

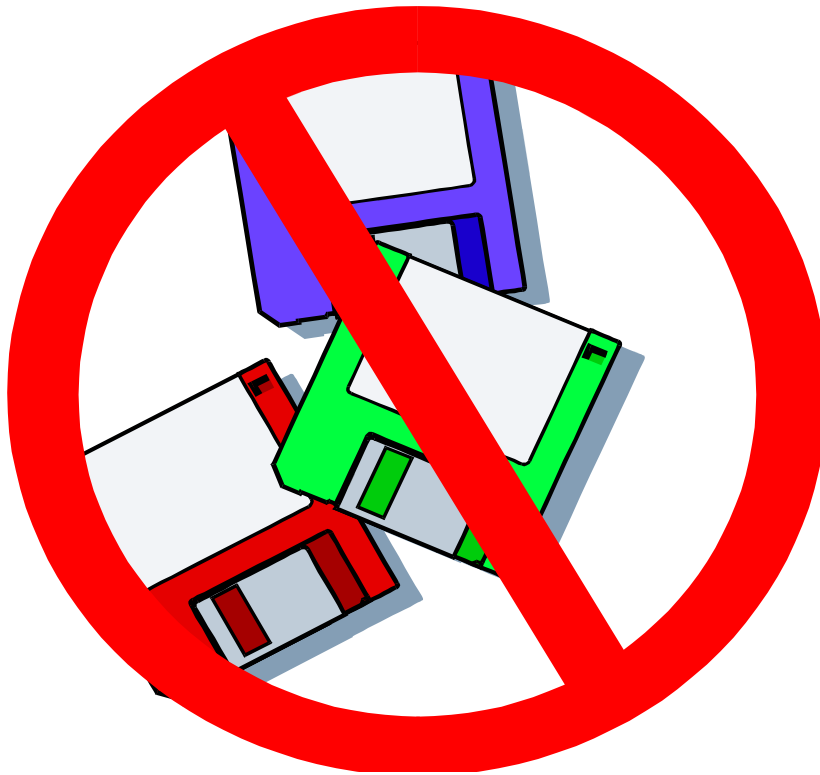
# Reflexão e transmissão de ondas eletromagnéticas

SEL 413 Telecomunicações

Amílcar Careli César  
Departamento de Engenharia Elétrica da EESC-USP

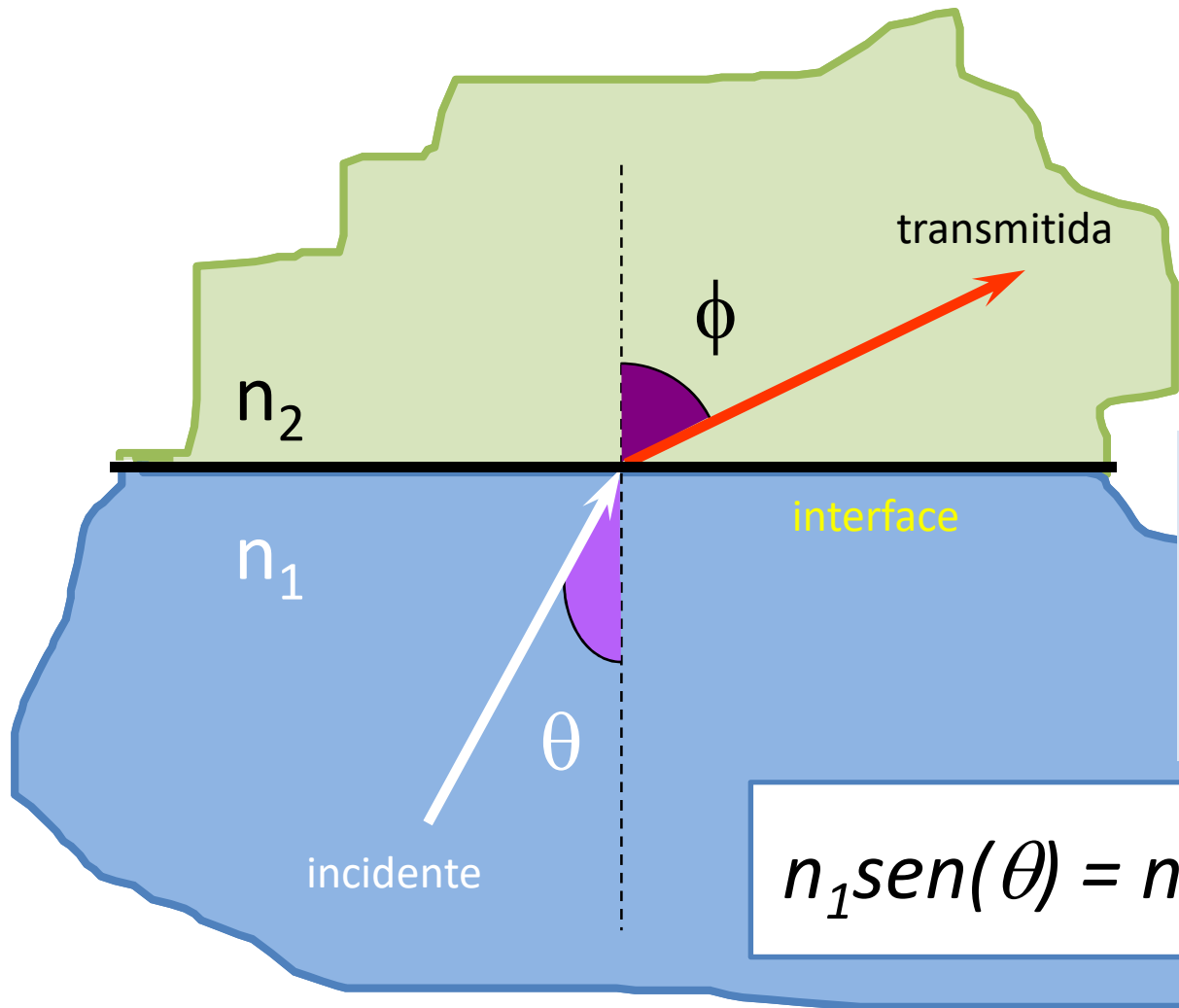
# Atenção!

---



- ✓ Este material didático é planejado para servir de apoio às aulas de **SEL-413 Telecomunicações**, oferecida aos alunos regularmente matriculados no curso de engenharia aeronáutica.
- ✓ Não são permitidas a reprodução e/ou comercialização do material.
- ✓ solicitar autorização ao docente para qualquer tipo de uso distinto daquele para o qual foi planejado.

# Lei da refração de Snell



Willebrord Snell (1580-1626), matemático e astrônomo alemão, em 1621.

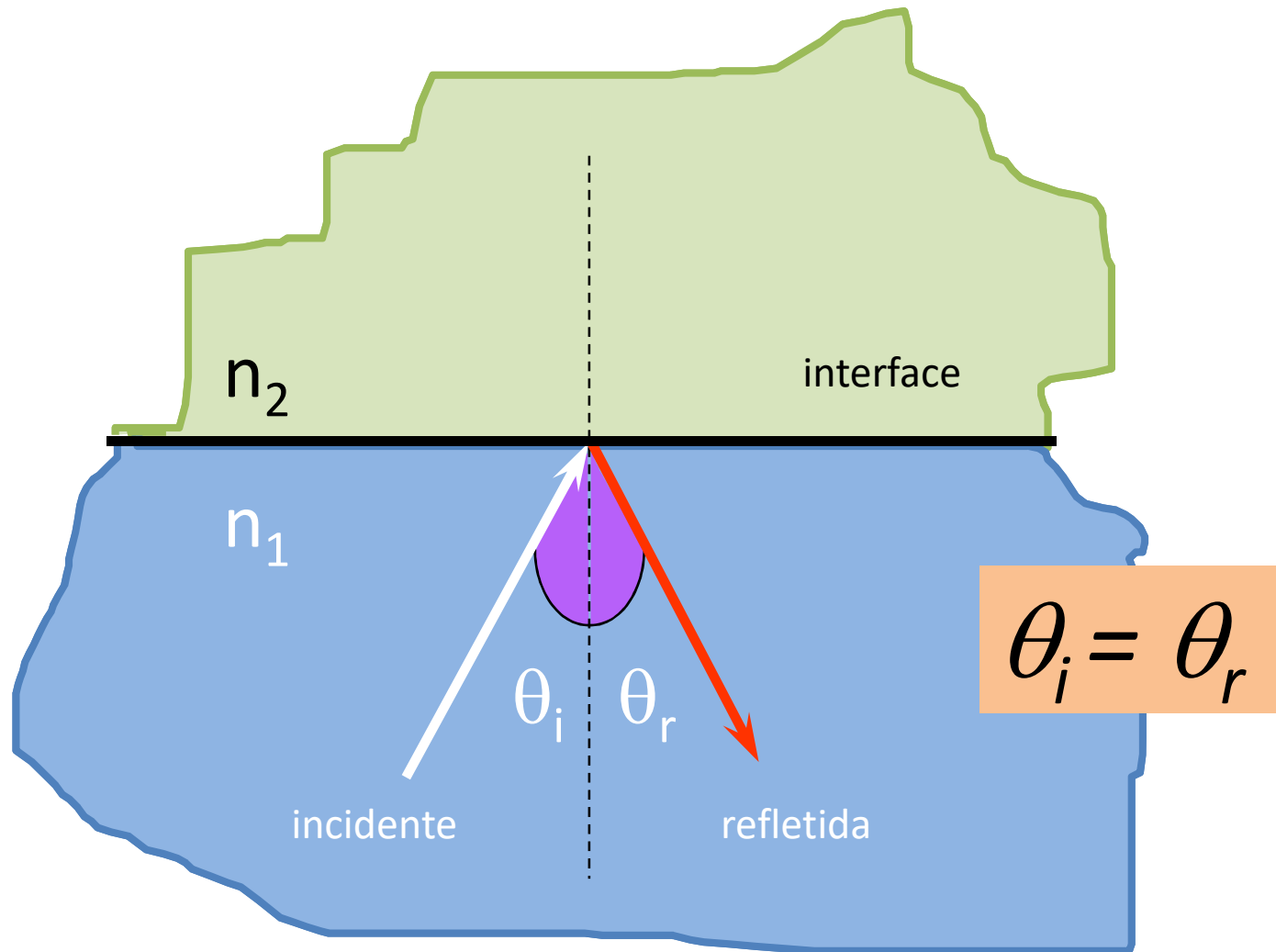
$$n_1 \text{sen}(\theta) = n_2 \text{sen}(\phi)$$

# Índice de refração de alguns materiais

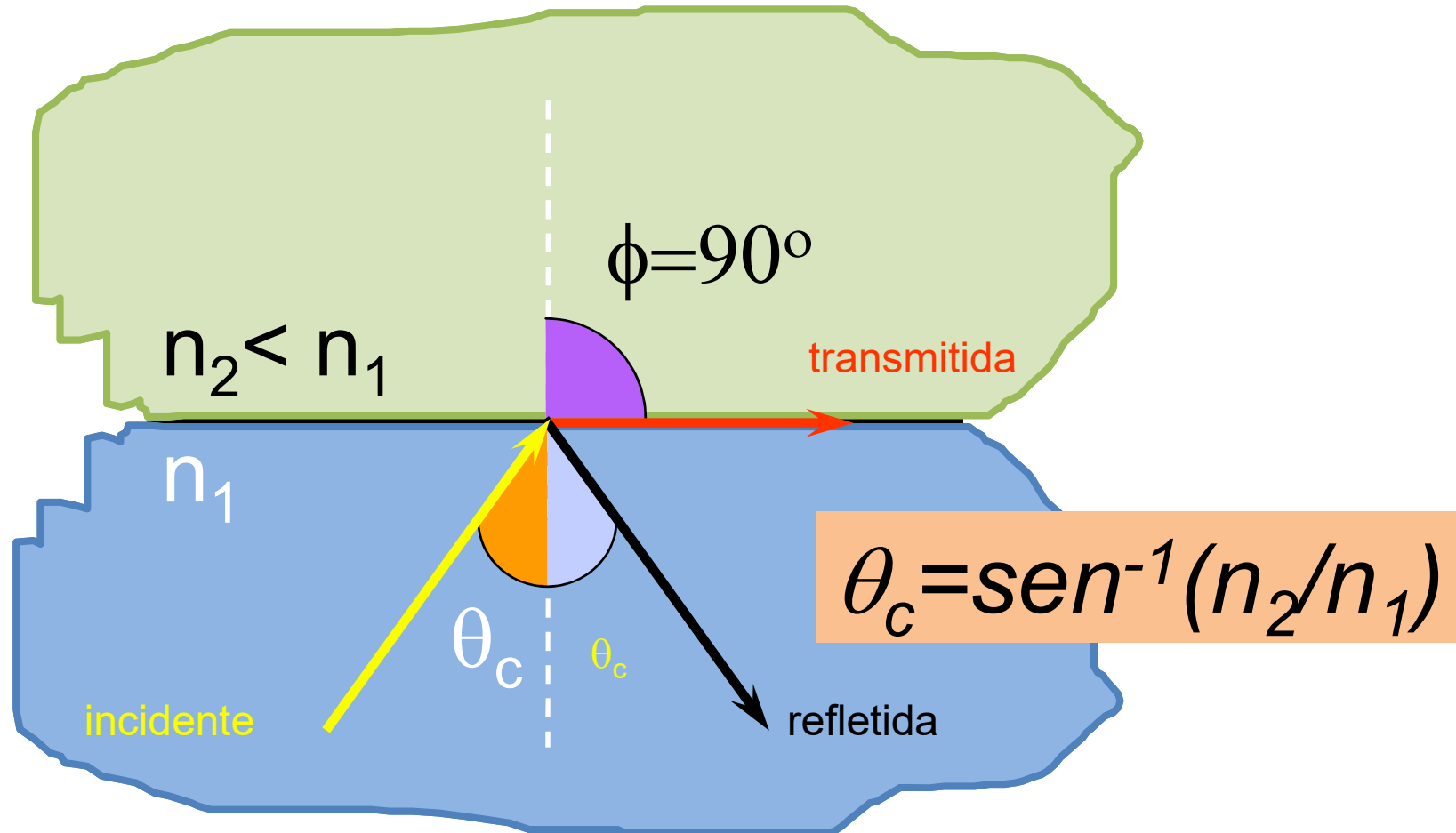
---

Material	Índice de refração
ar	1,0
água	1,33
Sílica fundida	1,46
polistireno	1,59
germânio	4,0
silício	3,5
safira	1,8
arseneto de gálio	3,35
cloreto de sódio	1,54
calcita	1,6

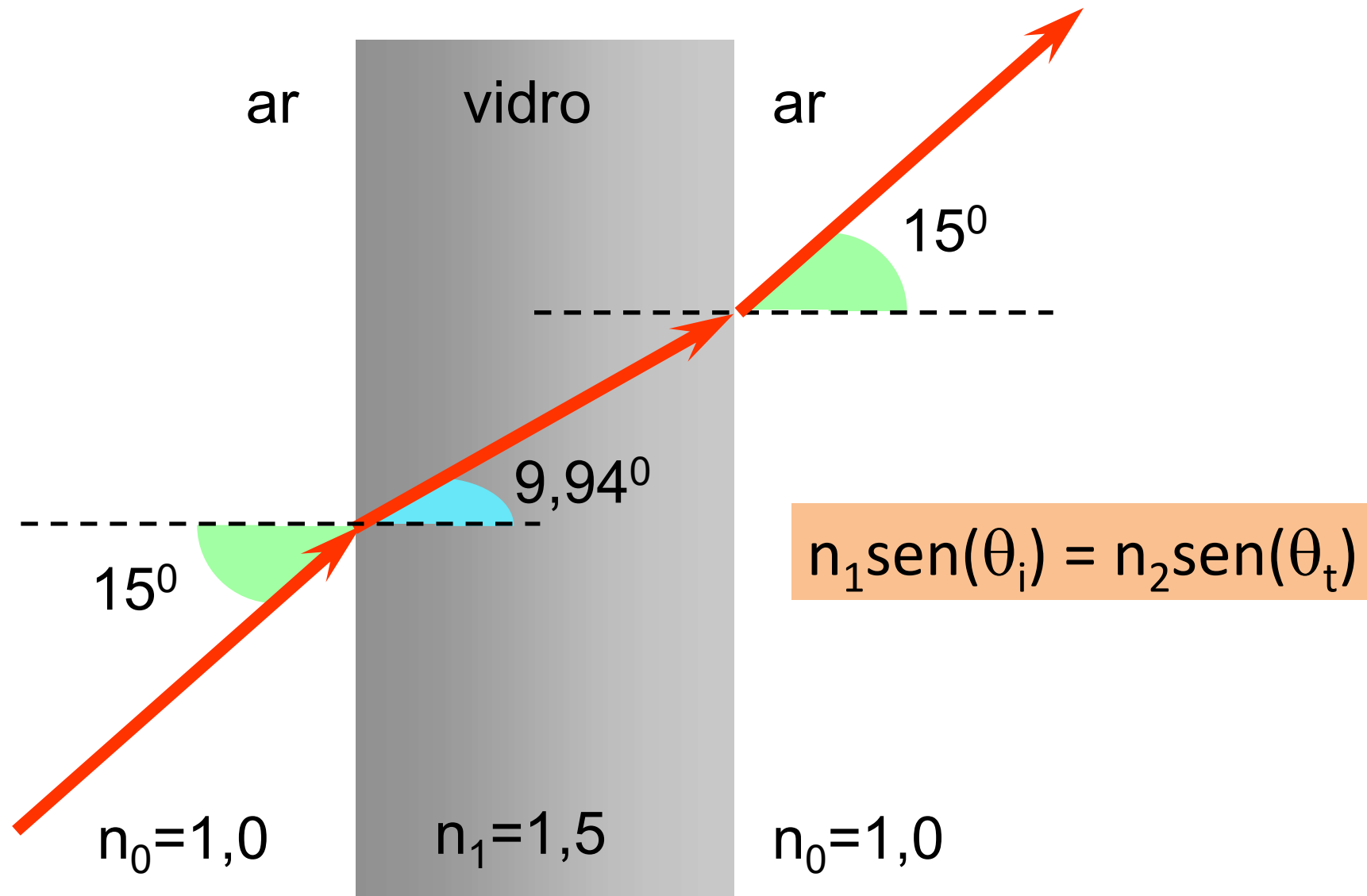
# Lei da reflexão



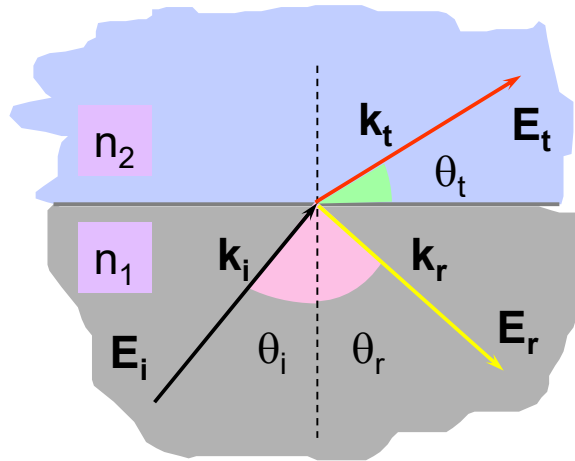
# Reflexão total: ângulo crítico



# Deflexão de um raio de luz através de uma lâmina de vidro



# Ângulo crítico para algumas interfaces

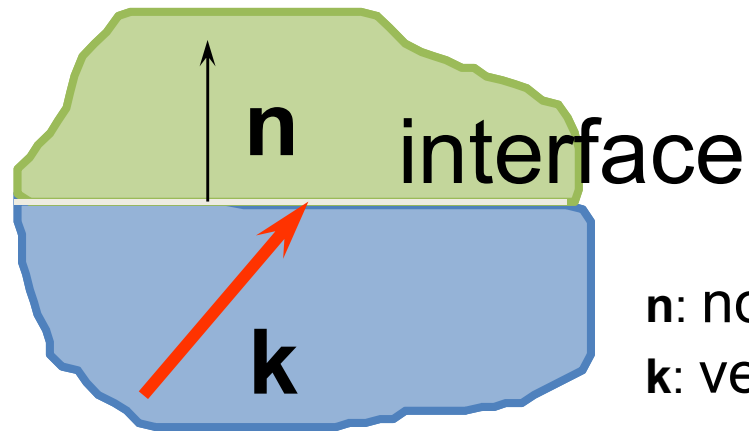


Interface	$n_1$	$n_2$	$\theta_c$
vidro-ar	1,5	1,0	41,8°
plástico-plástico	1,49	1,39	68,9°
vidro-plástico	1,46	1,4	73,5°
vidro-vidro	1,48	1,46	80,6°



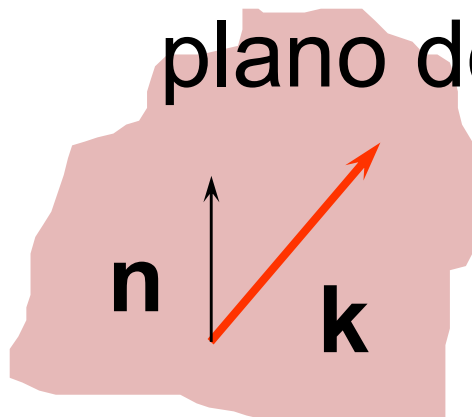
# Plano de incidência

---



$n$ : normal à interface  
 $k$ : vetor propagação

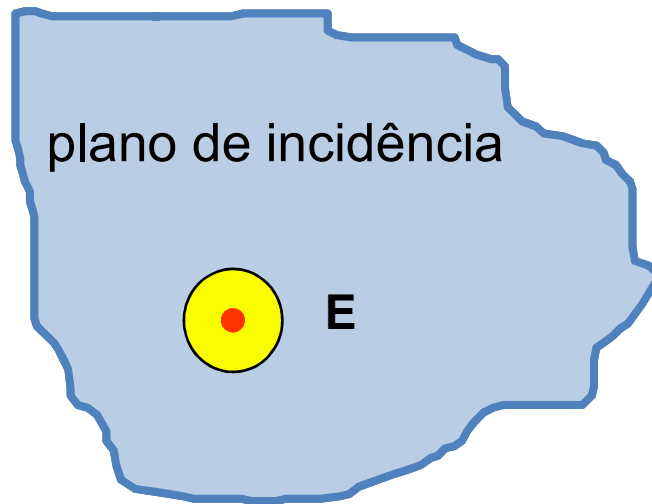
## plano de incidência



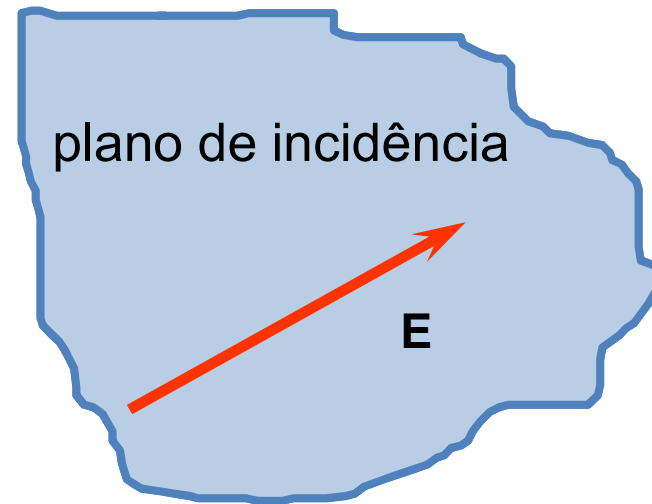
É o plano que contém  
o **versor normal** à interface entre os 2 meios  
e o  
**vetor propagação da onda**

# Polarização da onda

---

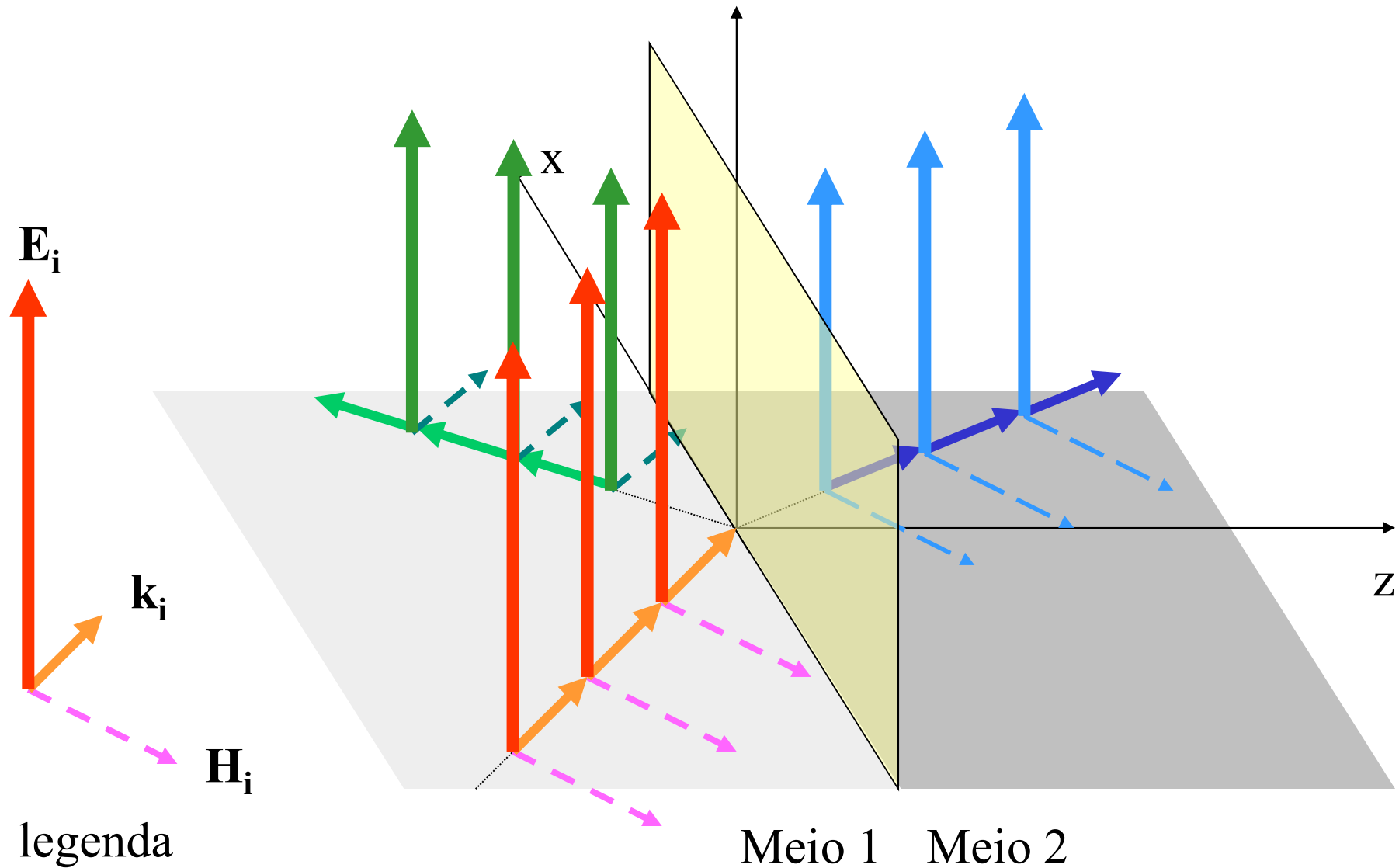


polarização normal  
ou  
perpendicular

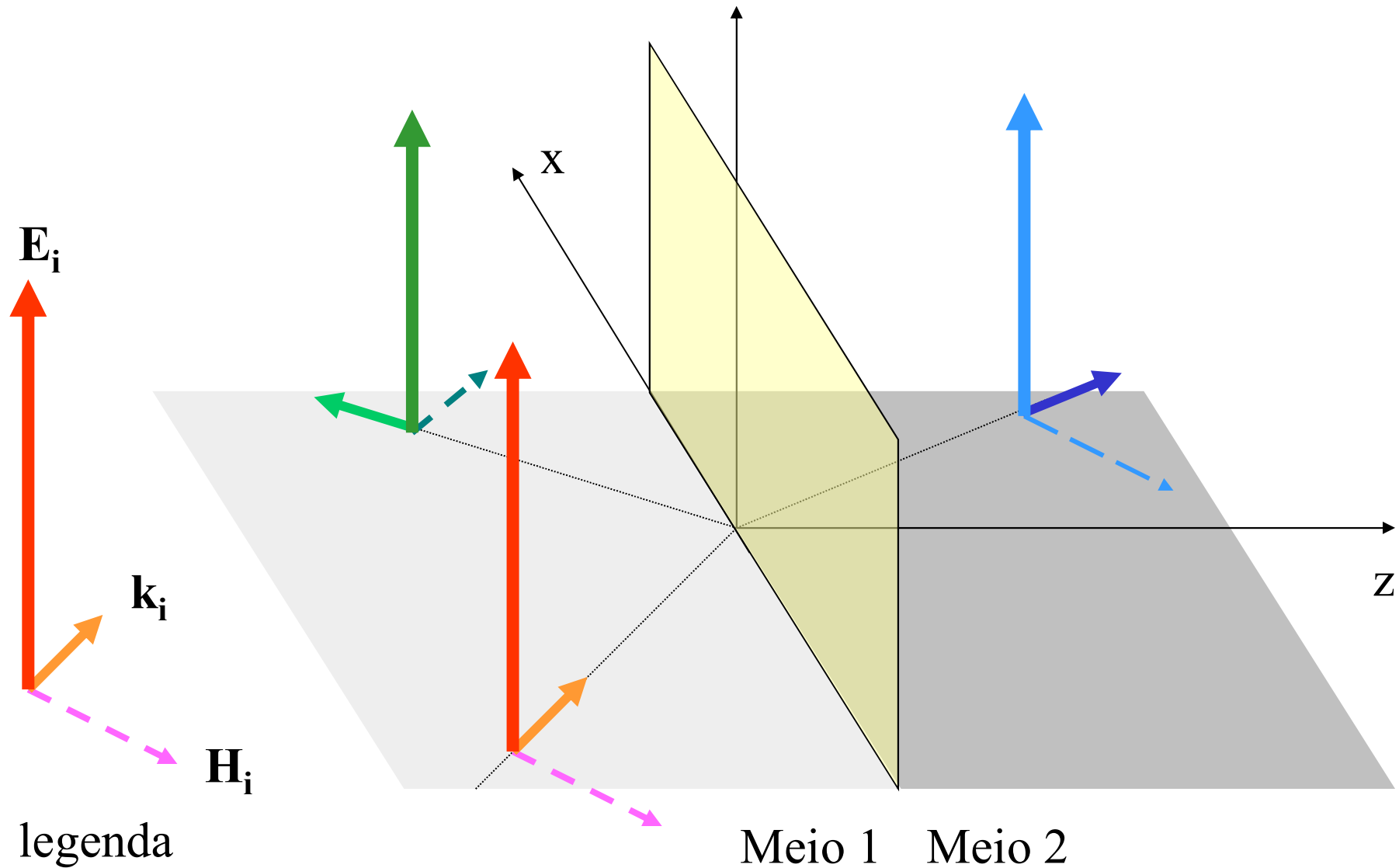


polarização paralela

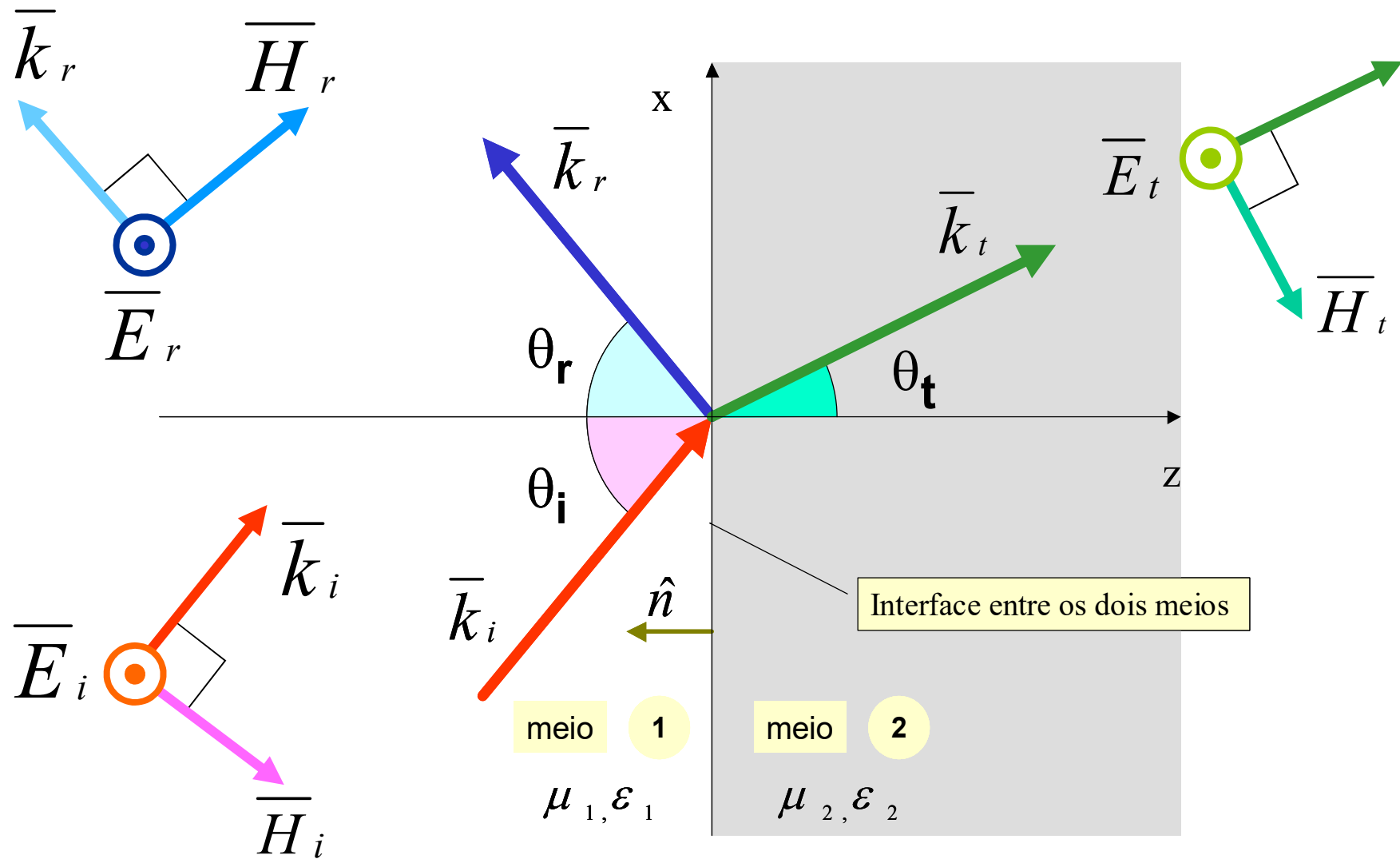
# Incidência, reflexão e transmissão-1



# Incidência, reflexão e transmissão-2



# Polarização perpendicular-2



# Polarização perpendicular-3

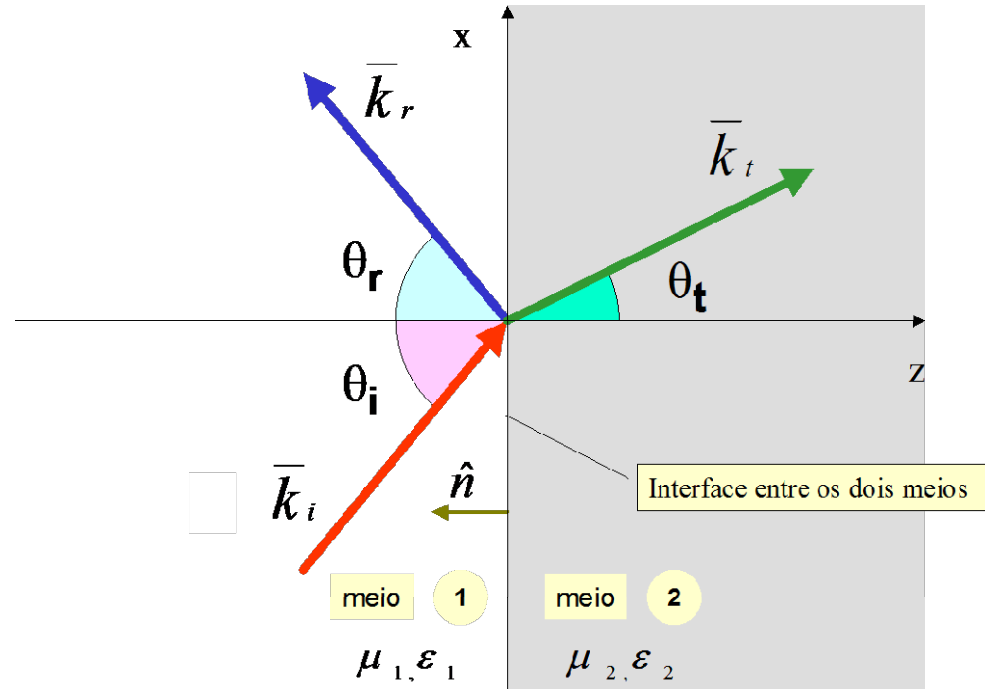
$$R_I = \frac{\eta_2 \cos(\theta_i) - \eta_1 \cos(\theta_t)}{\eta_2 \cos(\theta_i) + \eta_1 \cos(\theta_t)}$$

$$T_I = \frac{2\eta_2 \cos(\theta_i)}{\eta_2 \cos(\theta_i) + \eta_1 \cos(\theta_t)}$$

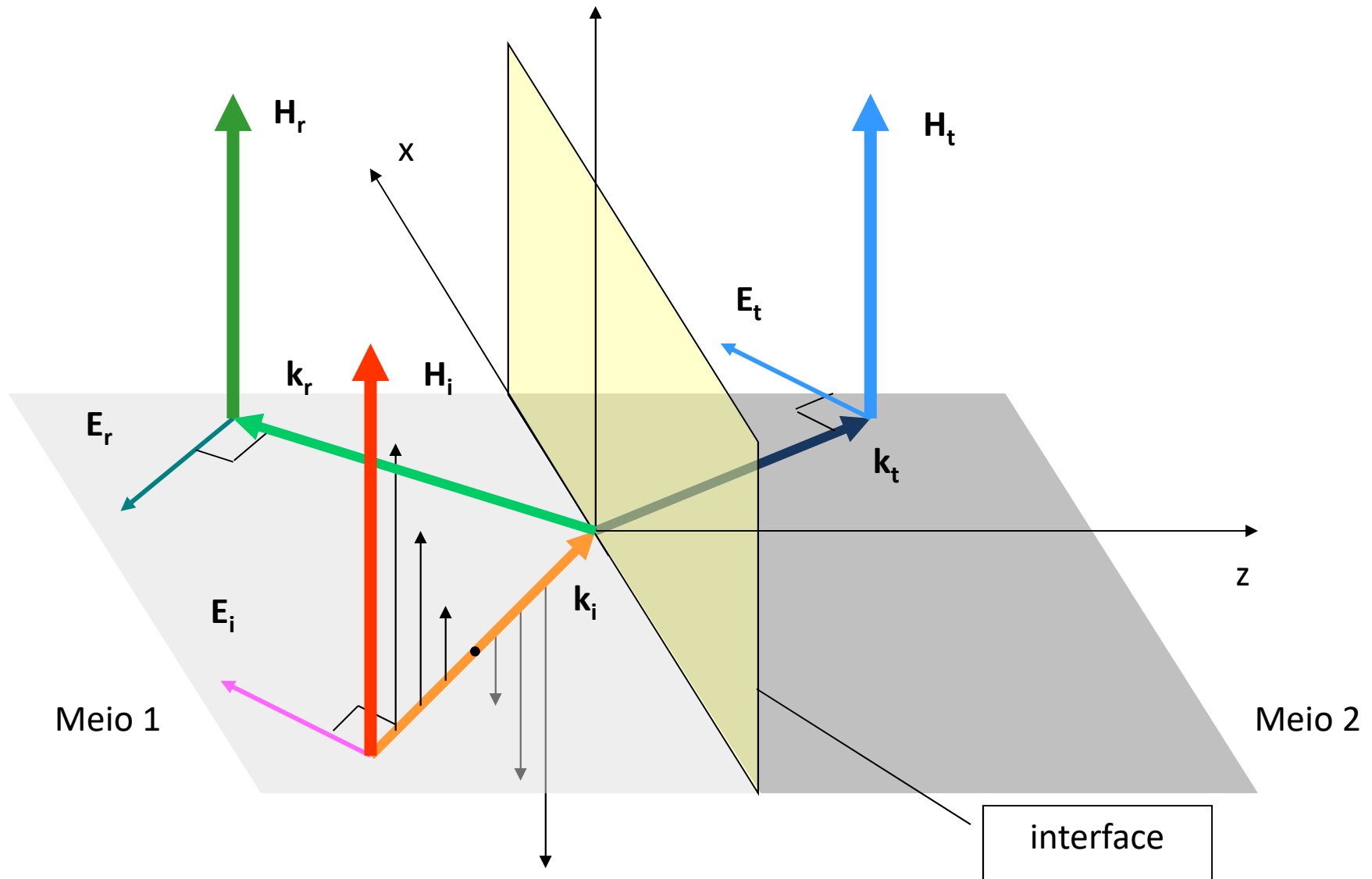
$$\eta_1 = \sqrt{\frac{\mu_1}{\epsilon_1}} = \sqrt{\frac{\mu_0 \mu_{r1}}{\epsilon_0 \epsilon_{r1}}} = \eta_0 \sqrt{\frac{\mu_{r1}}{\epsilon_{r1}}}$$

$$\eta_2 = \sqrt{\frac{\mu_2}{\epsilon_2}} = \sqrt{\frac{\mu_0 \mu_{r2}}{\epsilon_0 \epsilon_{r2}}} = \eta_0 \sqrt{\frac{\mu_{r2}}{\epsilon_{r2}}}$$

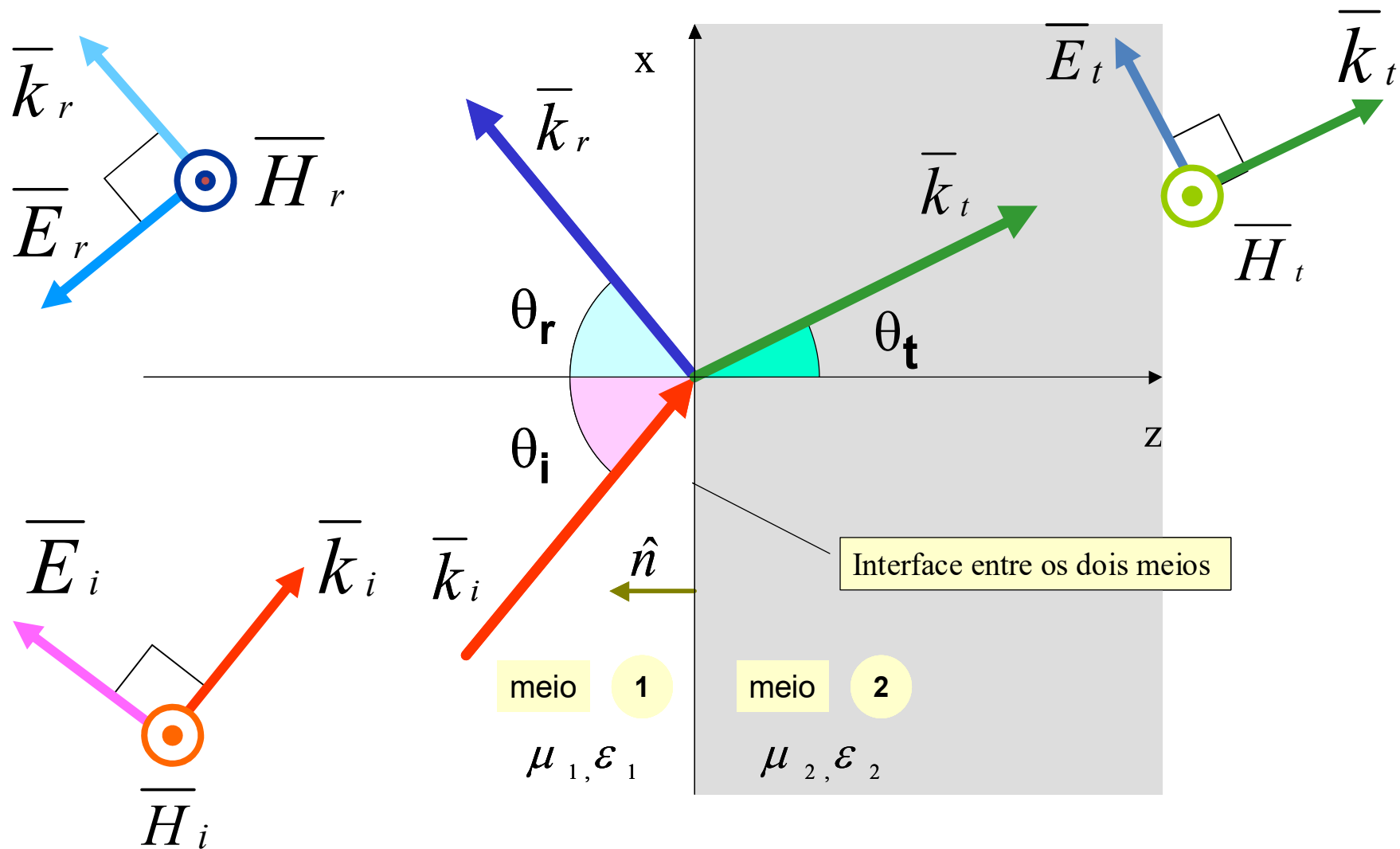
$$\eta_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = 377 \text{ ohms}$$



# Incidência, reflexão e transmissão: polarização paralela



# Polarização paralela-1

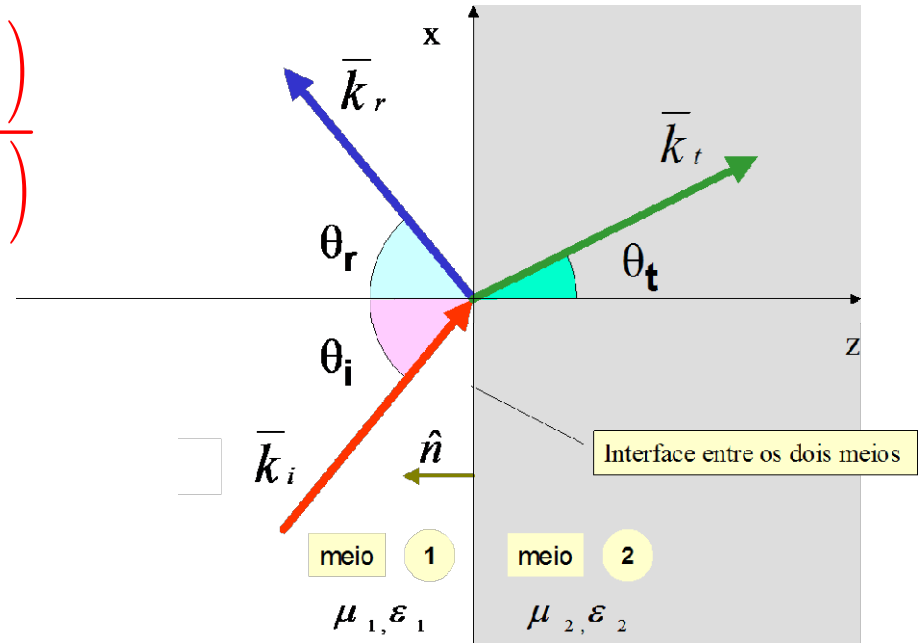




# Polarização paralela-2

$$R_{II} = -\frac{\eta_2 \cos(\theta_t) - \eta_1 \cos(\theta_i)}{\eta_2 \cos(\theta_t) + \eta_1 \cos(\theta_i)}$$

$$T_{II} = \frac{2\eta_2 \cos(\theta_i)}{\eta_2 \cos(\theta_t) + \eta_1 \cos(\theta_i)}$$



$$\eta_1 = \sqrt{\frac{\mu_1}{\epsilon_1}} = \sqrt{\frac{\mu_0 \mu_{r1}}{\epsilon_0 \epsilon_{r1}}} = \eta_0 \sqrt{\frac{\mu_{r1}}{\epsilon_{r1}}}$$

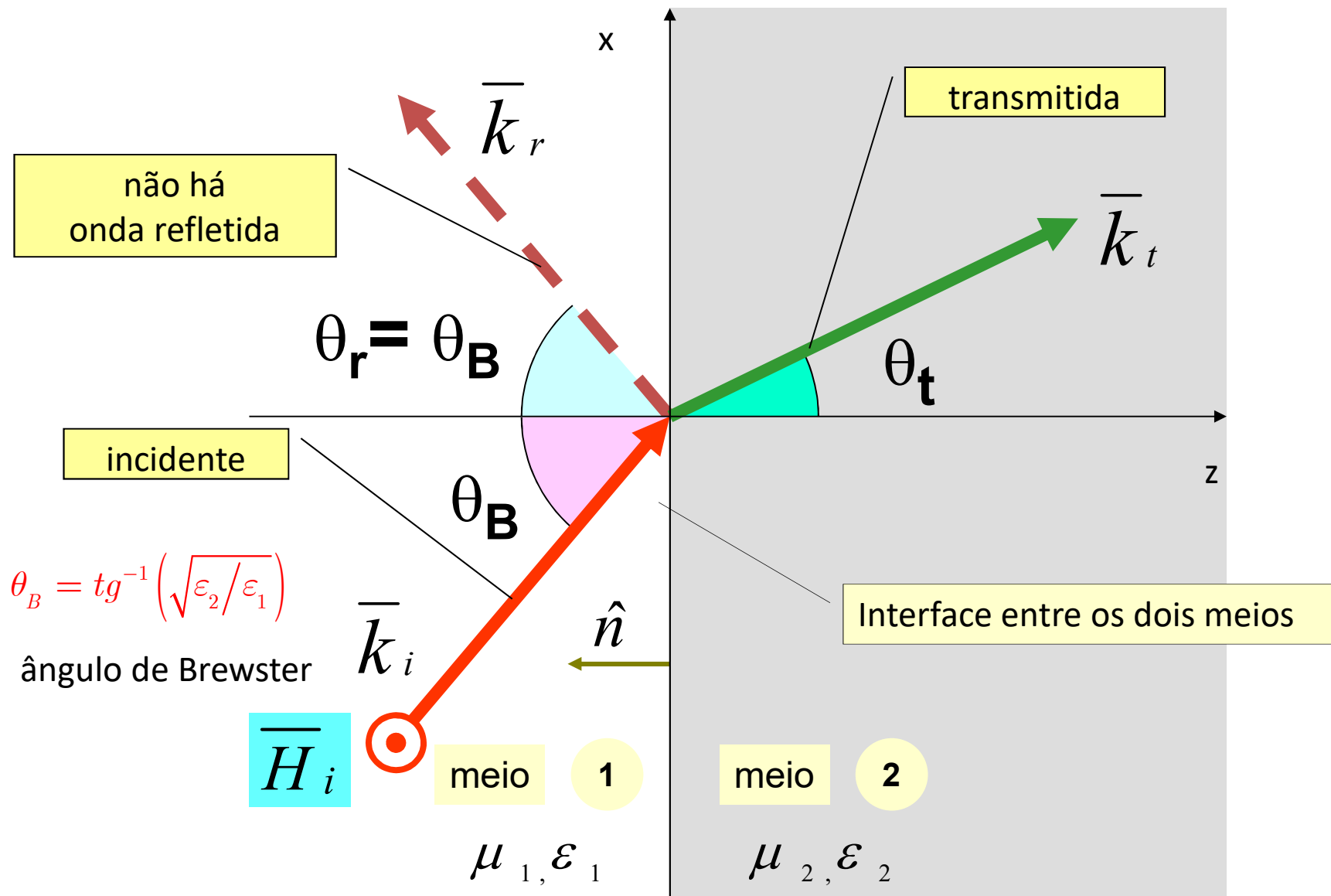
$$\eta_2 = \sqrt{\frac{\mu_2}{\epsilon_2}} = \sqrt{\frac{\mu_0 \mu_{r2}}{\epsilon_0 \epsilon_{r2}}} = \eta_0 \sqrt{\frac{\mu_{r2}}{\epsilon_{r2}}}$$

$$\eta_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = 377 \text{ ohms}$$

$$\theta_B = \text{tg}^{-1} \left( \sqrt{\epsilon_2 / \epsilon_1} \right)$$

ângulo de Brewster

# Transmissão total: ângulo de Brewster



# Resumo: Coeficientes de reflexão e transmissão

---

Polarização  
perpendicular

$$R_I = \frac{\eta_2 \cos(\theta_i) - \eta_1 \cos(\theta_t)}{\eta_2 \cos(\theta_i) + \eta_1 \cos(\theta_t)}$$
$$T_I = \frac{2\eta_2 \cos(\theta_i)}{\eta_2 \cos(\theta_i) + \eta_1 \cos(\theta_t)}$$

Polarização  
paralela

$$R_{II} = -\frac{\eta_2 \cos \theta_t - \eta_1 \cos \theta_i}{\eta_2 \cos \theta_t + \eta_1 \cos \theta_i}$$
$$T_{II} = \frac{2\eta_2 \cos \theta_i}{\eta_2 \cos \theta_t + \eta_1 \cos \theta_i}$$

# Resumo: Coeficientes de reflexão e transmissão

---

Incidência normal

$$R_I = \frac{\eta_2 - \eta_1}{\eta_2 + \eta_1}$$

Polarização perpendicular

$$T_I = \frac{2\eta_2}{\eta_2 + \eta_1}$$

Polarização paralela

$$R_{II} = -\frac{\eta_2 - \eta_1}{\eta_2 + \eta_1}$$

$$T_{II} = \frac{2\eta_2}{\eta_2 + \eta_1}$$

# Resumo: Coeficientes de reflexão e transmissão

---

Incidência normal; meio 2 é condutor perfeito

Polarização  
perpendicular

$$R_I = -1$$

$$T_I = 0$$

Polarização  
paralela

$$R_{II} = 1$$

$$T_{II} = 0$$