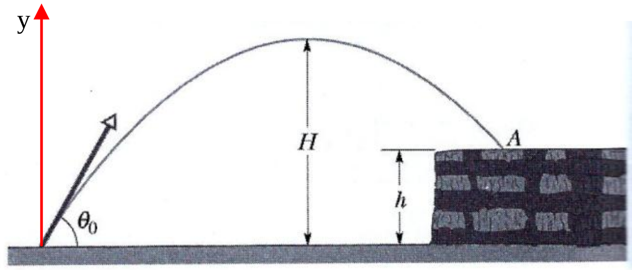
4310192(FAP0192) – Mecânica para Geociências

Prova P1 – 13/09/2012

Gabarito

1) Uma pedra é projetada sobre um rochedo íngreme de altura *h* com uma velocidade inicial de 42,0 m/s direcionada em um ângulo θ_0=60,0° acima da horizontal. A pedra cai em um ponto A, 5,5 segundos após o lançamento. Despreze a resistência do ar e calcule:



(a) Altura *h* do rochedo. (1,0 pontos)

$$y = v_0 \sin\theta . t - \frac{g}{2}t^2$$

$$h = 42\sin 60^\circ \times 5,5 - \frac{10}{2}.(5,5)^2 = \boxed{48,8 \text{ m}}$$

(b) Componentes vertical, horizontal e módulo da velocidade da pedra imediatamente antes do impacto em A. (1,0 pontos)

$$v_y = v_0 \sin\theta - 10\times t = 42\sin 60^0 - 10\times 5,5 = \boxed{-18,6 \text{ m/s}}$$ (Componente vertical)

$$v_x = v_0 \cos\theta = 42,0.\cos 60° = \boxed{21,0 \text{ m/s}}$$ (Componente horizontal)

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(-18,6)^2 + 21,0^2} = \boxed{28,0 \text{ m/s}}$$

(c) Altura máxima *H* alcançada acima do chão. (0,5 pontos)

$$v_y = v_{0y} - gt = v_0 \sin\theta - gt$$

Na altura máxima, v_y=0

$$0 = v_0 \sin\theta - gt \Rightarrow gt = v_0 \sin\theta$$

$$t = \frac{v_0 \sin\theta}{g} = \frac{42,0 \sin 60^\circ}{10} = 3,64 \text{ s}$$

$$y = y_0 + v_{0y}t + \frac{1}{2}at^2 = 0 + v_0 \sin\theta . t - \frac{gt^2}{2}$$

Em t=3,64 s, temos que y=H

H=42,0×sin60°×3,64-(10×$3,64^2$/2)=$\boxed{66,1 \text{ m}}$

2) Um foguete para pesquisas meteorológicas é lançado verticalmente para cima, a partir solo. O combustível, que lhe imprime uma aceleração de 1,5 *g* (*g*=aceleração da gravidade) durante o período de queima, esgota-se após 30 s. Desprezando a resistência do ar, calcule:

(a) Qual seria a altitude do foguete em *t*=30 s? (1,0 pontos)

$$y = y_0 + v_{0y}t + \frac{1}{2}at^2 = 0 + 0 + \frac{1{,}5gt^2}{2}$$

$$y = \frac{1{,}5\times 10\times 30^2}{2} = \boxed{6750\,\text{m}}$$

(b) Qual seria a altitude máxima atingida pelo foguete? (0,5 pontos)

Vamos calcular a velocidade do foguete no momento em que se esgota o combustível: $v_y = v_{0y} + at = 0 + 1{,}5g\times 30 = 1{,}5\times 10\times 30 = 450\,\text{m/s}$

Movimento de queda livre com v_{0y}=450 m/s e posição inicial=6750 m.

Vamos calcular o tempo decorrido entre o momento que esgota o combustível e quando o foguete atinge a altura máxima:

$$v_y = v_{0y} - gt \Rightarrow 0 = 450 - 10t \Rightarrow t = \frac{450}{10} = 45{,}0\,\text{s}$$

Altura máxima será:

$$y = y_0 + v_{0y}t + \frac{1}{2}at^2 = 6750 + 450\times 45 - \frac{10\times 45^2}{2} = \boxed{16875\ \text{m}}$$

(c) Depois de quanto tempo ele voltaria a atingir o solo? (0,5 pontos)

Vamos calcular o tempo decorrido no momento da altura máxima (v_{y0}=0 e y_0=24980 m) até ele atingir o solo em queda livre: $y = y_0 + v_{0y}t + \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow 0 = 16875 - \frac{10}{2}t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{16875}{5}} = 58{,}1\,\text{s}$

Tempo total=30+45+58,1=$\boxed{133{,}1\ \text{s}}$

(d) Com que velocidade ele atinge o solo? (0,5 pontos)

$$v_y = v_{0y} - gt \Rightarrow v_y = 0 - 10\times 58{,}1 = \boxed{581\,\text{m/s}}$$

3) Um astronauta está sendo testado em uma centrífuga. A centrífuga tem um raio de 10 m e, ao partir, gira de acordo com θ=0,30t^2, onde t está em segundos e θ em radianos. Quando t=5,0 s, quais são, para o astronauta que se situa na borda da centrífuga, os módulos:

a) Da velocidade angular (ω), e da aceleração angular (α). (1,0 pontos)

No MCUA, temos: $\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2 \Rightarrow \theta_0 = 0,\ \omega_0 = 0,\ \frac{\alpha}{2} = 0,30$

α=0,60 rad/s^2

$\omega = \omega_0 + \alpha t = 0 + 0,60 \times 5,0 = \boxed{3,0\,\text{rad/s}}$

b) Da velocidade linear. (0,5 pontos)

$v = \omega r = 3,0 \times 10 = \boxed{30\,\text{m/s}}$

c) Da aceleração tangencial. (0,5 pontos)

$a_t = \frac{dv}{dt} = \alpha r$

$a_t = 0,60 \times 10 = \boxed{6,0\,\text{m/s}^2}$

d) Da aceleração radial do astronauta. (0,5 pontos)

$a_r = -\frac{v^2}{r} = -\frac{30^2}{10} = \boxed{-90,0\,\text{m/s}^2}$

4) Um próton move-se ao longo do eixo x de acordo com a equação x=50t+10t^2, onde x está em metros e t em segundos. Calcule:

(a) A velocidade média do próton durante os primeiros 3 s de seu movimento. (1,0 pontos)

$$x(0) = 50 \times 0 + 10 \times 0^2 = 0$$

$$x(3) = 50 \times 3 + 10 \times 3^2 = 150 + 90 = 240\,\text{m}$$

$$v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{240 - 0}{3} = \boxed{80\,\text{m/s}}$$

(b) A velocidade instantânea do próton em t=3,0 s. (1,0 pontos)

$$v_m = \frac{dx}{dt} = 50 + 2 \times 10t = 50 + 20t = 50 + 20 \times 3,0$$

$$v_m = 50 + 60 = \boxed{110\,\text{m/s}}$$

(c) A aceleração instantânea do próton em t=3,0 s. (0,5 pontos)

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}\left(50 + 20t\right) = \boxed{20\,\text{m/s}^2}$$

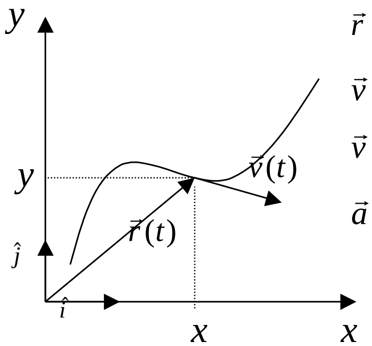
Formulário

Quando necessário utilize g=10 m/s²

Cinemática Unidimensional => $x(t) \underset{\int + x_0}{\overset{d/dt}{\Leftrightarrow}} v(t) \underset{\int + v_0}{\overset{d/dt}{\Leftrightarrow}} a(t)$

MRUV => $x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$ (x_0 *e* v_0 - condições iniciais)

$v(t) = v_0 + at$ (a=constante) $v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x$ Torricelli

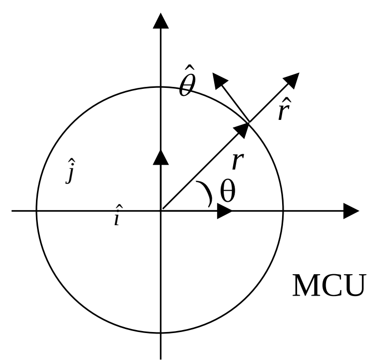


$\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j}$

$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dx}{dt}\hat{i} + \frac{dy}{dt}\hat{j}$

$\vec{v} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j}$

$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = a_x\hat{i} + a_y\hat{j}$



$\vec{r} = r\,\hat{r}$

$\vec{v} = v\,\hat{\theta}$

$\vec{a} = a_r\hat{r} + a_t\hat{\theta}$

$a_r = \frac{-v^2}{r}$ $a_t = \frac{dv}{dt}$

MCU - movimento periódico

$T = \frac{2\pi}{\omega}$ $\omega = \frac{v}{r}$

Equações vetoriais $\vec{r}(t) = \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{g}t^2$ $\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \vec{g}t$

MCUV- Movimento circular uniformemente acelerado:

$$a_t = \frac{dv}{dt} = \alpha r$$

$$\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$$

$$\omega = \omega_0 + \alpha t$$

$$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\left(\theta - \theta_0\right)$$