

Entregar esta lista resolvida no dia 24 de maio.

1. Considere em \mathbb{R}^2 o conjunto dos vértices de um quadrado $Q = \{(1, 1), (1, -1), (-1, -1), (-1, 1)\}$. Liste o conjunto de todas as matrizes 2×2 que preservam o conjunto Q .

2. Dê um exemplo de uma matriz A de dimensão 3×2 que satisfaça

$$A \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} \text{ e } A \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$$

3. Se $\mathbf{v} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$, quais são os vetores de norma 1 que são ortogonais a \mathbf{v} .

4. Dada a matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 3 \\ 3 & 6 & 4 \end{pmatrix}$$

encontre um vetor \mathbf{x} ortogonal ao espaço gerado pelas linhas $C(A^T)$, um vetor \mathbf{y} ortogonal ao espaço gerado pelas colunas $C(A)$ e um vetor ortogonal ao espaço nulo.

5. Mostre que se dois sub-espços \mathbf{V} e \mathbf{W} são ortogonais então $\mathbf{V} \cap \mathbf{W} = \{0\}$.

6. Ache uma base do complemento ortogonal do espaço gerado pelas linhas da matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

e escreva o vetor $(3, 3, 3)$ como soma de um vetor \mathbf{x}_n no espaço $N(A)$ com um vetor \mathbf{x}_r do espaço gerado pelas linhas.

7. Achar a projeção ortogonal do vetor $(2, 2, 2)$ no plano gerado pelos vetores $(1, 1, 0)$ e $(0, 0, 1)$.

8. Consideremos a matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

Ache a pseudo-inversa de A . E mostre que esta é a matriz da projeção ortogonal de um vetor de \mathbb{R}^3 no plano gerado pelas colunas de A .

9. Porquê as seguintes asserções são falsas:

- Se \mathbf{V} é ortogonal a \mathbf{W} então \mathbf{V}^\perp é ortogonal a \mathbf{W}^\perp
- Se \mathbf{V} é ortogonal a \mathbf{W} e \mathbf{W} é ortogonal a \mathbf{Z} , então \mathbf{V} é ortogonal a \mathbf{Z}

10. Se A é uma matriz 3×4 e B é uma matriz 4×5 com $AB = 0$, mostre que então $\text{posto}(A) + \text{posto}(B)$ é menor que, ou igual a 4.