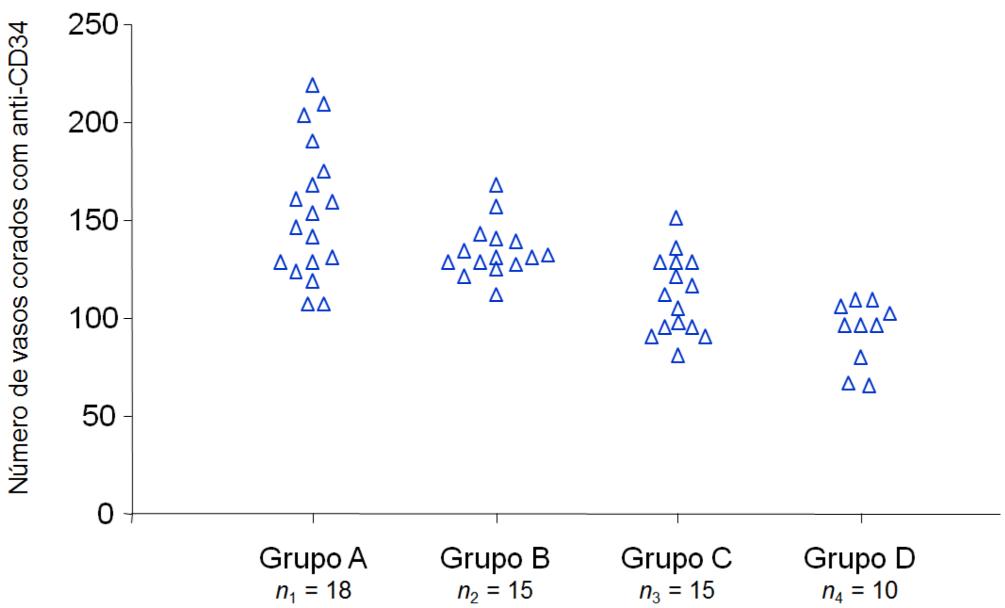
Teste de Kruskal-Wallis (1952)

H_0: as k populações tendem a apresentar valores similares da variável em questão.

H_A: pelo menos duas das k populações tendem a apresentar valores da variável em questão diferentes entre si.

Exemplo: Artigo de Calux et al. (2001), cujo objetivo é avaliar o desempenho do marcador de células endoteliais anti-CD34 em neoplasia cervical uterina, em lesões intra-epiteliais e no colo normal. São $k = 4$ grupos:

- **Grupo A:** mulheres com diagnóstico anatomopatológico de neoplasia escamosa invasiva (n_1 = 18)
- **Grupo B:** neoplasia intra-epitelial de alto grau (n_2= 15)
- **Grupo C:** neoplasia intra-epitelial de baixo grau (n_3=15)
- **Grupo D:** mulheres sem qualquer processo neoplásico (n_4 = 10)



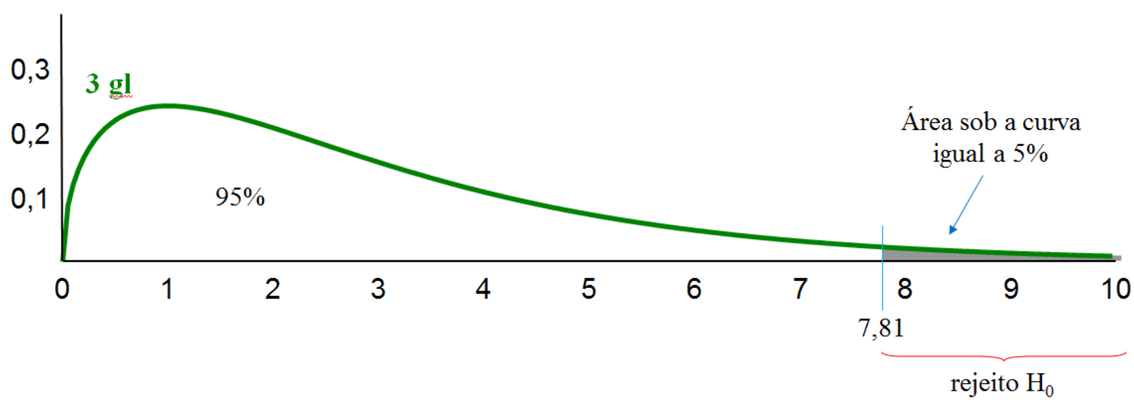
Grupo A		Grupo B		Grupo C		Grupo D	
161	(51)	128	(31,5)	121	(24,5)	109	(18)
160	(50)	131	(37)	98	(12)	65	(1)
128	(31,5)	125	(27)	81	(4)	97	(11)
168	(52,5)	141	(43)	128	(31,5)	96	(9,5)
131	(37)	157	(49)	91	(6)	110	(19)
107	(16,5)	132	(39)	117	(22)	67	(2)
219	(58)	143	(45)	136	(41)	106	(15)
147	(46)	112	(20,5)	95	(7,5)	102	(13)
175	(54)	131	(37)	105	(14)	80	(3)
119	(23)	128	(31,5)	128	(31,5)	96	(9,5)
190	(55)	139	(42)	90	(5)		
203	(56)	135	(40)	151	(47)		
107	(16,5)	127	(28)	129	(35)		
153	(48)	121	(24,5)	95	(7,5)		
128	(31,5)	168	(52,5)	112	(20,5)		
209	(57)						
142	(44)						
124	(26)						
R_1=	753,5	R_2=	547,5	R_3=	309,0	R_4=	101,0

Estatística do teste de KW: $H = \left(\dfrac{12}{n(n+1)} \sum_{j=1}^{k} \dfrac{R_j^2}{n_j} \right) - 3(n+1)$

Para um nível de significância α, rejeitamos H_0 se $H \geq \chi^2(k-1;1-\alpha)$

No exemplo, n = 58, k = 4, $H = \left(\dfrac{12}{n(n+1)} \sum_{j=1}^{k} \dfrac{R_j^2}{n_j} \right) - 3(n+1) = \left(\dfrac{12}{58 \times 59} \sum_{j=1}^{4} \dfrac{R_j^2}{n_j} \right) - 3 \times 59$

Para um nível de significância α = 5%, rejeitamos H_0 se $H \geq \chi^2(3;95\%)$



$$H = \left(\frac{12}{58 \times 59} \sum_{j=1}^{4} \frac{R_j^2}{n_j} \right) - 3 \times 59$$

$$H = \left[\frac{12}{58 \times 59} \left(\frac{753,5^2}{18} + \frac{547,5^2}{15} + \frac{309^2}{15} + \frac{101^2}{10} \right) \right] - 3 \times 59$$

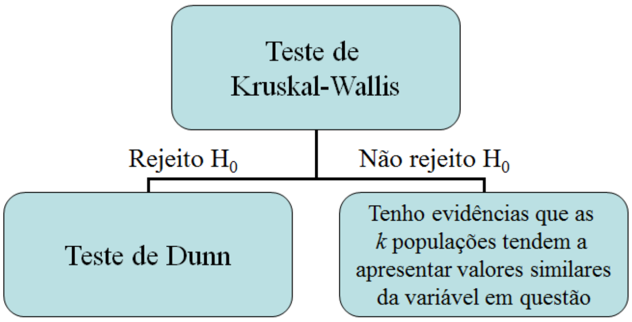
$$H = 29,628$$

29,628 > 7,81, portanto, rejeitamos H_0 a um nível de significância de 5%.

Teste de Dunn (1964)

O teste de comparações múltiplas de Dunn é utilizado após o teste de Kruskal-Wallis, **se e somente se** o teste de K-W permite rejeitar H_0.

Por este motivo, é às vezes chamado de pós-teste de Dunn ou teste *post-hoc* de Dunn.



Comparações múltiplas:

- Grupos A x B
- Grupos A x C
- Grupos A x D
- Grupos B x C
- Grupos B x D
- Grupos C x D

Grupo A		Grupo B		Grupo C		Grupo D	
161	(51)	128	(31,5)	121	(24,5)	109	(18)
160	(50)	131	(37)	98	(12)	65	(1)
128	(31,5)	125	(27)	81	(4)	97	(11)
168	(52,5)	141	(43)	128	(31,5)	96	(9,5)
131	(37)	157	(49)	91	(6)	110	(19)
107	(16,5)	132	(39)	117	(22)	67	(2)
219	(58)	143	(45)	136	(41)	106	(15)
147	(46)	112	(20,5)	95	(7,5)	102	(13)
175	(54)	131	(37)	105	(14)	80	(3)
119	(23)	128	(31,5)	128	(31,5)	96	(9,5)
190	(55)	139	(42)	90	(5)		
203	(56)	135	(40)	151	(47)		
107	(16,5)	127	(28)	129	(35)		
153	(48)	121	(24,5)	95	(7,5)		
128	(31,5)	168	(52,5)	112	(20,5)		
209	(57)						
142	(44)						
124	(26)						
R_1=	753,5	R_2=	547,5	R_3=	309,0	R_4=	101,0
$\bar{R}_1$=	41,9	$\bar{R}_2$=	36,5	$\bar{R}_3$=	20,6	$\bar{R}_4$=	10,1

Grupo A		Grupo B		Grupo C		Grupo D	
R_1=	753,5	R_2=	547,5	R_3=	309,0	R_4=	101,0
$\bar{R}_1$=	41,9	$\bar{R}_2$=	36,5	$\bar{R}_3$=	20,6	$\bar{R}_4$=	10,1
n_1=	18	n_2=	15	n_3=	15	n_4=	10

Por exemplo, seja a hipótese nula

H_0: os grupos A e B tendem a apresentar valores iguais da variável em questão.

Rejeito H_0 para um nível de significância α se

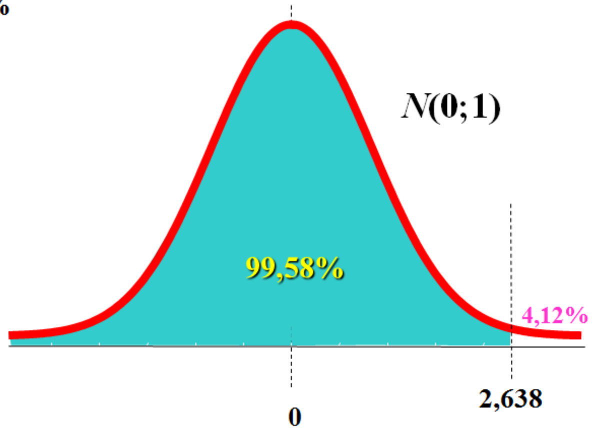
$$\left|\bar{R}_1 - \bar{R}_2\right| \geq \underbrace{z_{\left(\frac{\alpha}{k(k-1)}\right)}\sqrt{\frac{n(n+1)}{12}}\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}}_{diferença\ \ mínima\ \ significativa}$$

Rejeito H_0 se $$\left|\bar{R}_1 - \bar{R}_2\right| \geq \underbrace{z_{\left(\frac{\alpha}{4(4-1)}\right)}\sqrt{\frac{58(58+1)}{12}}\sqrt{\frac{1}{18}+\frac{1}{15}}}_{diferença\ \ mínima\ \ significativa}$$

Considerando um nível de significância de 5%

$$\frac{\alpha}{k(k-1)} = \frac{0{,}05}{4(4-1)} = 0{,}004167$$

$$1 - 0{,}004167 = 0{,}995833 \approx 99{,}58\%$$



H_0: os grupos A e B tendem a apresentar valores iguais da variável em questão.

Rejeitamos H_0 se $\left|\bar{R}_1 - \bar{R}_2\right| \geq \underbrace{2{,}638\sqrt{\frac{58(58+1)}{12}}\sqrt{\frac{1}{18}+\frac{1}{15}}}_{diferença \;\; mínima \;\; significativa}$

Temos $\left|\bar{R}_1 - \bar{R}_2\right| = 5{,}4$ e a respectiva DMS é aproximadamente 15,575.

Comparação	diferença entre as médias dos postos	diferença mínima significativa (α=5%)	"resultado"
A-B	5,3611	15,5755	NS
A-C	21,2611	15,5755	*
A-D	31,7611	17,5715	*
B-C	15,9000	16,2681	NS
B-D	26,4000	18,1882	*
C-D	10,5000	18,1882	NS