## $1^a$ Lista de Exercícios – Eletromagnetismo 1
## Data da entrega da lista: 19 de Agosto, durante a aula

**1.1 [1,0]** – Demonstre a "primeira identidade de Green", dada por:

$$\int_V dV \left(f\,\nabla^2 g + \vec{\nabla} f \cdot \vec{\nabla} g\right) = \oint_{S(V)} d\vec{S} \cdot \left(f\,\vec{\nabla} g\right)$$

**1.2 [1,0]** – Fazendo $f = \varphi$ (que pode ser, por exemplo, o potencial eletrostático, $\vec{\nabla}\varphi = -\vec{E}$), e tomando $g = 1/R = 1/|\vec{x} - \vec{x}'|$, mostre que, devido ao *Teorema* de Green:

$$\varphi(\vec{x}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int_V d^3x'\,\frac{\rho(\vec{x}')}{R} + \frac{1}{4\pi}\oint_{S(V)} d\vec{S}' \cdot \left[\frac{1}{R}\vec{\nabla}'\varphi(\vec{x}') - \varphi(\vec{x}')\vec{\nabla}'\frac{1}{R}\right] \ ,$$

onde $\vec{\nabla}'$ é o operador diferencial com respeito à coordenada $\vec{x}'$.

**1.3 [1,0]** – Calcule o divergente e o rotacional para o campo vetorial $\vec{v} = r^n\hat{r}$. Inteprete geometricamente o resultado do rotacional e verifique a consistência do seu divergente através do teorema da divergência. Com o resultado, obtenha o valor da integral:

$$J = \int_{\mathcal{V}} dV e^{-r}\left(\nabla \cdot \frac{\hat{r}}{r^2}\right) \ ,$$

onde $\mathcal{V}$ é uma esfera de raio $R$ centrada na origem.

**1.4 [2,0] [Jackson 1.3]** – Use a função delta de Dirac em coordenadas apropriadas para expressar as seguintes distribuições de cargas como densidades de cargas tridimensionais $\rho(\mathbf{r})$

(a) Uma carga $Q$ uniformemente distribuída sobre uma casca esférica de raio $R$ (em coordenadas esféricas)

(b) Em coordenadas cilíndricas, uma carga $\lambda$ uniformemente distribuída em uma superfície cilíndrica da raio $b$.

(c) Em coordenadas cilíndricas, uma carga $Q$ uniformemente distribuída sobre um disco circular chato de espessura desprezível e raio $R$.

(d) O mesmo que a parte (c), mas usando coordenadas esféricas.

**1.5 [1,0] [Jackson 1.5]** – A média temporal do potencial elétrico do átomo neutro de hidrogênio é dada por:

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\frac{e^{-\alpha r}}{r}\left(1 + \frac{\alpha r}{2}\right) \ ,$$

onde $q$ é a carga elementar e $\alpha^{-1} = a_0/2$, onde $a_0$ é o raio de Bohr. Encontre a distribuição de carga que dá origem a esse potencial e interprete seu resultado fisicamente.

**1.6 [2,0] [Griffiths 2.7]** – Encontre o campo elétrico a uma distância $z$ do centro de uma casca esférica de raio $R$, que possui uma densidade superficial de carga $\sigma$ uniforme. Trate tanto o caso $z > R$ quanto o caso $z < R$. Expresse a sua resposta em termos da carga total ($q$) dessa casca esférica. [Dica: utilize a lei dos cossenos para escrever $r$ em termos de $R$ e $\cos\theta$. Lembre-se de escolher o sinal positivo da raiz quadrada: $\sqrt{R^2 + z^2 - 2Rz} = +(R - z)$ se $R > z$, e o oposto se $z > R$.]

**1.7 [2,0] [Griffiths 2.16]** – Um cabo coaxial longo carrega uma densidade volumétrica uniforme de carga $\rho_0$ num cilindro interno de raio $a$, e uma densidade de carga *superficial* $\sigma_0$ na casca cilíndrica exterior (de raio $b$). A carga superficial é negativa, e possui a magnitude exata tal que o cabo, como um todo, gera um campo elétrico *nulo* fora da casca cilíndrica externa. Encontre o campo elétrico nas seguintes regiões: (a) no interior do cilindro de raio $a$, ou seja, $\rho < a$ (onde $\rho$ é a distância ao eixo $z$ em coordenadas cilíndricas); (b) no espaço entre os dois cilindros, $a < \rho < b$; e (c) no exterior do cabo, $\rho > b$. Faça um gráfico da intensidade do campo elétrico como função de $\rho$.