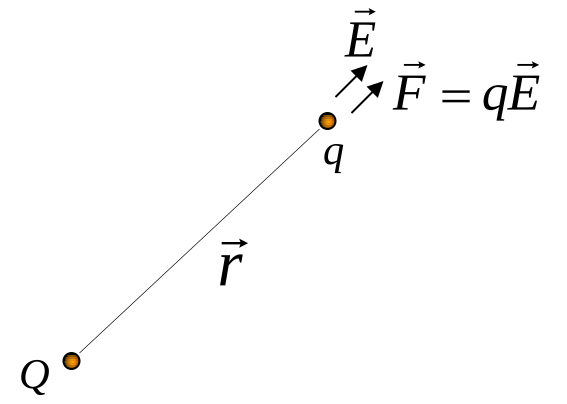
IF – 4300270– Eletricidade e Magnetismo I

Campo elétrico

A interação entre cargas elétricas pode ser descrita por um processo em duas etapas. A carga cria um ***campo elétrico*** na região ao seu redor, e o ***campo elétrico*** exerce uma força em qualquer carga colocada nesta região. No entanto, para medir o campo em certo ponto, colocamos uma carga neste ponto – carga de teste – e medimos a força exercida sobre ela. Para não perturbar o sistema significativamente, introduzimos uma carga de teste tão pequena quanto possível, ***q***. Simbolicamente, definimos o campo elétrico por

$$\vec{E} = \lim_{q \to 0} \frac{\vec{F}}{q}$$

campo elétrico



Como

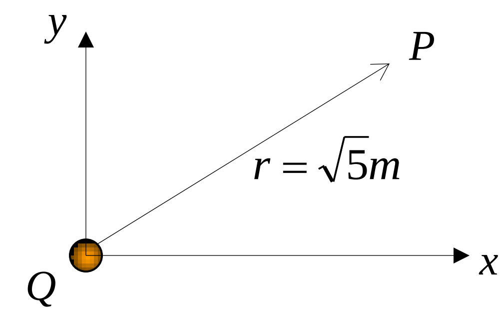
$$\vec{F} = k \frac{qQ}{r^2} \hat{r}$$

obtemos o campo elétrico de uma carga puntiforme *Q:*

$$\vec{E} = k \frac{Q}{r^2} \hat{r}$$

Exemplo

Uma carga puntiforme Q = 10,0 μC encontra-se na origem do sistema de coordenadas. Encontre o campo elétrico num ponto P, cujas coordenadas são: x = 2,0 m e y = 1,0 m.



O campo elétrico é $$\vec{E} = k\frac{Q}{r^2}\hat{r}$$

Portanto, o módulo do campo elétrico é $$E = k\frac{Q}{r^2}$$

$$E = (9x10^9\ \tfrac{N\cdot m^2}{C^2})\frac{10{,}0x10^{-6}C}{(\sqrt{5}m)^2} = 1{,}8x10^4\ {}^{N}\!/\!_{C}$$

Expressamos o campo vetorialmente, observando que: $$\hat{r} = (\cos\theta)\hat{i} + (\sin\theta)\hat{j} = \frac{2\hat{i}+\hat{j}}{\sqrt{5}}$$

$$\vec{E} = (1{,}8x10^4\ {}^{N}\!/\!_{C})\frac{2\hat{i}+\hat{j}}{\sqrt{5}}$$

Poderíamos deixar a direção do campo expressa em termos do versor $\hat{r}$
No entanto, vamos usar os versores cartesianos no próximo exemplo.

Princípio da superposição

Se numa certa região do espaço, existem diversas cargas Q_i, o campo elétrico total num certo ponto *P* é obtido pela soma dos campos elétricos que as cargas produzem individualmente.

$$\vec{E} = \sum k \frac{Q_i}{r_i^2} \hat{r}_i$$

Exemplo

Uma carga puntiforme Q_1 = 10,0 μC encontra-se na origem do sistema de coordenadas, e uma segunda carga Q_2 = – 5,0 μC é colocada no eixo *y* em *y* = 1,0 *m*. Qual o valor do campo elétrico num ponto *P*, cujas coordenadas são: *x* = 2,0 *m*, *y* = 1,0 *m* e *z* = *0* *m*.

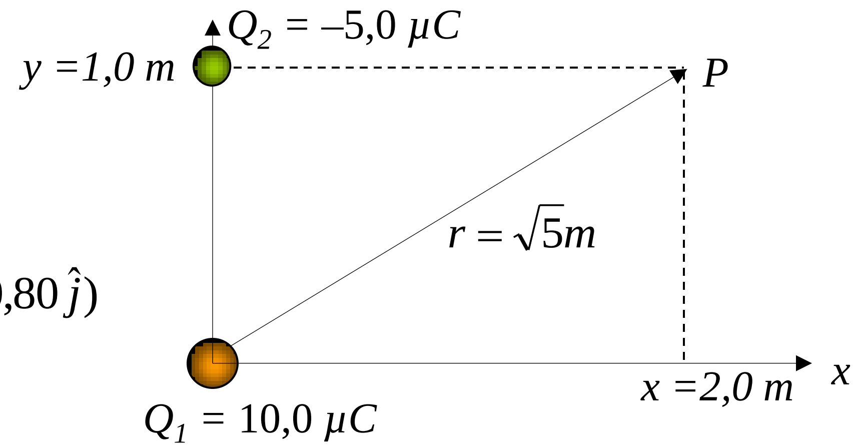
Resposta $$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = (0{,}50\hat{i} + 0{,}80\hat{j}) x 10^4 \, {}^{N}\!/_{C}$$

IF – 4300270– Eletricidade e Magnetismo I

Exemplo

Uma carga puntiforme Q_1 = 10,0 μC encontra-se na origem do sistema de coordenadas, e uma segunda carga Q_2 = – 5,0 μC é colocada no eixo y em y = 1,0 m. Qual o valor do campo elétrico num ponto P, cujas coordenadas são: x = 2,0 m, y = 1,0 m e z = 0 m.

O campo total é $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$

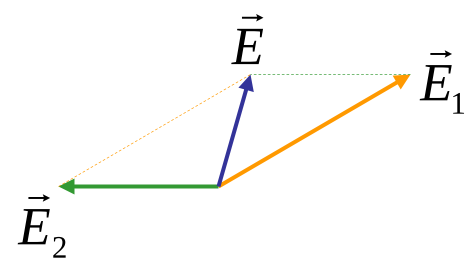


Já calculamos o campo devido a carga que está na origem:

$$\vec{E}_1 = (1{,}8x10^4\ {}^N\!/\!_C)\frac{2\hat{i}+\hat{j}}{\sqrt{5}} = (10^4\ {}^N\!/\!_C)(1{,}60\hat{i} + 0{,}80\,\hat{j})$$

O campo devido a carga localizada em y = 1,0 m, x = 0 m e z = 0 m, é:

$$\vec{E}_2 = (9x10^9\ \tfrac{N\cdot m^2}{C^2})\frac{(-5{,}0x10^{-6}C)}{(2m)^2}\hat{i} = (1{,}10x10^4\ {}^N\!/\!_C)(-\hat{i})$$



Portanto, campo total é $\vec{E} = (0{,}50\hat{i} + 0{,}80\,\hat{j})x10^4\ {}^N\!/\!_C$

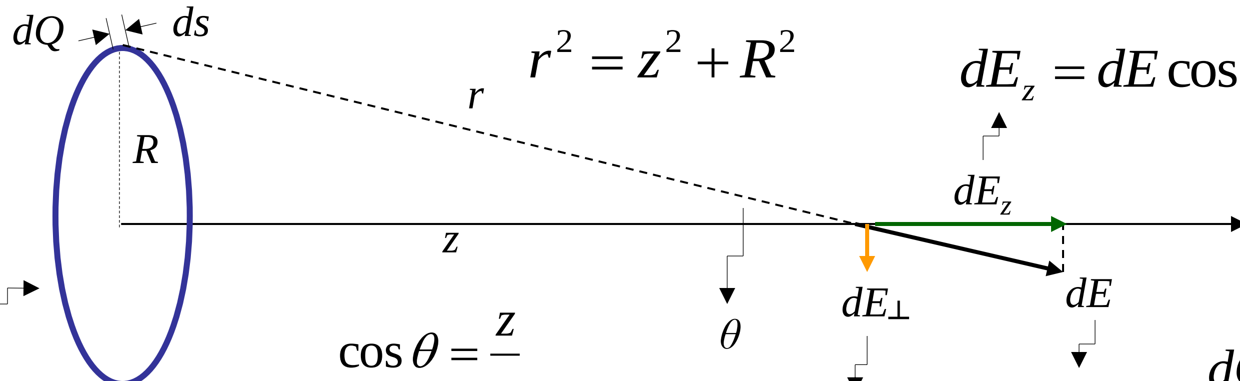
IF – 4300270– Eletricidade e Magnetismo I

Exemplo

Uma carga *Q* encontra-se uniformemente distribuída em um anel muito fino de raio *R*.
O anel localiza-se no plano *z = 0*, centrado na origem dos eixos *x–y*.
Calcule o campo elétrico em um ponto arbitrário do eixo z ≥ *0*.

A carga *Q* está uniformemente distribuída no anel com densidade linear de carga λ:

$$\lambda = \frac{Q}{2\pi R}$$



$$r^2 = z^2 + R^2$$

$$dE_z = dE\cos\theta$$

$$\cos\theta = \frac{z}{r}$$

$$dE = k\frac{dQ}{r^2}$$

$$\int dE_\perp = 0$$

$$dQ = \lambda ds$$

Portanto a componente z do campo é

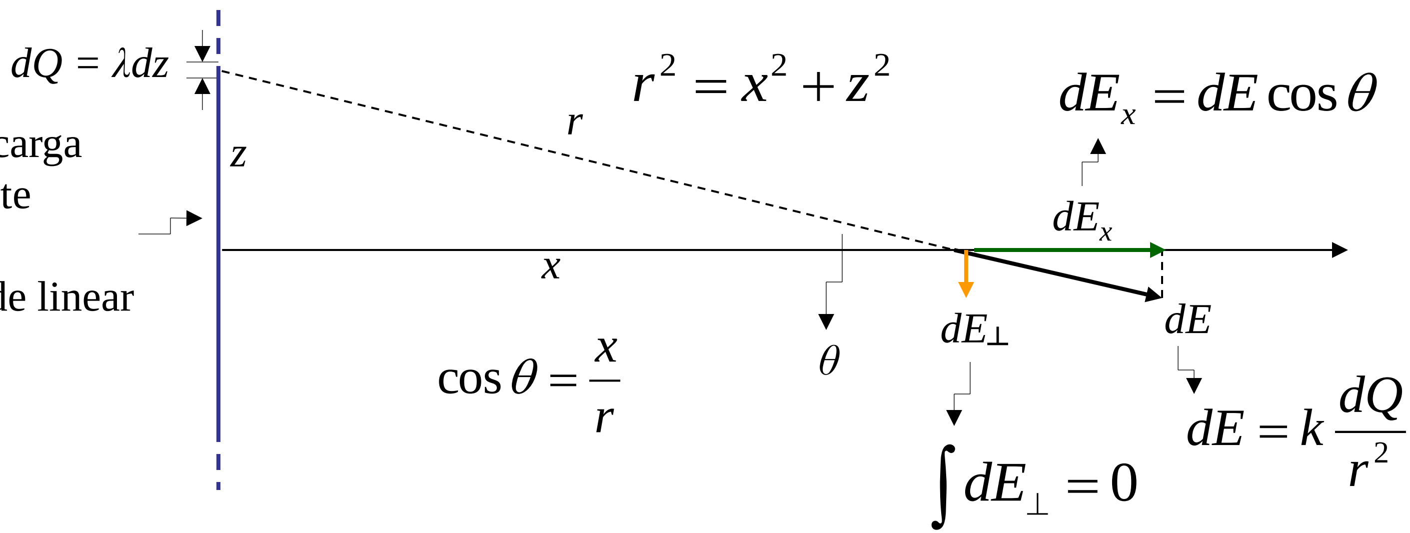
$$E_z = \int dE_z = \int dE\cos\theta = \int k\frac{dQ}{r^2}\cos\theta = \int kz\frac{dQ}{r^3} = \frac{kz}{r^3}\int dQ \quad \Rightarrow E_z = \frac{kzQ}{r^3}$$

IF – 4300270– Eletricidade e Magnetismo I

Exemplo

Um fio muito fino e longo está uniformemente carregado com densidade linear de carga λ. O fio localiza-se no eixo *z*. Calcule o campo elétrico em um ponto arbitrário do eixo $x > 0$.

O fio possui carga uniformemente distribuída com densidade linear de carga λ.



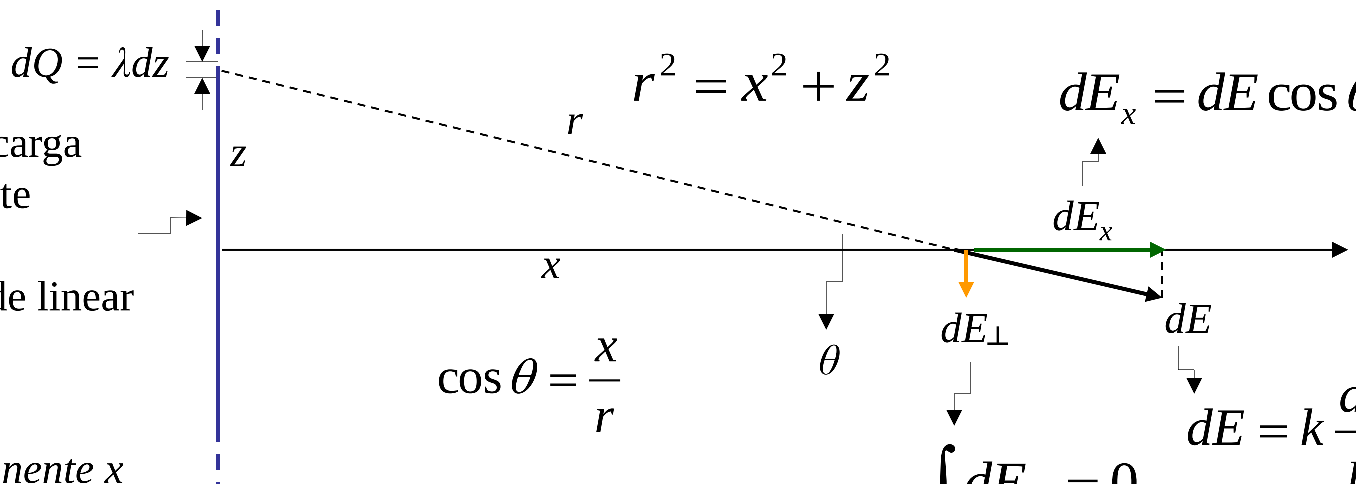
Resposta $\Rightarrow E_x = \dfrac{2k\lambda}{x}$

IF – 4300270– Eletricidade e Magnetismo I

Exemplo

Um fio muito fino e longo está uniformemente carregado com densidade linear de carga λ. O fio localiza-se no eixo *z*. Calcule o campo elétrico em um ponto arbitrário do eixo *x > 0*.

O fio possui carga uniformemente distribuída com densidade linear de carga λ.



$$r^2 = x^2 + z^2$$

$$dE_x = dE\cos\theta$$

$$\cos\theta = \frac{x}{r}$$

$$\int dE_\perp = 0$$

$$dE = k\frac{dQ}{r^2}$$

Portanto a componente x do campo é

$$E_x = \int dE_x = \int dE\cos\theta = \int k\frac{dQ}{r^2}\cos\theta = \int kx\frac{dQ}{r^3} = kx\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{\lambda dz}{r^3}$$

$$E_x = 2kx\lambda\int_0^{+\infty}\frac{dz}{(x^2+z^2)^{3/2}} = \frac{2k\lambda}{x}\left.\frac{z}{[x^2+z^2]^{1/2}}\right|_0^{+\infty}$$

$$\Rightarrow E_x = \frac{2k\lambda}{x}$$

Obs.: na integração, substituir z=x.tgθ

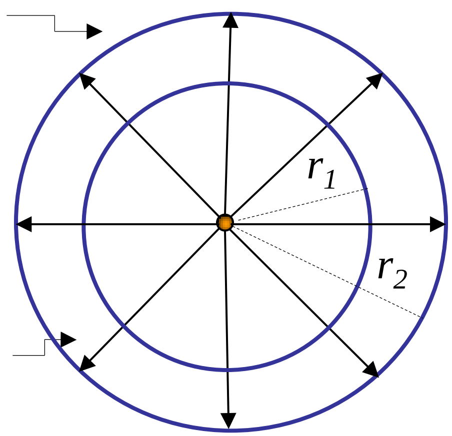
Diagramas de linhas de campo

Um diagrama de linhas de campo descreve o campo elétrico de acordo com as seguintes regras:

> A direção do vetor campo elétrico, em qualquer ponto, é tangente à linha de campo neste ponto.
>
> A intensidade do campo elétrico, em qualquer posição, é proporcional ao número relativo de linhas de campo que passam através de uma unidade de área perpendicular às linhas de campo.

Obtemos estas regras calculando o vetor campo elétrico em um ponto arbitrário.

Superfícies esféricas imaginárias de raios r_1 e r_2 .



Linhas de campo

Carga Q na origem

Observe que:

$$\frac{\text{Número de linhas de campo por unidade de área em } r_1}{\text{Número de linhas de campo por unidade de área em } r_2} = \frac{\dfrac{N}{4\pi r_1^2}}{\dfrac{N}{4\pi r_2^2}} = \frac{r_2^2}{r_1^2}$$

E que:

$$\frac{\text{Intensidade do campo em } r_1}{\text{Intensidade do campo em } r_2} = \frac{\dfrac{kQ}{r_1^2}}{\dfrac{kQ}{r_2^2}} = \frac{r_2^2}{r_1^2}$$

Exemplos

Exemplo

Uma carga puntiforme positiva Q encontra-se separada de uma carga negativa $-Q$, também puntiforme, por uma distância s.
Faça um esboço do diagrama das linhas de campo.
(Utilize o princípio da superposição para obter a soma vetorial, em alguns poucos pontos, dos campos produzidos individualmente pelas cargas. Depois, utilize as duas regras que enunciamos para fazer o esboço do diagrama.)

Exemplo

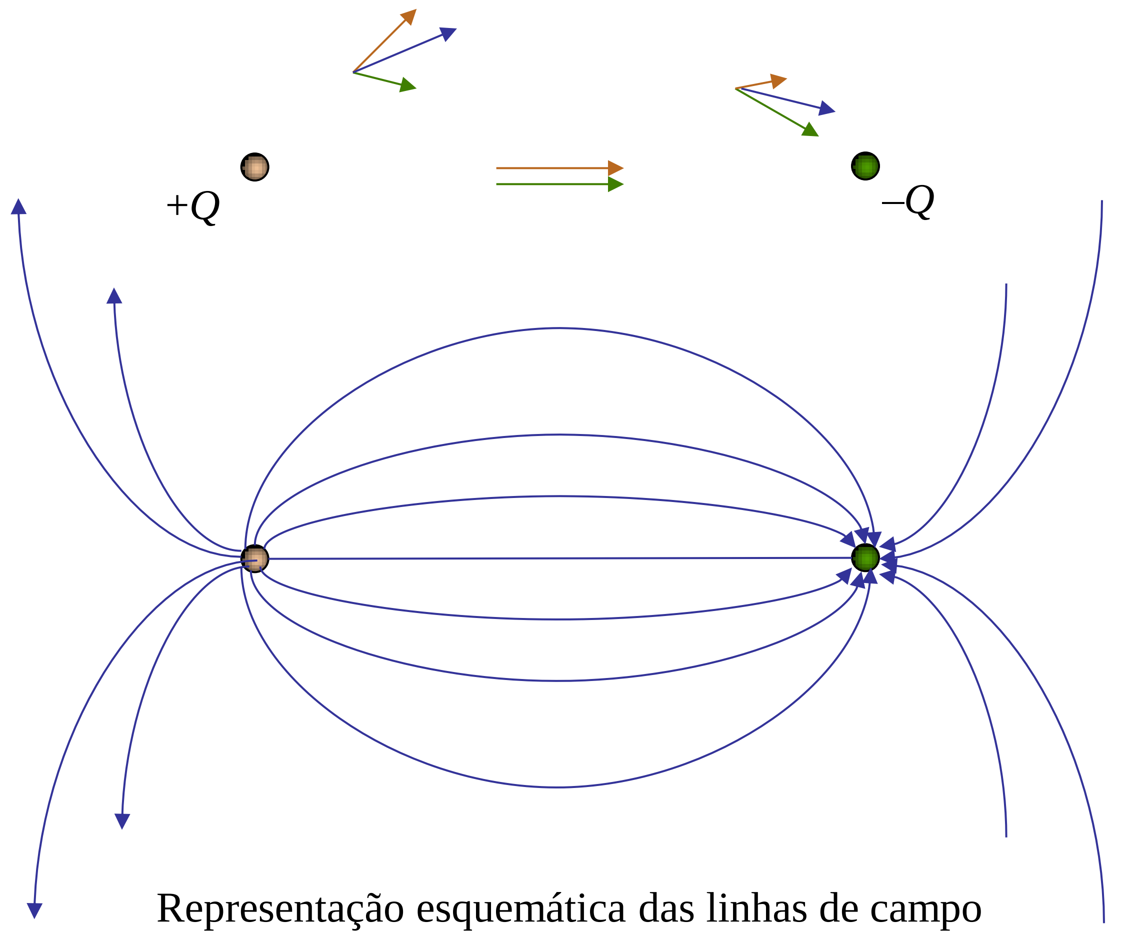
Uma carga positiva $2Q$ encontra-se separada de uma carga negativa $-Q$ por uma distância s.

a. Faça um esboço do diagrama das linhas de campo.

b. Faça um esboço do diagrama das linhas de campo para uma distância $r >> s$.

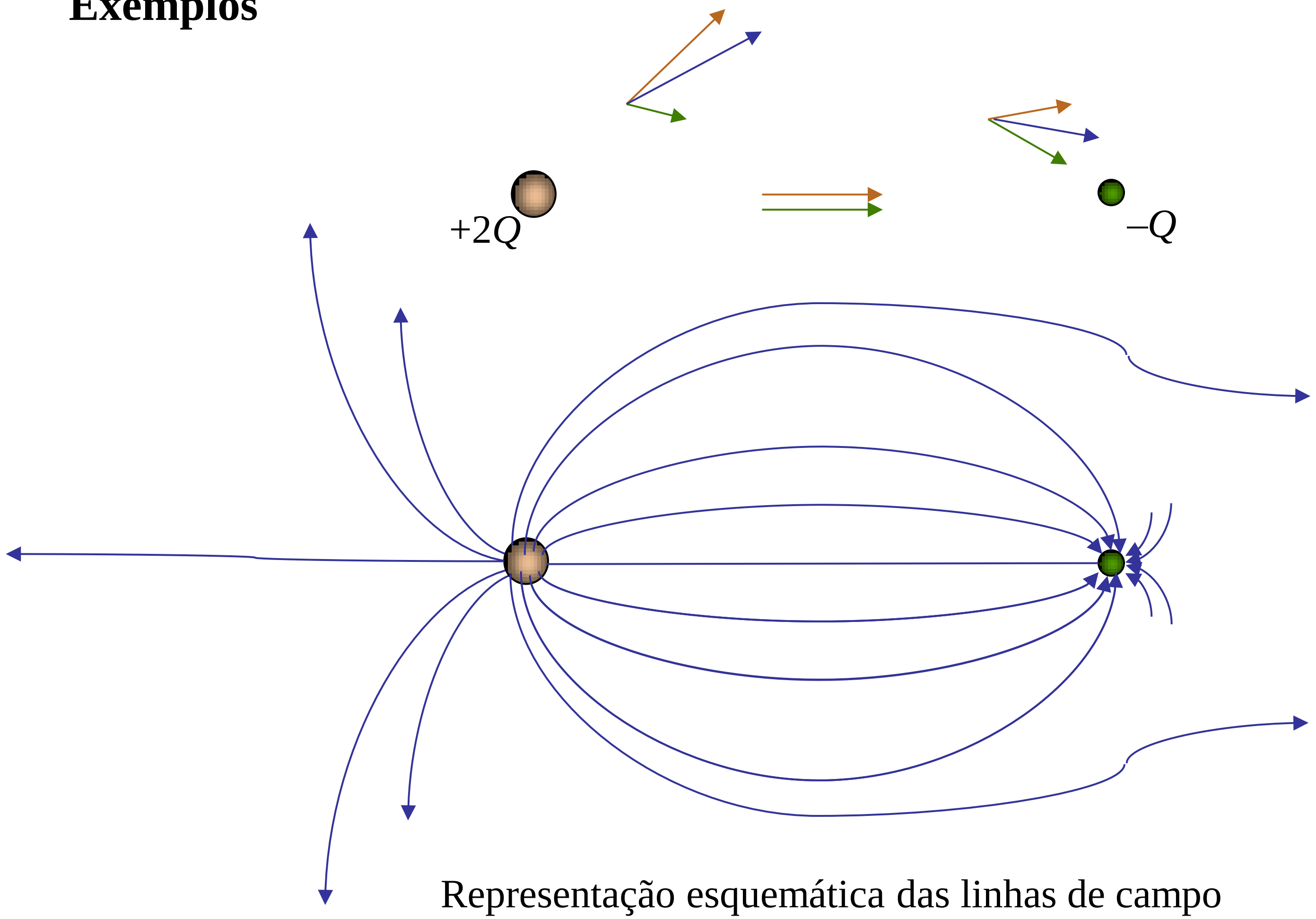
(Utilize o princípio da superposição para obter a soma vetorial, em alguns poucos pontos, dos campos produzidos individualmente pelas cargas. Depois, utilize as duas regras que enunciamos para fazer o esboço do diagrama.)

Exemplos



Representação esquemática das linhas de campo

Exemplos



Representação esquemática das linhas de campo

Destes exemplos podemos enunciar cinco fatos para construir diagramas de linhas de campo.

1. Linhas de campo começam nas cargas positivas e terminam nas negativas.
2. O número de linhas de campo emergindo ou convergindo de uma carga puntiforme é proporcional à magnitude da carga.
3. As linhas de campo são esfericamente simétricas na região próxima a uma carga puntiforme.
4. Se o sistema de cargas possui uma carga efetiva, as linhas de campo serão esfericamente simétricas para grandes distâncias.
5. Linhas de campo nunca se cruzam.

Exemplo

Uma carga Q encontra-se uniformemente distribuída em um anel muito fino de raio R.
O anel localiza-se no plano $z = 0$, centrado na origem dos eixos x–y.
Calcule o campo elétrico em um ponto $r >> R$.

Condutores e isolantes

Num ***isolante*** as cargas elétricas acham-se fortemente ligadas, não podendo se mover livremente em seu interior. Em princípio, podemos construir uma densidade volumétrica estática de carga arbitrária com estes materiais.
Exemplos típicos são o vidro e a borracha.

Num ***condutor*** as cargas podem se mover livremente em seu interior e em sua superfície. Deste fato derivamos duas observações importantes.

1. O campo elétrico no interior de um condutor é nulo. (Do contrário haveria movimento de cargas até formar uma distribuição que anule o campo no interior do condutor).
2. As linhas de campo na superfície de um condutor são perpendiculares a esta superfície. (Se houvesse uma componente do campo paralela à superfície, haveria movimento de cargas até anular esta componente.)

Exemplos típicos de condutores são os metais.
O grau de liberdade com que as cargas se movem é medido pela grandeza conhecida como **condutividade**, que varia muito de material para material.

Há ainda uma classe de materiais importantes que exibem características híbridas, conhecidos como semi-condutores. Comentaremos mais sobre estes materiais nos próximos módulos.

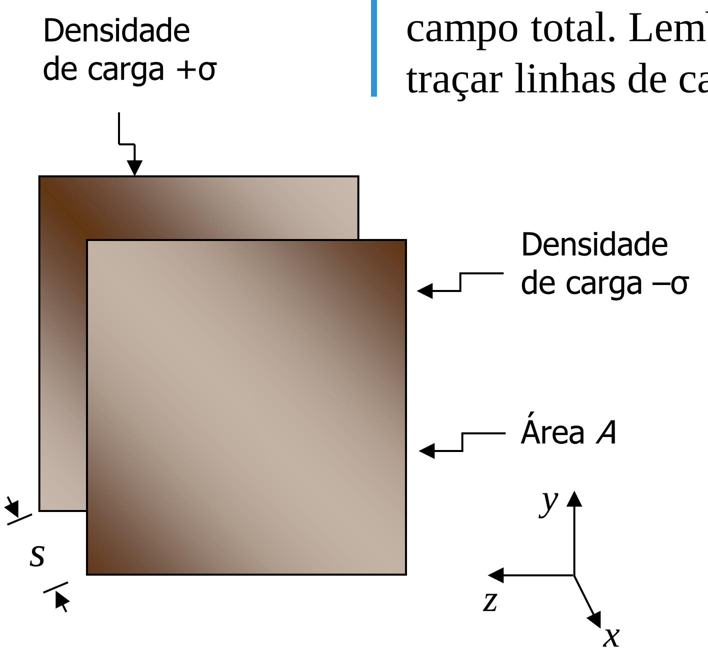
IF – 4300270– Eletricidade e Magnetismo I

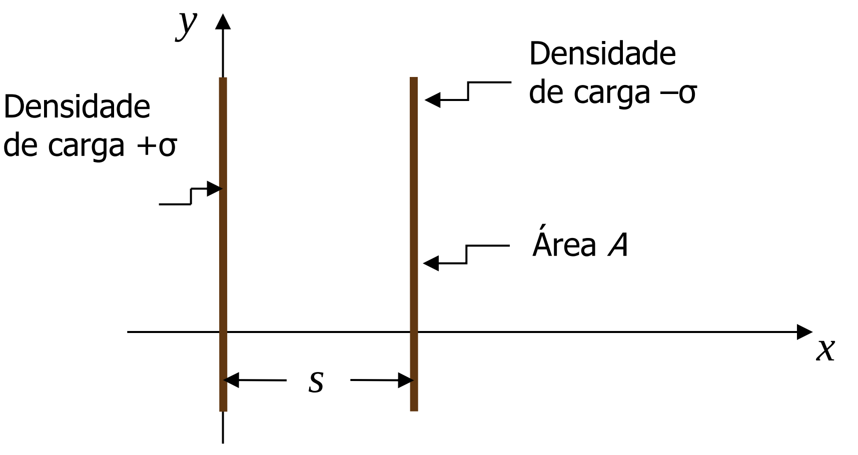
Exemplo

Dois planos condutores, muito finos, retangulares de área *A* encontram-se carregados com densidade superficial de carga σ e – σ, respectivamente, separados por uma distância *s*, e dispostos paralelamente.
Faça um esboço das linhas de campo. (Ignore ‘efeitos de borda’, i.e., considere $s^2 \ll A$.)

Procedimento

Inicie esboçando as linhas de campo de cada plano individualmente.
Use, então, o princípio da superposição para obter as linhas de campo do campo total. Lembre-se dos cinco fatos (ou regras) que enunciamos para traçar linhas de campo.





Visão lateral das placas

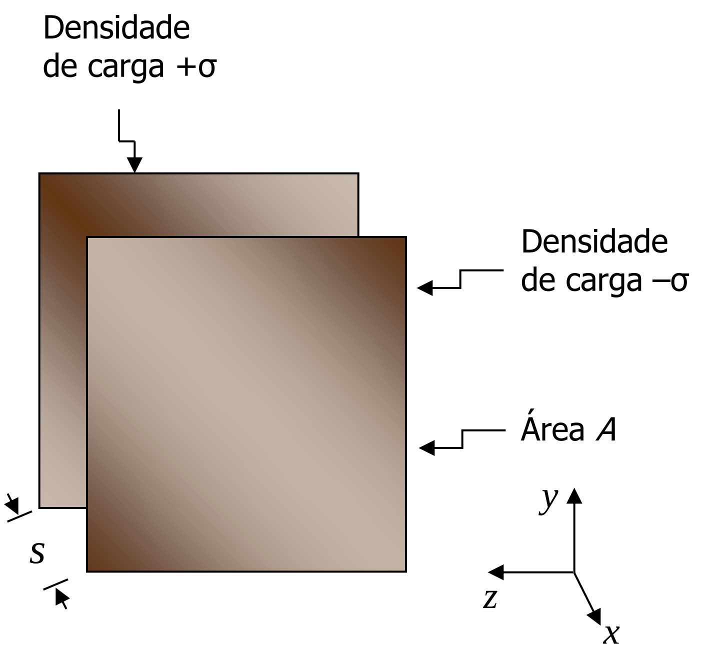
Exemplo

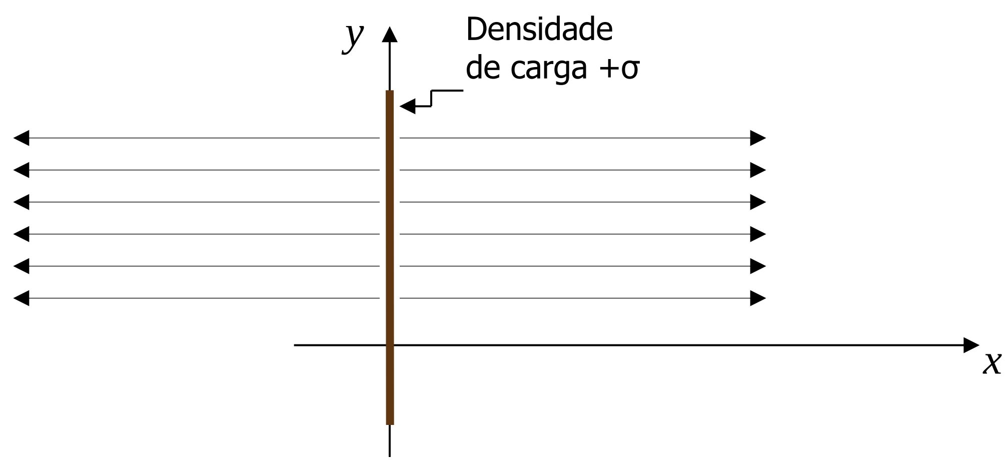
Dois planos condutores, muito finos, retangulares de área *A* encontram-se carregados com densidade superficial de carga σ e – σ, respectivamente, separados por uma distância *s*, e dispostos paralelamente.

Faça um esboço das linhas de campo. (Ignore ‘efeitos de borda’, i.e., considere $s^2 << A$.)

Solução

As linhas de campo de cada placa devem ser paralelas por simetria. Explique.





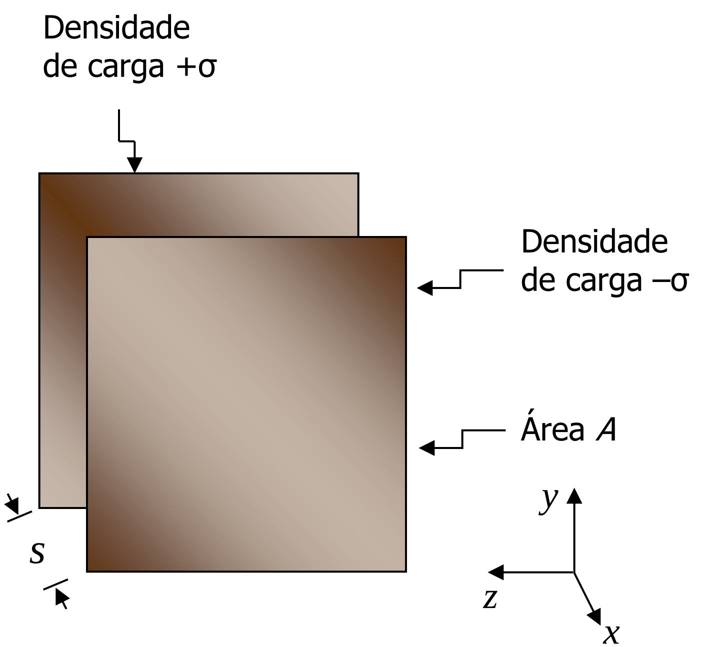
IF – 4300270– Eletricidade e Magnetismo I

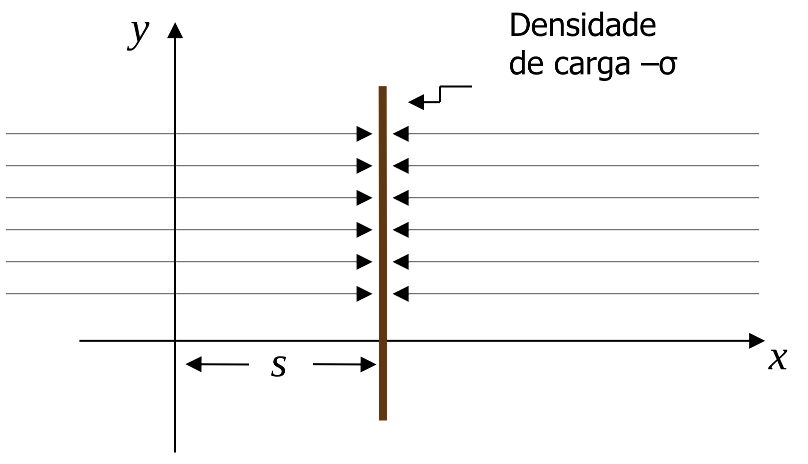
Exemplo

Dois planos não condutores, muito finos, retangulares de área *A* encontram-se carregados com densidade superficial de carga σ e – σ, respectivamente, separados por uma distância *s*, e dispostos paralelamente.
Faça um esboço das linhas de campo. (Ignore ‘efeitos de borda’, i.e., considere $s^2 \ll A$.)

Solução

As linhas de campo de cada placa devem ser paralelas por simetria.



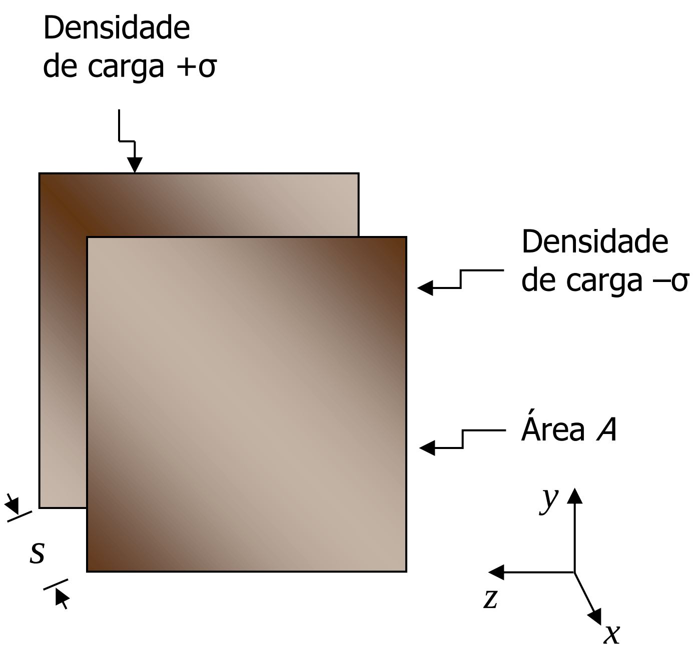


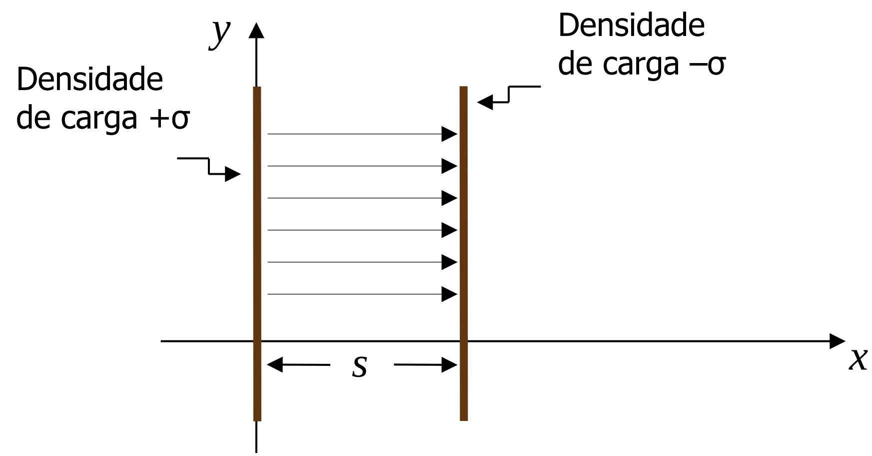
Exemplo

Dois planos condutores, muito finos, retangulares de área *A* encontram-se carregados com densidade superficial de carga σ e $-\sigma$, respectivamente, separados por uma distância *s*, e dispostos paralelamente.
Faça um esboço das linhas de campo. (Ignore ‘efeitos de borda’, i.e., considere $s^2 << A$.)

Solução

Portanto, as linhas de campo entre as placas têm a forma:





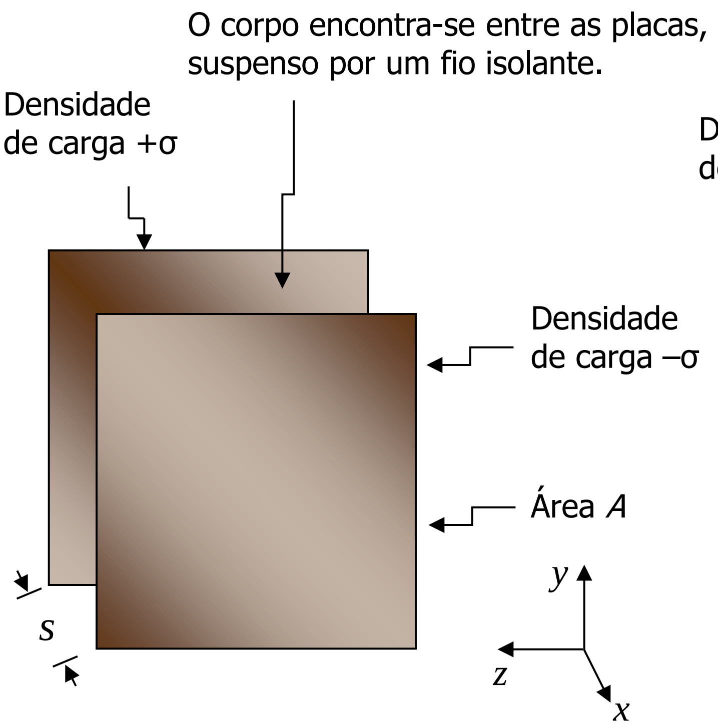
Observe que estamos ignorando as linhas de campo nas bordas das placas. Naturalmente, isto é uma aproximação.

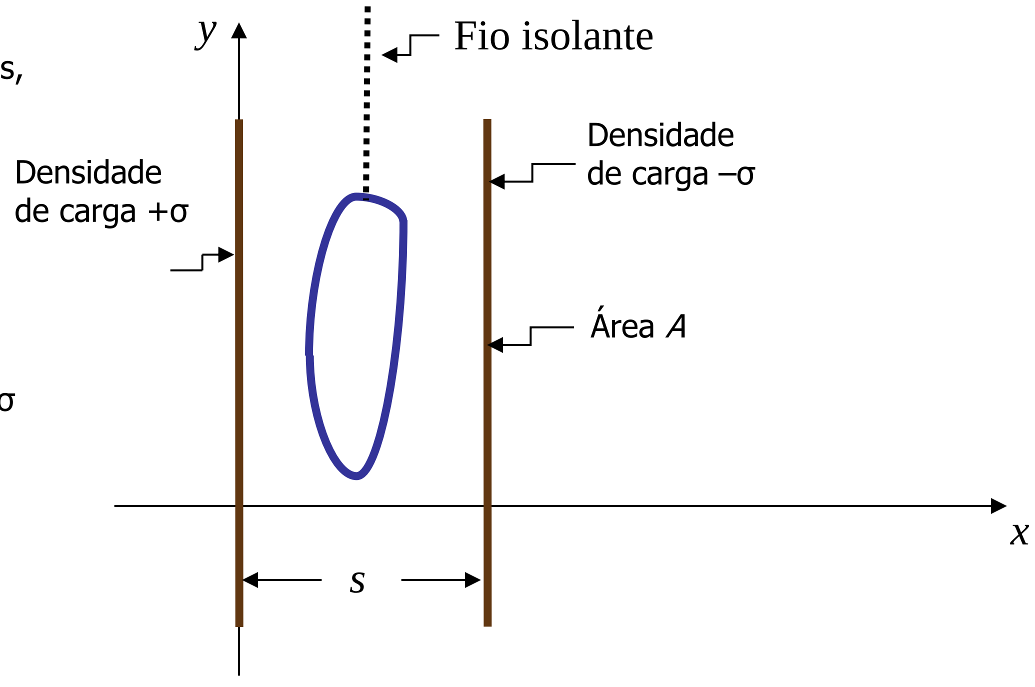
Exemplo

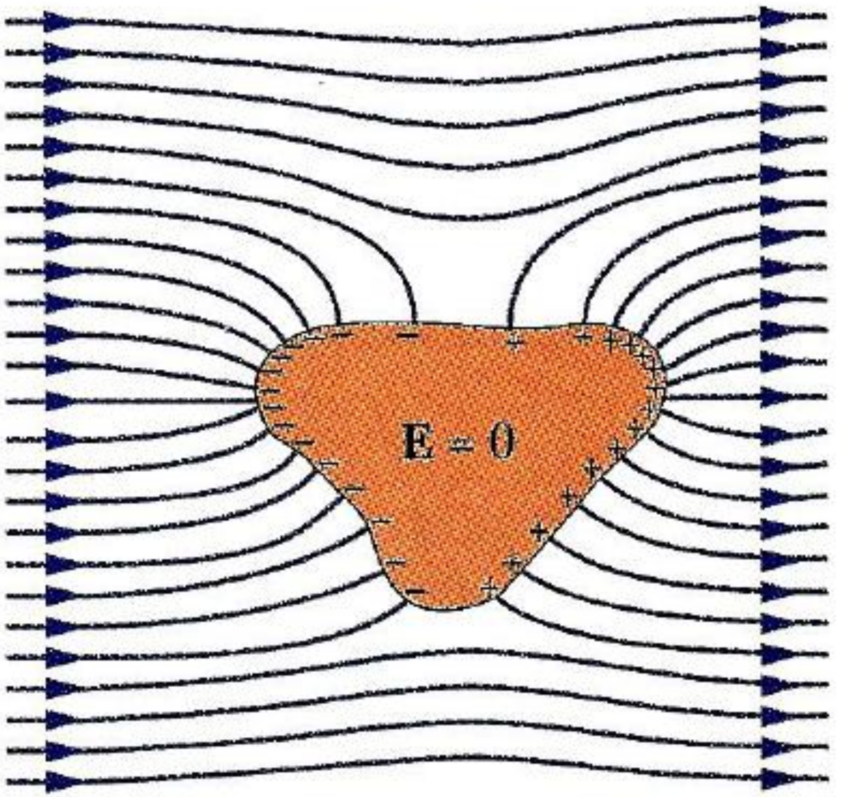
Um corpo condutor neutro é colocado no espaço intermediário entre dois planos não condutores, muito finos, retangulares de área *A* carregados com densidade superficial de carga σ e – σ, respectivamente, separados por uma distância *s*, e dispostos paralelamente.

a. Faça um esboço das linhas de campo.

Procedimento Esboce as cargas induzidas no corpo pela presença das placas condutoras.






E = 0