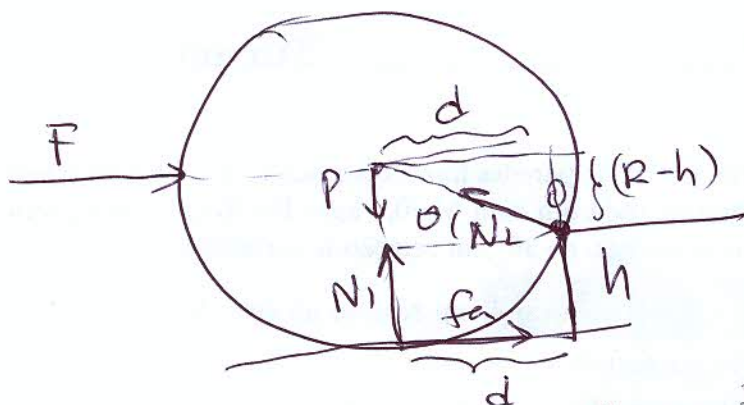


Roda subindo de grau



$$\boxed{\tan \theta = \frac{R-h}{d}}$$

$$\begin{cases} F + f_a = N_2 \cos \theta \Rightarrow N_2 = \frac{F + f_a}{\cos \theta} \\ N_1 + N_2 \sin \theta = mg \Rightarrow N_1 = mg - N_2 \sin \theta \end{cases}$$

$$\boxed{N_1 = mg - (F + f_a) \tan \theta}$$

Note que esta relação só é válida se $mg > (F + f_a) \tan \theta$. Caso contrário, $N_1 = 0$ (nunca negativo!)

Torque em relação a O no equilíbrio:

$$F(R-h) + N_1 \cdot d = mgd + f_a \cdot h$$

$$F(R-h) + mgd - (F + f_a) \cdot \frac{d \tan \theta}{R-h} = mgd + f_a \cdot h$$

$$F(R-h) - F(R-h) - f_a R + f_a h = f_a h$$

$$f_a \cdot R = 0 \Rightarrow \boxed{f_a = 0} \Rightarrow \boxed{N_2 = \frac{F}{\cos \theta}}$$

$$\boxed{N_1 = mg - F \tan \theta}$$

e o equilíbrio ocorre sempre que $N_1 > 0$, ou seja, se

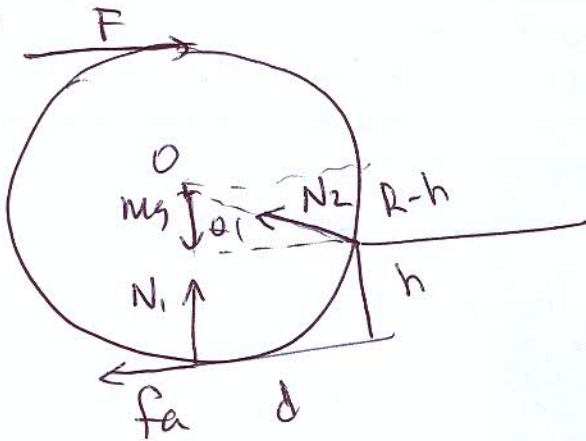
$$\boxed{F \tan \theta < mg}$$

$$\Rightarrow F_{\min} \text{ p/ subir} : F_{\min} = \frac{mg}{\tan \theta} = \frac{mg(R-h)}{d}$$

$$d = \sqrt{2Rh - h^2}$$

Note que escolhendo-se o centro de roda para o cálculo do torque, vê-se que a única força que produz torque em relação a esse ponto é a força de atrito e portanto $f_a = 0$ sai imediatamente.

Agora, para F aplicada na extremidade de roda:



$$\cos \theta = \frac{d}{R} \quad \tan \theta = \frac{R-h}{d}$$

$$\sin \theta = \frac{R-h}{R}$$

$$d = \sqrt{2Rh - h^2}$$

(não sabemos a direção de f_a !)

$$F = f_a + N_2 \cos \theta \quad (i)$$

$$N_1 + N_2 \sin \theta = mg$$

τ (em relação ao centro de roda):

$$F \cdot R + f_a \cdot R = 0 \quad (f_a \text{ e } F \text{ produzem torque na mesma direção!!)$$

$$\Rightarrow \boxed{f_a = -F} \rightarrow \text{valor negativo por } f_a \Rightarrow \text{sua direção é a oposta à escolhida.}$$

de (i): $F + F = N_2 \cos \theta \Rightarrow N_2 = \frac{2F}{\cos \theta} = \frac{2FR}{d}$

$$N_1 = mg - \frac{2FR}{d} \sin \theta = mg - \frac{2FR}{d} \cdot \frac{R-h}{R} = \boxed{mg - \frac{2FR(R-h)}{\sqrt{2Rh-h^2}}}$$

Note que há um valor máximo de F a partir do qual a roda começa a patinar. Como

$$f_a = F \quad \text{e} \quad f_a^{\text{max}} = \mu_e N_1$$

$$F_{\text{max}} = \mu_e N_1$$

$$\frac{F_{\text{max}}}{\mu_e} = N_1 = mg - F_{\text{max}} \cdot \frac{2(R-h)}{\sqrt{2Rh-h^2}}$$

$$F_{\text{max}} \left(\frac{1}{\mu_e} - \frac{2(R-h)}{\sqrt{2Rh-h^2}} \right) = mg$$

$$\Rightarrow \boxed{F_{\text{max}} = \frac{mg}{\left(\frac{1}{\mu_e} - \frac{2(R-h)}{\sqrt{2Rh-h^2}} \right)}}$$

Nota Ao fazermos N_2 na direção radial, estamos considerando que não há atrito entre a roda e a quina do degrau.