Mecânica para Geologia -FAP0192

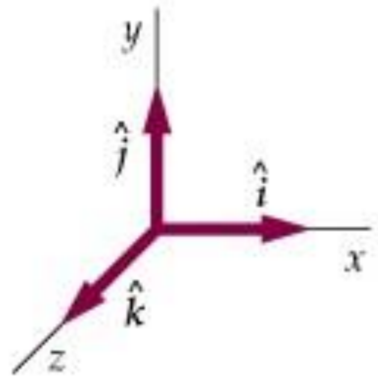
2º Semestre de 2013

Instituto de Física
Universidade de São Paulo

Professor: **Luiz Carlos C. M. Nagamine**
E-mail: nagamine@if.usp.br
Fone: 3091.6877

8 de agosto

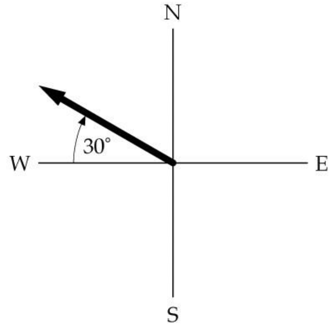
Deslocamento, velocidade e aceleração

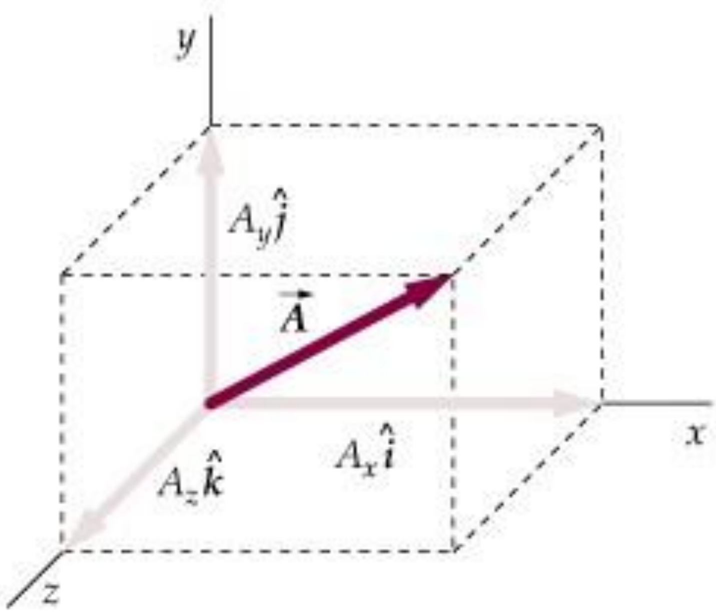


(a)

Precisamos de um referencial

(3 eixos ortogonais entre si)

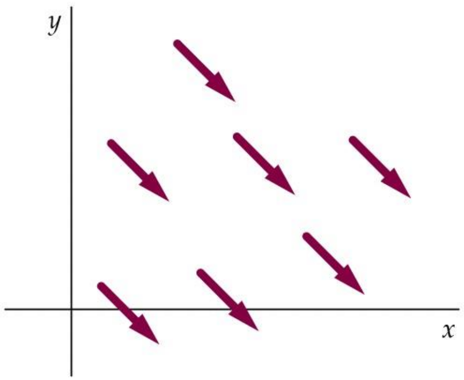




(b)

Em 3D, muitas grandezas físicas são representadas através de vetores.

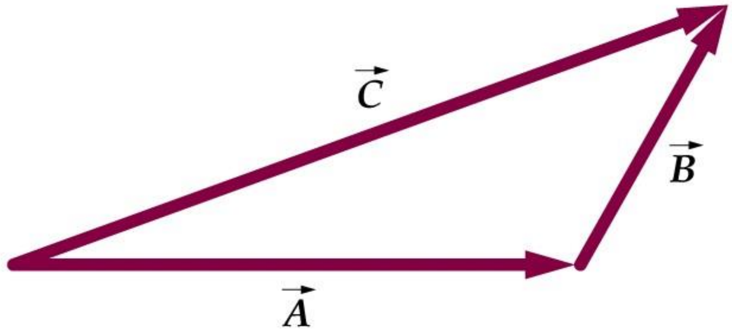
Apresentam "módulo", "direção" e "sentido".



Vetores não são localizados no espaço

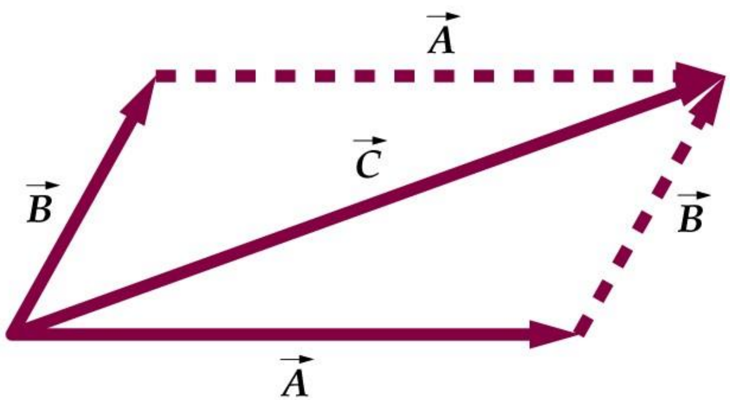
Deslocamento, velocidade e aceleração

Revisão sobre vetores (soma)



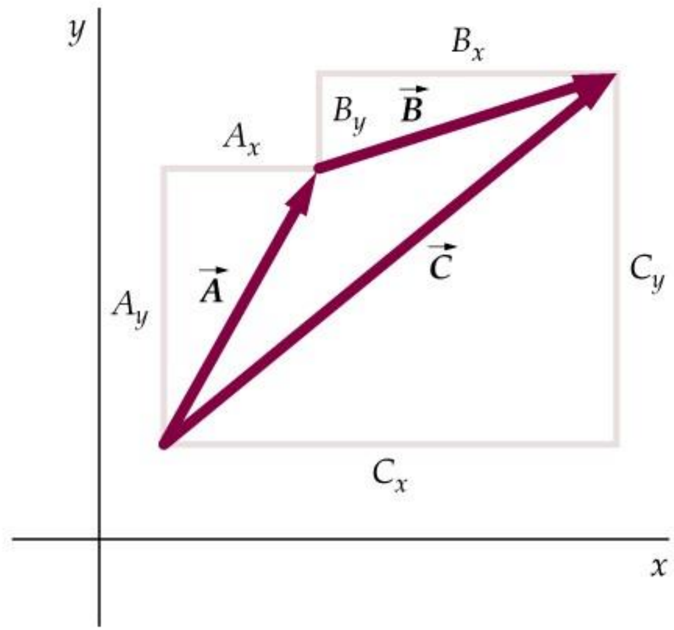
$$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$$

Regra do paralelogramo



$$\vec{A} + \vec{B} = \vec{B} + \vec{A} = \vec{C}$$

Decomposição em coordenadas



$$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$$

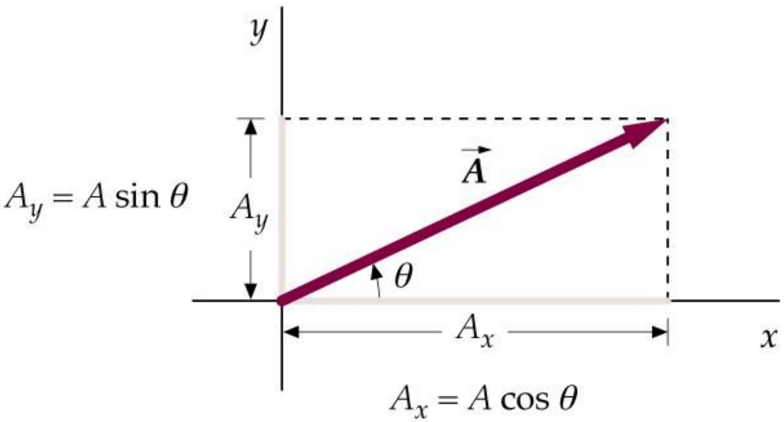
$$\vec{A} = A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k}$$

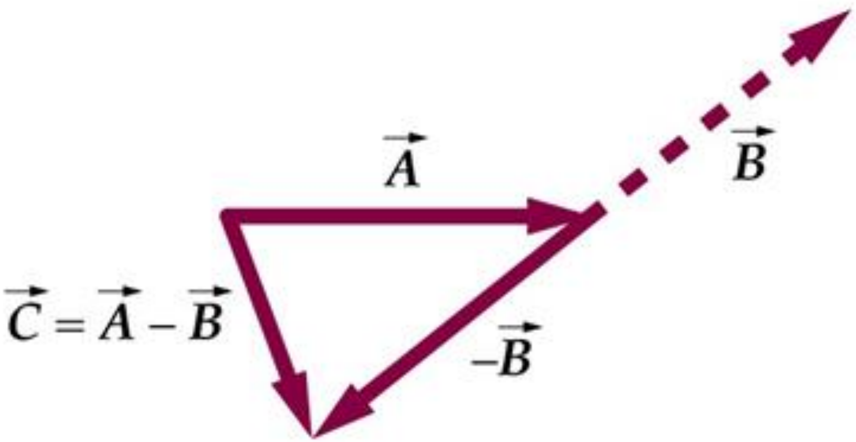
$$\vec{C} = (A_x + B_x)\hat{i} + (A_y + B_y)\hat{j} + (A_z + B_z)\hat{k}$$

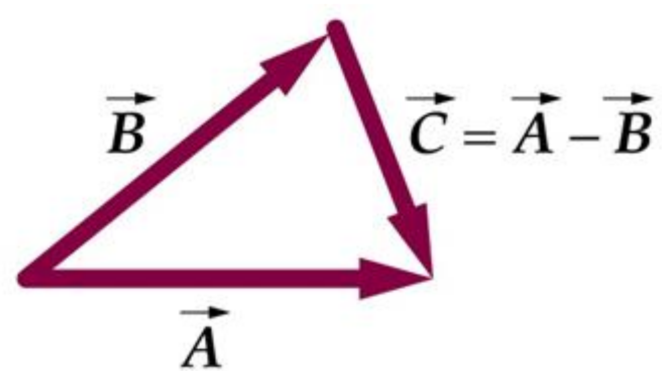
Deslocamento, velocidade e aceleração

Revisão sobre vetores (subtração)

Decomposição vetorial em coordenadas

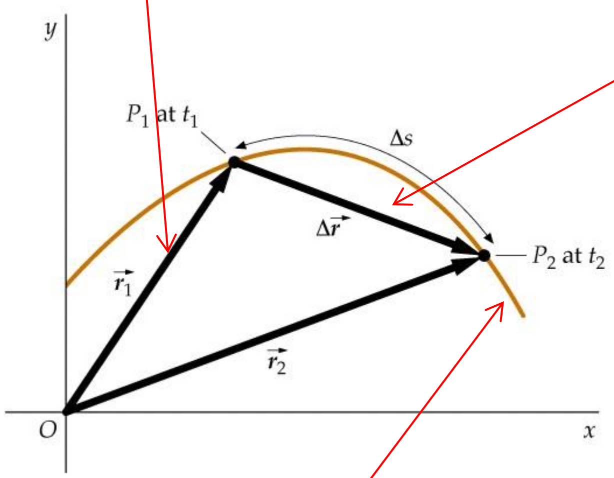






Deslocamento, velocidade e aceleração

Vetor Posição



trajetória

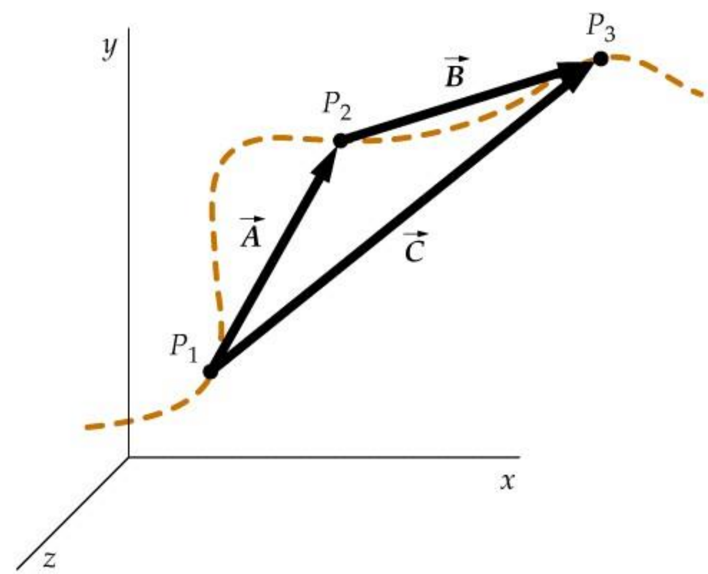
$$\vec{r} = r_x \hat{i} + r_y \hat{j} + r_z \hat{k}$$

Deslocamento

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$

$$\Delta\vec{r} = (x_2 - x_1)\hat{i} + (y_2 - y_1)\hat{j} + (z_2 - z_1)\hat{k}$$

$$\Delta\vec{r} = \Delta x\hat{i} + \Delta y\hat{j} + \Delta z\hat{k}$$



Módulo do deslocamento

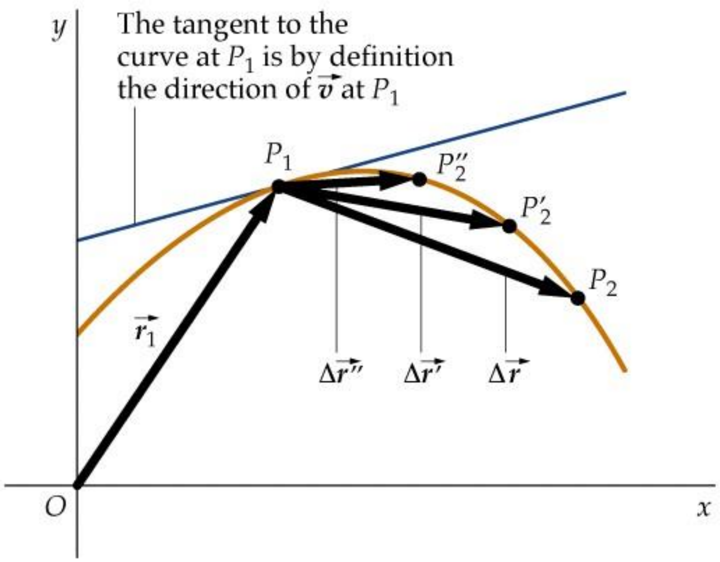
$$\Delta r = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2}$$

Deslocamento, velocidade e aceleração

Velocidade média

$$\vec{v}_{med} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

Velocidade instantânea



$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

$$\vec{v} = \frac{dx}{dt}\hat{i} + \frac{dy}{dt}\hat{j} + \frac{dz}{dt}\hat{k}$$

$$\vec{v} = v_x \hat{i} + v_y \hat{j} + v_z \hat{k}$$

Módulo da Velocidade

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

Aceleração média

$$\vec{a}_{med} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$

Aceleração instantânea

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

$$\vec{a} = \frac{dv_x}{dt}\hat{i} + \frac{dv_y}{dt}\hat{j} + \frac{dv_z}{dt}\hat{k} = \frac{d^2x}{dt^2}\hat{i} + \frac{d^2y}{dt^2}\hat{j} + \frac{d^2z}{dt^2}\hat{k}$$

$$\vec{a} = a_x\hat{i} + a_y\hat{j} + a_z\hat{k}$$

Uma bola é lançada e sua posição é dada por r. Encontre suas velocidades e acelerações como função do tempo.

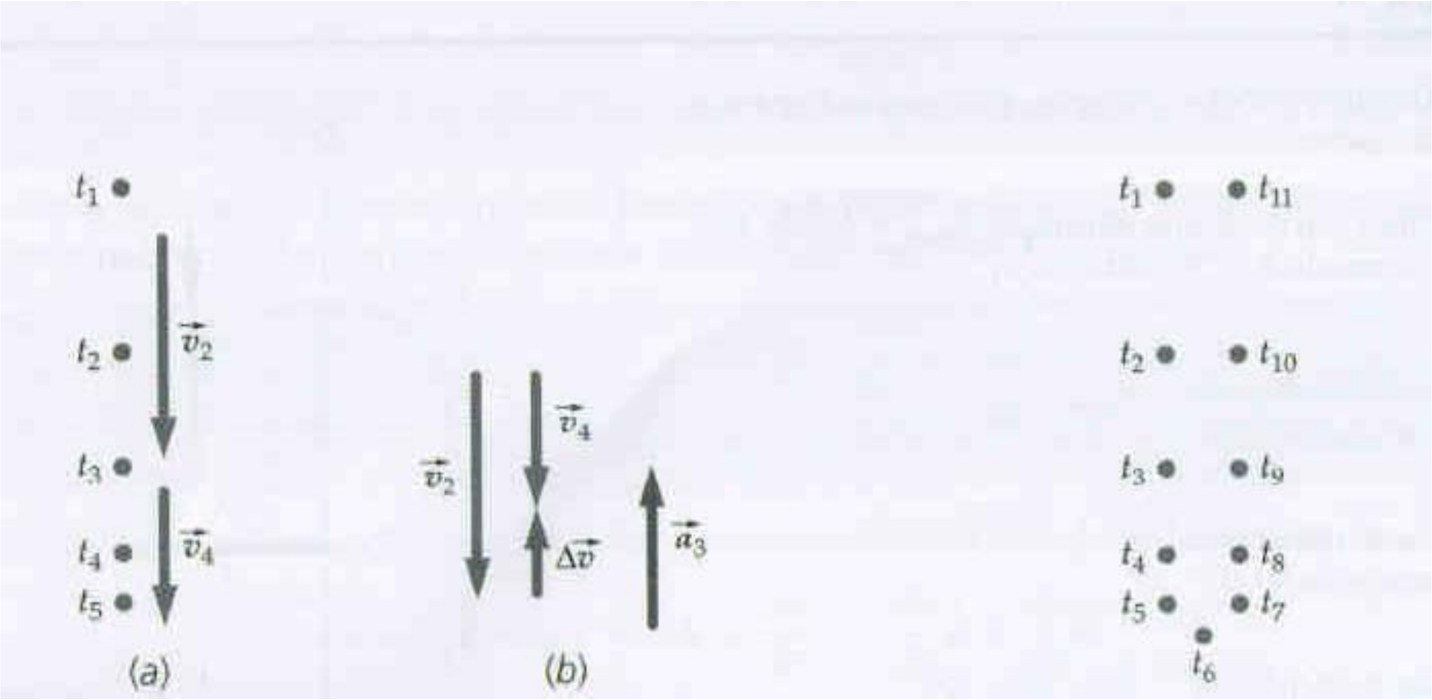
$$\vec{r} = [1{,}5m + (12m/s)t]\hat{i} + [(1{,}6m/s)t - (4{,}9m/s^2)t^2]\hat{j}$$

Quais são as posição e velocidade iniciais?

Orientação do vetor aceleração:

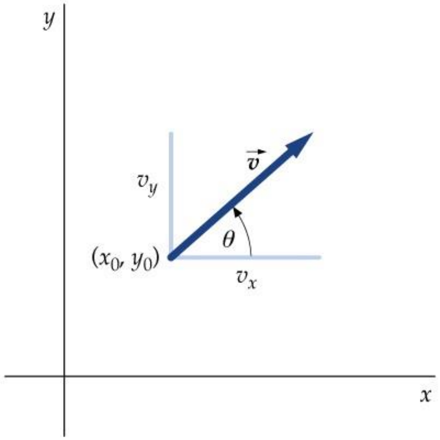
Saltadora de bungee-jump sendo freada pelo elástico

Subida da saltadora de bungee-jump



Movimento de projéteis

O projétil é lançado em uma trajetória bidimensional, a partir da posição inicial (r_0), com uma velocidade inicial (v_0), com um ângulo θ em relação à horizontal, ficando em sua trajetória, submetido à uma aceleração vertical (-g).



$$v_{0x} = v_0 \cos\theta_0 \qquad a_x = 0$$

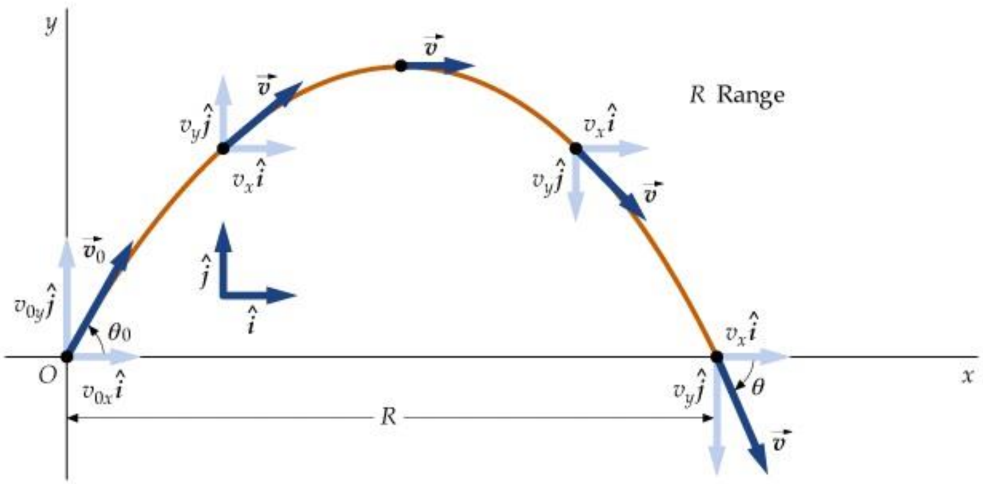
$$v_{0y} = v_0 \sin\theta_0 \qquad a_y = -g$$

$$\left.\begin{matrix} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{matrix}\right\} \quad \begin{matrix} v_x = v_{0x} \\ v_y = v_{0y} - gt \end{matrix}$$

Equações do movimento

$$x(t) = x_0 + v_{0x}t$$

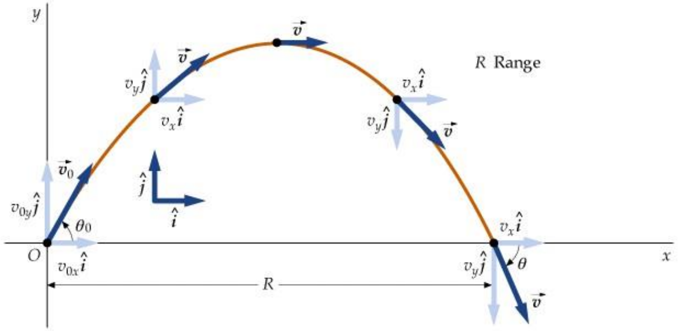
$$y(t) = y_0 + v_{0y}t - \frac{g}{2}t^2$$



Equação da trajetória (para $x_0=y_0=0$)

$$x(t) = v_{0x}t$$

$$y(t) = v_{0y}t - \frac{g}{2}t^2$$

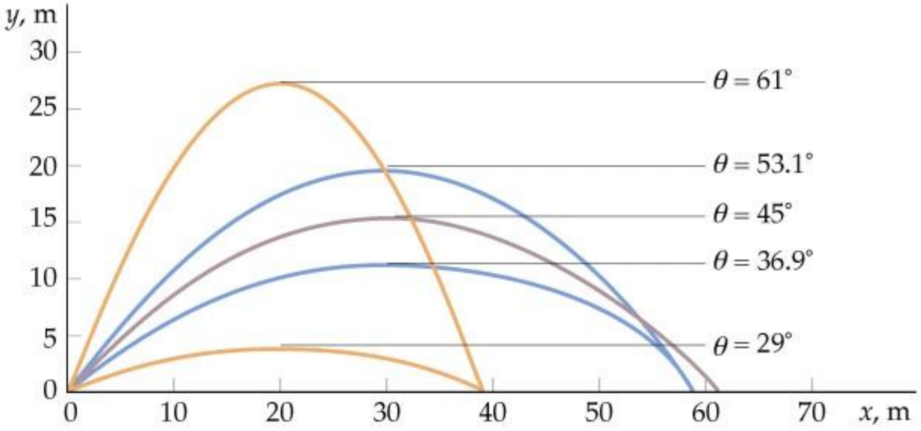


$$t = x / v_{0x}$$

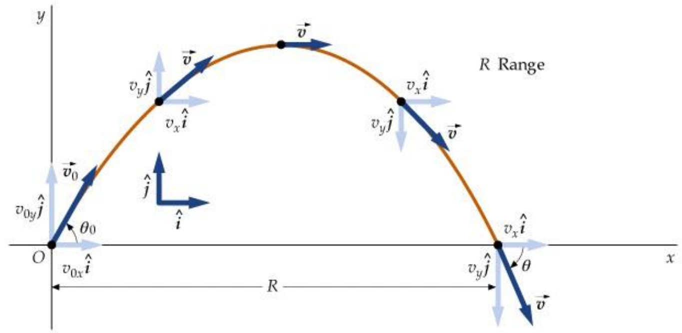
$$y(x) = v_{0y}(x / v_{0x}) - \frac{g}{2}(x / v_{0x})^2$$

$$y(x) = \left(\frac{v_{0y}}{v_{0x}}\right)x - \left(\frac{g}{2v_{0x}^2}\right)x^2$$

$$y(x) = \left(\frac{v_{0y}}{v_{0x}}\right)x - \left(\frac{g}{2v_0^2\cos^2\theta_0}\right)x^2$$



Tempo total de vôo (T)



$$x(t) = v_{0x} t$$

$$y(t) = v_{0y} t - \frac{g}{2} t^2$$

Para t=T, y=0

$$0 = v_{0y} T - \frac{g}{2} T^2$$

$$0 = v_{0y} - \frac{g}{2} T$$

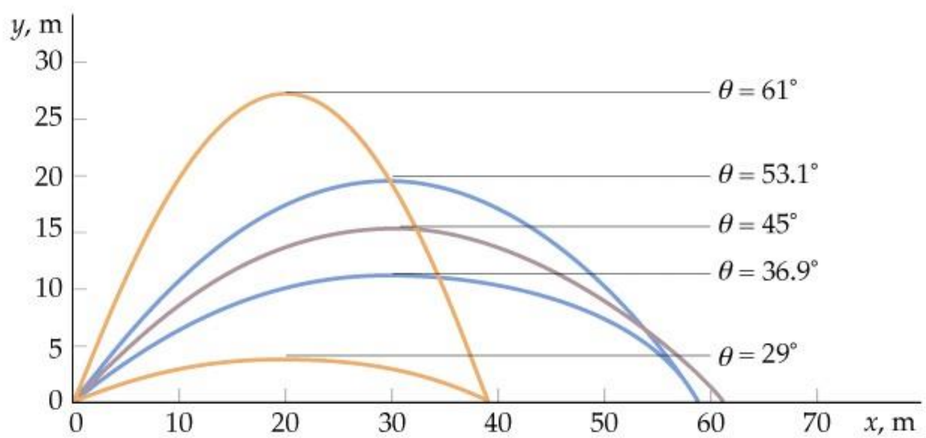
$$T = \frac{2v_{0y}}{g} = \frac{2v_0}{g} \cos\theta_0$$

Alcance horizontal (R)

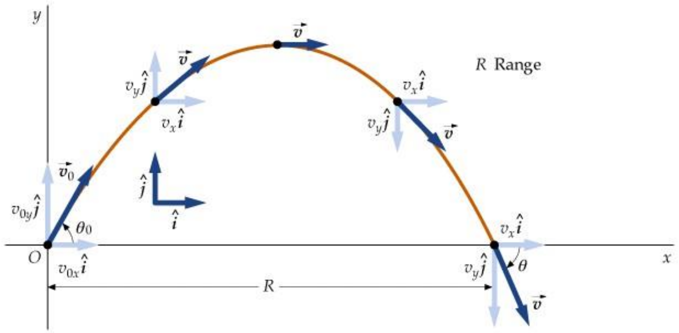
$$R = v_{0x} T$$

$$R = \frac{2v_0^2}{g} \sin\theta_0 \cos\theta_0$$

$$R = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\theta_0$$



Tempo de subida (Ts)



$$v_x = v_{0x}$$

$$v_y = v_{0y} - gt$$

Para t=Ts, v_y=0

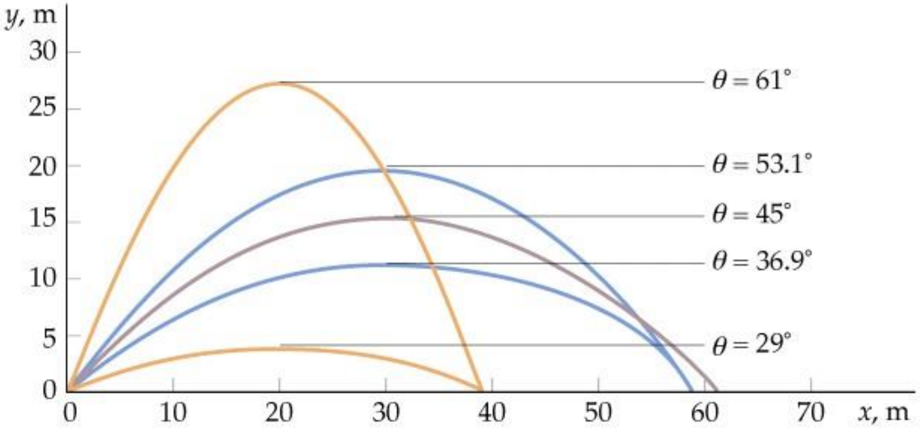
$$0 = v_{0y} - gT_s$$

$$T_s = \frac{v_{0y}}{g} = \frac{v_0}{g}\sin\theta_0$$

Altura máxima (H)

$$H = v_{0y}T_s - \frac{g}{2}T_s^2$$

$$H = \frac{v_0^2}{2g}\sin^2\theta_0$$



Alguns exercícios

4) Um carro corre com velocidade de 90 km/h em uma zona escolar. Um carro de polícia parte do repouso quando o corredor passa por ele e acelera à taxa de 5,0 m/s². (a) quando a polícia alcançará o carro? (b) qual será a velocidade da polícia ao alcançá-lo?

Carro ➔ (v_c=90km/h=25m/s)

$$x_c = v_c t = 25t$$

Polícia ➔

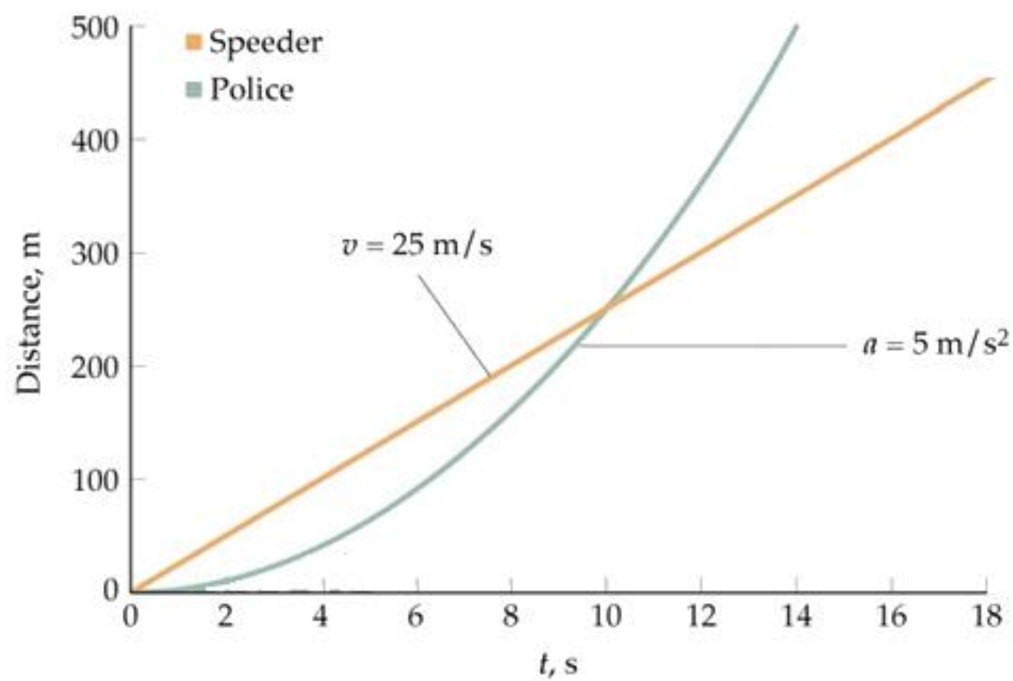
$$x_p = \frac{a_p}{2}t^2 = \frac{5}{2}t^2$$

Necessitamos encontrar o valor de t que torna $x_c = x_p$

$$x_c = 25t = \frac{5}{2}t^2 = x_p$$

$$t = 10s$$

$$v_p = 5t = 50m/s$$



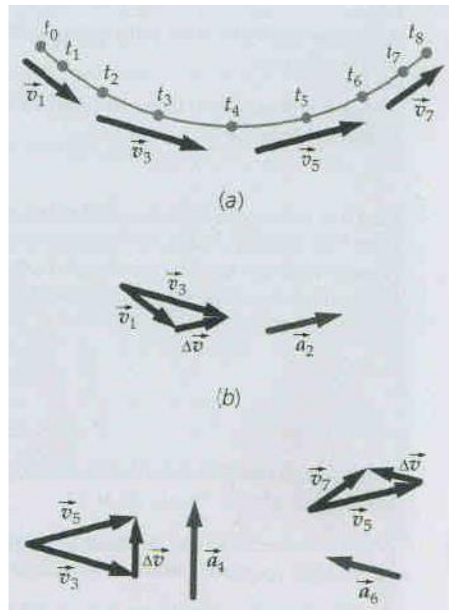
Movimento Circular

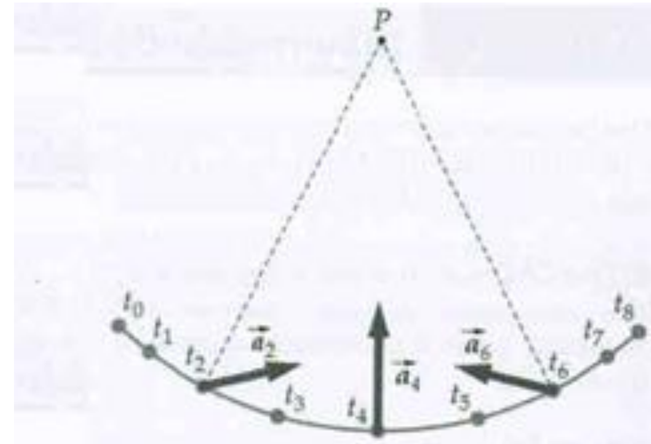
Pêndulo

Caso do movimento pendular

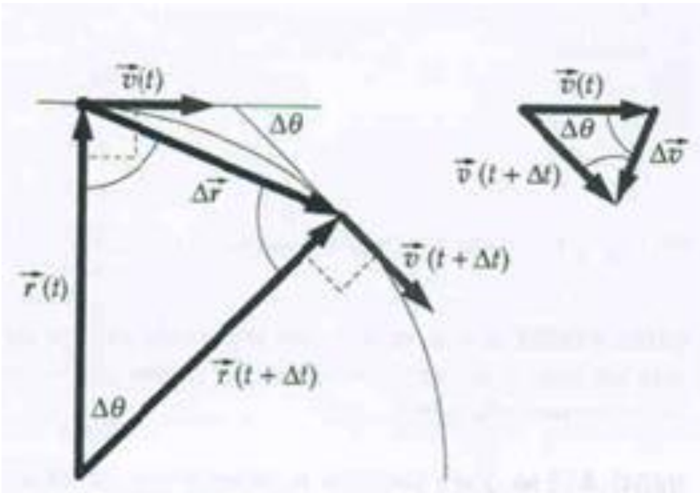
FIGURA 3-21 A massa de um pêndulo oscila ao longo de um arco circular centrado no ponto de suspensão do fio.

Analisando a aceleração





Movimento Circular Uniforme



Por semelhança de triângulos

$$\frac{|\Delta\vec{v}|}{|\Delta\vec{r}|} = \frac{v}{r}$$

$$|\Delta\vec{v}| = \frac{v}{r}|\Delta\vec{r}|$$

$$\frac{|\Delta\vec{v}|}{|\Delta t|} = \frac{v}{r}\frac{|\Delta\vec{r}|}{|\Delta t|}$$

$$\lim_{\Delta t\to 0}\frac{|\Delta\vec{v}|}{|\Delta t|} = \frac{v}{r}\lim_{\Delta t\to 0}\frac{|\Delta\vec{r}|}{|\Delta t|}$$

$$a = \frac{v}{r}v = \frac{v^2}{r} = a_c$$

Aceleração centrípeta

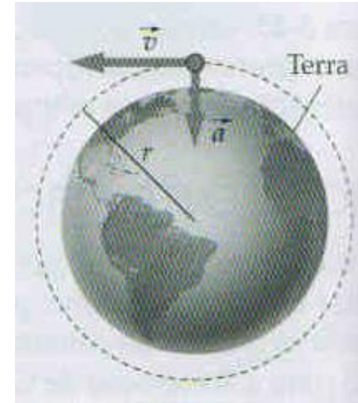


FIGURA 3-25 Um satélite em órbita terrestre circular baixa.

Período (T)

tempo necessário para uma volta completa

$$v = \frac{2\pi r}{T}$$

$$T = \frac{2\pi r}{v}$$

Movimento Circular Uniforme

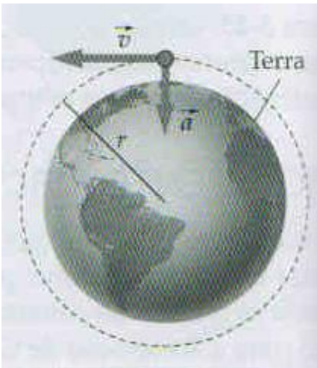


FIGURA 3-25 Um satélite em órbita terrestre circular baixa.

Calcule o módulo da velocidade e o período de um satélite com órbita "baixa".

R_T= 6370 km e g= 9,81 m/s^2

Movimento não retilíneo qualquer

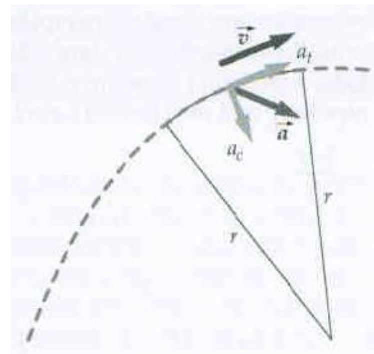
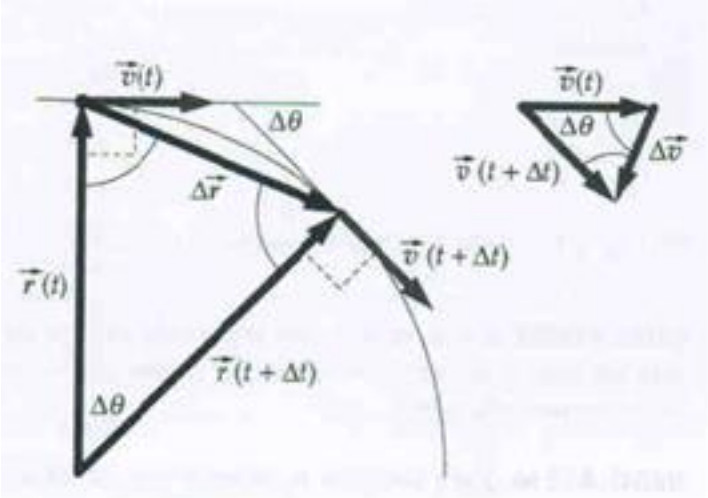


FIGURA 3-26 As componentes tangencial e centrípeta da aceleração de uma partícula que se move ao longo de um caminho curvo.

Além da aceleração centrípeta, podemos ter também uma componente da aceleração paralela à direção do movimento (aceleração tangencial)

$$a_t = \frac{dv}{dt}$$

Movimento Circular Uniforme



Tratamento vetorial

$$\vec{r} = R\cos\theta\hat{i} + R\sin\theta\hat{j}$$

$$\theta = \omega t$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = -R\omega\sin\theta\hat{i} + R\omega\cos\theta\hat{j}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = -R\omega^2\cos\theta\hat{i} - R\omega^2\sin\theta\hat{j}$$

Aceleração centrípeta

$$\vec{a}_c = -\omega^2\vec{r} = -\frac{v^2}{r^2}\vec{r} = -\frac{v^2}{r}\hat{r}$$

Aceleração total

$$\vec{a} = \vec{a}_c + \vec{a}_t$$