

Som

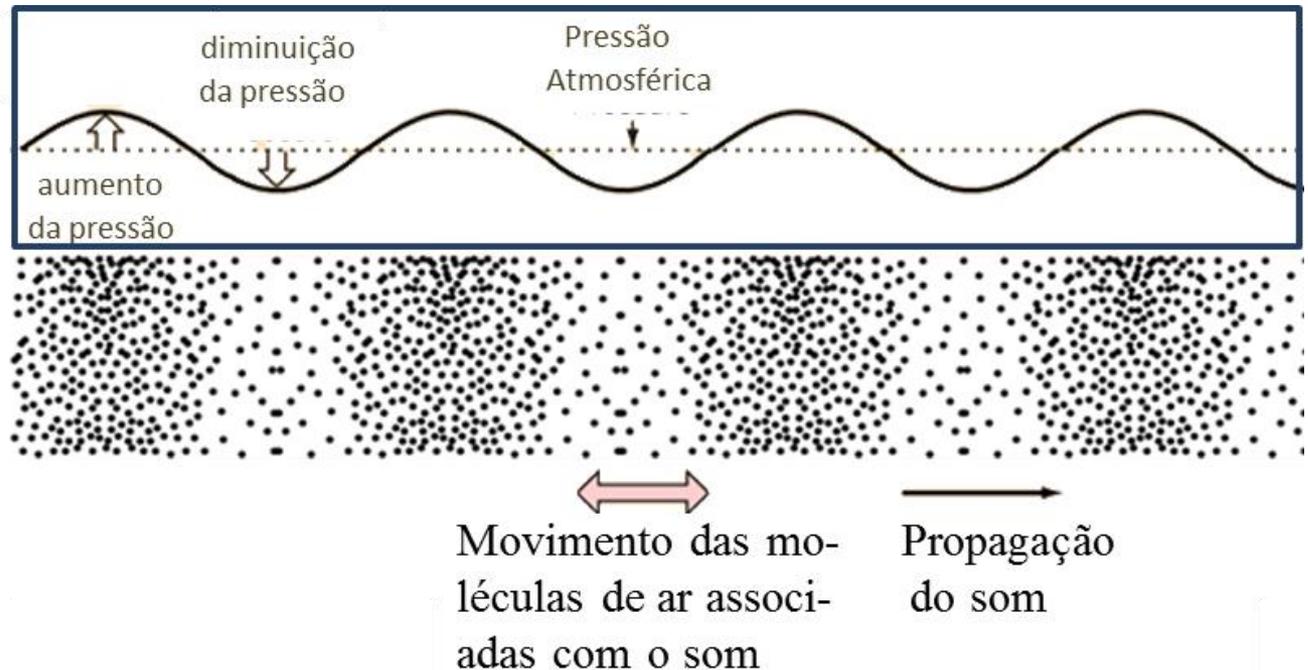
Lucy V. C. Assali

Física II - 2016 - IO

Som: Ondas Longitudinais

✓ As partículas do meio perturbado (gás) se deslocam paralelamente à direção de propagação da onda

Som

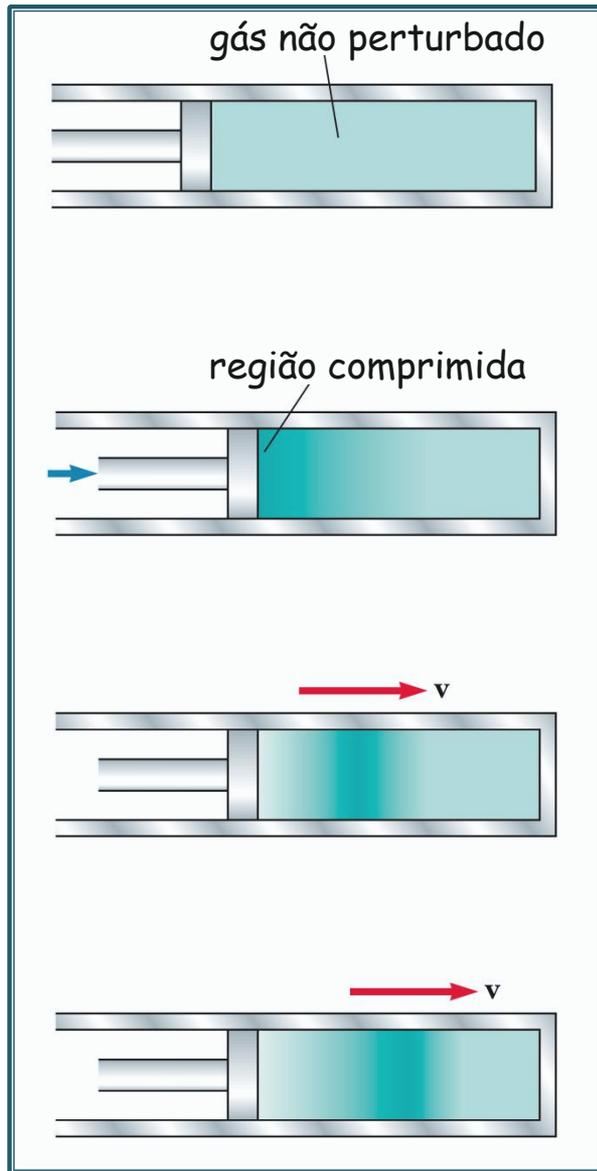


SOM

Natureza do som:

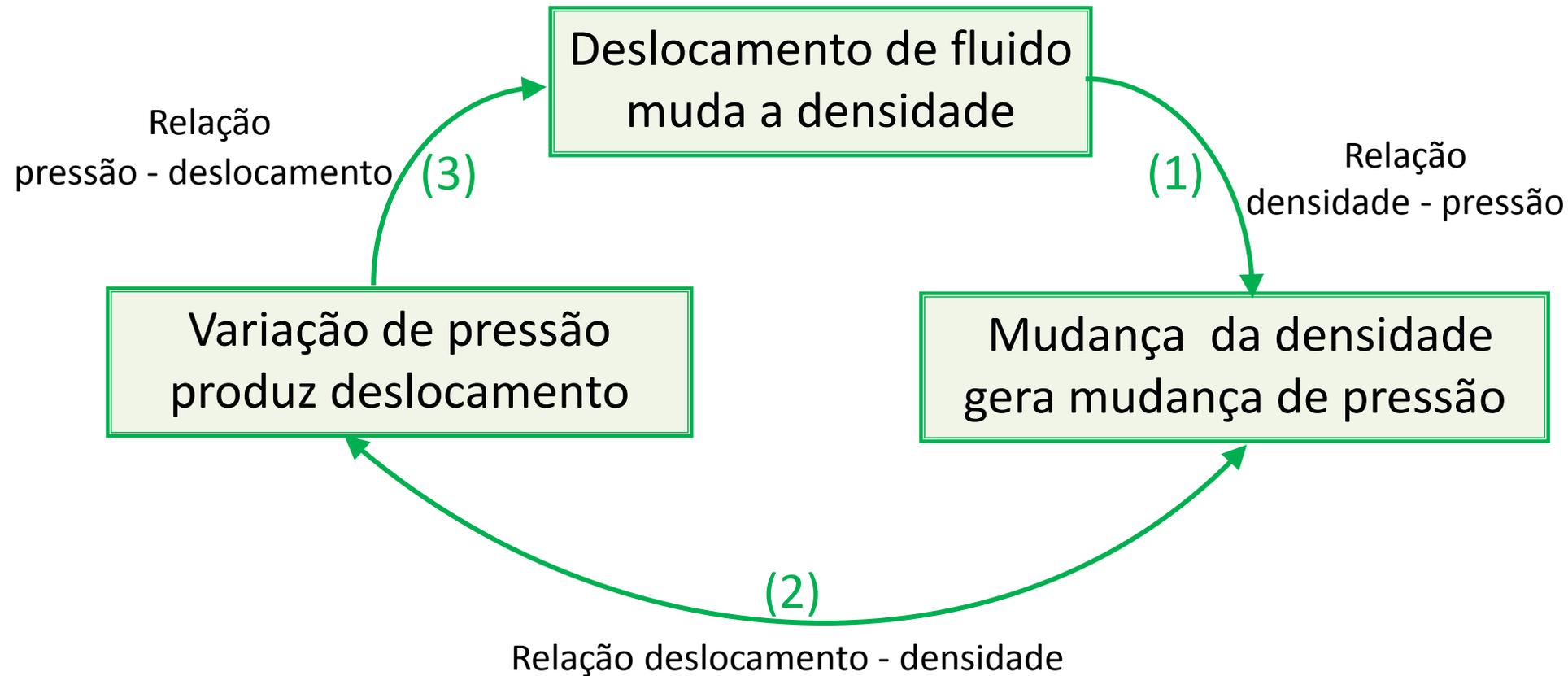
- ✓ É necessária a existência de um meio material para que o som se propague
- ✓ O som se propaga no meio material sem transporte de matéria e com transporte de energia → onda
- ✓ Três categorias:
 - Ondas audíveis: 20 Hz a 20 kHz
 - Ondas infrassônicas: < 20 Hz
 - Ondas ultrassônicas: > 20 kHz
- ✓ A velocidade do som é finita ($< c$)
- ✓ Reflexão → eco
- ✓ Interferência, batimento e difração
- ✓ Ondas longitudinais: variações de pressão (compressão e rarefação) → pequenas comparadas à P_{atm}

Ondas Longitudinais



Movimento de um pulso longitudinal através de um gás compressível. A região escura (comprimada) é produzida pelo movimento do pistão.

Mecanismo de Propagação da Onda Sonora



Ondas Sonoras

(1) Relação densidade - pressão

Para uma dada mudança de densidade, qual é a mudança de pressão correspondente?

$$\left. \begin{array}{l} m = \text{massa do fluido} \\ V = \text{volume do fluido} \end{array} \right\} \longrightarrow \rho = \frac{m}{V} \longrightarrow \Delta\rho = -\frac{m}{V^2} \Delta V$$

$$\frac{\Delta V}{V} = -\frac{\Delta\rho}{\rho}$$

$$B = -\frac{\Delta P}{\Delta V/V} = \rho \underbrace{\left(\frac{\Delta P}{\Delta\rho} \right)}_{\frac{\partial P}{\partial\rho}}$$

↓
módulo de elasticidade volumétrico

Ondas Sonoras

(1) Relação densidade - pressão

Ondas Sonoras: constituem-se de pequenas perturbações

$\rho_0 \implies$ valor não perturbado (equilíbrio) da densidade

$\rho \implies$ valor da densidade na presença da onda

$p_0 \implies$ valor não perturbado (equilíbrio) da pressão

$P \implies$ valor da pressão na presença da onda

$\delta = \rho - \rho_0 \longrightarrow$ variação da densidade associada à onda de deslocamento

$p = P - p_0 \longrightarrow$ variação da pressão associada à onda de deslocamento

$$|p| \ll p_0$$

$$|\delta| \ll \rho_0$$

$$p = P - p_0 = \Delta P$$

$$\delta = \rho - \rho_0 = \Delta \rho$$

$$\frac{p}{\delta} = \left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_0$$

derivada calculada em torno da posição de equilíbrio

Ondas Sonoras

(1) Relação densidade - pressão

Relação entre P , $V(\rho)$ e T de um fluido em equilíbrio \Rightarrow equação de estado que, para um gás ideal é: $PV = nRT$

Processo isotérmico (temperatura constante): $P = a\rho$

$$\left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_T = a = \frac{P}{\rho} \Rightarrow \left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_{T,0} = \frac{p_0}{\rho_0}$$

Processo adiabático (não há trocas de calor): $P = b\rho^\gamma$, com $\gamma = C_p/C_V > 1$

$$\left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_S = b\gamma\rho^{(\gamma-1)} = \gamma \frac{P}{\rho} \Rightarrow \left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_{S,0} = \gamma \frac{p_0}{\rho_0}$$

Ondas Sonoras

(1) Relação densidade - pressão

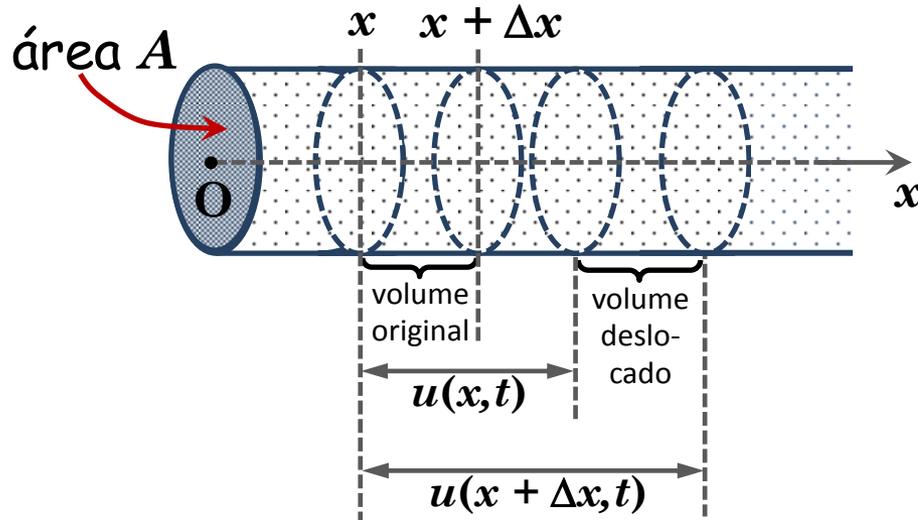
Assim, sabendo qual é a relação entre a densidade e a pressão, que depende do tipo de processo termodinâmico envolvido, se isotérmico (T) ou adiabático (S), podemos obter o módulo de elasticidade volumétrico:

$$B = - \frac{\Delta P}{\Delta V/V} = \rho \underbrace{\left(\frac{\Delta P}{\Delta \rho} \right)}_{\frac{\partial P}{\partial \rho}}$$

$$B_T = p_0 \quad \text{e} \quad B_S = \gamma p_0$$

Ondas Sonoras

(2) Relação deslocamento - densidade



$u(x, t) \Rightarrow$ deslocamento sofrido pelas partículas do fluido na seção transversal (área A) de coordenada x no instante t

O volume original do fluido compreendido entre as seções em x e $x + \Delta x$ é

$$V = A [(x + \Delta x) - x] = \underbrace{A \Delta x}$$

O volume deslocado é

$$\Delta V = A [u(x + \Delta x) - u(x, t)] = A \Delta x \left\{ \frac{u(x + \Delta x) - u(x, t)}{\Delta x} \right\} \stackrel{\text{red arrow}}{=} A \Delta x \frac{\partial u}{\partial x}(x, t)$$

$\Delta x \ll 1$

Ondas Sonoras

(2) Relação deslocamento - densidade

A variação percentual de volume fica: $\frac{\Delta V}{V} = \frac{\partial u}{\partial x}(x, t)$

Usando a relação $\frac{\Delta V}{V} = -\frac{\Delta \rho}{\rho}$, obtida anteriormente, temos:

$$\frac{\Delta \rho}{\rho} = -\frac{\partial u}{\partial x}(x, t) = \frac{\rho - \rho_0}{\rho} = \frac{\delta}{\rho} \approx \frac{\delta}{\rho_0}$$

E, finalmente, encontramos a relação entre deslocamento e a variação da densidade:

$$\delta = -\rho_0 \frac{\partial u}{\partial x}(x, t)$$

o sinal negativo mostra que se o deslocamento cresce com x ($\partial u / \partial x > 0$) temos uma rarefação no fluido ($\delta < 0$)

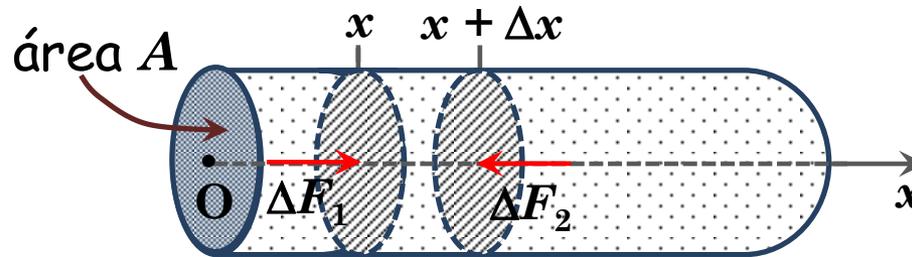
Ondas Sonoras

(3) Relação pressão - deslocamento

No elemento de volume compreendido entre x e $x + \Delta x$ a massa do fluido é

$$\Delta m = \rho \Delta V = \rho_0 A \Delta x$$

A força resultante sobre esse elemento de massa pode ser obtida através da pressão $P(x, t)$ sobre a face esquerda e a face direita desse elemento:



$$\begin{aligned}\Delta F &= \Delta F_1 + \Delta F_2 = P(x, t) A - P(x + \Delta x, t) A \\ &= -A \Delta x \left\{ \frac{P(x + \Delta x, t) - P(x, t)}{\Delta x} \right\} = -\Delta V \frac{\partial p}{\partial x}(x, t)\end{aligned}$$

Ondas Sonoras

(3) Relação pressão - deslocamento

Pela 2ª Lei de Newton temos:

$$\Delta m \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \rho_0 A \Delta x \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = -A \Delta x \frac{\partial p}{\partial x}$$

Levando à equação de movimento do fluido, que dá a relação entre o deslocamento e a variação da pressão:

$$\rho_0 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = - \frac{\partial p}{\partial x}$$

Mecanismo de Propagação da Onda Sonora

$$\rho_0 \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} = - \frac{\partial p}{\partial x} \quad (3)$$

Deslocamento de fluido
muda a densidade

$$\delta = -\rho_0 \frac{\partial u(x, t)}{\partial x} \quad (1)$$

Varição de pressão
produz deslocamento

Mudança da densidade
gera mudança de pressão

$$p = \delta \left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_0 \quad (2)$$

Ondas Sonoras

Substituindo (1) $\delta = -\rho_0 \frac{\partial u(x, t)}{\partial x}$ em (2) $p = \delta \left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_0$

$$\Rightarrow p = -\rho_0 \left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_0 \frac{\partial u(x, t)}{\partial x}$$

Derivando esta expressão em relação à x

$$\Rightarrow \frac{\partial p}{\partial x} = -\rho_0 \left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_0 \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2}$$

Comparando com (3) $\rho_0 \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} = -\frac{\partial p}{\partial x}$ temos:

$$\frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} = \left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_0 \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2}$$

Equação de onda para o deslocamento das partículas do meio

$$v = \sqrt{\left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_0}$$

Ondas Sonoras

Equação de onda para o deslocamento

$$\frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2} = 0$$

com a velocidade de propagação da onda

$$v = \sqrt{\left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_0}$$

que é a velocidade do som no fluido

Ondas Sonoras

$$v = \sqrt{\left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_0} \quad B = -\frac{\Delta P}{\Delta V/V} = \rho \underbrace{\left(\frac{\Delta P}{\Delta \rho}\right)}_{\frac{\partial P}{\partial \rho}}$$

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho_0}} = \underbrace{\sqrt{\frac{\text{propriedade elástica}}{\text{propriedade inercial}}}}_{\text{forma geral da velocidade de todas as ondas mecânicas}} \iff v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} \text{ para a corda}$$

Ondas Sonoras

Utilizando as relações (1), (2) e (3) e a equação de onda para o deslocamento, encontramos que a variação da densidade (δ) e a variação da pressão (p) obedecem à mesma equação de onda, indicando que elas se propagam com a mesma velocidade, que é a velocidade do som no meio.

$$\frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \delta}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 \delta}{\partial x^2} = 0$$

$$\frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = 0$$

Velocidade do Som em Gases

Vimos que a relação entre a densidade e a pressão depende do tipo de processo termodinâmico envolvido, se isotérmico (T) ou adiabático (S)

CNTP temos:

$$p_0 = 1 \text{ atm.} = 1,013 \times 10^5 \text{ N/m}^2$$

$$T = 0^\circ \text{ C} = 273 \text{ K}$$

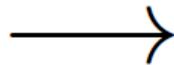
$$\rho_0(\text{ar}) = 1,293 \text{ kg/m}^3$$

$$\gamma = 1,4 \text{ ar}$$

$$\text{CNTP} \\ \text{Exp. : } v = 332 \text{ m/s}$$

Se processo isotérmico:

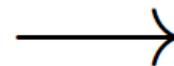
$$\left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_{T,0} = \frac{p_0}{\rho_0}$$



$$v = \sqrt{\frac{p_0}{\rho_0}} = 280 \text{ m/s}$$

Se processo adiabático:

$$\left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_{S,0} = \gamma \frac{p_0}{\rho_0}$$



$$v = \sqrt{\gamma \frac{p_0}{\rho_0}} = 332 \text{ m/s} \checkmark$$

Velocidade do Som em Gases

Como $n=M/m$ é o número de moles de uma massa M de gás de massa molecular m , então a equação de estado do fluido, para um gás ideal é:

$$PV = nRT = \frac{M}{m} RT \implies \frac{P}{\rho} = \frac{RT}{m}$$

levando à

$$v = \sqrt{\gamma \frac{RT}{m}}$$

a velocidade do som num gás é independente da pressão, mas cresce com a raiz quadrada da temperatura absoluta

Se $T=20^\circ\text{C}$ ($=293\text{K}$) a velocidade do som no ar é de

$$v = 332 \sqrt{\frac{293}{273}} \approx 344 \text{ m/s}$$

Note que a velocidade é inversamente proporcional à raiz quadrada da massa molecular do gás: à mesma temperatura, a velocidade do som no H_2 ($m \approx 2$) é da ordem de 4 vezes maior que no O_2 ($m \approx 32$)

Velocidade do Som na Água

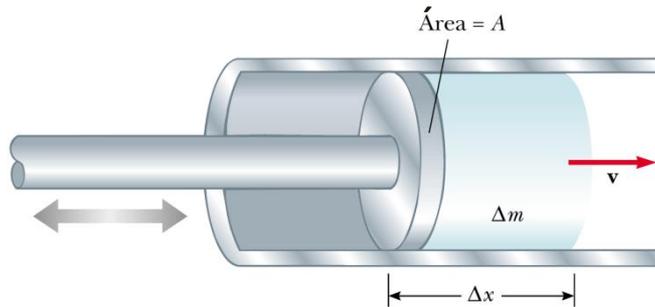
Quando submetido a uma pressão de 20 atm, o volume de 1 ℓ de água, à temperatura ambiente, decresce de $\approx 0,9 \text{ cm}^3$, o que corresponde a $-\Delta V/V = 0,09\% = 9 \times 10^{-4}$ para $\Delta P = 2 \times 10^6 \text{ N/m}^2$, de modo que

$$B = -\frac{\Delta P}{\Delta V/V} = 2,2 \times 10^9 \text{ N/m}^2$$

A densidade da água é $\rho_0 = 10^3 \text{ kg/m}^3$ e temos que

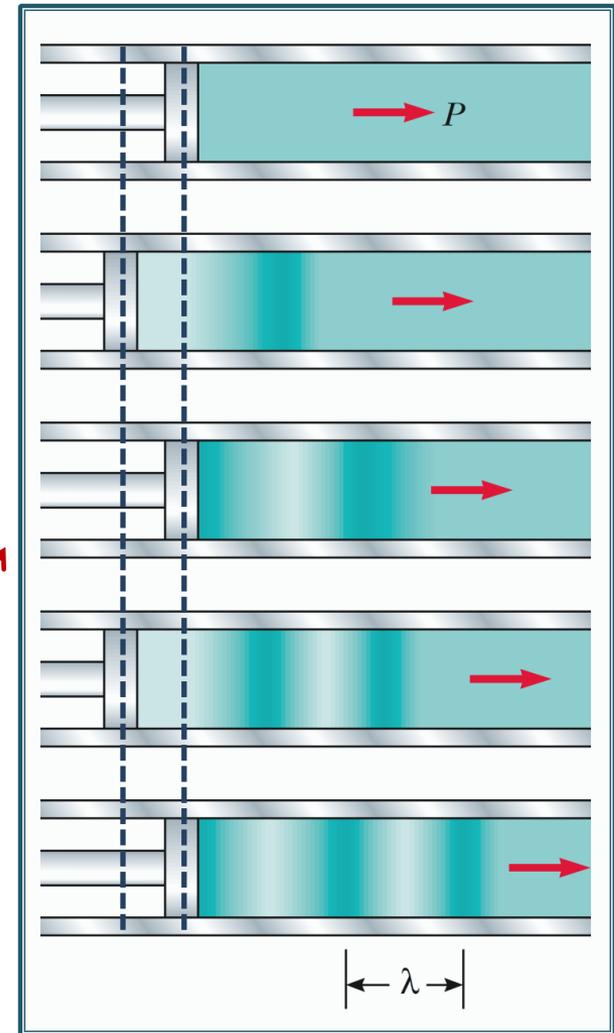
$$B = \rho_0 \left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_0 \longrightarrow v = \sqrt{\frac{B}{\rho_0}} = 1483 \text{ m/s}$$

Ondas Sonoras Harmônicas



Um pistão oscilante transfere energia para o ar do tubo, inicialmente fazendo com que o volume de ar de largura Δx e massa Δm oscile com uma amplitude $A_{m\acute{a}x}$

Uma onda harmônica pode ser gerada em um tubo de gás onde a fonte da onda é um pistão oscilante. As regiões de alta e baixa pressão estão mostradas pelas cores mais escuras e mais claras, no tubo



Ondas Sonoras Harmônicas

Solução da equação de onda para o deslocamento:

$$u(x, t) = \mathbb{U} \cos(kx - \omega t + \delta)$$

onde $\lambda = v\tau = \frac{v}{\nu}$

$$\nu \begin{cases} 20\text{Hz} \implies 17 \text{ m} \\ 20\text{kHz} \implies 1,7 \text{ cm} \end{cases}$$

A onda de pressão correspondente é

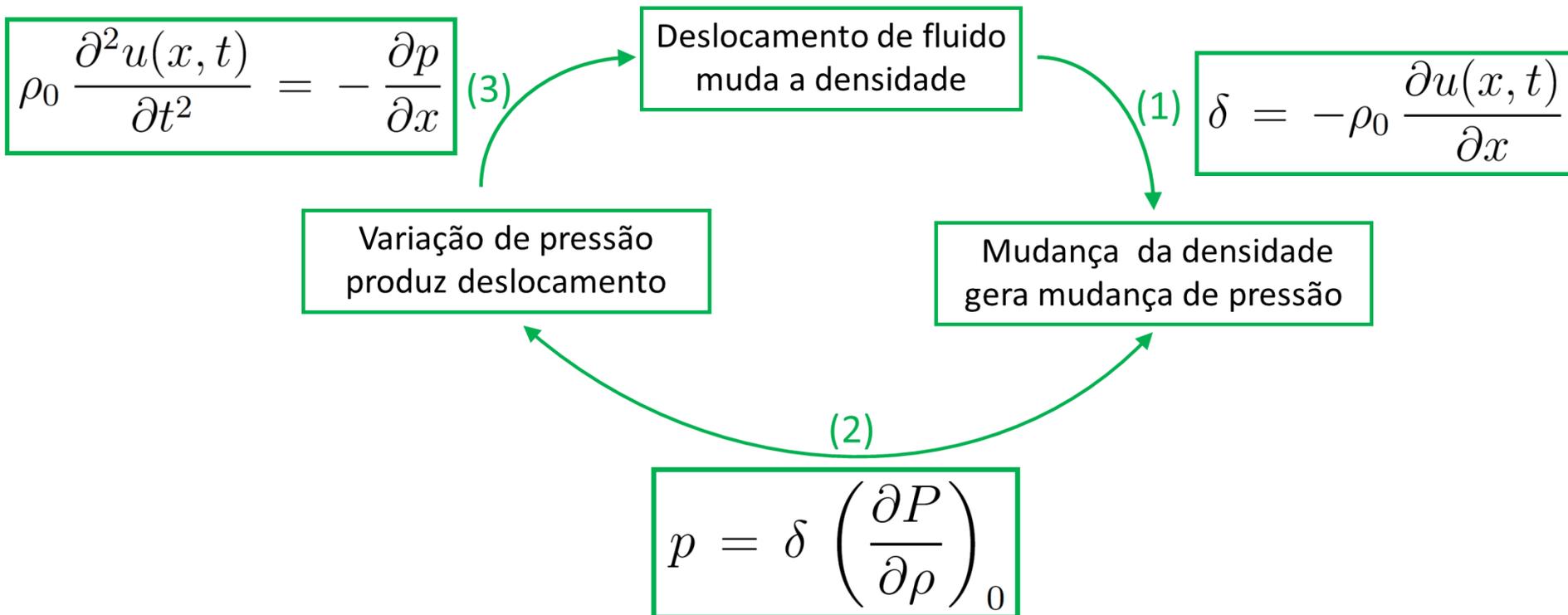
$$p(x, t) = -\rho_0 v^2 \frac{\partial u(x, t)}{\partial x} = v^2 \delta(x, t)$$

$$p(x, t) = \mathbb{P} \text{sen}(kx - \omega t + \delta) \quad \text{com} \quad \mathbb{P} = \rho_0 v^2 k \mathbb{U}$$

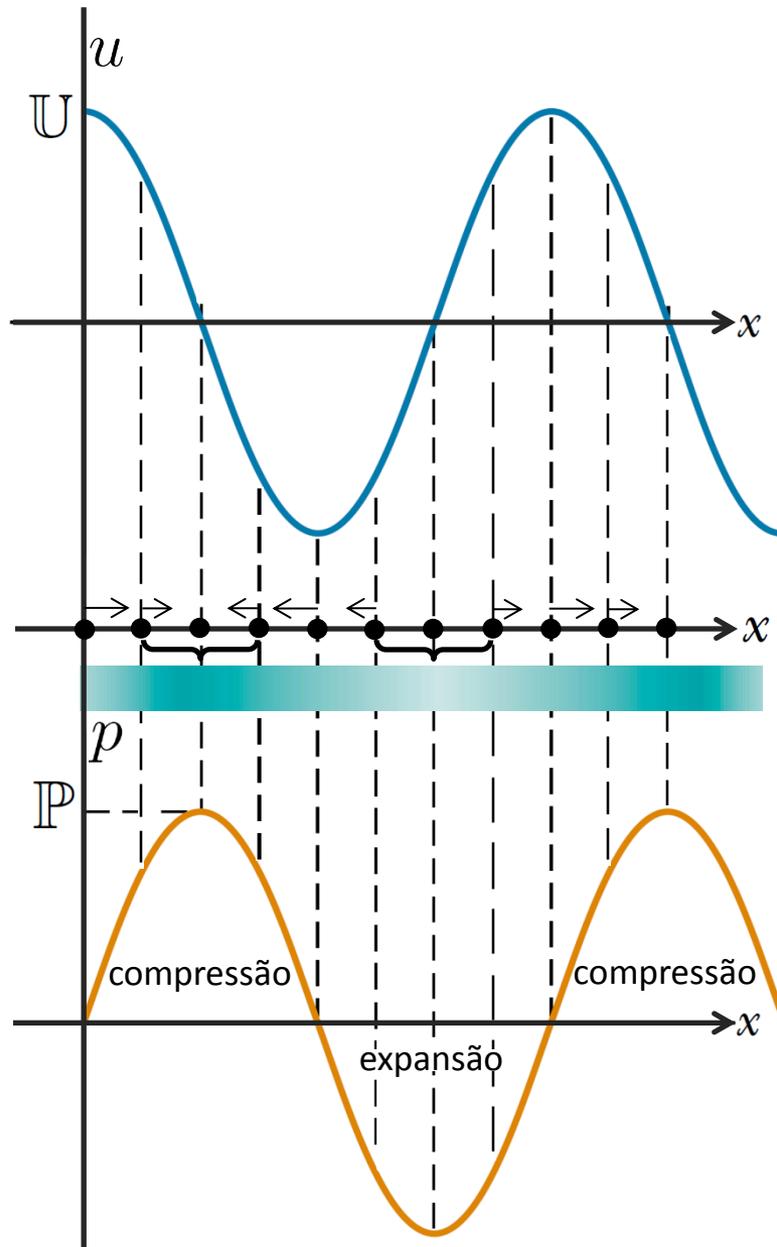
→ em quadratura (defasada de 90°) em relação à $u(x, t)$

Lembrando

Mecanismo de Propagação da Onda Sonora



Ondas Sonoras Harmônicas



As ondas de deslocamento u e as ondas de pressão p estão em quadratura, ou seja, defasadas de 90°

Os deslocamentos longitudinais de uma série de partículas estão mostrados, evidenciando as expansões e compressões locais do gás.

Intensidade das Ondas Sonoras Harmônicas

Intensidade: energia média transmitida através da seção por unidade de tempo e área

A força exercida sobre uma camada fluida, na posição x , devido à passagem da onda é:

$$F = p(x, t) A = \mathbb{P} A \text{sen}(kx - \omega t + \delta)$$

A potência instantânea é

$$F \frac{\partial u}{\partial t} = \omega A \mathbb{P} U \text{sen}^2(kx - \omega t + \delta)$$

Com isso, a intensidade da onda fica:

$$I = \frac{1}{A} \overline{\left(F \frac{\partial u}{\partial t} \right)} = \frac{1}{2} \omega \mathbb{P} U = \frac{1}{2} \rho_0 v \omega^2 U^2$$

quadrado da amplitude

Ou, em termos da pressão:

$$I = \frac{1}{2} \frac{\mathbb{P}^2}{\rho_0 v}$$

⇒ mais conveniente: detectores de pressão

Intensidade das Ondas Sonoras Harmônicas

Limiar de audibilidade: Intensidade do som mais fraco que pode ser ouvido e depende da frequência. Para $\nu = 10^3$ Hz $\implies I_0 = 10^{-12}$ W/m².

Ar (T ambiente): $\rho_0 \approx 1,3$ kg/m³ e $v \approx 340$ m/s

Utilizando o valor de I_0 na expressão da intensidade, obtemos:

$$\mathbb{P} \approx 3 \times 10^{-5} \text{ N/m}^2$$

$$\mathbb{U} \approx 1,1 \times 10^{-11} \text{ m} = 0,1 \text{ \AA}$$



Ouvido é um detector extraordinariamente sensível, capaz de detectar deslocamentos do tímpano da ordem de décimos de Å

Intensidade das Ondas Sonoras Harmônicas

Limiar de sensação dolorosa: Intensidade sonora máxima que o ouvido pode tolerar.
abaixo: sensação de som
acima: sensação de dor

Para $\nu = 10^3$ Hz $\implies I_{\text{máx}} \approx 1 \text{ W/m}^2 \sim 10^{12} I_0$.

Utilizando o valor de $I_{\text{máx}}$ na expressão da intensidade, obtemos:

$$\mathbb{P} \sim 30 \text{ N/m}^2 \sim 3 \times 10^{-4} \text{ atm}$$

$$\mathbb{U} \sim 1,1 \times 10^{-5} \text{ m} = 10^{-2} \text{ mm}$$

Nível de Intensidade Sonora: Decibel

Devido ao grande alcance de intensidades audíveis, usa-se, na prática, uma escala logarítmica, onde o nível de intensidade do som (β) é definido por

$$\beta = 10 \log \left(\frac{I}{I_0} \right) \text{ db (decibéis)}$$

Intensidade de referência, tomada como a do limiar de audibilidade: $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$

Fonte do som	β (db)	Fonte do som	β (db)
Limiar de audibilidade	0	Conversa comum	60
Farfalhar de folhas	10	Aspirador de pó	70
Murmúrio	20	Rua barulhenta	90
Apito	30	Sirene/Concerto de Rock	120
Som de um mosquito	40	Tiro	130
Música suave	40	Avião próximo	150

$$\frac{I_{\text{máx}}}{I_0} = 10^{12} \implies \beta = 120 \text{ db}$$

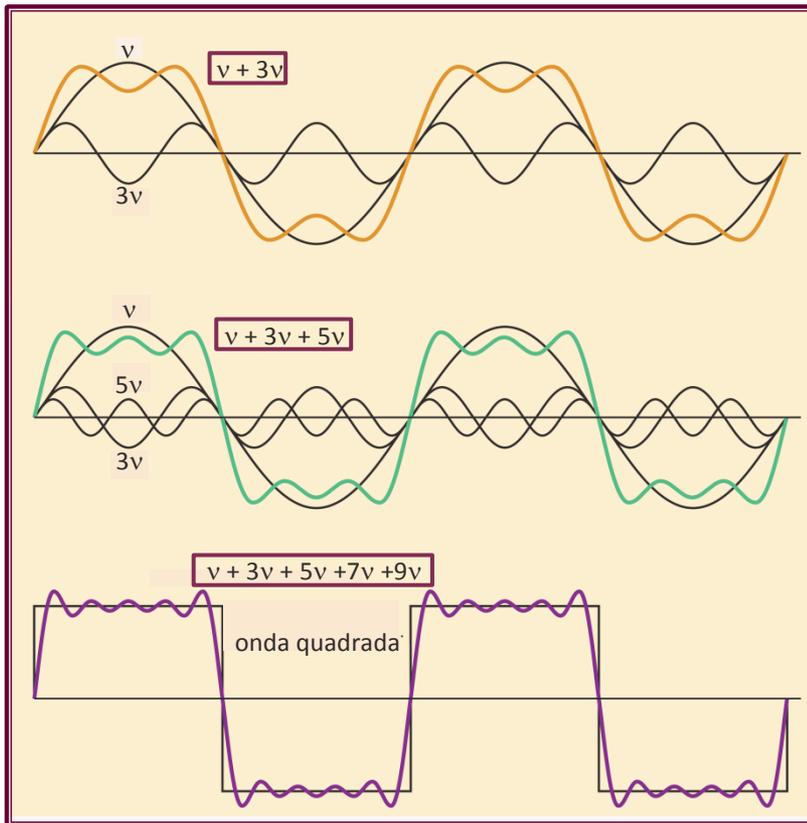
limiar de sensação dolorosa

Harmônicos

Se $y(t) = y(t + \tau)$, então o teorema de Fourier garante que ela pode ser escrita como

$$y(t) = \sum_n \left[a_n \cos(2\pi \nu_n t) + b_n \sin(2\pi \nu_n t) \right]$$

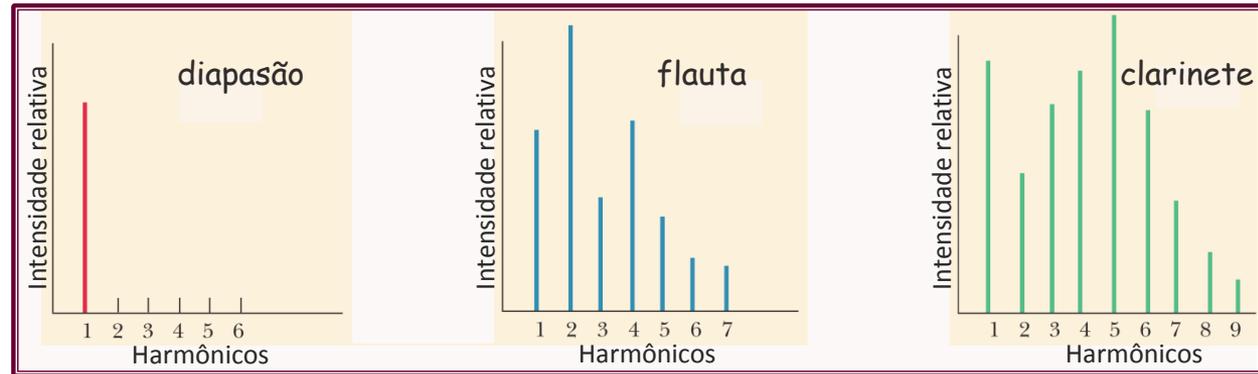
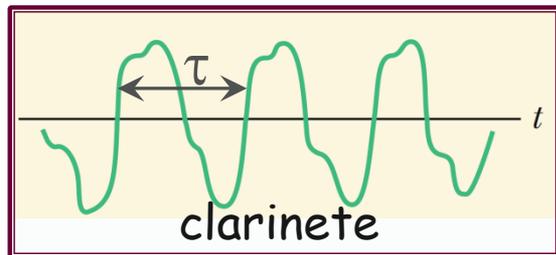
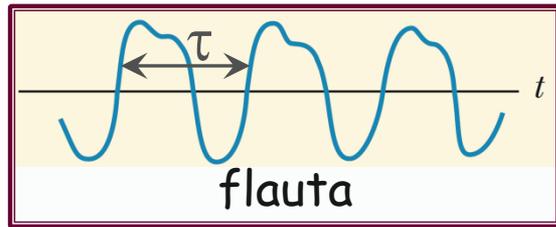
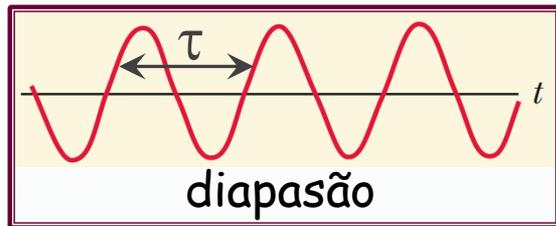
onde a frequência mais baixa (fundamental) é $\nu_1 = \frac{1}{\tau}$ e as outras frequências (mais altas) são $\nu_n = n \nu_1$. Os coeficientes a_n e b_n representam as amplitudes das várias ondas.



Síntese de Fourier para uma onda quadrada, representando a soma de múltiplos ímpares do primeiro harmônico, de frequência ν . A curva síntese se aproxima da curva da onda quadrada quando frequências ímpares maiores que 9ν são adicionadas.

Sons Musicais

Um som musical não corresponde a uma onda harmônica (sinusoidal), mas a distinção entre um som musical e um ruído é a periodicidade. As ondas produzidas por instrumentos musicais podem ser caracterizadas por um período temporal e são resultado de uma superposição de vários harmônicos.



As qualidades que a percepção humana distingue em um som musical são sua intensidade, altura e timbre.

Intensidade: amplitude da onda sonora

Altura: sons *graves* e *agudos* \Rightarrow quanto maior ν mais agudo é o som e sons mais graves correspondem a valores de ν mais baixas

Timbre: *coloração* do som \Rightarrow mesmo ν , diferentes perfis