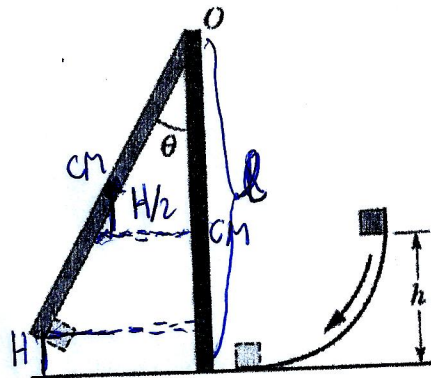


Questão 5

Na figura, um pequeno bloco de 50 g desliza para baixo em uma superfície curva sem atrito a partir de uma altura $h=20$ cm e então se gruda em uma barra uniforme de massa igual a 100 g e comprimento 40 cm. A barra gira de um ângulo θ em torno de um ponto O antes de parar momentaneamente.



(1,5): a) Quais das grandezas entre parênteses são conservadas na colisão do bloco com a haste (momento angular, momento linear, energia mecânica)? Calcule o momento angular do sistema haste + bloco no instante imediatamente posterior à colisão completamente inelástica.

(1,0): b) Encontre θ .

Somente o momento angular é conservado já que a força no pivô é radial e não exerce torque. Pela existência da força no pivô, o momento linear não é conservado. Por ser um choque inelástico, não há conservação de energia:

$$mgh = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 0,2} = 2 \text{ m/s}$$

O momento angular inicial do sistema bloco + barra é: $L_i = mvl \sin 90^\circ$

$$L_i = mvl \sin 90^\circ = 0,05 \times 2 \times 0,40 \times 1 = 0,04$$

$$L_f = (I_{\text{barra}} + I_m) \omega = \left(\frac{Ml^2}{3} + ml^2 \right) \omega = \left(\frac{0,100 \times 0,4^2}{3} + 0,05 \times 0,40^2 \right) \omega = 0,0133 \omega$$

$$0,0133 \omega = 0,04 \Rightarrow \omega = \frac{0,04}{0,0133} = \boxed{3,00 \text{ rad/s}}$$

Quando a ponta da haste sobe de uma altura H , o centro de massa da barra sobe de uma altura $\frac{H}{2}$. Além disso $\cos \theta = \frac{l-H}{l} = 1 - \frac{H}{l} \Rightarrow \boxed{H = l(1 - \cos \theta)}$

Após o choque, a haste com a massa grudada gira e há conservação de energia mecânica

$$U_i + K_i = U_f + K_f$$

$$0 + \frac{I \omega^2}{2} = mgH + Mg \frac{H}{2} + 0$$

$$\frac{I \omega^2}{2} = mg l(1 - \cos \theta) + \frac{Mg l(1 - \cos \theta)}{2} \Rightarrow 1 - \cos \theta = \frac{\frac{I \omega^2}{2}}{\frac{(m+M)l}{2} g}$$

$$\theta = \cos^{-1} \left\{ 1 - \frac{I \omega^2}{(m+M) 2gl} \right\}$$

$$\theta = \cos^{-1} \left\{ 1 - \frac{0,0133 \times 3^2}{2 \times (0,05 + 0,1) \times 10 \times 0,40} \right\}$$

$$\boxed{\theta = 32^\circ}$$