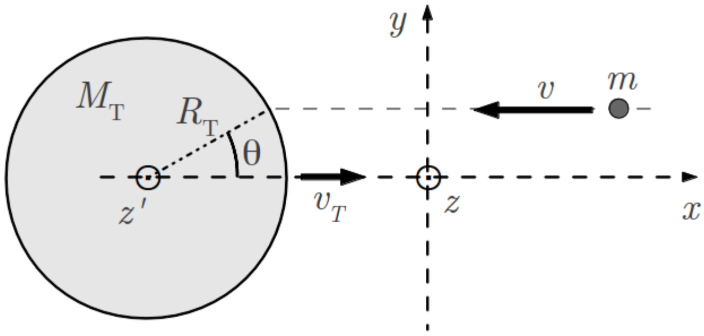
Prova 2 - Física 1 para o Instituto Oceanográfico (4300111)

Prof. José Roberto B. Oliveira - IFUSP - 2013

Permitido o uso de calculadora. Use $\pi = 3,14$. Não esquecer das unidades nas respostas. Permitido desprezar correções de $\sim 3\%$ ou menores nos resultados finais. Atente para o formalismo vetorial (e não iguale vetores a escalares... por que não são iguais).



1. Um asteroide de massa m se aproxima com velocidade $\vec{v} = -v\hat{x}$ de um planeta de massa M_T e velocidade orbital $\vec{v}_T = v_T\hat{x}$, conforme indicado na figura, sendo os módulos das velocidades $v_T \ll v$. Ambos os astros são esfericamente simétricos, e tem seu centro geométrico no plano xy ($z = 0$). Na colisão, o asteroide funde-se completamente com o planeta.

(a) [1.5] Determine a variação da velocidade orbital $\Delta\vec{v}_T$ no processo de colisão, em função da razão das massas $\frac{m}{M_T}$ e da magnitude da velocidade do asteroide v, no limite $\frac{m}{M_T} \ll 1$.

(b) [0,5] Dado que $\frac{m}{M_T} = 10^{-5}$ e $v = 10^6$m/s, determine o valor numérico de $|\Delta\vec{v}_T|$ em m/s.

(c) [0,5] Dado que $v_T = 3\times10^4$m/s e $M_T = 6\times10^{24}$kg, calcule um valor aproximado da variação da energia cinética de translação do planeta $\Delta K_T = K_{Tf} - K_{Ti}$. Sugestão: utilize a expansão de uma função $f(v)$ em série de Taylor ($f(v) = f(v_0) + \left(\frac{df}{dv}\right)_{v_0}\Delta v + ...$) até primeira ordem (Obs.: se $f(v) = av^n$, onde a é uma constante, $\frac{df}{dv} = nav^{n-1}$) - atente para o sinal do resultado .

(d) [0,5] Estime a variação da energia cinética da massa do asteroide ΔK_a.

(e) [1,0] Determine o impulso total $\vec{J}$ recebido pelo planeta na colisão, e o módulo da força média $| < \vec{F} > |$ de interação entre os astros durante o processo de colisão, supondo que este processo tenha durado 120 ms.

(f) [1,0] Sabe-se que antes da colisão o planeta girava em torno de um eixo z' (perpendicular ao plano da figura), passando pelo seu centro de massa, com velocidade angular $\vec{\omega}_0 = -\omega_0\hat{z}'$, realizando uma volta completa em torno do seu eixo em cerca de 24 horas. Calcule o módulo da velocidade angular correspondente ω_0 (em rad/s). Após a colisão observa-se que o período de rotação do planeta em torno de z' aumenta para 25 h. Determine a nova velocidade angular ω e a variação $\Delta\omega$.

(g) [2,5] Determine, consistentemente com os resultados anteriores, o ângulo θ (em graus) em que a trajetória retilínea inicial do asteroide atinge a superfície do planeta, com relação à direção $\hat{x}$, conforme ilustrado na figura. *Dados:* raio do planeta $R_T = 6,4\times10^6$m, momento de inércia do planeta (em torno do eixo z') $I_T = 0,33M_TR_T^2$. (Obs.: como a velocidade do asteroide é muito maior que a velocidade de escape do planeta $\sqrt{\frac{2GM_T}{R_T}} \approx 10^4$m/s, os efeitos da interação gravitacional são desprezíveis e a trajetória é mesmo aproximadamente retilínea).

(h) [1,0] Mostre que a variação do momento de inércia do planeta em torno do eixo z' com a incorporação da massa do asteroide é muito pequena. Para isto compare a contribuição desta massa para o momento de inércia (caso permanecesse próxima à superfície do planeta após a colisão) com o momento de inércia inicial I_T.

(i) [0,5] Calcule um valor aproximado da variação da energia de rotação ΔK_R do planeta em torno de seu próprio eixo (z'), na colisão.

(j) [1,0] Calcule o aumento da energia interna ΔE_{int} do sistema no processo. Compare com a energia liberada pelo impacto que gerou a cratera de Chicxulub na península de Yucatán (México), e que pode ter provocado a extinção dos dinossauros: 5×10^{23}J.
