

## FAP 2292

## Lista de Exercícios 8 Ondas Eletromagnéticas

Exercícios Sugeridos (01/06/2010)

A numeração corresponde ao Livros Textos A e B.

**A24.0** Calcular a frequência das ondas eletromagnéticas com os seguintes comprimentos de onda:  
 (a)  $\lambda = 1$  cm (microondas), (b)  $\lambda = 1$   $\mu$ m (infra-vermelho), (c)  $\lambda = 580$  nm (luz amarela),  
 (d)  $\lambda = 100$  nm (ultra-violeta), e (e)  $\lambda = 1$  pm (raio-X).

**A24.7** O campo elétrico de uma onda eletromagnética plana se propagando no vácuo é descrito, em unidades SI, pela equação:

$$\mathbf{E} = 100 \text{ sen}(1,00 \times 10^7 x - \omega t) \hat{y}.$$

- Determinar o comprimento de onda,  $\lambda$ , e a frequência,  $f$ , da onda.
- Determinar o campo magnético da onda.
- Determinar o vetor de Poynting,  $\mathbf{S}$ .

**A24.17** Uma estação de rádio AM transmite isotropicamente com uma potência média de 4,00 kW. Uma antena de dipolo de 65 cm de comprimento está a 2,4 km do transmissor. Calcule a amplitude da fem deste sinal entre as extremidades da antena receptora.

**A24.19** Uma certa comunidade pretende construir uma instalação para converter radiação solar em energia elétrica. A potência necessária é 1 MW, e o sistema a ser montado tem uma eficiência de 30%. Qual deve ser a área efetiva da instalação, com uma superfície perfeitamente absorvedora, supondo-se que o fluxo de energia solar seja constante e igual a 1 kW/m<sup>2</sup>?

**A24.25** Numa certa região a intensidade de uma onda de rádio é de 25 W/m<sup>2</sup>. Uma superfície plana de área  $A$ , perfeitamente absorvedora, se encontra perpendicular à direção de propagação da onda. Calcular a pressão de radiação sobre a superfície.

**A24.27** Um laser de hélio-neônio ( $\lambda = 623,8$  nm) emite 15 W de potência num feixe com seção reta circular de 2 mm de diâmetro.

- Achar o valor máximo do campo elétrico do feixe.
- Calcular a energia contida em 1 m de comprimento do feixe.
- Calcular o momento linear transportado por 1 m de comprimento do feixe.

**A24.28** Dado que a intensidade da radiação solar incidente sobre a atmosfera superior da Terra é  $I_S = 1340$  W/m<sup>2</sup> (constante solar), determine:

- a intensidade da radiação solar incidente sobre Marte;
- a potência total incidente sobre Marte;
- a força de radiação atuando sobre o planeta, se ele absorve quase toda a luz.
- Compare esta força com a atração gravitacional do Sol sobre Marte.

Dados: Terra: raio  $r_T = 6,37 \times 10^6$  m, massa  $M_T = 5,98 \times 10^{24}$  kg, raio da órbita  $R_T = 1,496 \times 10^{11}$  m,  
 Marte: raio  $r_M = 3,37 \times 10^6$  m, massa  $M_M = 6,42 \times 10^{23}$  kg, raio da órbita  $R_M = 2,28 \times 10^{11}$  m,  
 massa do Sol  $M_S = 1,991 \times 10^{30}$  kg, constante gravitacional  $G = 6,6726 \times 10^{-11}$  Nm<sup>2</sup>/kg<sup>2</sup>.

- A24.52** Uma antena parabólica de 20 m de diâmetro recebe, em incidência normal, o sinal de radio de uma fonte distante. O sinal é uma onda senoidal contínua, com amplitude  $E_0 = 0,2 \text{ mV/m}$ . A antena absorve toda a radiação incidente sobre o coletor parabólico. Calcular: (a) a amplitude do campo magnético da onda incidente, (b) a intensidade da radiação incidente sobre a antena, (c) a potência recebida pela antena, (d) a força que as ondas de rádio exercem sobre a antena.
- A24.55** Uma microonda linearmente polarizada, com o comprimento de onda de 1,5 cm, propaga-se ao longo do eixo dos  $z$  positivos. O vetor de campo elétrico tem o valor máximo de 175 V/m e vibra no plano  $xy$ .
- Admita que o campo magnético da onda possa ser escrito na forma  $B = B_0 \text{ sen}(kz - \omega t)$  e dê os valores de  $B_0$ ,  $k$  e  $\omega$ . Determine também o plano em que vibra o vetor de campo magnético.
  - Calcule o vetor de Poynting dessa onda.
  - Qual a pressão de radiação que essa onda exerceria numa incidência normal sobre uma folha perfeitamente condutora?
  - Qual a aceleração que seria imprimida a uma folha de 500 g (perfeitamente refletora e na incidência normal) com as dimensões de  $1 \text{ m} \times 0,75 \text{ m}$ ?
- A24.57** Um astronauta enclachado no espaço a 10,0 m de sua espaçonave e em repouso em relação a ela, tem massa, incluindo o equipamento, de 110 kg. Como ele tem uma fonte luminosa de 100 W que forma um feixe dirigido, ele considera usar o feixe como um *foguete de fótons* para propeli-lo continuamente em direção à nave. (a) Calcule quanto tempo ele levaria para chegar à espaçonave usando este método. (b) Suponha que, em vez disso, ele decida arremessar a fonte de luz, cuja massa é de 3,00 kg, para longe em direção oposta à espaçonave. Se, depois de arremessada, ela se move a 12 m/s em relação ao astronauta, quanto tempo leva para o astronauta chegar à nave?
- B32.10** Uma onda eletromagnética possui um campo magnético dado por
- $$\mathbf{B}(x,t) = (8,25 \times 10^{-9} \text{ T}) \hat{j} \text{ sen} [(1,38 \times 10^4 \text{ rad/m}) x + \omega t].$$
- (a) Em que direção e sentido a onda eletromagnética está se propagando? (b) Qual é a frequência  $f$  da onda? (c) Escreva a equação vetorial para  $\mathbf{E}(x,t)$ .
- B32.45** Dois refletores quadrados, cada qual com 1,50 cm de lado e 4,0 g de massa, estão localizados em extremidades opostas de uma haste delgada, extremamente leve, de 1,0 m e que pode girar sem atrito e no vácuo em torno de um eixo perpendicular a ela no seu centro. Esses refletores são suficientemente pequenos para serem tratados como massas puntiformes em cálculos de momento de inércia. Ambos os refletores são iluminados em uma face por uma onda de luz senoidal com um campo elétrico de amplitude 1,25 N/C, que incide uniformemente sobre ambas as superfícies e sempre os atinge perpendicularmente ao plano das suas superfícies. Um refletor é coberto com um revestimento perfeitamente absorvedor e o outro com um revestimento perfeitamente refletor. Qual é a aceleração angular desse dispositivo?
- B32.47** Um condutor cilíndrico com seção reta circular de raio  $a$  e resistividade  $\rho$  conduz uma corrente constante  $I$ . (a) Determine o módulo, a direção e o sentido do vetor  $\mathbf{E}$  em um ponto imediatamente abaixo da superfície do fio situado a uma distância  $a$  do eixo central. (b) Determine o módulo, a direção e o sentido do vetor  $\mathbf{B}$  nesse mesmo ponto. (c) Calcule o módulo, a direção e o sentido do vetor de Poynting  $\mathbf{S}$  nesse mesmo ponto. (O sentido de  $\mathbf{S}$  indica o sentido em que a energia eletromagnética flui para o interior ou para o exterior do condutor.) (d) Use o resultado do item (c) para calcular a taxa de escoamento de energia para o interior do volume ocupado por um comprimento  $\ell$  do condutor. Compare o resultado com a taxa da geração de

energia térmica no mesmo volume.

**B32.49** Uma espira circular pode ser usada como uma antena de rádio. Sabendo que uma antena com diâmetro igual a 18,0 cm está localizada a 2,50 km de uma fonte de 95,0 MHz com potência total de 55,0 kW, qual é a fem máxima induzida na antena? (Suponha que o plano que contém a antena circular seja ortogonal à direção do campo magnético da radiação e que a fonte irradie uniformemente em todas as direções.)

**B32.57** Ondas eletromagnéticas são produzidas por cargas aceleradas. A taxa da emissão de energia de uma partícula com carga  $q$  e aceleração  $a$  é dada por

$$P = \frac{q^2 a^2}{6\pi\epsilon_0 c^3},$$

em que  $c$  é a velocidade da luz. (a) Verifique se essa equação está dimensionalmente correta. (b) Sabendo que um próton se desloca em um acelerador de partícula com energia cinética de 6,0 MeV, percorrendo uma órbita circular de raio igual a 0,750 m, qual é a fração de sua energia que ele irradia por segundo? (c) Considere agora um elétron se deslocando nessa órbita com o mesmo raio e com a mesma velocidade. Qual é a fração de sua energia que ele irradia por segundo?

**B32.58** As ondas eletromagnéticas se propagam em condutores de modo muito diferente da propagação em dielétricos e no vácuo. Quando a resistividade do condutor for suficientemente pequena (ou seja, quando ele for um bom condutor), o campo elétrico oscilante da onda produzirá uma corrente de condução oscilante que é muito maior do que a corrente de deslocamento. Nesse caso, a equação de onda para o campo elétrico  $\mathbf{E}(x,t) = E_y(x,t)\hat{j}$  se propagando no sentido  $+x$  no interior do condutor é dada por

$$\frac{\partial^2 E_y(x,t)}{\partial x^2} \approx \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial E_y(x,t)}{\partial t}.$$

em que  $\mu$  é a permeabilidade do condutor e  $\rho$  é sua resistividade. (a) Uma solução para essa equação de onda é dada por

$$E_y(x,t) = E_0 e^{-k_C x} \sin(k_C x - \omega t),$$

em que  $k_C = \sqrt{\omega\mu/2\rho}$ . Verifique essa solução por substituição na equação de onda precedente. (b) O termo exponencial mostra que a amplitude do campo elétrico diminui à medida que a onda se propaga. Explique a razão desse efeito. (Sugestão: o campo realiza trabalho para mover a carga no interior do condutor. A corrente resultante desse movimento produz uma dissipação de calor  $Ri^2$  no interior do condutor, fazendo sua temperatura aumentar. De onde provém a energia para isso?) (c) Mostre que a amplitude do campo elétrico diminui de um fator  $1/e$  para uma distância de  $1/k_C$  e calcule essa distância para uma onda de rádio com frequência  $f = 1,0$  MHz no cobre (resistividade  $1,72 \times 10^{-8} \Omega\text{m}$  e permeabilidade  $\mu_0$ ). Como essa distância é muito pequena, as ondas eletromagnéticas praticamente não se propagam no interior do cobre. Ao contrário, elas são refletidas na superfície do metal. A partir disso se conclui que as ondas de rádio não penetram no cobre nem em outros metais, explicando-se por que a recepção das ondas de rádio é extremamente fraca no interior de um ambiente cercado por uma estrutura metálica.

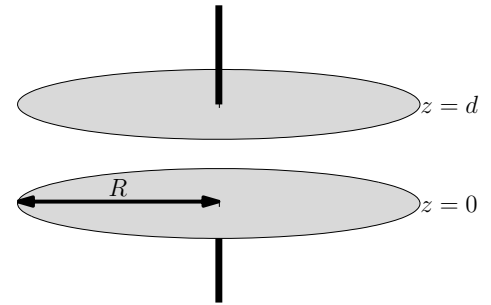
**P3.1** Numa região do espaço delimitada pelos planos  $x = -a/2$  e  $x = +a/2$ , há uma distribuição volumétrica de carga  $\rho(\mathbf{r},t)$  que varia com o tempo. O campo elétrico criado por esta distribuição de carga, entre os planos, é expresso por  $\mathbf{E}(\mathbf{r},t) = E_0 \frac{x}{a} \text{sen}(\omega t) \hat{x}$ , onde  $E_0$  e  $\omega$  são constantes conhecidas.

- Calcule a densidade volumétrica de carga,  $\rho(\mathbf{r},t)$ , entre os planos.
- Sabendo que a densidade de corrente  $\mathbf{J}$  e a densidade de carga satisfazem a Equação da Continuidade  $\nabla \cdot \mathbf{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$ , determine  $\mathbf{J}(\mathbf{r},t)$  entre os planos. (Considere que as cargas só se movem ao longo do eixo  $x$ .)
- Determine o campo magnético  $\mathbf{B}(\mathbf{r},t)$  entre os planos.

**P3.2** Considere um capacitor de placas paralelas cilíndricas de raio  $R$  e separação  $d \ll R$ , que está inicialmente carregado. Entre os instantes  $t = 0$  e  $t = t_0$  o capacitor é descarregado de forma controlada, de maneira que o campo elétrico na região entre as placas ( $0 \leq z \leq d$ ,  $0 \leq \rho \leq R$ ) é:

$$\mathbf{E}(\rho, \varphi, z, t) = E_0(1 - t/t_0) \hat{z}.$$

Fora dessa região pode-se considerar que o campo elétrico é nulo. Veja a figura.



- Calcule a densidade de corrente de deslocamento  $\mathbf{J}_d(\rho, \varphi, z, t)$  na região  $0 \leq z \leq d$ ,  $0 \leq \rho < \infty$ .
- Calcule o campo magnético  $\mathbf{B}(\rho, \varphi, z, t)$  na mesma região,  $0 \leq z \leq d$ ,  $0 \leq \rho < \infty$ .
- Calcule a energia armazenada no espaço entre as placas do capacitor.

**P3.3** O campo magnético de uma onda eletromagnética plana se propagando no vácuo é descrito pela equação:

$$\mathbf{B} = B_0 \frac{\hat{x} + \sqrt{3} \hat{z}}{2} \text{sen} \left[ 2\pi \left( \frac{y}{y_0} - \frac{t}{t_0} \right) \right],$$

onde  $y_0 = 4,00 \times 10^{-10}$  m,  $B_0$  e  $t_0$  são constantes.

- Encontre o vetor de onda  $\mathbf{k}$  e a frequência  $f$  da onda.
- Determine a expressão do campo elétrico  $\mathbf{E}$  desta onda.
- Calcule a potência média por unidade de área que essa onda transporta.

**NA5.1** Frentes de ondas eletromagnéticas planas incidem normalmente sobre a superfície plana de um vidro com índice de refração  $n_v = 1,5$ .

- Determine o valor do coeficiente de reflexão do campo elétrico,  $r = E_{\text{refletido}}/E_{\text{incidente}}$ ;
- Determine o coeficiente de transmissão de intensidade (transmitância),  $T = I_{\text{transmitido}}/I_{\text{incidente}}$

**NA5.2** Uma onda eletromagnética, propagando-se no vácuo, tem campo elétrico expresso por

$$\mathbf{E}(x,t) = 2E_0 \cos(k_0x - \omega t) \hat{y} + 3E_0 \text{sen}(k_0x - \omega t) \hat{z}$$

e incide normalmente sobre a superfície plana de um meio material cujo índice de refração é  $n_v = 1,2$ . A interface vácuo-meio está no plano  $yz$ , em  $x = 0$ .

- Determine a expressão do campo elétrico refletido;
- Determine a expressão do vetor de Poynting transmitido.