Tratamento Estatístico de Dados em Física Experimental

Nome: ____ N° USP:__________________

Exercício 10

Considere dois experimentos onde uma mesma grandeza, x, tenha sido determinada como a média de um número muito grande de medições sujeitas apenas a erros aleatórios. Os valores médios obtidos em cada experimento são x_1 e x_2 e os valores verdadeiros do desvios-padrões dessas médias são σ_1 e σ_2 (que não são iguais). Considere ainda que as funções densidade de probabilidade de x_1 e x_2 sejam gaussianas (note que esta é uma hipótese bastante razoável528 mesmo que a função densidade de probabilidade de cada um dos dados medidos não seja gaussiana por causa do Teorema do Limite Central).

a) Mostre que a função Verossimilhança que relaciona essas informações experimentais com x_0 (o valor verdadeiro de x) é dada por:

$$\mathcal{L}(\{x_1, x_2\}/x_0) = \frac{1}{2\pi\ \sigma_1\ \sigma_2} e^{-\frac{1}{2}\left[\left(\frac{x_1 - x_0}{\sigma_1}\right)^2 + \left(\frac{x_2 - x_0}{\sigma_2}\right)^2\right]}$$

b) Mostre que a estimativa de Máxima Verossimilhança para o valor de x_0 é a média ponderada de x_1 e x_2 com pesos $\left(\frac{1}{\sigma_1}\right)^2$ e $\left(\frac{1}{\sigma_2}\right)^2$:

$$\tilde{x} = \frac{x_1\left(\frac{1}{\sigma_1}\right)^2 + x_2\left(\frac{1}{\sigma_2}\right)^2}{\left(\frac{1}{\sigma_1}\right)^2 + \left(\frac{1}{\sigma_2}\right)^2}$$

c) Usando a lei geral de propagação de incertezas, mostre que a incerteza de $\tilde{x}$ é dada por:

$$\sigma_{\tilde{x}} = \sqrt{\frac{1}{\left(\frac{1}{\sigma_1}\right)^2 + \left(\frac{1}{\sigma_2}\right)^2}}$$