

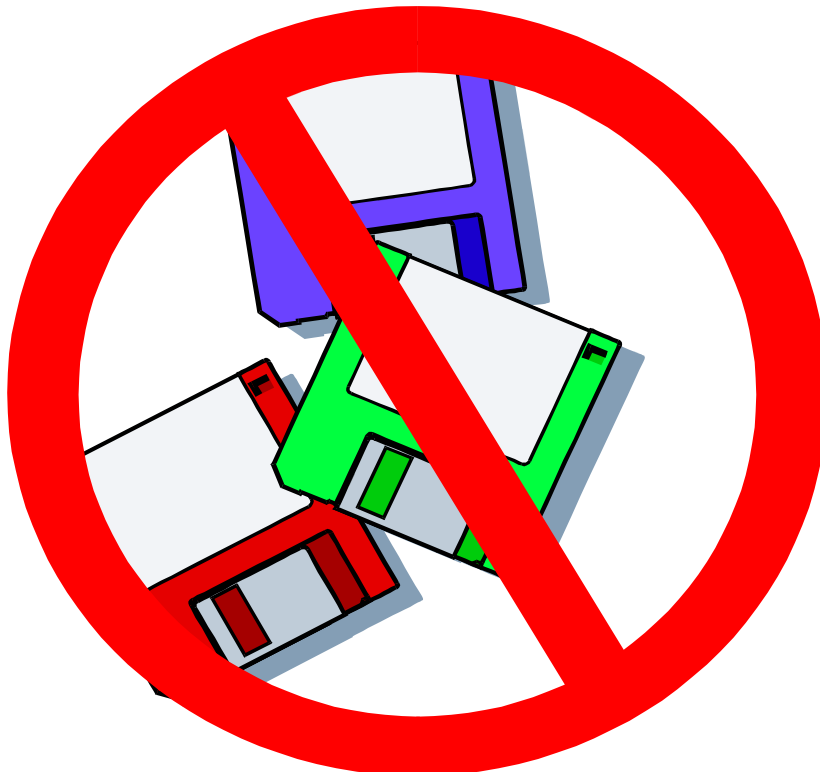
# Onda Plana em Meio Dissipativo

SEL 413 Telecomunicações

Amílcar Careli César  
Departamento de Engenharia Elétrica da EESC-USP

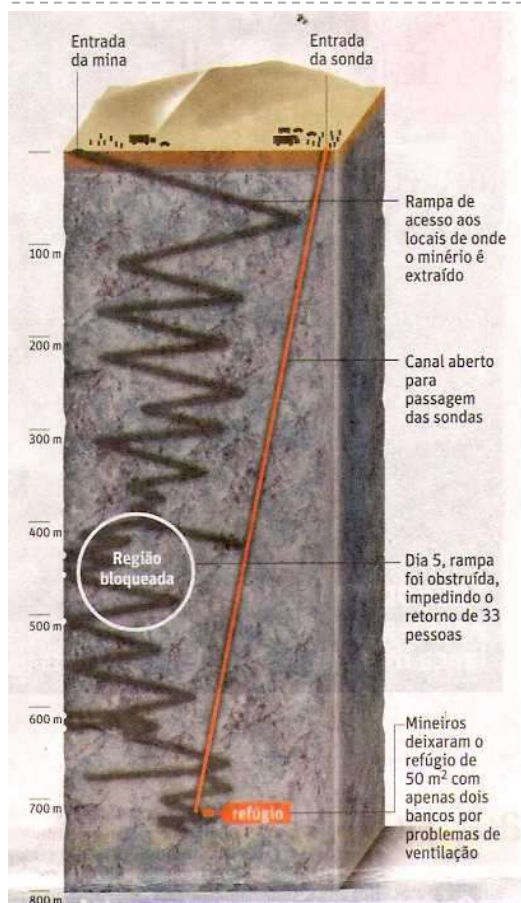
# Atenção!

---



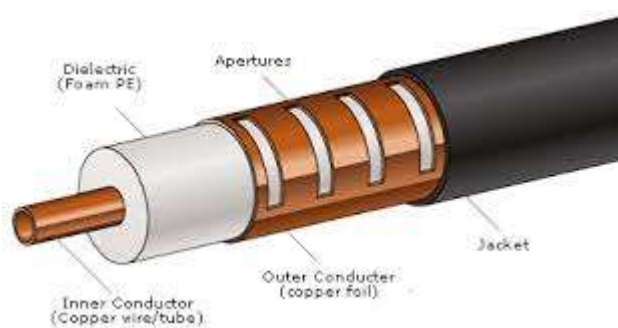
- ✓ Este material didático é planejado para servir de apoio às aulas de **SEL-413: Telecomunicações**, oferecida aos alunos regularmente matriculados no curso de engenharia aeronáutica.
- ✓ Não são permitidas a reprodução e/ou comercialização do material.
- ✓ solicitar autorização ao docente para qualquer tipo de uso distinto daquele para o qual foi planejado.

# Atenuação de sinal



Acidente na mina San José, Chile, em 2010  
Deserto do Atacama

[http://pt.wikipedia.org/wiki/Acidente\\_na\\_mina\\_San\\_José\\_em\\_2010](http://pt.wikipedia.org/wiki/Acidente_na_mina_San_José_em_2010)

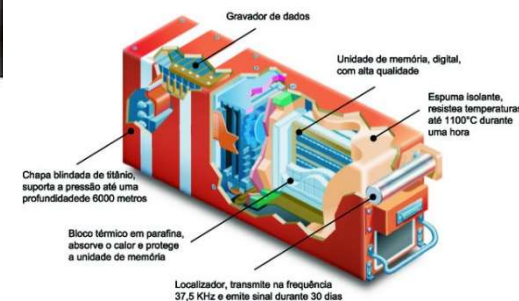


Cabo Irradiante RADIAFLEX®



“CAIXA NEGRA” (DFDR)

“Caixa negra” era um termo que se aplicava na aviação a todos os aparelhos eletrônicos que, na sua origem, tinham em comum uma caixa negra cheia de circuitos. Quando apareceu o sistema DFDR nos anos 60, o nome continuou. Na verdade, estas caixas estão normalmente pintadas de cor-de-laranja ou vermelho, de forma a facilitar a sua localização visual entre os destroços de um avião



1 de junho de 2009

[http://en.wikipedia.org/wiki/Flight\\_recorder](http://en.wikipedia.org/wiki/Flight_recorder)

# Onda plana em meio dissipativo-1

---

$$\nabla \times \overline{H} = \overline{J} + j\omega\epsilon\overline{E}$$

$$\overline{J} = \overline{J}_f + \overline{J}_c$$

$\overline{J}_f$ : fonte

$\overline{J}_c = \sigma\overline{E}$ : Lei de Ohm

$\sigma$ : condutividade;  $S \cdot m^{-1}$

## Onda plana em meio dissipativo-2

---

$$\begin{aligned}\nabla \times \overline{H} &= \overline{J} + j\omega\epsilon\overline{E} \\ &= \overline{J}_f + \overline{J}_c + j\omega\epsilon\overline{E} \\ &= \overline{J}_f + \sigma\overline{E} + j\omega\epsilon\overline{E} \\ &= \overline{J}_f + (\sigma + j\omega\epsilon)\overline{E}\end{aligned}$$

## Onda plana em meio dissipativo-3

---

$$\nabla \times \overline{H} = \overline{J}_f + j\omega\left(\varepsilon - j\frac{\sigma}{\omega}\right)\overline{E}$$

$$\overline{\varepsilon} = \varepsilon - j\frac{\sigma}{\omega}$$

permissividade complexa; F/m

$$\nabla \times \overline{H} = \overline{J}_f + j\omega\overline{\varepsilon}\overline{E}$$

# Onda plana em meio dissipativo sem fontes-1

---

$$\nabla \times \overline{H} = j\omega \overline{\epsilon} \overline{E}$$

$$\nabla \times \overline{E} = -j\omega \mu \overline{H}$$

$$\nabla \cdot \overline{B} = 0$$

$$\nabla \cdot \overline{D} = 0$$

## Equação de onda e solução-1

---

$$\left(\nabla^2 + \omega^2 \mu \bar{\bar{\epsilon}}\right) \bar{E}; \bar{H} = 0$$

$$\bar{E} = \hat{x} E_0 \exp(-k_z z) ; \text{V/m}$$

$$\bar{H} = \hat{y} \frac{E_0}{\eta} \exp(-k_z z) ; \text{A/m}$$

$$\eta = \sqrt{\frac{\mu}{\bar{\bar{\epsilon}}}} = |\eta| \exp(j\phi) ; \text{ohm}$$

$$k_z = k = j\omega \sqrt{\mu \bar{\bar{\epsilon}}} = k_R + jk_I ; \text{m}^{-1}$$



## Equação de onda e solução-2

---

$$k = j\omega\sqrt{\mu\bar{\epsilon}} = k_R + jk_I ; \text{ m}^{-1}$$

$$\bar{\epsilon} = \epsilon - j\frac{\sigma}{\omega} : \text{ permissividade complexa; F/m}$$

$$k_R = \omega\sqrt{\frac{\mu\epsilon}{2}} \left\{ \sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{\omega\epsilon}\right)^2} - 1 \right\}^{1/2} ; \text{ m}^{-1}$$

$$k_I = \omega\sqrt{\frac{\mu\epsilon}{2}} \left\{ \sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{\omega\epsilon}\right)^2} + 1 \right\}^{1/2} ; \text{ m}^{-1}$$

## Equação de onda e solução-3

---

$$\overline{E} = \hat{x}E_0 \exp(-k_R z) \exp(-jk_I z) ; \text{V/m}$$

$$\overline{H} = \hat{y} \frac{E_0}{|\eta|} \exp(-k_R z) \exp(-jk_I z) \exp(-j\phi) ; \text{A/m}$$

$$\eta = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} = |\eta| \exp(j\phi) ; \text{ohm}$$

$$k_z = k = j\omega\sqrt{\mu\varepsilon} = k_R + jk_I ; \text{m}^{-1}$$

## Equação de onda e solução-4

---

$$\bar{E} = \hat{x}E_0 \exp(-k_R z) \exp(-jk_I z) ; \text{ V/m}$$

$$\bar{H} = \hat{y} \frac{E_0}{|\eta|} \exp(-j\phi) \exp(-k_R z) \exp(-jk_I z) ; \text{ A/m}$$

Expressão instantânea

$$\bar{E} = \hat{x}E_0 \exp(-k_R z) \cos(\omega t - k_I z) ; \text{ V/m}$$

$$\bar{H} = \hat{y} \frac{E_0}{|\eta|} \exp(-k_R z) \cos(\omega t - k_I z - \phi) ; \text{ A/m}$$

Velocidade de fase

$$v_f = \frac{\omega}{k_I} ; \text{ m/s}$$

# Profundidade de penetração-1

---

Profundidade em que o campo decai para  $1/e$  do valor em  $z = 0$  (máximo)

$$\left| \overline{E} \right|_{z=d_p} = \frac{\left| \overline{E} \right|_{z=0}}{e}$$

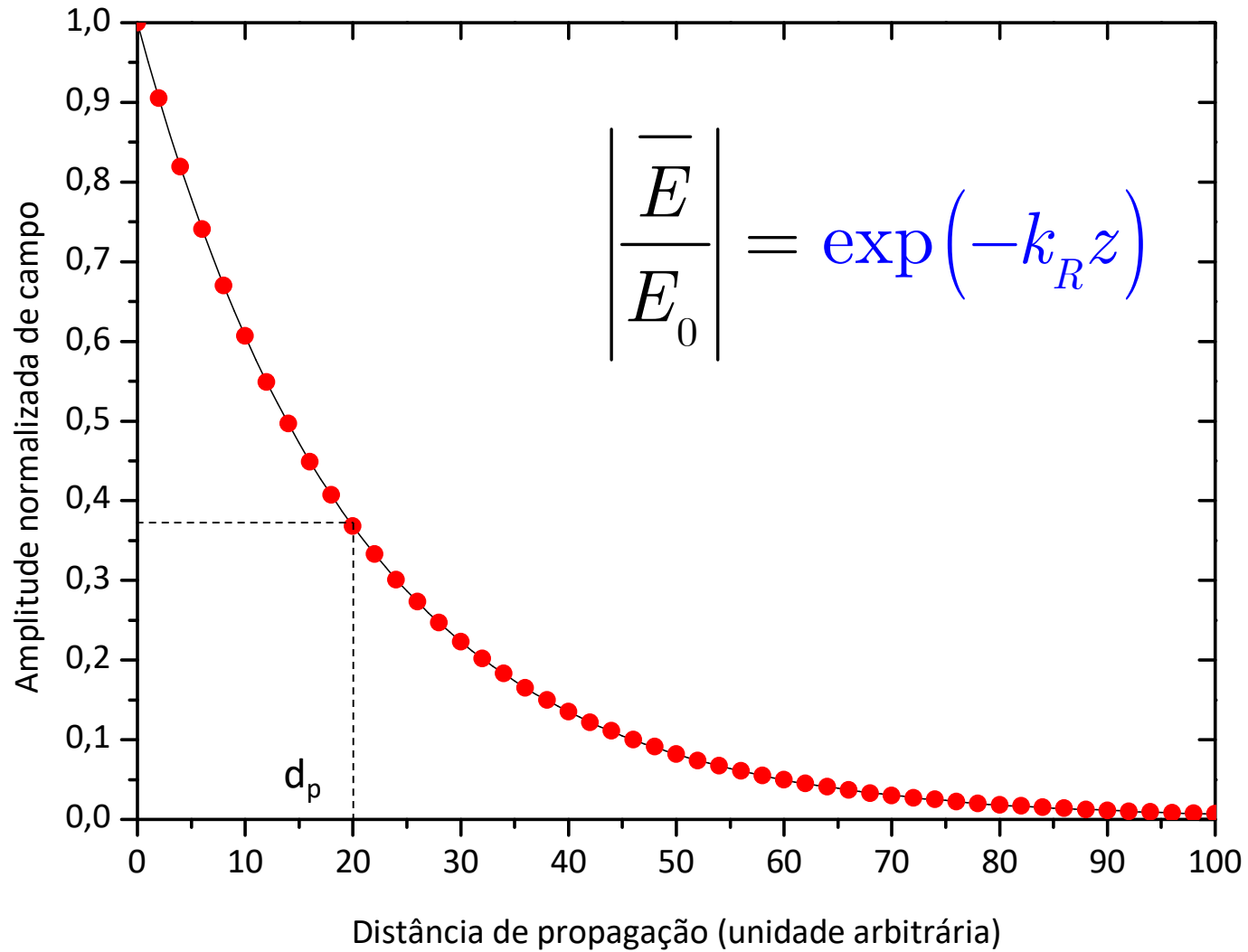
$$E_0 \exp(-k_R d_p) = \frac{E_0}{e}$$

$$-k_R d_p \ln e = \ln 1 - \ln e$$

$$-k_R d_p = -1$$

$$d_p = \frac{1}{k_R} ; \text{ m}$$

# Profundidade de penetração-2



# Classificação dos materiais

---

$\sigma \rightarrow \infty$ : Condutor perfeito

$\sigma = 0$ : Dielétrico perfeito

## Classificação

$\frac{\sigma}{\omega\epsilon} \geq 100$ : Bom condutor

$\frac{\sigma}{\omega\epsilon} < 100$ : Dielétrico

$\frac{1}{100} \leq \frac{\sigma}{\omega\epsilon} < 100$ : quase-condutor

# Aproximação: bom condutor -1

---

$$k = j\omega\sqrt{\mu\varepsilon} = j\omega\sqrt{\mu\varepsilon}\sqrt{1 - j\frac{\sigma}{\omega\varepsilon}}$$

$$\sigma \rightarrow \infty, \sqrt{1 - j\frac{\sigma}{\omega\varepsilon}} \simeq \sqrt{-j\frac{\sigma}{\omega\varepsilon}}$$

$$k \simeq j\omega\sqrt{\mu\varepsilon}\sqrt{-j\frac{\sigma}{\omega\varepsilon}} = j\sqrt{-j}\sqrt{\omega\mu\sigma}$$

## Aproximação: bom condutor -2

---

$$k \simeq j\sqrt{-j}\sqrt{\omega\mu\sigma}$$

mas,

$$\begin{aligned}\sqrt{-j} &= \sqrt{-\frac{j^2}{2}} = \sqrt{\frac{1 - j^2 - 1}{2}} = \\ &= \sqrt{\frac{(1 - j)^2}{2}} = \frac{1 - j}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}(1 - j)\end{aligned}$$

$$k \simeq j\frac{\sqrt{2}}{2}(1 - j)\sqrt{\omega\mu\sigma}$$

$$k \simeq \sqrt{\frac{\omega\mu\sigma}{2}}(1 + j) \text{ m}^{-1}$$



# Aproximação: bom condutor -3

---

$$k \simeq \sqrt{\frac{\omega\mu\sigma}{2}} (1 + j) ; \text{ m}^{-1}$$

$$\text{como } k = k_R + jk_I \text{ e } d_p = \frac{1}{k_R},$$

$$d_p = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu\sigma}} \equiv \delta ; \text{ m}$$

'skin depth': profundidade de penetração pelicular (superficial);

profundidade é pequena;

corrente de condução está concentrada na superfície de bons condutores;

efeito pelicular

# Aproximação bom condutor: resumo

---

$$k \simeq \sqrt{\frac{\omega\mu\sigma}{2}} (1 + j) = \sqrt{\pi f\mu\sigma} (1 + j) \text{ m}^{-1}$$

$$\delta = \frac{1}{k_R} = \frac{1}{\sqrt{\pi f\mu\sigma}} \text{ m}$$

$$\eta = \sqrt{\frac{j\omega\mu}{\sigma}} = \sqrt{\frac{2\pi f\mu}{\sigma}} \angle 45^\circ = \frac{1 + j}{\sigma\delta} \Omega$$

$$v_f = 2\sqrt{\frac{\pi f}{\mu\sigma}} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\lambda = 2\sqrt{\frac{\pi}{f\mu\sigma}} \text{ m}$$