

# 4300270

## Lista de Exercícios 9 Equações de Maxwell

### E10.1 Exercícios

E10.1 Um capacitor de placas planas e paralelas está sendo descarregado de forma que o campo elétrico entre as placas decresce a uma taxa de  $1,50 \times 10^8 \text{ Vm}^{-1}\text{s}^{-1}$ . Quanto vale a densidade de corrente de deslocamento no espaço entre as placas?

R.  $1,3 \text{ mA/m}^2$

E10.2 Um capacitor é formado de placas circulares paralelas com raio de  $5,00 \text{ cm}$ . A carga do capacitor cresce à taxa de  $12,0 \text{ C/s}$ . (A) Qual é a corrente de deslocamento entre as placas do capacitor? (B) Quanto vale o campo magnético em um ponto entre as placas, distante  $3,00 \text{ cm}$  do eixo dos discos?

R. (A)  $12 \text{ A}$  (B)  $289 \text{ nT}$

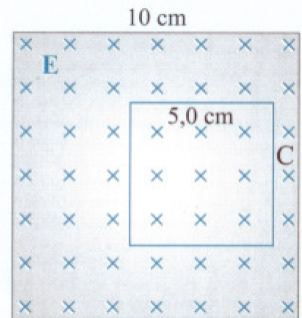
E10.3 Mostre que a corrente de deslocamento entre as placas de um capacitor de placas paralelas, cuja capacitância vale  $C$ , pode ser expressa por  $I_d = C \frac{dV}{dt}$ .

E10.4 Mostre que, no Exercício-exemplo 10.3, a densidade de corrente de deslocamento, tanto para  $r < R$  quanto para  $r > R$ , vale  $J_d = \epsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t}$ .

E10.5 O campo elétrico em uma região do espaço oscila no tempo segundo a equação  $E = (30 \text{ V/cm}) \text{ sen}(200t/\text{s})$ . (A) Calcule a expressão para a variação no tempo da densidade de corrente de deslocamento. (B) Qual é o valor máximo da corrente de deslocamento em uma área de  $4,0 \text{ cm}^2$  perpendicular a  $\mathbf{E}$ ?

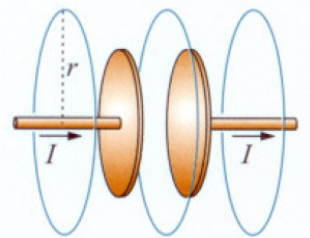
R. (A)  $J_d = (5,3 \mu\text{A/m}^2) \cos(200t/\text{s})$ ; (B)  $2,1 \text{ nA}$

E10.6 Um capacitor de placas paralelas, quadradas com lado de  $10,0 \text{ cm}$ , está sendo carregado com uma corrente de  $6,00 \text{ A}$ . A figura mostra o capacitor visto do seu topo, e vê-se que o campo elétrico, crescente, aponta para dentro do papel. Considere a curva fechada  $C$  mostrada na figura. Calcule o valor de  $\oint_C \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s}$  supondo que a curva é percorrida no sentido anti-horário.



R.  $1,89 \times 10^{-6} \text{ T}\cdot\text{m}$

E10.7 O capacitor de placas circulares paralelas visto na figura está sendo carregado com uma corrente  $I$ . A figura mostra também três círculos de raio  $r$  maior que o das placas. Mostre que em qualquer dos círculos o campo magnético vale  $B = \mu_0 I / 2\pi r$ .



E10.8 Em 1929, M. R. Van Cauweberghe mediu pela primeira vez diretamente o campo magnético induzido pela corrente de deslocamento. Ele utilizou um capacitor de placas circulares paralelas, de raio igual a 40 cm, cuja capacitância era 100 pF. A voltagem aplicada teve a forma  $V = (174 \text{ kV}) \sin(314t/s)$ . (A) Qual é a variação temporal da corrente de deslocamento  $I_d$  (B) Qual foi o valor máximo atingido pelo campo magnético induzido?

R. (A)  $I_d = (5,5 \text{ mA}) \cos(314t/s)$  (B) 2,7 nT

E10.10 Uma onda é descrita por  $y(x,t) = 3,0 \text{ cm} \cos(2,0 \text{ m}^{-1}x + 120 \text{ s}^{-1}t + \pi/4)$ . Calcule (A) seu período de oscilação; (B) sua velocidade de fase.

R. (A)  $T = 0,052 \text{ s}$  (B)  $v = -60 \text{ m/s}$

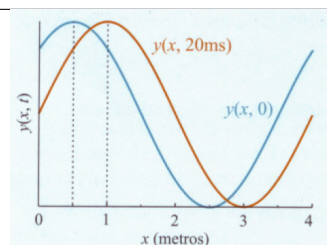
**E10.11** Qual é a velocidade de fase de uma onda cuja frequência é 220 Hz e cujo comprimento de onda é 1,56 m?

R. 343 m/s

**E10.12** Uma onda tem frequência de 440 Hz e se propaga com a velocidade de fase de 343 m/s. Sabendo-se que entre os pontos A e B há uma diferença de fase de  $45^\circ$ , qual é a menor distância possível entre esses pontos?

R. 9,75 cm

E10.13 A figura mostra o perfil de uma onda  $y(x,t)$  em dois instantes distintos. Calcule (A) a velocidade de fase da onda; (B) seu comprimento de onda; (C) sua frequência.



R. (A) 25 m/s; (B) 4,0 m; (C) 6,25 Hz

**E10.14** A luz visível tem comprimento de onda que, no vácuo, varia na faixa de  $0,40 \mu\text{m}$  (violeta) a  $0,70 \mu\text{m}$  (vermelho). Calcule a faixa de frequências da luz visível.

R. de  $4,3 \times 10^{14} \text{ Hz}$  a  $7,5 \times 10^{14} \text{ Hz}$

**E10.15** Calcule o comprimento de onda da radiação usada em forno de microondas, cuja frequência é de 2,45 GHz.

R. 12,2 cm

E10.16 A intensidade da radiação solar na Terra é de  $1340 \text{ W/m}^2$ . Calcule os valores de  $E_{\text{rms}}$  e  $B_{\text{rms}}$  dessa radiação.

R.  $E_{\text{rms}} = 711 \text{ V/m}$ ,  $B_{\text{rms}} = 2,37 \mu\text{T}$

E10.17 No Lawrence Livermore National Laboratory, em Berkeley, EUA, realiza-se pesquisa de fusão nuclear de deutério usando um conjunto de lasers pulsados de forma sincronizada, focalizados sobre uma pequena esfera contendo deutério. Cada laser tem uma potência de pico de  $1,20 \times 10^{14} \text{ W}$ . Imagine que o laser seja focalizado em um círculo com diâmetro de 1,00 mm, e faça a idealização de que sua luz esteja uniformemente distribuída no círculo. (A) Qual é a intensidade do laser em seu foco no seu instante de máxima potência? (B) Qual é o valor de  $E_{\text{rms}}$  e  $B_{\text{rms}}$  naquele ponto e naquele instante? Compare  $E_{\text{rms}}$  com a rigidez dielétrica do ar.

R. (A)  $I = 1,5 \times 10^{20} \text{ W/cm}^2$ ; (B)  $E_{\text{rms}} = 2,4 \times 10^{11} \text{ V/m}$ ,  $B_{\text{rms}} = 8,0 \times 10^{-2} \text{ T}$

**E10.18** (A) Calcule a força exercida sobre a Terra pela radiação do Sol, supondo que toda a radiação incidente seja absorvida pelo planeta. (B) Com a hipótese da absorção total, a força está sendo subestimada ou superestimada? A Terra tem um raio médio de  $6,37 \times 10^6 \text{ m}$ .

R. (A)  $1,8 \times 10^8 \text{ N}$ ; (B) subestimada.

E10.19 Calcule a intensidade da luz do Sol, que irradia uma potência de  $3,9 \times 10^{26} \text{ W}$ , e o valor rms do seu campo elétrico na posição da estrela mais próxima, a Alfa-Centauri, cuja distância é 4,3 anos – luz.

R.  $I = 19 \text{ nW/m}^2$ ,  $E_{\text{rms}} = 2,7 \text{ mV/m}$

**E10.20** Calcule a intensidade da radiação e a pressão de radiação do Sol (ou seja, a pressão que a luz exerceria sobre uma placa horizontal que absorvesse a radiação), em um ponto na sua superfície. O Sol tem raio de  $7,0 \times 10^8 \text{ m}$  e irradia uma potência de  $3,9 \times 10^{26} \text{ W}$ .

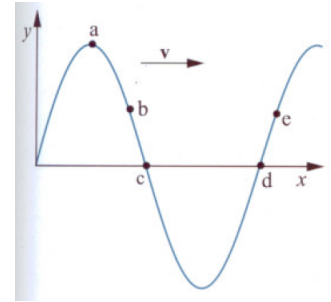
R.  $I = 6,3 \times 10^7 \text{ W/m}^2$ ,  $P = 1,5 \times 10^5 \text{ N/m}^2$

**E10.21** Nos chamados veleiros solares, placas muito leves e refletoras de luz são ligadas a uma nave para que a pressão de radiação do Sol as empurre. Mostre que, para que a pressão de radiação supere a força de atração gravitacional do Sol, um espelho voltado para o Sol deve ter uma massa por unidade de área menor que  $1,5 \text{ g/m}^2$ .

Dado:  $GM_{\text{Sol}} = 1,33 \times 10^{20} \text{ m}^3/\text{s}^2$

### P10.1 Problemas

P10.1 A figura mostra uma onda em uma corda propagando-se para a direita. Em que pontos da corda a velocidade do deslocamento transversal (ou seja, vertical) é (A) nula; (B) para cima; (C) para baixo?



R. (A) a; (B) b e c; (C) d e e.

P10.2 Considere uma onda em uma corda propagando-se para a direita, como mostra a do Problema 10.1. Mostre que a razão entre a inclinação da corda em um dado ponto e a velocidade transversal desse ponto é igual a menos o inverso da velocidade de propagação da onda.

P10.3 Uma onda em uma corda é descrita por  $y(x,t) = 2,50 \text{ cm} \cos(6,28x/\text{m} - 62,8t/\text{s})$ . Qual é a velocidade do ponto da corda de coordenada  $x = 0,100 \text{ m}$  no instante  $t = 8,00 \text{ ms}$ ?

R.  $-0,20 \text{ m/s}$

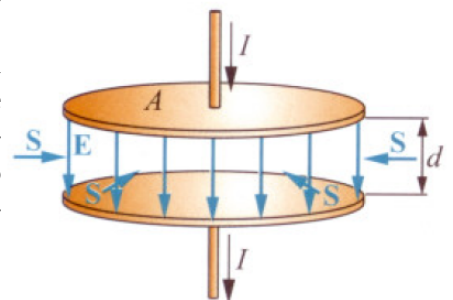
P10.4 Duas ondas de mesma amplitude  $A$ , mesma frequência e mesma direção de propagação se superpõem em um dado meio. Sendo  $90^\circ$  a diferença de fase entre as duas ondas, qual é a amplitude da onda resultante?

Dica: quando duas ondas  $y_1(x,t)$  e  $y_2(x,t)$  se superpõem, formam uma onda cuja função é  $y(x,t) = y_1(x,t) + y_2(x,t)$ .

R.  $\sqrt{2}A$

P10.5 Retome o procedimento adotado para calcular a velocidade da luz no vácuo. Considere um material dielétrico, cuja constante dielétrica vale  $\kappa$ , e mostre que nele a luz se propaga com velocidade dada por  $v = 1/\sqrt{\kappa\mu_0\epsilon_0}$ .

P10.6 O capacitor de placas circulares paralelas da figura está sendo carregado. Ignore efeitos de borda no campo elétrico. (A) Mostre que o vetor de Poynting aponta radialmente para o interior do capacitor. (B) Mostre que o fluxo do vetor de Poynting na superfície cilíndrica definida pelas placas do capacitor é igual à taxa da variação no tempo da energia do campo elétrico no espaço entre as placas. Em termos matemáticos, demonstre que



$$\oint_S \mathbf{S} \cdot d\mathbf{A} = Ad \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 \right),$$

onde  $S$  é a superfície do cilindro definido pelo capacitor e  $Ad$  é o volume do cilindro.

P10.7 Uma onda eletromagnética tem seu campo elétrico orientado na direção  $y$ , e seu vetor de Poynting é dado por  $\mathbf{S} = (250 \text{ W/m}^2) \cos^2(20x/\text{m} - 6,0 \times 10^9 t/\text{s})\mathbf{i}$ . Calcule o comprimento de onda,

a frequência e a forma como o campo magnético evolui no espaço e no tempo.

R.  $\lambda = 31 \text{ cm}$ ,  $\nu = 0,95 \text{ GHz}$ ,  $\mathbf{B} = 1,02 \mu\text{T} \cos(20x/\text{m} - 6,0 \times 10^9 t/\text{s})\mathbf{k}$

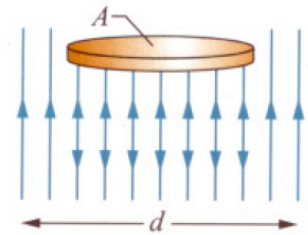
P10.8 O campo magnético de uma onda eletromagnética é expresso por  $\mathbf{B} = 2,00 \text{ nT} \sin(kx - \omega t)\mathbf{j}$ . Determine (A) o campo elétrico e (B) o vetor de Poynting associados à onda.

R. (A)  $\mathbf{E} = -0,600 \text{ V/m} \sin(kx - \omega t)\mathbf{k}$  (B)  $\mathbf{S} = 0,952 \text{ W/m}^2 \sin^2(kx - \omega t)\mathbf{i}$

P10.9 Um cabo cilíndrico de comprimento  $L$  e raio  $a$ , feito de material com resistividade  $\rho$ , conduz uma corrente estacionária  $I$ , uniformemente distribuída em sua seção reta. (A) Calcule o campo elétrico no interior do cabo. (B) Calcule o campo magnético na superfície do cabo. (C) Calcule o vetor de Poynting na superfície do cabo. (D) Mostre que o fluxo do vetor de Poynting na superfície do cabo é igual a  $RI^2$ , sendo  $R$  a resistência elétrica do cabo; ou seja, o fluxo de  $\mathbf{S}$  é igual à energia dissipada por efeito Joule no cabo.

R. (A)  $E = \rho I / \pi a^2$ , (B)  $B = \mu_0 I / 2\pi a$ , (C)  $S = \rho I^2 / 2\pi^2 a^3$

P10.10 Um espelho com refletividade de 100%, em forma de pastilha, é iluminado com um feixe vertical de laser, como mostra a figura. O feixe do laser tem diâmetro maior que o do espelho. Sua potência é de  $6,0 \text{ W}$ , e sua intensidade é aproximadamente uniforme na seção circular do feixe, cujo diâmetro é de  $2,0 \text{ mm}$ . Sendo  $1,5 \text{ g/cm}^3$  a densidade do material do espelho, qual deve ser a espessura da pastilha para que ela possa flutuar suspensa pelo feixe de luz?



R.  $0,87 \mu\text{m}$

P10.11 Uma estrela muito massiva, ao queimar um dado percentual de seu hidrogênio, pode sofrer uma violenta explosão denominada supernova. A supernova é o corpo mais luminoso do Universo, e durante semanas pode atingir a luminosidade de cem bilhões de sóis. Suponha que a estrela mais próxima de nós, a Alfa-Centauri, distante  $4,3 \text{ anos-luz}$ , explodisse como supernova e sua radiação atingisse a potência de  $4,0 \times 10^{37} \text{ W}$ . Calcule a intensidade luminosa (A) em um suposto planeta de Alfa-Centauri dela distante  $1,5 \times 10^{11} \text{ m}$ , o que corresponde à distância Terra-Sol; (B) aqui na Terra. Note que a supernova nos pareceria mais luminosa que o nosso Sol!

R. (A)  $1,4 \times 10^{14} \text{ W/m}^2$ , (B)  $1,9 \times 10^3 \text{ W/m}^2$

**P10.12** Suponha que um telescópio possa fotografar objetos cuja radiação incidente em seu espelho com  $5,0 \text{ m}$  de diâmetro tenha potência de  $2,0 \times 10^{-13} \text{ W}$ . (A) Qual o valor mínimo de  $E_{\text{rms}}$  que o telescópio pode detectar? (B) Uma galáxia típica tem luminosidade de  $4 \times 10^{38} \text{ W}$ . Qual é a distância máxima de uma galáxia típica que pode ser fotografada pelo telescópio?

R. (A)  $2,0 \mu\text{V/m}$ , (B)  $5 \times 10^{25} \text{ m} = 5 \times 10^9 \text{ anos-luz}$

P10.13 Uma fonte de pequenas dimensões emite uma onda eletromagnética esférica a uma potência  $P$  com frequência e fase bem definidas. Mostre que o valor de pico do campo elétrico em pontos à distância  $r$  da fonte é  $E_0 = \sqrt{\mu_0 c P / 2\pi r^2}$ .

P10.14 Um feixe de luz com intensidade  $I$  incide perpendicularmente sobre uma placa, e uma fração  $r$  da luz é refletida. Mostre que a pressão exercida pela luz sobre a placa é  $P = (1 + r)I/c$ .