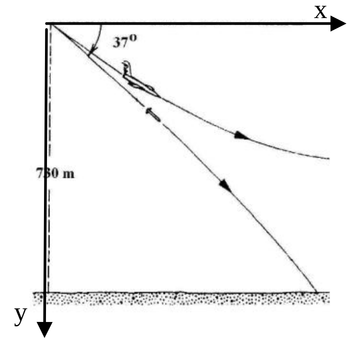
4310192(FAP0192) – Mecânica para Geociências

Prova P1 – 14/09/2012

Nome:____**Nº USP**:__________________



1) Um avião mergulhando com velocidade constante num ângulo de 37,0° com a horizontal libera um projétil a uma altitude de 730 m. O projétil bate no chão 5,00 s após ser liberado. Responda:
   (a) Qual é a velocidade do avião (1.0 pontos)

$$v_{0x} = v_0 \cos 37^o$$

$$v_{0y} = v_0 \sin 37^o$$

$$y = y_0 + v_{0y}t + \frac{1}{2}at^2 \rightarrow 730 = 0 + 5v_0 \sin 37^o + 5\times 5^2$$

$$730 = 5v_0 \sin 37^o + 125 \rightarrow v_0 = \frac{730-125}{5\sin 37^o} = 201\,\text{m/s}$$

   (b) Que distância o projétil percorre horizontalmente durante o seu voo. (0.5 pontos)

$$x = v_0 \cos 37^o \times t = 201,0 \times \cos 37^o \times 5,00 = 803\,\text{m}$$

   (c) Quais são as componentes horizontal, vertical e módulo da sua velocidade imediatamente antes de bater no solo? (1,0 pontos)

$$v_y = v_{0y} + gt = v_0 \sin 37^o + 10t = 201 \sin 37^o + 10\times 5 = 171,0\,\text{m/s}$$

$$v_x = v_{0x} = 201 \cos 37^o = 160,5\,\text{m/s}$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{160,5^2 + 171,0^2} = 234,5\,\text{m/s}$$

2) Um disco gira em torno do seu eixo central partindo do repouso com aceleração angular constante. Em um dado instante, ele está girando a 10 rev/s; após 60 revoluções, sua velocidade angular é 15 rev/s. Calcule:

a) Aceleração angular (α). (1,0 pontos)

$$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\left(\theta - \theta_0\right)$$

$$\left(15\times 2\pi\right)^2 = \left(10\times 2\pi\right)^2 + 2\alpha\times 60\times 2\pi$$

$$15^2\times 2\pi = 10^2\times 2\pi + 120\alpha$$

$$\alpha = \frac{2\pi\left(15^2 - 10^2\right)}{120} = \frac{25}{12}\pi = 6,54\ \text{rad/s}^2$$

b) Tempo necessário para completar as 60 revoluções. (0,5 pontos)

$$\omega = \omega_0 + \alpha t$$

$$15\times 2\pi = 10\times 2\pi + 6,54t$$

$$t = \frac{5\times 2\pi}{6,54} = 4,8\ \text{s}$$

c) Tempo necessário para atingir a velocidade angular de 10 rev/s. (0,5 pontos)

$$\omega = \omega_0 + \alpha t$$

$$10\times 2\pi = 0 + 6,54t$$

$$t = \frac{20\pi}{6,54} = 9,6\ \text{s}$$

d) Número de revoluções a partir do repouso até o instante em que o disco atinge a velocidade angular de 10 rev/s. (0,5 pontos)

$$\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$$

$$\theta = 0 + 0 + \frac{1}{2}\times 6,54\times 9,6^2 = 301,4\ \text{rad=48,0 voltas}$$

3) Um foguete é lançado verticalmente para cima a partir do repouso, e sobe com uma aceleração constante *a* durante um tempo t_0. O seu combustível acaba, e ele continua a se mover como uma partícula em queda livre. Desprezando a resistência do ar, em função de *a*, t_0 e *g*, onde g é a aceleração da gravidade, calcule:

(a) Qual é a altura máxima atingida pelo foguete? (1,0 pontos)

$$y = y_0 + v_{0y}t + \frac{1}{2}at^2 \rightarrow y = 0 + 0 + \frac{at_0^2}{2} \text{(distância percorrida com combustível)}$$

Velocidade quando acaba o combustível: $v_y = v_{0y} + at \rightarrow v_y = 0 + at_0$

Intervalo de tempo entre o momento que acabou o combustível e a altura máxima:

$$v_y = v_{0y} - gt \rightarrow 0 = at_0 - gt \rightarrow t = \frac{at_0}{g}$$

Distância percorrida até a altura máxima: $y = y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2$

$$y = \frac{at_0^2}{2} + at_0 \times \left(\frac{at_0}{g}\right) - \frac{1}{2}g\left(\frac{at_0}{g}\right)^2 = \frac{at_0^2}{2} + \frac{a^2t_0^2}{g} - \frac{a^2t_0^2}{2g}$$

$$y = \frac{at_0^2}{2}\left(1 + \frac{a}{g}\right)$$

(b) Qual é o tempo total decorrido entre o lançamento até o retorno ao solo? (0,5 pontos)

Vamos calcular o tempo para o foguete cair até o solo da altura máxima:

$$y = y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2$$

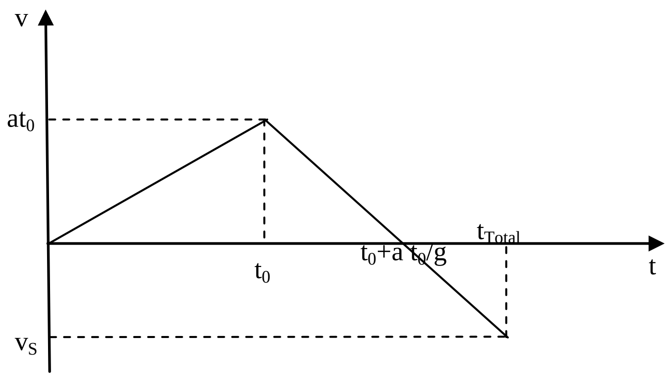
$$0 = \frac{at_0^2}{2}\left(1 + \frac{a}{g}\right) + 0 \times t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$t = \sqrt{\frac{at_0^2}{g}\left(1 + \frac{a}{g}\right)} = t_0\sqrt{\frac{a^2}{g^2}\left(\frac{g}{a} + 1\right)} = \frac{at_0}{g}\sqrt{1 + \frac{g}{a}}$$

Tempo total= Tempo de subida +tempo de descida=

$$t_{Total} = t_0 + \frac{at_0}{g} + \frac{at_0}{g}\sqrt{1 + \frac{g}{a}}$$

(c) Represente graficamente a velocidade do foguete em função do tempo. (0.5 pontos)



(d) Com que velocidade ela atinge o solo? (0.5 pontos)

Vamos calcular o instante inicial no momento em que o foguete se encontra na altura máxima e o instante t no momento do contato com o solo, utilizando a equação de Torricelli:

$$v_s^2 = v_0^2 + 2gy = 0 + 2gy$$

$$v_S = \sqrt{2g\,\frac{at_0^2}{2}\left(1+\frac{g}{a}\right)} = \sqrt{gat_0^2\left(1+\frac{g}{a}\right)}$$

4) Uma partícula sai da origem com uma velocidade inicial $\vec{v} = 3,00\,\hat{i}$, em m/s. Ela experimenta uma aceleração constante $\vec{a} = -1,00\,\hat{i} - 0,500\,\hat{j}$ em m.s^{-2}.

(a) Qual é a velocidade da partícula quando ela atinge o valor máximo na coordenada *x* (1.0 pontos) e (b) qual a sua posição neste instante? (0.5 pontos)

Nos pontos de máximo na coordenada *x*, a velocidade v_x=0

(a) $v_x = v_{0x} + a_x t$

$0 = 3 - 1t \rightarrow t = 3\mathrm{s}$

(b) $x = x_0 + v_{0x}t + \frac{1}{2}a_x t^2 \rightarrow x = 0 + 3\times 3 - \frac{1}{2}\times 3^2 = 4,5\,\mathrm{m}$

$y = y_0 + v_{0y}t + \frac{1}{2}a_y t^2 \rightarrow y = 0 + 0\times 3 - \frac{1}{2}\times 0,5\times 3^2 = -2,25\,\mathrm{m}$

$\vec{r} = 4,5\,\vec{i} - 2,25\,\vec{j}$

(c) Qual o vetor velocidade em função de *t* para esta partícula? (1,0 pontos)

$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t$

$\vec{v} = 3\vec{i} + \left(-1,0\vec{i} - 0,5\vec{j}\right)t = \left(3 - t\right)\vec{i} - 0,5t\,\vec{j}$

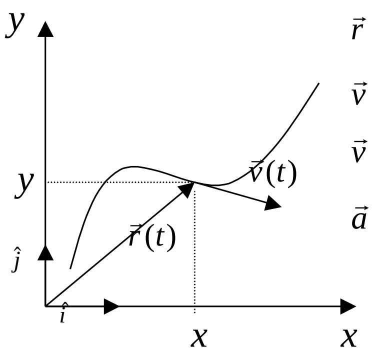
Formulário

Quando necessário utilize g=10 m/s²

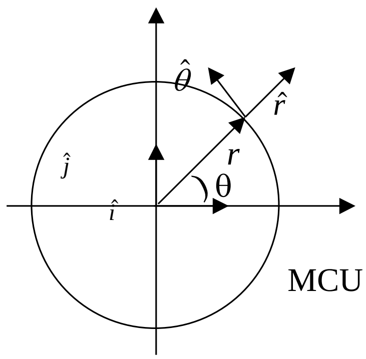
Cinemática Unidimensional => $x(t) \underset{\int + x_0}{\overset{d/dt}{\Leftrightarrow}} v(t) \underset{\int + v_0}{\overset{d/dt}{\Leftrightarrow}} a(t)$

MRUV => $x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$ (x_0 *e* v_0 - condições iniciais)

$v(t) = v_0 + at$ (a=constante) $v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x$ Torricelli



$$\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j}$$
$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dx}{dt}\hat{i} + \frac{dy}{dt}\hat{j}$$
$$\vec{v} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j}$$
$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = a_x\hat{i} + a_y\hat{j}$$



$$\vec{r} = r\hat{r}$$
$$\vec{v} = v\hat{\theta}$$
$$\vec{a} = a_r\hat{r} + a_t\hat{\theta}$$
$$a_r = \frac{-v^2}{r} \quad a_t = \frac{dv}{dt}$$

MCU - movimento periódico

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \qquad \omega = \frac{v}{r}$$

Equações vetoriais $\vec{r}(t) = \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{g}t^2$ $\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \vec{g}t$

MCUV- Movimento circular uniformemente acelerado:

$$a_t = \frac{dv}{dt} = \alpha r$$
$$\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$$
$$\omega = \omega_0 + \alpha t$$
$$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha(\theta - \theta_0)$$