



4300270

Lista de Exercícios 9 Equações de Maxwell

E10.1 Exercícios

E10.1 Um capacitor de placas planas e paralelas está sendo descarregado de forma que o campo elétrico entre as placas decresce a uma taxa de $1,50 \times 10^8 \text{ Vm}^{-1}\text{s}^{-1}$. Quanto vale a densidade de corrente de deslocamento no espaço entre as placas?

R. $1,3 \text{ mA/m}^2$

E10.2 Um capacitor é formado de placas circulares paralelas com raio de $5,00 \text{ cm}$. A carga do capacitor cresce à taxa de $12,0 \text{ C/s}$. (A) Qual é a corrente de deslocamento entre as placas do capacitor? (B) Quanto vale o campo magnético em um ponto entre as placas, distante $3,00 \text{ cm}$ do eixo dos discos?

R. (A) 12 A (B) 289 nT

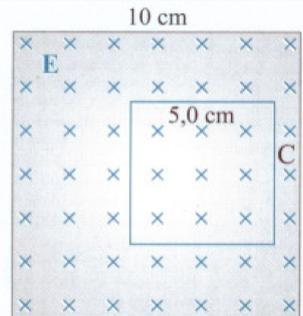
E10.3 Mostre que a corrente de deslocamento entre as placas de um capacitor de placas paralelas, cuja capacitância vale C , pode ser expressa por $I_d = C \frac{dV}{dt}$.

E10.4 Mostre que, no Exercício-exemplo 10.3, a densidade de corrente de deslocamento, tanto para $r < R$ quanto para $r > R$, vale $J_d = \epsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t}$.

E10.5 O campo elétrico em uma região do espaço oscila no tempo segundo a equação $E = (30 \text{ V/cm}) \text{ sen}(200t/\text{s})$. (A) Calcule a expressão para a variação no tempo da densidade de corrente de deslocamento. (B) Qual é o valor máximo da corrente de deslocamento em uma área de $4,0 \text{ cm}^2$ perpendicular a \mathbf{E} ?

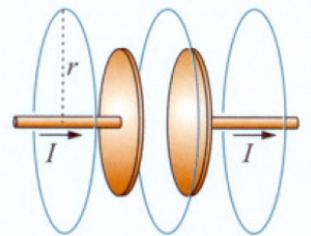
R. (A) $J_d = (5,3 \mu\text{A/m}^2) \cos(200t/\text{s})$; (B) $2,1 \text{ nA}$

E10.6 Um capacitor de placas paralelas, quadradas com lado de $10,0 \text{ cm}$, está sendo carregado com uma corrente de $6,00 \text{ A}$. A figura mostra o capacitor visto do seu topo, e vê-se que o campo elétrico, crescente, aponta para dentro do papel. Considere a curva fechada C mostrada na figura. Calcule o valor de $\oint_C \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s}$ supondo que a curva é percorrida no sentido anti-horário.



R. $1,89 \times 10^{-6} \text{ T}\cdot\text{m}$

E10.7 O capacitor de placas circulares paralelas visto na figura está sendo carregado com uma corrente I . A figura mostra também três círculos de raio r maior que o das placas. Mostre que em qualquer dos círculos o campo magnético vale $B = \mu_0 I / 2\pi r$.



E10.8 Em 1929, M. R. Van Cauweberghe mediu pela primeira vez diretamente o campo magnético induzido pela corrente de deslocamento. Ele utilizou um capacitor de placas circulares paralelas, de raio igual a 40 cm, cuja capacitância era 100 pF. A voltagem aplicada teve a forma $V = (174 \text{ kV}) \sin(314t/s)$. (A) Qual é a variação temporal da corrente de deslocamento I_d (B) Qual foi o valor máximo atingido pelo campo magnético induzido?

R. (A) $I_d = (5,5 \text{ mA}) \cos(314t/s)$ (B) 2,7 nT

E10.10 Uma onda é descrita por $y(x,t) = 3,0 \text{ cm} \cos(2,0 \text{ m}^{-1}x + 120 \text{ s}^{-1}t + \pi/4)$. Calcule (A) seu período de oscilação; (B) sua velocidade de fase.

R. (A) $T = 0,052 \text{ s}$ (B) $v = -60 \text{ m/s}$

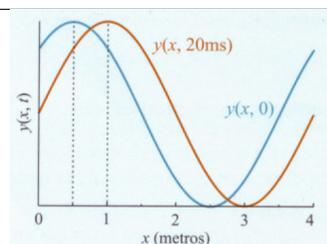
E10.11 Qual é a velocidade de fase de uma onda cuja frequência é 220 Hz e cujo comprimento de onda é 1,56 m?

R. 343 m/s

E10.12 Uma onda tem frequência de 440 Hz e se propaga com a velocidade de fase de 343 m/s. Sabendo-se que entre os pontos A e B há uma diferença de fase de 45° , qual é a menor distância possível entre esses pontos?

R. 9,75 cm

E10.13 A figura mostra o perfil de uma onda $y(x,t)$ em dois instantes distintos. Calcule (A) a velocidade de fase da onda; (B) seu comprimento de onda; (C) sua frequência.



R. (A) 25 m/s; (B) 4,0 m; (C) 6,25 Hz

E10.14 A luz visível tem comprimento de onda que, no vácuo, varia na faixa de $0,40 \mu\text{m}$ (violeta) a $0,70 \mu\text{m}$ (vermelho). Calcule a faixa de frequências da luz visível.

R. de $4,3 \times 10^{14} \text{ Hz}$ a $7,5 \times 10^{14} \text{ Hz}$

E10.15 Calcule o comprimento de onda da radiação usada em forno de microondas, cuja frequência é de 2,45 GHz.

R. 12,2 cm

E10.16 A intensidade da radiação solar na Terra é de 1340 W/m^2 . Calcule os valores de E_{rms} e B_{rms} dessa radiação.

R. $E_{\text{rms}} = 711 \text{ V/m}$, $B_{\text{rms}} = 2,37 \mu\text{T}$

E10.17 No Lawrence Livermore National Laboratory, em Berkeley, EUA, realiza-se pesquisa de fusão nuclear de deutério usando um conjunto de lasers pulsados de forma sincronizada, focalizados sobre uma pequena esfera contendo deutério. Cada laser tem uma potência de pico de $1,20 \times 10^{14} \text{ W}$. Imagine que o laser seja focalizado em um círculo com diâmetro de 1,00 mm, e faça a idealização de que sua luz esteja uniformemente distribuída no círculo. (A) Qual é a intensidade do laser em seu foco no seu instante de máxima potência? (B) Qual é o valor de E_{rms} e B_{rms} naquele ponto e naquele instante? Compare E_{rms} com a rigidez dielétrica do ar.

R. (A) $I = 1,5 \times 10^{20} \text{ W/cm}^2$; (B) $E_{\text{rms}} = 2,4 \times 10^{11} \text{ V/m}$, $B_{\text{rms}} = 8,0 \times 10^{-2} \text{ T}$

E10.18 (A) Calcule a força exercida sobre a Terra pela radiação do Sol, supondo que toda a radiação incidente seja absorvida pelo planeta. (B) Com a hipótese da absorção total, a força está sendo subestimada ou superestimada? A Terra tem um raio médio de $6,37 \times 10^6 \text{ m}$.

R. (A) $1,8 \times 10^8 \text{ N}$; (B) subestimada.

E10.19 Calcule a intensidade da luz do Sol, que irradia uma potência de $3,9 \times 10^{26} \text{ W}$, e o valor rms do seu campo elétrico na posição da estrela mais próxima, a Alfa-Centauri, cuja distância é 4,3 anos – luz.

R. $I = 19 \text{ nW/m}^2$, $E_{\text{rms}} = 2,7 \text{ mV/m}$

E10.20 Calcule a intensidade da radiação e a pressão de radiação do Sol (ou seja, a pressão que a luz exerceria sobre uma placa horizontal que absorvesse a radiação), em um ponto na sua superfície. O Sol tem raio de $7,0 \times 10^8 \text{ m}$ e irradia uma potência de $3,9 \times 10^{26} \text{ W}$.

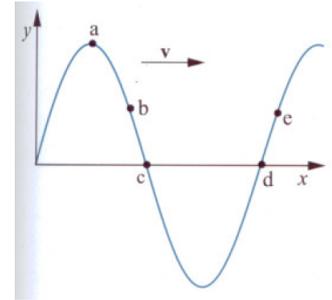
R. $I = 6,3 \times 10^7 \text{ W/m}^2$, $P = 1,5 \times 10^5 \text{ N/m}^2$

E10.21 Nos chamados veleiros solares, placas muito leves e refletoras de luz são ligadas a uma nave para que a pressão de radiação do Sol as empurre. Mostre que, para que a pressão de radiação supere a força de atração gravitacional do Sol, um espelho voltado para o Sol deve ter uma massa por unidade de área menor que $1,5 \text{ g/m}^2$.

Dado: $GM_{\text{Sol}} = 1,33 \times 10^{20} \text{ m}^3/\text{s}^2$

P10.1 Problemas

P10.1 A figura mostra uma onda em uma corda propagando-se para a direita. Em que pontos da corda a velocidade do deslocamento transversal (ou seja, vertical) é (A) nula; (B) para cima; (C) para baixo?



R. (A) a; (B) b e c; (C) d e e.

P10.2 Considere uma onda em uma corda propagando-se para a direita, como mostra a do Problema 10.1. Mostre que a razão entre a inclinação da corda em um dado ponto e a velocidade transversal desse ponto é igual a menos o inverso da velocidade de propagação da onda.

P10.3 Uma onda em uma corda é descrita por $y(x,t) = 2,50 \text{ cm} \cos(6,28x/\text{m} - 62,8t/\text{s})$. Qual é a velocidade do ponto da corda de coordenada $x = 0,100 \text{ m}$ no instante $t = 8,00 \text{ ms}$?

R. $-0,20 \text{ m/s}$

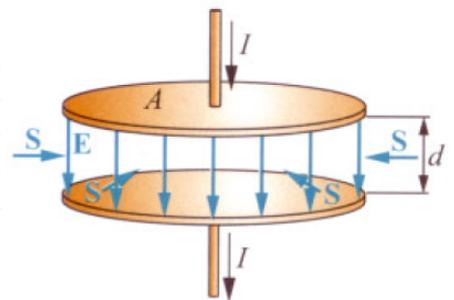
P10.4 Duas ondas de mesma amplitude A , mesma frequência e mesma direção de propagação se superpõem em um dado meio. Sendo 90° a diferença de fase entre as duas ondas, qual é a amplitude da onda resultante?

Dica: quando duas ondas $y_1(x,t)$ e $y_2(x,t)$ se superpõem, formam uma onda cuja função é $y(x,t) = y_1(x,t) + y_2(x,t)$.

R. $\sqrt{2}A$

P10.5 Retome o procedimento adotado para calcular a velocidade da luz no vácuo. Considere um material dielétrico, cuja constante dielétrica vale κ , e mostre que nele a luz se propaga com velocidade dada por $v = 1/\sqrt{\kappa\mu_0\epsilon_0}$.

P10.6 O capacitor de placas circulares paralelas da figura está sendo carregado. Ignore efeitos de borda no campo elétrico. (A) Mostre que o vetor de Poynting aponta radialmente para o interior do capacitor. (B) Mostre que o fluxo do vetor de Poynting na superfície cilíndrica definida pelas placas do capacitor é igual à taxa da variação no tempo da energia do campo elétrico no espaço entre as placas. Em termos matemáticos, demonstre que



$$\oint_S \mathbf{S} \cdot d\mathbf{A} = Ad \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 \right),$$

onde S é a superfície do cilindro definido pelo capacitor e Ad é o volume do cilindro.

P10.7 Uma onda eletromagnética tem seu campo elétrico orientado na direção y , e seu vetor de Poynting é dado por $\mathbf{S} = (250 \text{ W/m}^2) \cos^2(20x/\text{m} - 6,0 \times 10^9 t/\text{s})\mathbf{i}$. Calcule o comprimento de onda,

a frequência e a forma como o campo magnético evolui no espaço e no tempo.

R. $\lambda = 31 \text{ cm}$, $\nu = 0,95 \text{ GHz}$, $\mathbf{B} = 1,02 \mu\text{T} \cos(20x/\text{m} - 6,0 \times 10^9 t/\text{s})\mathbf{k}$

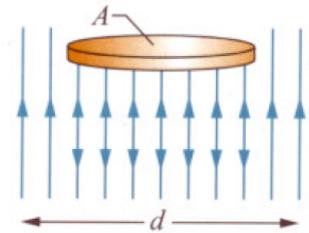
P10.8 O campo magnético de uma onda eletromagnética é expresso por $\mathbf{B} = 2,00 \text{ nT} \sin(kx - \omega t)\mathbf{j}$. Determine (A) o campo elétrico e (B) o vetor de Poynting associados à onda.

R. (A) $\mathbf{E} = -0,600 \text{ V/m} \sin(kx - \omega t)\mathbf{k}$ (B) $\mathbf{S} = 0,952 \text{ W/m}^2 \sin^2(kx - \omega t)\mathbf{i}$

P10.9 Um cabo cilíndrico de comprimento L e raio a , feito de material com resistividade ρ , conduz uma corrente estacionária I , uniformemente distribuída em sua seção reta. (A) Calcule o campo elétrico no interior do cabo. (B) Calcule o campo magnético na superfície do cabo. (C) Calcule o vetor de Poynting na superfície do cabo. (D) Mostre que o fluxo do vetor de Poynting na superfície do cabo é igual a RI^2 , sendo R a resistência elétrica do cabo; ou seja, o fluxo de \mathbf{S} é igual à energia dissipada por efeito Joule no cabo.

R. (A) $E = \rho I / \pi a^2$, (B) $B = \mu_0 I / 2\pi a$, (C) $S = \rho I^2 / 2\pi^2 a^3$

P10.10 Um espelho com refletividade de 100%, em forma de pastilha, é iluminado com um feixe vertical de laser, como mostra a figura. O feixe do laser tem diâmetro maior que o do espelho. Sua potência é de $6,0 \text{ W}$, e sua intensidade é aproximadamente uniforme na seção circular do feixe, cujo diâmetro é de $2,0 \text{ mm}$. Sendo $1,5 \text{ g/cm}^3$ a densidade do material do espelho, qual deve ser a espessura da pastilha para que ela possa flutuar suspensa pelo feixe de luz?



R. $0,87 \mu\text{m}$

P10.11 Uma estrela muito massiva, ao queimar um dado percentual de seu hidrogênio, pode sofrer uma violenta explosão denominada supernova. A supernova é o corpo mais luminoso do Universo, e durante semanas pode atingir a luminosidade de cem bilhões de sóis. Suponha que a estrela mais próxima de nós, a Alfa-Centauri, distante $4,3 \text{ anos-luz}$, explodisse como supernova e sua radiação atingisse a potência de $4,0 \times 10^{37} \text{ W}$. Calcule a intensidade luminosa (A) em um suposto planeta de Alfa-Centauri dela distante $1,5 \times 10^{11} \text{ m}$, o que corresponde à distância Terra-Sol; (B) aqui na Terra. Note que a supernova nos pareceria mais luminosa que o nosso Sol!

R. (A) $1,4 \times 10^{14} \text{ W/m}^2$, (B) $1,9 \times 10^3 \text{ W/m}^2$

P10.12 Suponha que um telescópio possa fotografar objetos cuja radiação incidente em seu espelho com $5,0 \text{ m}$ de diâmetro tenha potência de $2,0 \times 10^{-13} \text{ W}$. (A) Qual o valor mínimo de E_{rms} que o telescópio pode detectar? (B) Uma galáxia típica tem luminosidade de $4 \times 10^{38} \text{ W}$. Qual é a distância máxima de uma galáxia típica que pode ser fotografada pelo telescópio?

R. (A) $2,0 \mu\text{V/m}$, (B) $5 \times 10^{25} \text{ m} = 5 \times 10^9 \text{ anos-luz}$

P10.13 Uma fonte de pequenas dimensões emite uma onda eletromagnética esférica a uma potência P com frequência e fase bem definidas. Mostre que o valor de pico do campo elétrico em pontos à distância r da fonte é $E_0 = \sqrt{\mu_0 c P / 2\pi r^2}$.

P10.14 Um feixe de luz com intensidade I incide perpendicularmente sobre uma placa, e uma fração r da luz é refletida. Mostre que a pressão exercida pela luz sobre a placa é $P = (1 + r)I/c$.