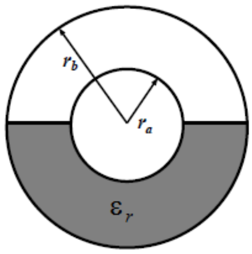
3^a Lista de Exercícios – Eletromagnetismo I
Data de entrega: 4/10/2013

3.1 [**1.0**] — A energia potencial de um dipolo num campo externo $\mathbf{E}$ uniforme é dada por $U = -\mathbf{p} \cdot \mathbf{E}$, ou seja, a configuração de mínima energia tem o dipolo alinhado com o campo externo. Encontre a energia potencial de dois dipolos, $\mathbf{p}_1$ e $\mathbf{p}_2$, separados por uma distância qualquer $\mathbf{r}$.

3.2 [**1.0**] — Um dipolo perfeito $\mathbf{p}$ está situado a uma distância z acima de um plano infinito condutor aterrado. O dipolo faz um ângulo θ com o plano. Encontre o torque em $\mathbf{p}$. Se o dipolo se encontra livre para rodar, em qual posição ele irá parar?

3.3 [**1.5**] — Considere uma esfera de raio R e constante dielétrica ϵ_1 imersa num meio de constante dielétrica ϵ_2. Uma carga q é colocada fora dessa esfera, a uma distância d do centro da mesma. Utilizando o *método das imagens*, calcule o potencial elétrico dentro e fora da esfera, e esboce a forma do campo elétrico nas duas regiões.

3.4 [**2.0**] — Um capacitor esférico isolado possui carga $+Q$ sobre o condutor interno (raio r_a) e carga $-Q$ sobre o condutor externo (raio r_b). A seguir, a metade inferior do volume entre os dois condutores é preenchida por um líquido de constante dielétrica relativa ε_r, conforme indicado na seção reta da figura abaixo.



a. Calcule o módulo do campo elétrico no volume entre os dois condutores em função da distância r ao centro do capacitor. Forneça respostas para a metade superior e para a metade inferior desse volume.

b. Determine a densidade superficial de cargas livres sobre o condutor interno e sobre o condutor externo.

c. Calcule a densidade superficial de cargas de polarização sobre as superfícies interna (r_a) e externa (r_b) do dielétrico.

d. Qual é a densidade de carga de polarização sobre a superfície plana do dielétrico? Explique.

e. Determine a capacitância do sistema.

3.5 [1.0] — Um cilindro dielétrico linear muito grande, de raio a e suceptibilidade χ_e, é colocado em um campo elétrico uniforme $\vec{E}_0$ perpendicular ao eixo do cilindro. Encontre o campo elétrico resultante dentro do cilindro.

3.6 [1.0] — Uma casca esférica de raio interno a e raio externo b é feita de um material dielétrico com polarização "fixa" dada por $\vec{P}(\vec{r}) = \frac{k}{r}\hat{r}$, onde k é uma constante e r é a distância do centro da casca. Considerando que não há cargas livres no problema, encontre o campo elétrico em todas as três regiões usando dois métodos diferentes:

a. Encontre todas as cargas ligadas (ou de polarização), e use a lei de Gauss para calcular o campo gerado.

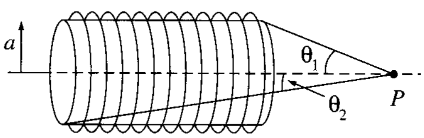
b. Use a equação $\oint \vec{D} \cdot d\vec{S} = Q_l$ para encontrar o vetor deslocamento elétrico e então obter o campo elétrico $\vec{E}$.

3.7 [1.0] — Em 1897 J. J. Thomson "descobriu" o elétron medindo a razão carga-massa dos "raios catódicos" (que, na verdade, são feixes de elétrons de carga q e massa m) do seguinte modo:

(a) Inicialmente ele passou o feixe de elétrons por um campo elétrico e magnético, ambos uniformes e perpendiculares um ao outro. A direção do feixe, por sua vez, era perpendicular aos campos elétrico e magnético. Ele então ajustou o campo elétrico de modo que o feixe não possuísse deflexão. Qual era a velocidade das partículas, nessa situação, em termos de $\vec{E}$ e $\vec{B}$?

(b) Após as medidas feitas nessa primeira fase, Thomson desligou o campo magnético e mediu o raio de curvatura R do feixe devido à deflexão do feixe pelo campo magnético. Usando o resultado do item anterior para a velocidade do feixe de elétrons, encontre a razão q/m em termos do raio de curvatura R do feixe e dos campos e $\mathbf{E}$ e $\mathbf{B}$.

3.8 [1.0] — Encontre o campo magnético no ponto P no eixo de um solenoide que consiste de n voltas por unidade de comprimento ao longo de um tubo cilíndrico de raio a, onde percorre uma corrente I. Expresse sua resposta em termos dos ângulos θ_1 e θ_2. Considere que as voltas do solenoide são essencialmente circulares. Qual é o campo no eixo do cilindro, assumindo que esse solenoide se estende até o infinito em ambos os sentidos?



3.9 [1.5] — Um cilindro condutor muito longo de raio a conduz uma corrente I ao longo de seu eixo z. A densidade de corrente $\vec{J}$ no interior do cilindro varia de acordo com a expressão abaixo:

$$\vec{J}\,(r,\phi,z) = \hat{z}\frac{J_0}{r}\,\text{sen}\left(\frac{\pi r}{a}\right),$$

onde r é a distância radial entre o ponto considerado e o eixo do cilindro.

a. Determine a constante J_0 em termos de I e a.

b. Calcule o campo magnético $\vec{B}$ fora do cilindro condutor ($r > a$) e expresse seu resultado em termos de I e a.

c. Calcule o campo magnético $\vec{B}$ no interior do cilindro condutor ($r < a$) e expresse seu resultado em termos de I e a.

d. Esboce um gráfico qualitativo do módulo do campo magnético, $\vec{B}\,(r)$, indicando seu comportamento em $r = 0$ e $r = a$.

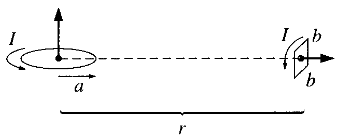
3.10 [0.5] — Encontre o potencial vetor magnético de um fio de segmento reto finito carregando uma corrente I.

3.11 [0.5] — Demonstre que ao redor de uma interface na qual percorre uma corrente superficial $\mathbf{K}$, as condições de contorno são:

$$\Delta\mathbf{B} = \mu_0(\mathbf{K} \times \hat{\mathbf{n}})\ ,$$

onde $\hat{\mathbf{n}}$ é o versor perpendicular à superfície da interface.

3.12 [1.0] — Calcule o torque exercido em um laço quadrado (mostrado na figura abaixo) devido a um laço circular (assuma r muito maior que a ou b). Se o laço quadrado puder rodar livremente, qual será a sua orientação de equilíbrio?

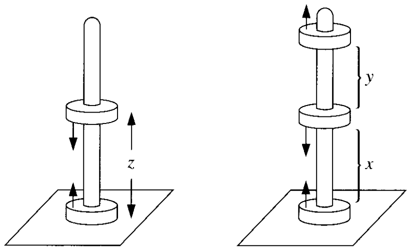


3.13 [1.0] — Um cilindro infinito de raio R carrega uma magnetização "fixa" paralela ao eixo, $\mathbf{M} = kr\hat{\mathbf{z}}$, onde k é uma constante e r é a distância ao eixo; não há correntes livres no cilindro. Encontre o campo magnético dentro e fora do cilíndro.

3.14 [1.0] — Um brinquedo infantil consiste de ímãs permanentes em forma de rosca, que deslizam sem atrito em um vareta vertical. Sabendo que a magnetização desses ímãs é paralela à vareta, trate os ímãs como objetos de massa m_d e momento de dipolo magnético $\mathbf{m}$.

a. Se você dispor dentro da vareta dois ímãs com as faces invertidas um para o outro, o ímã na parte superior irá “flutuar” – a força magnética aplicada ao imã superior terá o sentído contrário da força gravitacional. Em que altura z o ímã flutuará?

b. Se agora adicionarmos um terceiro ímã, paralelo ao ímã inferior, qual será a razão das duas alturas?



(a) (b)