2^a Lista de Exercícios – Eletromagnetismo 1
Data da entrega da lista: após a P1 (30/8), ou no máximo até dia 2/9 (na Secretaria do Dep. de Física Matemática)

2.1 [0,75] – Condições de contorno geradas por densidades superficiais de carga.

(a) Demonstre que ao redor de uma interface na qual há uma densidade de carga superficial σ, as condições de contorno são $\Delta\vec{E}_\perp = \sigma/\epsilon_0$ e $\Delta\vec{E}_{||} = 0$.

(b) Encontre o campo elétrico perpendicular quando a superfície separa duas regiões de vácuo.

(c) Encontre o campo elétrico perpendicular quando a superfície separa uma região de vácuo de um meio condutor.

2.2 [0,5] – Usando o Teorema de Green (também conhecido como "segunda identidade de Green"), mostre que o potencial elétrico em um dado ponto $\vec{r}$ numa região V é completamente determinado pela distribuição de cargas naquele ponto, $\rho(\vec{r})$ dentro de V, em conjunto com as condições de contorno (o potencial ou a derivada normal do potencial) na fronteira $S(V)$. [Dica: use como base parte do exercício 1.2 da Lista 1, e crie um novo campo escalar g com propriedades adequadas nas fronteiras).]

2.3 [1,0] – Encontre a capacitância e a energia do campo elétrico de um capacitor cilíndrico infinito, de raio interno a e raio externo b. Ou seja: temos dois cilindros, de raios a e b e comprimento muito maior que esses raios. Nesses dois condutores podemos distribuir uma certa carga por unidade de comprimento. Encontre a capacitância desse sistema, e utilizando essa capacitância, calcule a energia por unidade de volume e a energia por unidade de comprimento (ambas em função da capacitância).

2.4 [0,75] – Calcule a energia de uma esfera uniformemente carregada, montando essa esfera a partir de cascas esféricas de carga dq que são trazidas desde o infinito até um certo raio r, de forma que o resultado seja uma esfera com densidade de carga uniforme.

2.5 [1,0] – Considere um tubo retangular de lados a e b, e comprimento infinito ao longo do eixo z. Nesse tubo, mantemos três lados aterrados, de forma a manter neles um potencial nulo: $y = 0$, $y = a$ e $x = 0$. O quarto lado, em $x = b$, é mantido a um certo potencial $\varphi_0(y)$.

(a) Encontre a fórmula geral que permite determinar o potencial dentro do tubo.

(b) No caso explícito em que $\varphi_0(y) = \varphi_0$ (constante), encontre o potencial em todo o espaço dentro desse tubo.

2.6 [1,0] – Uma certa carga Q é depositada em uma esfera condutora de raio R, que depois é colocada em um campo elétrico constante $\vec{E} = E_0\hat{z}$. Qual é o potencial fora dessa esfera? Calcule também o campo elétrico nesse caso.

2.7 [1,0] – Encontre o potencial no interior de uma região esférica delimitada por duas cascas semi-esféricas de raio R que são mantidas a potenciais $+\varphi_0$ e $-\varphi_0$. Calcule de forma explícita os dois primeiros termos não-nulos de menor ordem.

2.8 [1,0] – Resolva a equação de Laplace em coordenadas *cilíndricas* pelo método da separação de variáveis, assumindo que o problema é simétrico na direção z – ou seja, não há campo elétrico nem nenhum tipo de dependência do potencial nessa direção. Se assegure de que todas as soluções para a equação radial estão presentes: em particular, verifique que a solução no caso de uma linha reta infinita com densidade linear de carga pode ser acomodada pelas suas soluções.

2.9 [1,0] – Suponha que um cilindro de raio R possui densidade superficial de carga $\sigma(\phi) = \sigma_0 \operatorname{sen} 5\phi$. Encontre o potencial dentro e fora desse cilindro.

2.10 [1,0] – Um longo cilindro de raio R, orientado ao longo do eixo z, é seccionado ao meio ao longo do eixo z, de tal forma que temos dois semi-cilindros muito longos e opostos, ao longo do eixo z. Um desses semi-cilindros (digamos, em $0 < x < R$) possui uma densidade superficial de carga σ_0, enquanto o outro possui carga oposta, $-\sigma_0$. Calcule o potencial dentro e fora dessa casca cilíndrica.

2.11 [1,0] – Uma carga q é colocada ao lado de dois planos condutores infinitos e perpendiculares, a distâncias a e b de cada um desses planos.

(a) Construa as "imagens" necessárias para satisfazer as condições de contorno desse problema: quantas são elas, onde estão, e quais o seus valores?

(b) Qual a força que age sobre a carga q?