressa por $q = \sigma\, A$; que o campo elétrico entre duas placas paralelas é dado por $E = \sigma/\epsilon_0$ e que este campo está relacionado ao potencial entre as placas por $E = V/d$ obtemos, em módulo

$$F = qE' = \frac{\epsilon_0 A}{2d^2}V^2. \tag{1.1}$$

Dedução alternativa Vamos utilizar o *método do trabalho virtual*, que consiste em promover um deslocamento virtual entre as placas e analisar o trabalho necessário para isto. Imaginando o capacitor conectado a uma bateria que mantém a tensão V constante, um incremento $\mathrm{d}y$ na separação entre as placas leva ao seguinte balanço de energia:

$$\mathrm{d}W_B + \mathrm{d}W_M = \mathrm{d}W_C.$$

- $\mathrm{d}W_B = V\mathrm{d}q$ representa o trabalho realizado pela bateria sob tensão constante V. Como $C = q/V$, decorre que $\mathrm{d}q = V\mathrm{d}C$ e, portanto $\mathrm{d}W_B = V^2\mathrm{d}C$.
- O termo $\mathrm{d}W_M = F\mathrm{d}y$ corresponde ao trabalho mecânico realizado pela força externa F necessária à separação.
- $\mathrm{d}W_C = \mathrm{d}\left(\frac{1}{2}CV^2\right) = \frac{1}{2}V^2\mathrm{d}C$ representa a variação de energia que ocorre no capacitor.
- A capacitância de um capacitor de placas paralelas é dada por $C = \epsilon_0 A/d$, onde ϵ_0 é a permissividade do vácuo, A é a área efetiva de uma das placas e d é a distância de separação entre elas. Estamos variando a distância entre elas. Logo, tomando d como y, obtemos $\mathrm{d}C = -(\epsilon_0 A/y^2)\mathrm{d}y$.

Assim,

$$V^2\mathrm{d}C + F\mathrm{d}y = \frac{1}{2}V^2\mathrm{d}C \Rightarrow F\mathrm{d}y = -\frac{1}{2}V^2\mathrm{d}C \Rightarrow F\mathrm{d}y = \frac{\epsilon_0 A}{y^2}\,\frac{V^2}{2}\mathrm{d}y,$$

o que nos leva finalmente a

$$F = \frac{\epsilon_0 A}{2d^2}V^2. \tag{1.2}$$

1.4 Procedimento experimental

Cuidado!
Altas tensões!

Com um massor de valor conhecido em um dos braços da balança, ajustamos a tensão até obter o valor para o qual ocorre o desequilíbrio, isto é, o menor valor de tensão capaz de sustentar o massor, mantendo a distância entre as placas igual a d. Nestas condições a força entre as placas é igual ao peso do massor, ou seja $F = Mg$.

As expressões (1.1) e (1.2) mostram que existe uma relação linear entre o quadrado da tensão entre as placas (V^2) e a força (F) que se estabelece entre elas:

$$V^2 = \frac{2d^2}{\epsilon_0 A} F = \frac{2d^2}{\epsilon_0 A} Mg = \alpha M,$$

onde o coeficiente angular α corresponde a:

$$\alpha = \frac{2d^2 g}{\epsilon_0 A}. \tag{1.3}$$

Repetimos para outros valores de massa e fazemos um gráfico com M nas abscissas e V^2 nas ordenadas. Podemos obter o valor de ϵ_0 pelo coeficiente angular da melhor reta pela série de pontos experimentais. O valor (**exato**) de ϵ_0 é:

$$\boxed{\epsilon_0 = \frac{1}{\mu_0 c^2} = 8{,}854\,187\,817\,62\ldots \times 10^{-12}\ \mathrm{F/m}.}$$