

Tratamento Estatístico de Dados em Física Experimental

Prof. Zwinglio Guimarães

2º semestre de 2016

Tópico 4 - Função de probabilidade de Poisson

A função de probabilidade binomial (revisão)

- Distribuição do número de ocorrências em N medições independentes com probabilidade individual p

$$P_{N,p}(n) = \frac{N!}{(N-n)!n!} p^n (1-p)^{N-n}$$

- É chamada de binomial por causa da semelhança com o binômio de Newton

$$(a + b)^N = \sum_{n=0}^N \frac{N!}{(N-n)!n!} a^n b^{N-n}$$

Resultados importantes da binomial (revisão)

- A binomial é normalizada:

$$\sum_{n=0}^N \frac{N!}{(N-n)!n!} p^n (1-p)^{N-n} = [p + (1-p)]^N = 1$$

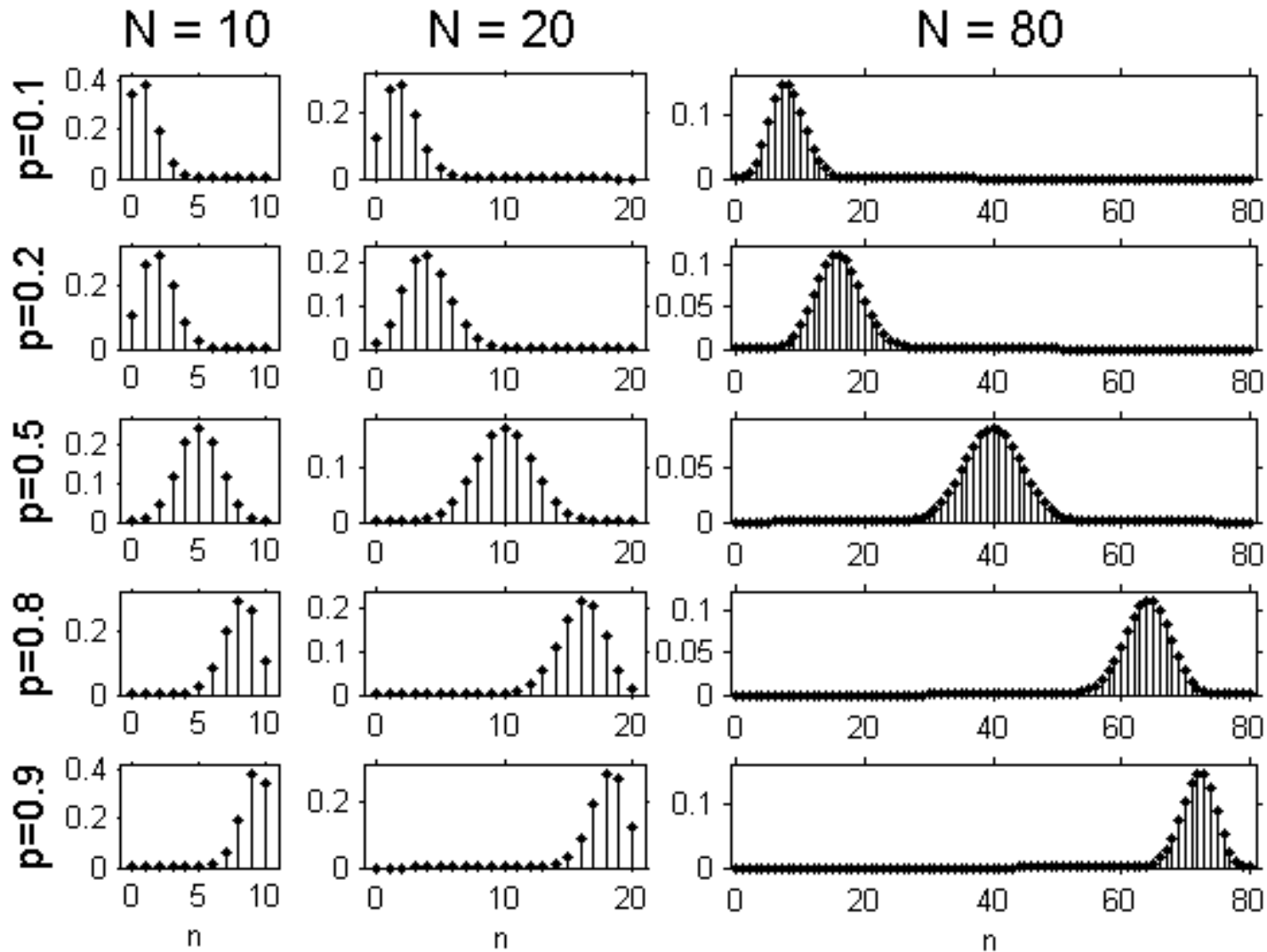
- A média do número de ocorrências é $n_0 = Np$:

$$\langle n \rangle = \sum_{n=0}^N n \frac{N!}{(N-n)!n!} p^n (1-p)^{N-n} = Np$$

- E o desvio-padrão do número de ocorrências é:

$$\sigma_n = \sqrt{Np(1-p)}$$

Exemplos de binomial (revisão)



- A assimetria é positiva para $p < 0,5$ e negativa para $p > 0,5$.
- O módulo da assimetria aumenta conforme p se afasta de 0,5.
- Aumentando do número de tentativas, N , a distribuição se torna menos assimetria.

A função de probabilidade de Poisson

- Distribuição do número de ocorrências de eventos em que o número de tentativas, N , é muito grande, mas a probabilidade de sucesso em cada tentativa, p , é muito baixa, de tal modo que o produto $a = Np$ é um número finito

$$P_a(n) = \frac{a^n e^{-a}}{n!}$$

- Corresponde ao caso limite da Binomial com $N \rightarrow \infty$, mas com o produto $Np = a$ mantido constante

$$P_a(n) = \lim_{\substack{N \rightarrow \infty \\ Np = a}} \frac{N!}{(N-n)! n!} p^n (1-p)^{N-n}$$

Relações matemáticas úteis

$$e^x = \lim_{N \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{x}{N}\right)^N$$

$$e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$$

Resultados importantes da Poisson

- A Poisson é normalizada:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{a^n e^{-a}}{n!} = \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{a^n}{n!} \right) e^{-a} = (e^a) e^{-a} = 1$$

- A média do número de ocorrências é $n_0 = a$:

$$\langle n \rangle = \sum_{n=0}^{\infty} n \frac{a^n e^{-a}}{n!} = a$$

- E o desvio-padrão do número de ocorrências é:

$$\sigma_n = \sqrt{a}$$