



## Experiência 7 Resposta em Frequência de Circuitos RC e RLC

### INTRODUÇÃO TEÓRICA

Profs. Walter Jaimes Salcedo e Marcio Lobo

#### 1) Objetivos:

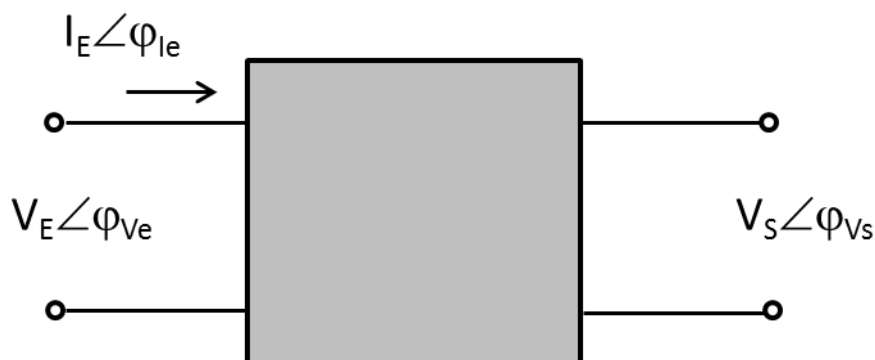
Estudar a resposta em frequência em redes passivas RC e RLC.

Identificar indicadores de qualidade da resposta destes circuitos analisando frequência de corte e índice de mérito.

Analisar a resposta em frequência de um multímetro digital portátil.

#### Introdução

Quadrupolos passivos podem ser bem definidos por funções de transferência, particularmente para excitações com sinais harmônicos com frequência ( $\omega = 2\pi f$ ) definida (estado estacionário) temos a função de ganho ( $G(j\omega)$ ), a função de impedância ( $Z(j\omega)$ ) ou a função de admitância ( $Y(j\omega)$ ) que dependem dos parâmetros que constituem o quadrupolo e da frequência do sinal de excitação. Em geral as funções de transferência são funções complexas constituídas por uma componente real e outra imaginária na sua representação cartesiana ou pelo módulo e fase na sua representação polar.



A partir da Figura acima, o ganho será definido pela razão entre os fasores da tensão de saída e tensão de entrada.

$$G(j\omega) = \frac{V_S \angle \varphi_{V_S}}{V_E \angle \varphi_{V_E}}$$

$$G(j\omega) = \left| \frac{V_S}{V_E} \right| \exp(i\varphi) = |G(j\omega)| \exp(i\varphi), \quad \varphi = \varphi_{V_S} - \varphi_{V_E}$$

Assim, a função de transferência do ganho para uma excitação harmônica de frequência angular  $\omega$  será completamente determinada pelo seu módulo e fase respectivamente. Experimentalmente o módulo do ganho é obtido indiretamente através da medida dos valores eficazes das tensões de entrada e saída no quadripolo. A fase do ganho pode ser obtida diretamente utilizando um osciloscópio medindo a defasagem entre os sinais de tensão de saída e entrada.

A impedância neste caso é a razão dos fasores de tensão e corrente

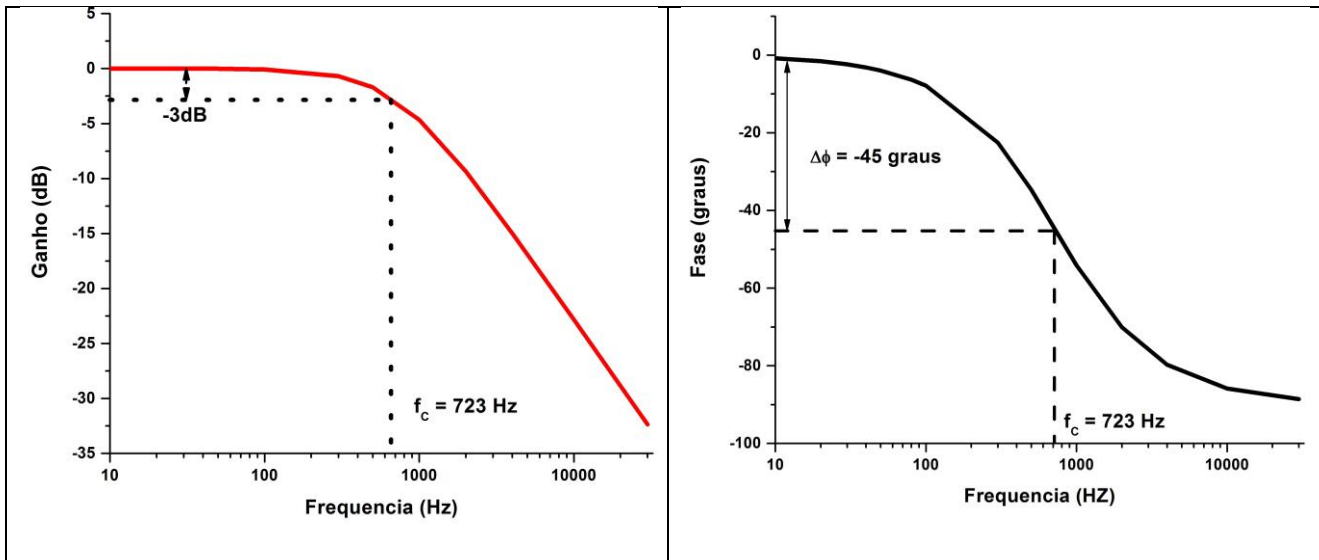
$$Z(j\omega) = \frac{V_E \angle \varphi_{V_E}}{I_E \angle \varphi_{I_E}} = \left| \frac{V_E}{I_E} \right| \exp(i\varphi) = |Z(j\omega)| \exp(i\varphi), \quad \varphi = \varphi_{V_E} - \varphi_{I_E}$$

Novamente, a função de transferência de impedância para uma excitação harmônica de frequência angular  $\omega$  será completamente determinada pelo seu módulo e fase respectivamente. Experimentalmente o módulo da impedância é obtido indiretamente através da medida dos valores eficazes da tensão de entrada e corrente no quadripolo. A fase do ganho pode ser obtida diretamente utilizando um osciloscópio medindo a defasagem entre os sinais de tensão e corrente. Devemos apontar que o osciloscópio permite nas suas entradas apenas tensões, mas indiretamente podemos apresentar sinais de corrente utilizando a queda de tensão em uma resistência conhecida, neste caso devemos ficar atentos à correção de fase devido à conexão dos canais de entrada do osciloscópio.

## Resposta em frequência

Como indicamos acima as funções de transferência são funções que dependem da frequência do sinal de excitação caracterizando desta forma a resposta em frequência do sistema em estudo.

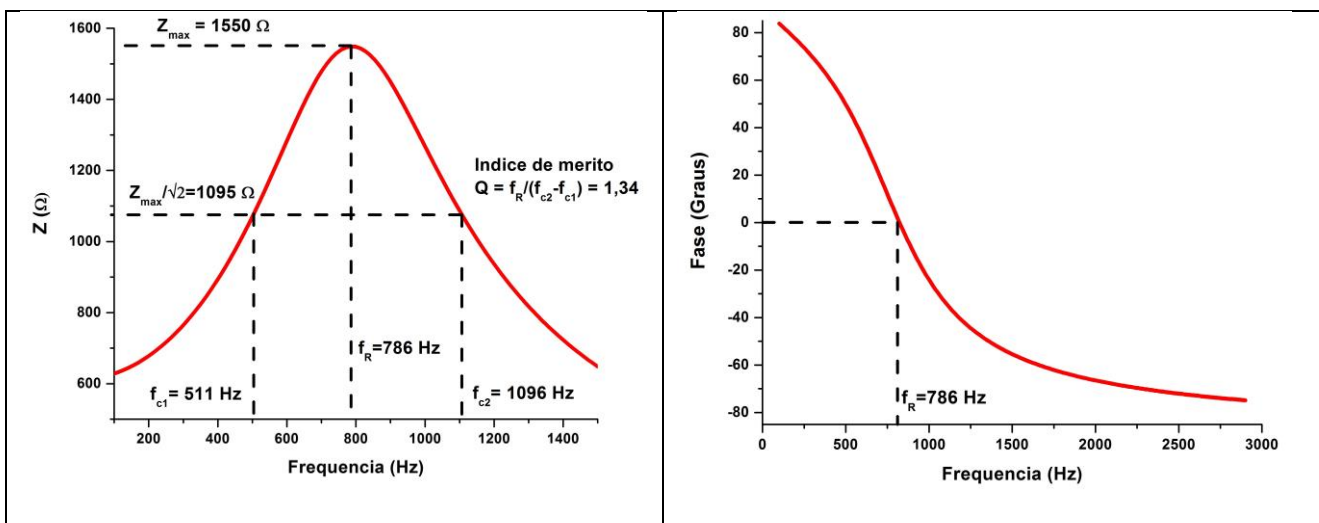
Em sistemas não ressonantes a resposta em frequência é caracterizada pela frequência de corte que corresponde ao ponto onde o módulo da função de transferência decresce em 3 dB (ou assume  $1/\sqrt{2}$  vezes  $V_{\max}$ ,  $Z_{\max}$ ) em relação ao seu valor máximo. Outro critério utilizado está relacionado à mudança de fase em 45 graus. (ver Figura abaixo)



Em sistemas ressonantes, a resposta em frequência esta caracterizada pelos parâmetros de frequência de ressonância , frequência de corte inferior, frequência de corte superior e o índice de mérito. Existem dois critérios para identificar a frequência de ressonância, a primeira esta relacionado com o ponto onde a função de transferência assume seu valor máximo (ou mínimo) e o segundo critério considera o ponto onde a fase da função de transferência é igual a zero, nesta experiência consideraremos o primeiro critério (Ver Figura abaixo). Existem sistemas onde ambos critérios de ponto de ressonância coincidem.

As frequência de corte inferior ( $f_{c1}$ ) e frequência de corte superior ( $f_{c2}$ ) seguem o mesmo critério dos sistemas não ressonantes, é dizer, correspondem aos pontos onde o modulo da função de transferência apresenta uma queda de 3 dB (ou  $\text{mod}(G(j\omega))/\sqrt{2}$  ou  $Z_{\text{max}}/\sqrt{2}$ ). O índice de mérito, parâmetro que indica a qualidade do sistema é definido por:

$$Q = \frac{f_R}{f_{c2} - f_{c1}}$$



Nesta experiência particularmente analisaremos a resposta em frequência de quadropolos constituídos por circuitos passivos RC e RLC e com o auxilio destes resultados discutir a resposta em frequência de um multímetro digital.

## 2) Preparação (Pré-Lab):

O Pré-Lab refere-se a tarefas a serem executadas antecipadamente ao dia da aula, quando então são feitos os experimentos em laboratório. O material preparado no Pré-Lab é imprescindível para a execução da experiência, e tem que ser apresentado já no início da aula.

### 2.1) Resposta em Frequência do Circuito RC

Considere o circuito da figura 1 e determine a função de transferência (ganho)  $G(j\omega)$  da parte marcada por linhas tracejadas:

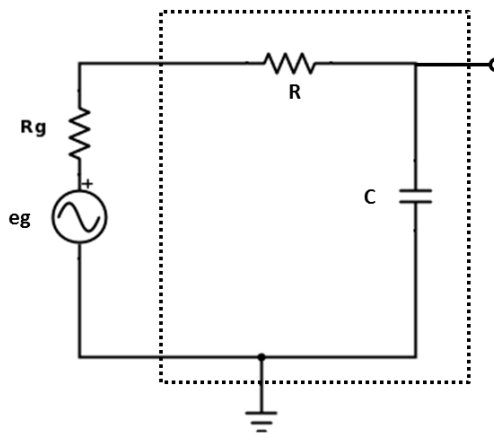


Figura 1.

$$G(j\omega) = \frac{Z_C}{Z_C + R} = \frac{1}{1 + \omega RCj} \quad (1)$$

$$|G(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2}} \quad (2)$$

$$\varphi = -\text{atan}(\omega RC) \quad (3)$$

Construa os gráficos do módulo e fase de  $G(j\omega)$  (ganho em dB) na faixa de frequências de 10 Hz a 6 kHz, utilizando  $R= 1\text{k}\Omega$ ,  $C= 100 \text{ nF}$ . Imprima os gráficos para serem entregues durante a experiência. Dica utilizar a escala log para a frequência.

Calcule o valor da frequência de corte teórica e a partir da curva de ganho deste circuito

$$f_c \text{ (teórica)} = 1/2\pi RC = \tag{4}$$

$f_c \text{ (curva)} =$

## 2.2) Resposta em Frequência do Circuito RLC

Considere os circuitos das figuras 3a e 3b e determine a função de transferência (ganho)  $G(j\omega)$  da parte marcada por linhas tracejadas. Em adição determine as expressões para o módulo e a fase do ganho.

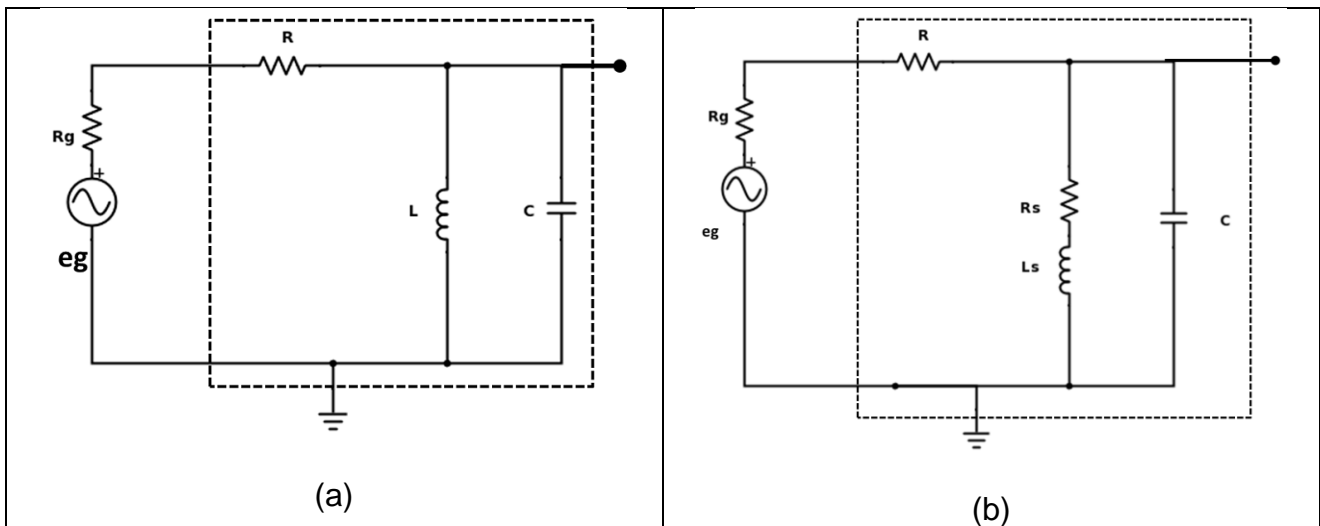


Figura 2

<b>Circuito 2a</b>	
$G(j\omega) = \frac{1}{1 + \frac{R}{\omega L} \left( \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 - 1 \right) j}$	(5)
$ G(j\omega)  = \left[ \frac{1}{1 + \left( \frac{R}{\omega L} \right)^2 \left( 1 - \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 \right)^2} \right]^{1/2}$	(6)
$\varphi = \text{artan} \left[ \frac{R}{\omega L} \left( 1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} \right) \right]$	(7)

**Circuito 2b**

$$G(j\omega) = \frac{R_S + \omega L j}{R_S + R \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right) + (\omega L + \omega R R_S C) j} \quad (8)$$

$$|G(j\omega)| = \left[ \frac{1 + \left(\frac{R_S}{\omega L}\right)^2}{1 + \left(\frac{R_S}{\omega L}\right)^2 \left(1 + \frac{2R}{R_S}\right) + \left(\frac{R}{\omega L}\right)^2 \left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right)^2} \right]^{1/2} \quad (9)$$

$$\varphi = \text{artan} \left[ \frac{R}{\omega L} \left( \frac{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} \left(1 + \frac{R_S^2}{\omega^2 L^2}\right)}{1 + \frac{R_S(R_S + R)}{\omega^2 L^2}} \right) \right] \quad (10)$$

Onde:  $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$

Construa os gráficos do módulo e fase de  $G(j\omega)$  na faixa de frequências de 1 kHz a 20 kHz, utilizando: (a)  $R = 10\text{k}\Omega$ ,  $C = 100\text{ nF}$ ,  $R_S = 9,2\ \Omega$  e  $L_S = 3,2\text{ mH}$ .

Determine a frequência onde a curva apresenta um máximo (ressonância) :

$$f_R \text{ (fig. 3a)} = \quad (a) \quad (11)$$

$$f_R \text{ (fig. 3b)} = \quad (b)$$

Determine a largura de banda à altura do máximo/ $\sqrt{2}$  ( $\Delta f$ ) e calcule o índice de mérito de cada circuito.

$$Q = f_R/\Delta f = \quad (a) \quad (12)$$

$$Q = f_R/\Delta f = \quad (b)$$