Les 590

Modelos Clássicos de Oligopólio
Cournot
Bertrand

Aulas 18_19_20

Márcia A.F. Dias de Moraes
17_18/05/2016

Modelos Estáticos

Estáticos:

- Ignoram as implicações das interações repetidas entre firmas ao longo do tempo

Consideram dados (exógenos) fatores que afetam:

- Demanda
- Custos variáveis de curto-prazo

Pequeno número de firmas

- Competição: decisões sobre
  - Preço
  - Quantidade

Modelos estáticos

Cournot e Bertrand

- Tensão entre *rivalidade* e *cooperação* é resolvida em favor da rivalidade
- Resultado do equilíbrio:
  - Não é resultado de cooperação
    - Dilema Prisioneiro
  - Preços e lucros < monopólio
- Modelos dinâmicos
  - Consideram que a interação entre as firmas ao longo do tempo pode propiciar cooperação

Modelo de Cournot

Modelo de Cournot – ótica daTeoria dos Jogos:

- Jogo estático de informação completa
  - As firmas competem entre si somente uma vez e tomam as decisões simultaneamente
- Estratégia: decidir quanto cada uma vai produzir, dada a produção (suposta) das demais
- Cada empresa considera o nível de produção da rival fixo ao tomar sua decisão
- Produtos Homogêneos
- Não existe entrada de outros produtores
- *Equilíbrio de Cournot: Equilíbrio de Nash*

Jogo de Cournot - Duopólio

- As firmas competem pela quantidade
- EN (duopólio): par de estratégias tal que nenhuma firma aumenta seu lucro se desviar unilateralmente, dada a produção de equilíbrio de Nash de sua rival
- Dadas as duas quantidades Cournot (C) de equilíbrio de Nash: q_1^C e q_2^C

As duas condições devem ser atendidas:

$$\pi_1(q_1^C, q_2^C) \geq \pi_1(q_1, q_2^C) \quad para\ qualquer\ q_1$$

$$\pi_2(q_1^C, q_2^C) \geq \pi_2(q_1^C, q_2) \quad para\ qualquer\ q_2$$

Jogo de Cournot - Duopólio

- As quantidades de equilíbrio de Nash q_1^C e q_2^C podem ser encontradas usando-se as funções *best response (curvas de reação) de cada empresa*
- A *curva de reação* da firma 1 dá a escolha maximizadora de lucro da firma 1 para qualquer quantidade produzida pela 2

$$q_1 = R_1(q_2)$$

- Analogamente: $q_2 = R_2(q_1)$

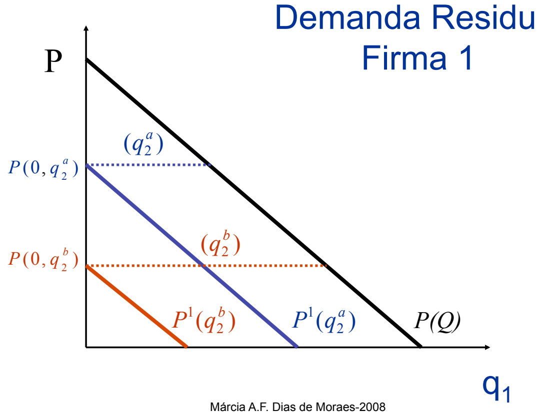
EN: quantidades que satisfazem simultaneamente as curvas de reação das duas firmas

$$q_1^C = R_1(q_2^C)$$

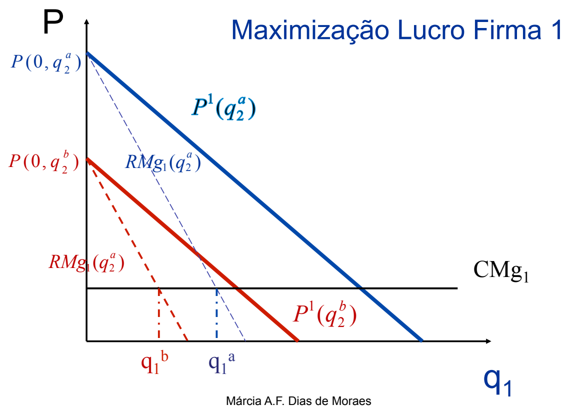
$$q_2^C = R_2(q_1^C)$$

Para achar o EN: precisa das curvas de reação de cada empresa

Demanda Residual Firma 1



Maximização Lucro Firma 1

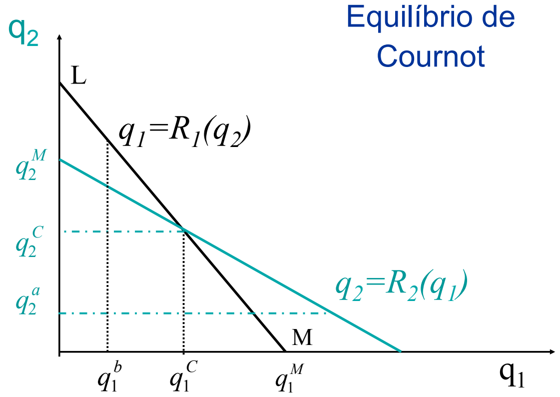


Maximização Lucro Firma 1

Quanto mais a firma 2 produz: $q_2^b > q_2^a$

i. Mais a curva de Demanda Residual da firma 1 se desloca para a esquerda
ii. Mais a curva de Receita Marginal da firma 1 (associada à curva de demanda) se desloca para a esquerda
iii. A quantidade maximizadora de lucro da firma 1 se reduz
iv. O preço máximo possível que a firma 1 pode esperar (onde $q_1 = 0$) se reduz

Equilíbrio de Cournot



Funções *Best Response* Cournot

- A *Curva de Reação* da firma 1 é uma relação entre a produção da firma 2 e a quantidade maximizadora de lucro da firma 1

$$\pi_1 = \underbrace{P(q_1+q_2)}_{\text{Fç demanda inversa}}\, q_1 - C(q_1)$$

- CPO: achar q_1^*

Curva de Reação da firma 1

$$\pi_1 = P(q_1+q_2)q_1 - C(q_1)$$

CPO: achar q_1^*

$$\frac{d\pi_1}{dq_1} = \frac{dP(q_1,q_2)}{dq_1}q_1 + P(q_1,q_2)(\overset{1}{\frac{dq_1}{dq_1}}) - \underbrace{\frac{dC_1(q_1)}{dq_1}}_{CMg} = 0$$

$$\frac{dP(q_1,q_2)}{dq_1}q_1 + P(q_1,q_2) = CMg_1(q_1)$$

De modo análogo chega-se à curva de reação da firma 2

Curva de Reação da firma 1

Ex: Equilíbrio de Cournot para 2 firmas

- Custos de produção iguais e dados por:

$C = cq_i$ $\quad\quad$ $CMg = c$

- Demanda linear

$$P(Q) = A - b(Q) = A - b(q_1 + q_2) = A - bq_2 - bq_1$$

$$R_T = P(Q)q_1 = (A - bq_2 - bq_1)q_1 = Aq_1 - bq_1q_2 - bq_1^2$$

$$R_{M_1} = \frac{dR}{dq_1} = A - bq_2 - 2bq_1$$

Coeficiente linear

Márcia A.F. Dias de Moraes

Curva de Reação da firma 1

Ex: Equilíbrio de Cournot para 2 firmas

$$CPO: RMg = CMg$$

$$A - bq_2 - 2bq_1 = c$$

$$q_1 = \frac{A - bq_2 - c}{2b}$$

Seguindo os mesmos passos para a firma 2

$$q_2 = \frac{A - bq_1 - c}{2b}$$

Márcia A.F. Dias de Moraes

Equilíbrio de Cournot para 2 firmas

Equilíbrio: 2 firmas maximizando o lucro, dado o equilíbrio da outra

Resolvendo o sistema:

$$q_1^c = q_2^c = \frac{A - c}{3b}$$

$$Q^c = q_1^c + q_2^c = 2\left(\frac{A - c}{3b}\right)$$

$$\text{Preço}: P^c = A - bQ^c = \frac{A + 2c}{3}$$

$$\text{Lucro}: \pi_1^c = Pq_1^c - cq_1^c = \frac{(A - c)^2}{9b}$$

Márcia A.F. Dias de Moraes

Curva de Reação da firma 1

A partir da maximizaçao de Lucro da firma 1: *RMg=Cmg*

$$\frac{d\pi_1}{dq_1} = \frac{dP(q_1,q_2)}{dq_1}q_1 + P(q_1,q_2)\Big(\overbrace{\frac{dq_1}{dq_1}}^{=1}\Big) - \frac{dC_1(q_1)}{dq_1} = 0$$

$$\underbrace{\frac{dP(q_1,q_2)}{dq_1}q_1 + P(q_1,q_2)}_{Receita\ Marginal} = \underbrace{CMg_1(q_1)}_{Custo\ Marginal}$$

Márcia A.F. Dias de Moraes

Equilíbrio de Cournot: Poder de mercado e eficiência

$$\text{Max Lucro}: \text{RMg} = \text{CMg}$$

$$P(q_i^c, q_j^c) + \frac{dP(q_i^c, q_j^c)\, q_i^c}{dQ} = CM_i(q_i^c)$$

- Rearranjando
- Dividindo ambos os lados por $P(q_i^c, q_j^c)$
- Multiplicando o lado direito por $\frac{Q_c}{Q_c}$

Márcia A.F. Dias de Moraes

Equilíbrio de Cournot: Poder de Mercado e Eficiência

$$\frac{P(q_i^c, q_j^c) - CM_i(q_i^c)}{P(q_i^c, q_j^c)} = -\frac{\frac{dP(q_i^c, q_j^c)}{dQ}\, q_i^c}{P(q_i^c, q_j^c)}\,\frac{Q^c}{Q^c}$$

$$\frac{P(q_i^c, q_j^c) - CM_i(q_i^c)}{P(q_i^c, q_j^c)} = -\underbrace{\frac{dP(q_i^c, q_j^c)}{dQ}\,\frac{Q^c}{P(q_i^c, q_j^c)}}_{\frac{1}{\varepsilon}}\,\underbrace{\frac{q_i^c}{Q^c}}_{\text{Market Share}}$$

Márcia A.F. Dias de Moraes

EC: Poder de Mercado e Eficiência

$$\frac{P(q_i^c, q_j^c) - CM_i(q_i^c)}{P(q_i^c, q_j^c)} = \frac{s_i}{\varepsilon}$$

i. O duopolista de Cournot exercerá poder de mercado:

(Equilíbrio de Cournot: P > CMg da firma)

ii. O poder de mercado do duopolista de Cournot é limitado pela elasticidade da demanda

(quanto > ε, menor o mark-up acima do CMg)

iii. O mark up EC < mark up monopolista ($s=1$)

iv. Existe relação endógena entre CMg e Market Share

Firmas com menor CMg terão > poder mercado

Firmas mais eficientes serão maiores

v. Quanto > nº de competidores, < s_i e portanto < mark up

Jogo de Cournot – N firmas

- N firmas com mesmo custo de produção

$C_i = cq_i$ $\qquad$ $CMg_i = c$

- Demanda linear $P(Q) = A - bQ = A - b(\sum q_i)$
- RMg firma i, se espera que os rivais produzam $\sum q_j$

$$RMg_i\left(q_i, \sum_{j\neq i} q_j\right) = \left(A - b\sum_{j\neq i} q_j\right) - 2bq_i$$

$$CPO: \quad RMg_i = CMg_i$$

$$\left(A - b\sum_{j\neq i} q_j\right) - 2bq_i = c \qquad \text{Eq. I}$$

Jogo de Cournot – N firmas

Para resolver o equilíbrio:

- N equações e N incógnitas
- Dado que as N firmas têm funções de custo iguais e os produtos são homogêneos, o equilíbrio será simétrico:

$q^c = q_1 = q_2 = q_3 = \dots = q_N$

Substituindo na equação (1):

$$A - b\sum_{j\neq i} q^c - 2bq^c = c$$

$$A - b(N-1)q^c - 2bq^c = c$$

EC: Poder de Mercado e Eficiência

Resolvendo para q^c

$$q^C = \frac{A-c}{(N+1)b}$$

$$Q^C = Nq^C = \frac{(A-c)N}{(N+1)b}$$

$$P^C = \frac{A+Nc}{N+1}$$

$$\pi^C = \left(\frac{A-c}{N+1}\right)^2\left(\frac{1}{b}\right)$$

EC: Poder de Mercado e Eficiência

2 *firmas*	*N Firmas*
$q^c = \frac{A-c}{3b}$	$q^c = \frac{A-c}{(N+1)b}$
$Q^c = Nq^c = \frac{(A-c)2}{(3)b}$	$Q^c = Nq^c = \frac{(A-c)N}{(N+1)b}$
$P^c = \frac{A+2c}{3}$	$P^c = \frac{A+Nc}{N+1}$
$\pi^c = \frac{(A-c)^2}{9b}$	$\left(\frac{A-c}{N+1}\right)^2\left(\frac{1}{b}\right)$

EC: Poder de Mercado e Eficiência

N Firmas

$$q^c = \frac{A-c}{(N+1)b}$$

$$Q^c = Nq^c = \frac{(A-c)N}{(N+1)b}$$

$$P^c = \frac{A+Nc}{N+1}$$

Aumentando o número de firmas: N→∞

$$\lim_{N\to\infty} q^c = 0 \qquad Duopólio: q^c = \frac{A-c}{3b}$$

$$\lim_{N\to\infty} Q^c = \lim_{N\to\infty}\left(\frac{A-c}{b}\right)\left(\frac{N}{N+1}\right) = \left(\frac{A-c}{b}\right)$$

$$Duopólio: \frac{2(A-c)}{3b}$$

$$\lim_{N\to\infty} p^c = \lim_{N\to\infty} \frac{A}{N+1} + \frac{Nc}{N+1} = c = p^e$$

Quando o número de firmas cresce:

Reduz produção de cada firma

Quantidade total mercado cresce

Preço de equilíbrio se aproxima do preço da competição perfeita

EC: Poder de Mercado e Eficiência N firmas

Equilíbrio: cada firma maximiza seu lucro considerando a produção das *N-1* rivais
A produção da firma *i* no equilíbrio de Nash para o jogo de Cournot para as *N* firmas deve satisfazer:

$$\frac{P(q_i^c, q_{-i}^c) - CM_i(q_i^c)}{P(q_i^c, q_{-i}^c)} = \frac{s_i}{\varepsilon}$$

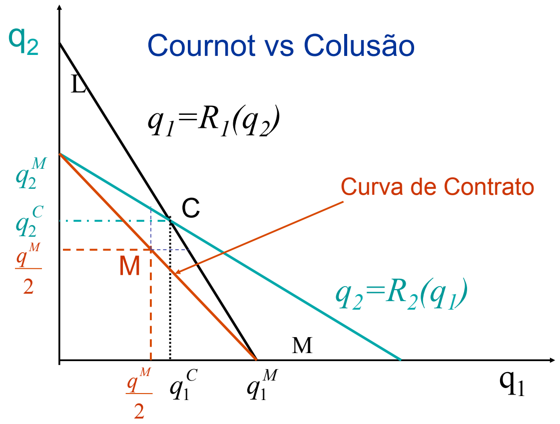
Multiplicando ambos os lados por si e somando ambos os lados para as N firmas :

$$\sum_{i=1}^{N} s_i\left(\frac{P^c - CM_i(q_i^c)}{P^c}\right) = \sum_{i=1}^{N} s_i\left(\frac{s_i}{\varepsilon}\right) = \frac{1}{\varepsilon}\sum_{i=1}^{N} s_i^2$$

ou

$$\sum_{i=1}^{N} s_i\left(\frac{P^c - CM_i(q_i^c)}{P^c}\right) = \frac{HHI}{\varepsilon}$$

Cournot vs Colusão



Cournot vs Colusão

- Ponto M:
  - não é um ponto da curva reação de nenhuma firma
  - Não é ponto de maximização de lucro de nenhuma firma:
    - qualquer uma delas pode aumentar seu lucro se unilateralmente desviar sua produção
    - Ambas sabem que cada uma tem incentivo de desviar
    - Ambas sabem que a outra sabe que cada uma tem incentivo para desviar …
- Dilema Prisioneiro:
  - Ambas estariam melhor se combinassem
  - Mas, se combinarem, ambas sabem que cada ma tem incentivo para trair
- Acordo colusão: não é EN

Modelo Bertrand

Crítica de Bertrand ao Modelo de Cournot:
- Resultados dependem da hipótese que firmas competem *em quantidade*

Bertrand:
- as firmas escolhem preços e não quantidades
- têm fortes incentivos para retaliar os preços

Jogos estáticos com competição via preços são chamados de *Jogos de Bertrand*

Jogo Bertrand

Regras Jogo Bertrand mais simples:
- Produtos homogêneos
- Firmas têm mesmos custos unitários produção = c
- Não há restrição da capacidade
- *Q = D(p)*
- Firmas competem em preços, somente 1 jogada
- Tomam as decisões simultaneamente
- Produzem para atender a demanda
- Não há barreira à entrada

Paradoxo de Bertrand
- Independentemente do número de firmas, o EN para este jogo*: P = CMg*

Modelo Bertrand -Duopólio

EN: par de preços p_1^B e p_2^B que satisfazem:

$$\pi_1(p_1^B, p_2^B) \geq \pi_1(p_1, p_2^B)\text{, para qualquer } p_1$$
$$\pi_2(p_1^B, p_2^B) \geq \pi_2(p_1^B, p_2)\text{, para qualquer } p_2$$

EN: par de preços que dado o EN de seu rival, não há incentivo para unilateralmente desviar

Modelo Bertrand -Duopólio

Maximização Lucro - Hipóteses

- A demanda pelo produto da firma depende de seu próprio preço e do preço do rival
- Consumidores compram da firma de menor preço
  - Para mesmo preço: demanda se divide

$$D_1(p_1, p_2) = \begin{cases} D(p_1) & \text{se } p_1 < p_2 \\ \frac{1}{2}D(p_1) & \text{se } p_1 = p_2 \\ 0 & \text{se } p_1 > p_2 \end{cases}$$

Modelo Bertrand -Duopólio

4 configurações possíveis:

1. $p_1 > p_2 > c$ Não é equilíbrio

- Vendas e lucro firma 1 = 0
- Incentivo: firma 1 desviar para

$$p_1 = p_2 - \tau \text{ , com } \tau \text{ muito pequeno}$$

$$\pi_1 = receita - custo = P_1 q_1 - c q_1 = q_1(p_1 - c)$$

Lucro da firma 1 aumentaria para:

$$\pi_1 = D(p_2 - \tau)(p_2 - \tau - c) > 0$$

Modelo Bertrand -Duopólio

2) $p_1 > p_2 = c$ Não é equilíbrio Nash

- Firma 2 teria todo o mercado, mas com lucro zero
- Firma 2 poderia desviar para:

$$p_2 = p_1 - \tau \text{ , com } \tau \text{ muito pequeno}$$

O lucro da firma 2 aumentaria para:

$$\pi_2 = receita - custo = P_2 q_2 - c q_2 = q_2(p_2 - c)$$

$$\pi_2 = D(p_1 - \tau)(p_1 - \tau - c) > 0$$

Modelo Bertrand -Duopólio

3. $p_1 = p_2 > c$ Não é equilíbrio de Nash

Qualquer uma das firmas (ex, firma 1) poderia desviar fixando:

$p_1 = p_2 - \tau$, *com* τ *muito pequeno*

Ao invés de dividir o mercado com a firma 2, ganhando:

$\pi_1 = \frac{1}{2}D(p_1)(p_1 - c)$, *a firma 1 capturaria o mercado inteiro, obtendo:*

$$\pi_1 = D(p_1 - \tau)(p_1 - \tau - c)$$

Com pequeno τ *pratica/te dobra suas vendas e lucros*

Modelo Bertrand -Duopólio

4. $p_1 = p_2 = c$ É Equilíbrio Nash

- Nenhuma firma pode lucrativamente desviar e ganhar lucros maiores que o do equilíbrio, (apesar deste lucro ser zero)
  - Se aumenta o preço perde vendas para a outra firma e reduz lucro
  - Se reduz preço consegue toda demanda do mercado, mas também reduz lucro, pq p < c unitário

Modelo Bertrand -Duopólio

EN para o jogo simples de Bertrand tem dois resultados importantes: Paradoxo Bertrand

- 2 firmas são suficientes para eliminar poder de mercado
- Rivalidade entre elas resulta na dissipação completa dos lucros

Resultado do jogo não é robusto se houver:

(i) Retornos crescentes à escala

(ii) Custos unitários constantes, mas diferentes

(iii) Diferenciação de produtos

(iv) Limitação capacidade produtiva

Modelo Bertrand -Duopólio

(i) Retornos crescentes à escala

Suponha que ao custo unitário constante *c* soma-se o custo fixo *f*

Custo: *c* + *f*

- Com economias de escala: (e as firmas ofertando menos do que o ponto de ótimo)
  Custo Médio > CMg: as duas firmas incorreriam em perdas
- -LP: uma das firmas sairia do mercado e o equilíbrio seria o monopólio
- -ou somente uma firma entra na indústria e ganha lucros monopólicos (a outra não entraria antecipando que o lucro bruto não cobriria investimentos)

Modelo Bertrand -Duopólio

(ii) Custos unitários diferentes: suponha $c_1 < c_2$

EN: depende se c_2 é mais alto ou mais baixo que o preço de monopólio da firma 1: $p^m(c_1)$

<u>Caso a:</u>

$p^m(c_1) < c_2$:

A firma 1 fixa o preço de monopólio $p^m(c_1)$ e monopoliza o mercado

Modelo Bertrand -Duopólio

(ii) Custos unitários diferentes: suponha $c_1 < c_2$

<u>Caso b</u>: $p^m(c_1) > c_2$:

A firma 1 não pode fixar preço de monopólio, pq firma 2 pode retaliar e pegar todo o mercado

EN: $p_2 = c_2$ e $p_1 = c_2 - \tau$ com τ muito pequeno

- Firma 1 cobra pouco a menos que a 2 e monopoliza o mercado (a 2 não pode reduzir preço pq teria lucro < 0)
- Lucro unitário 1 = $(c_2 - \tau) - c_1$
- Se a 1 fixa preço = c_2 , reduz vendas e lucros

Modelo Bertrand -Duopólio

(iii) Diferenciação Produto (custos iguais)

- Produtos não são substitutos perfeitos, mas competem entre si
  - Quais as implicações sobre o jogo de Bertrand?

Funções demanda para firma 1 e 2:

Firma 1: $q_1(p_1,p_2)$

Firma 2: $q_2(p_1,p_2)$

Equilíbrio Bertrand – Diferenciação Produto

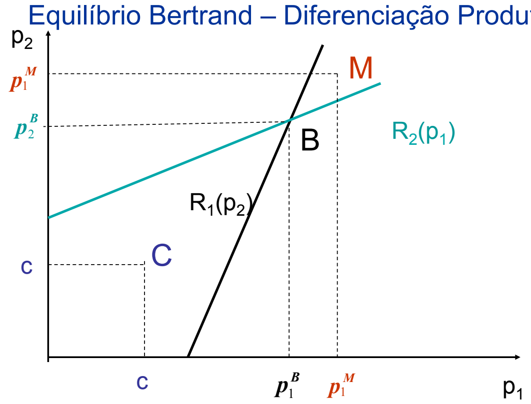
Produtos diferenciados

- Firmas não podem retaliar rival via redução de preço e capturar todo o mercado
- Intensidade da competição via preço é reduzida
- EN: ambas exercem poder de mercado ($p^B > c$)

$$L_1^B = \frac{p_1 - c}{p_1} = \frac{1}{\varepsilon_{11}}$$

$$L_2^B = \frac{p_2 - c}{p_2} = \frac{1}{\varepsilon_{22}}$$

Equilíbrio Bertrand – Diferenciação Produto



Cournot versus Bertrand

Cournot	Bertrand
Firmas competem em quantidade	Firmas competem em preços
EC: EN em quantidades	EC: EN em preços
Firmas tem poder de mercado, que decresce: - com nº de firmas - com aumento da elasticidade demanda	Poder mercado • Produtos homogêneos, custos constantes, capacidade ilimitada: NÃO •Produtos diferenciados Poder mercado depende da elasticidade demanda (sensível ao grau de diferenciação)

Márcia A.F. Dias de Moraes

Cournot versus Bertrand

Cournot	Bertrand
Colusão: não é EN Dilema Prisioneiro	Colusão: não é EN Dilema Prisioneiro
Se não houver barreira a entrada: EC converge para P=CMg	Produtos homogêneos, custos unitários ctes, capacidade ilimitada: P=CMg -Paradoxo Bertrand -Não é robusto se houver diferenciação produto ou limitação capacidade

Márcia A.F. Dias de Moraes

Cournot versus Bertrand

Bens homogêneos e sem restrição de capacidade

Resultado de Bertrand + eficiente que Cournot:

- Produção >
- Preços e lucros menores

Mesmo para produtos diferenciados, o resultado se sustenta se forem substitutos próximos

Márcia A.F. Dias de Moraes