Física para Ciências Biológicas - 2014
Lista de Exercícios 4 - CASA
Data: 04/2014

Exercício 1: A intensidade da luz do Sol na superfície da Terra é aproximadamente $1400 W/m^2$. Admitindo que a energia média dos fótons seja $2eV$.

a) Calcule o número de fótons que atinge uma área de $1 cm^2$ em $1s$.

b) Calcule o comprimento de onda desses "fótons médios". Eles estão em que faixa do espectro eletromagnético?

Exercício 2: Resultados experimentais mostram que um pulso de luz com frequência de $6 \times 10^{14} Hz$ pode ser visto se a intensidade do pulso for no mínimo de $10^{-12} W/m^2$. Esse é o limiar visual, isto é, abaixo dessa intensidade a luz não pode ser vista. Sabe-se que somente 10% dos fótons incidentes na pupila atingem as células fotossensíveis da retina.

a) Calcule a energia total em eV por segundo incidente na pupila com 5mm de diâmetro.

b) Determine número mínimo de fótons por segundo que atinge a retina e causa a visão.

Exercício 3: Suponha que luz ultravioleta de intensidade $1,2 \times 10^{-9} W/cm^2$ incide sobre uma amostra de ferro de área $1 cm^2$. Admitindo que todos os fótons têm um comprimento de onda de $250 nm$:

a) No máximo, quantos elétrons são emitidos por segundo?

b) Se a frequência de corte for $1,1 \times 10^{15} Hz$, encontre a função trabalho para o ferro.

c) Encontre a voltagem necessária para interromper a emissão de elétrons.

Exercício 4: A mínima frequência que uma radiação precisa ter para extrair elétrons de uma placa de tungstênio é igual a $1,1 \times 10^{15} Hz$.

a) Qual a função trabalho para o tungstênio, em joules e em elétron-volts?

b) Calcule a energia cinética e a velocidade máxima dos elétrons emitidos pelo tungstênio, no vácuo, quando nele incide uma radiação de comprimento de onda igual a $180 nm$.

Exercício 5: A função trabalho do sódio (Na) é de 2,36eV. Se iluminarmos uma placa de Na com luz de comprimento de onda 350 nm, determine:

a) A energia do fóton incidente em eV;

b) O número de fótons/m^2 $\times$ s no feixe de luz, considerando a intensidade da luz incidente $I = 10^{-8} W/m^2$;

c) O potencial reverso que impede a fotocorrente;

d) A frequência da luz que produz elétrons com energia cinética 3,5eV.

Exercício 6: Na imagem abaixo vemos representado em esquema o experimento de Davisson e Germer. Os elétrons são acelerados por uma diferença de potencial de 54V e incidem sobre uma amostra de Níquel. Para um ângulo de 50 graus temos o primeiro pico de difração dos elétrons de comprimento de onda.

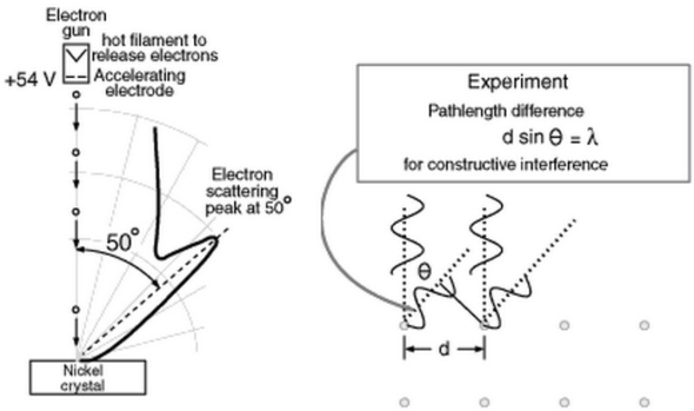

Figura 1: Fonte: *http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/*

a) Calcule o comprimento de onda dos elétrons no feixe no experimento, utilizando a expressão de De Broglie.

b) Calcule o comprimento de onda dos elétrons obtido experimentalmente (use a expressão da difração acima) sabendo que o espaçamento d entre os átomos de Níquel é de $2,15\mathring{A}$. Compare com o resultado do item anterior.

c) Calcule o comprimento de onda dos elétrons em um microscópio eletrônico moderno, no qual têm energia de 1keV.

Exercício 7: Uma partícula quântica tem as incertezas de medida de posição e momento relacionadas, não podendo ser definidos momento e posição simultaneamente com precisão arbitrária.

a) Obtenha a menor incerteza numa medição do momento de um elétron em um átomo de Hidrogênio (Δx=“diâmetro” do átomo $=1 \times 10^{-10}m$).

b) Obtenha a menor incerteza numa medição do momento de um próton em um núcleo de Carbono (Δx=“diâmetro” do núcleo $=2,3fm$=$2,3 \times 10^{-15}m$).

Exercício 8: Suponha que um nêutron se desloca a uma velocidade de $1000m/s$.

a) Esse neutron pode ser considerado relativístico? Qual o comprimento de onda de de Broglie associado ao nêutron?

b) Uma pessoa de $60kg$ à essa mesma velocidade, teria qual comprimento de onda de De Broglie? Discuta a validade da hipótese de de Broglie para objetos macroscópicos.

c) O vento solar ejeta partículas do Sol com uma velocidade média de $400km/s$. Se a incerteza na medida desta velocidade for de 0.5%, qual é a incerteza na medida da posição da partícula se esta for um elétron? E se for um próton?

Exercício 9: Você deseja estudar um espécime biológico num microscópio, e você pode escolher entre usar ondas eletromagnéticas ou um microscópio eletrônico.

a) Calcule a energia do elétron necessária para que ele tenha o comprimento de onda de $5nm$.

b) Calcule a energia do fóton necessária para que ele tenha o comprimento de onda de $5nm$. Em qual região do espectro eletromagnético se encontra?

c) Calcule a razão entre a energia do fóton e do elétron dos itens anteriores. Qual dos dois equipamentos você escolheria para a análise? Justifique.

Exercício 10: Considere a equação de Schrödinger independente do tempo para uma partícula quântica:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2}\Psi(x) = E\Psi(x)$$

a) Qual é o potencial externo a que está submetida a partícula nesta equação? Interprete fisicamente.

b) Verifique qual das funções abaixo é solução para a equação (ou seja, um autoestado): I) $\Psi_k(x) = Ae^{ikx}$
II)$\Psi_k(x) = Be^{-kx^2}$

c) Analisando a expressão correspondente para a energia (em termos de k) dessa partícula, existe quantização de energia para esse sistema?

d) Calcule $|\Psi_k(x)|^2$. Existe alguma região mais provável de x de encontrar essa partícula?

e) Qual o valor do momento dessa partícula?

Exercício 11: As funções de onda para uma partícula confinada numa caixa unidimensional no intervalo de $x = 0$ até $x = L$ são dadas por: $\Psi_n(x) = \sqrt{(2/L)}\sin(n\pi x/L)$, onde n= 1, 2, 3,...; suponha que a caixa tenha comprimento $L = 5nm$.

a) A partir da equação de Schrödinger para este sistema, obtenha as possíveis energias acessíveis a essa partícula quântica.

b) Faça o gráfico das funções densidade de probabilidade, $|\Psi_n|^2$ para os dois primeiros estados quânticos.

c) Para o segundo estado quântico, calcule a probabilidade de se medir a posição da partícula na metade direita da caixa (de 2,5 a 5nm);

d) Qual energia deveria ser fornecida ao elétron para que passasse do primeiro estado excitado para o terceiro estado excitado?

e) O que ocorre com as energias dos estados quânticos desse problema se duplicarmos o tamanho da caixa?

Exercício 12: Um elétron move-se em um oscilador harmônico quântico com uma frequência angular $\omega = 10^{14} Hz$.

a) Monte a equação de Schroedinger independente do tempo para este sistema.

b) As energias dos diferentes níveis do oscilador são dadas pela equação $E_n = (n + 1/2)\hbar\omega$. Calcule a energia necessária para promover o elétron do estado n=2 para n=3, e do estado n=50 para n=51. O que você percebeu?

c) Uma propriedade que diferencia o oscilador quântico do clássico é a possibilidade de encontrar a partícula além da posição x_{max} dada por $E_{total} = (1/2)mw^2x_{max}^2$. No gráfico abaixo está representada a probabilidade $|\Psi(x)|^2$ para o estado fundamental deste oscilador. Qual seria a região do espaço onde estaria limitado o movimento da partícula se o problema fosse tratado classicamente?

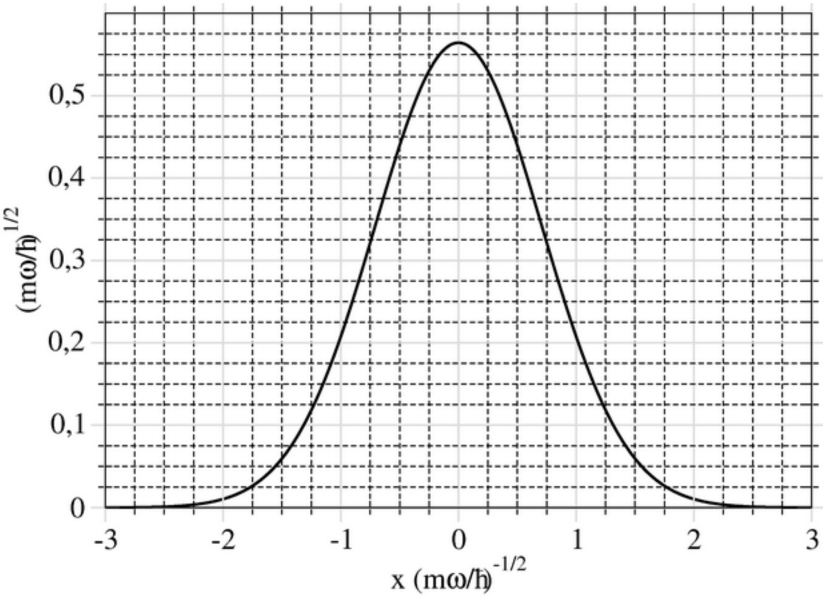

Figura 2: Distribuição da densidade de probabilidade das medidas de posição uma partícula no estado fundamental de um oscilador harmônico quântico.

d) Calcule aproximadamente usando o gráfico qual a probabilidade da partícula quântica ser encontrada fora da região permitida para a partícula clássica.

e) Qualitativamente, em torno de que valores de x você esperaria que fosse mais provável encontrar uma partícula clássica? Justifique sua resposta e compare com o caso quântico expresso no gráfico acima. Que outra diferenças fundamentais são encontradas entre o oscilador harmônico clássico e o oscilador harmônico quântico?

Exercício 13: O problema do átomo de hidrogênio tem como solução as funções conhecidas como "orbitais atômicos". O estado $1s$, por exemplo, é dado pelos números quânticos $n = 1$, $l = 0$, $m = 0$:

$$\Psi_{nlm} = \Psi_{100}(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{1}{a_0}\right)^{3/2} e^{(-r/a_0)}$$

onde , $a_0 = 4\pi\epsilon_0 h/me^2 = 0,5 \times 10^{-10}m$ é o chamado Raio de Bohr. $P(r)dr = 4\pi r^2|\Psi_{100}(r)|^2dr$, representa a probabilidade de se encontrar um elétron a uma distância entre r e $r + dr$ do núcleo. $P(r)$ consiste, assim, da função densidade de probabilidade associada às estatísticas de medida de posição.

a) Faça um esboço gráfico de como estaria distribuída a densidade de probabilidade $P(r)$de se encontrar o elétron a uma distância r do núcleo do átomo, se este se encontra no estado $1s$.

b) Qual a energia necessária para promover a ionização desse elétron $1s$ do átomo de H, dado que a energia nesse átomo para um elétron no nível n é dada por $E_n = -E_1/n^2$, com $E_1 = 13,6eV$? Qual o comprimento de onda da luz necessária para este processo?

c) Considerando as transições entre um estado n_1 e outro n_2, obtenha uma expressão que relaciona o comprimento de onda do fóton emitido/abssorvido para a transição entre esses estados.

d) Qual o comprimento de onda da radiação absorvida/emitida para uma transição entre os níveis $n_1 = 2$ e $n_2 = 3$?

Exercício 14: Escreva as configurações eletrônicas de cada um dos elementos a seguir em termos dos orbitais atômicos: Ar (Z=18), Ca (Z=20), Cl (Z=17) e K (Z=19).

Dados

Velocidade da luz	c	3×10^8m/s
Massa do próton	m_p	$1,67 \times 10^{-27}$Kg
Carga do elétron	e	$-1,6 \times 10^{-19}$C
Massa do elétron	m_e	$9,1 \times 10^{-31}$Kg
Elétron-volt	$1eV$	$1,602 \times 10^{-19}$J
Constante de Planck	h	$6,626 \times 10^{-34}$Js
	$\hbar = \frac{h}{2\pi}$	$6.58 \times 10^{-16}eVs$
	hc	1240eV nm