Ciência e Tecnologia do Vácuo

AULA 9

12/03/16

Passar lista de presença

Resumo da aula anterior

① Regime viscoso $(\lambda << D)$

- condutância de um orifício

mostrar transparência

- condutância de um tubo

$$\boxed{C_{N_2} = \frac{180\, D^4 \bar{P}}{L}} \qquad \frac{P_1 + P_2}{2} = \bar{P}$$

- Condutância dependente do gás

$$\boxed{C = \frac{1}{\eta} \, \frac{\pi D^4 \bar{P}}{128 L}}$$

② Regime intermediário $10^{-2} \leq D\bar{P} \leq 1$

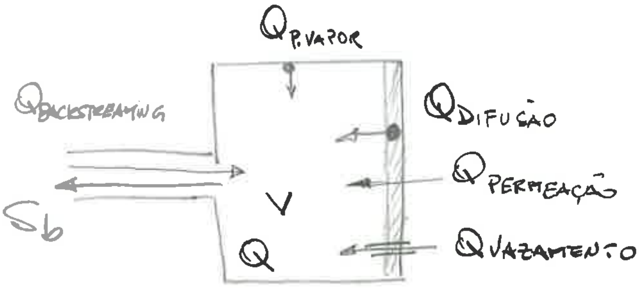
$$C_I = C_m \left(0{,}0736 \frac{D}{\bar{\lambda}} + 1 \right) \qquad \boxed{\bar{\lambda} = \frac{5 \times 10^{-3}\ \text{cm}}{P(\text{Torr})}}$$

CÁLCULO DE SISTEMAS DE VÁCUO

Comportamento da pressão em função do tempo { VISCOSO / MOLECULAR

$\boxed{P(t)}$

Variação do throughput



Variação do fluxo de massa

(Q)

Fontes de GASES

(a) Moléculas de gás da atmosfera inicialmente fechadas no sistema (Q)

(b) Gás penetra no sistema devido a um vazamento (Q_V)

$\Rightarrow$ Vazamento Real (cte) ou VIRTUAL (dependente do tempo)

(c) Gás proveniente da desgaseificação dos materiais no sistema (Q_D)

Desorpção térmica e Difusão (dependente do tempo)

(d) Gás ou vapor resultante da pressão de vapor dos materiais (Q_{PV})

VAPORIZAÇÃO

(e) Gás penetrando no sistema por permeação através das paredes (Q_P) (cte)

(f) Backstreaming (Q_B)

$$Q_G = Q_V + Q_D + Q_{PV} + Q_P + Q_B$$

$$\boxed{Q_G = \sum_i Q_i}$$

Todas as fontes de gases dependem de como foi projetado o sistema e os materiais utilizados

A maioria é constante no tempo.

Bombeamento no Regime Viscoso

Suposição: A velocidade de bombeamento é constante no intervalo de pressões.

A velocidade de bombeamento efetiva depende da condutância do sistema

$$\boxed{S_{ef} = \frac{S_b C}{S_b + C}}$$

No regime viscoso:

$$C = \frac{\pi}{128}\frac{D^4}{\eta L}\bar{P} = E\bar{P}$$

$$\bar{P} = \frac{P_1 + P_2}{2}$$

$$S_{ef} = \frac{S_b E\bar{P}}{S_b + E\bar{P}} \Rightarrow Q = PS = \frac{PS_b E\bar{P}}{S_b + E\bar{P}}$$

$$Q = P\frac{dV}{dt}$$ mas $PV = cte$ então $P\frac{dV}{dt} + V\frac{dP}{dt} = 0$

logo $P\frac{dV}{dt} = -V\frac{dP}{dt}$

Q_G é desprezado uma vez que é muito pequeno comparado ao throughput (Q)

$$\therefore \boxed{Q = -V\frac{dP}{dt} = \frac{PS_b E\bar{P}}{S_b + E\bar{P}}} \quad (I)$$

Por outro lado

$$Q = P_b S_b = -V\frac{dP}{dt}$$

$$\therefore \boxed{P_b = \frac{-V}{S_b}\frac{dP}{dt}} \quad (II)$$

Substituindo $\bar{P}$ em (1), temos:

$$Q = P S_b E \left(\frac{P+P_b}{2}\right) \frac{1}{\left[S_b + E\frac{(P+P_b)}{2}\right]} = -V\frac{dP}{dt}$$

substituindo II em I

$$Q = P S_b E \left[\frac{P - \frac{V}{S_b}\frac{dP}{dt}}{2}\right] \frac{1}{\left[S_b + E\left(\frac{P - \frac{V}{S_b}\frac{dP}{dt}}{2}\right)\right]} = -V\frac{dP}{dt}$$

multiplicar por 2

$$P S_b E\left[\frac{P - \frac{V}{S_b}\frac{dP}{dt}}{2}\right] = -V\frac{dP}{dt}\left[S_b + E\left(\frac{P - \frac{V}{S_b}\frac{dP}{dt}}{2}\right)\right]$$

dividi por S_b

$$P^2 S_b E - PVE\frac{dP}{dt} = -V\frac{dP}{dt}\left[2S_b + E\left(P - \frac{V}{S_b}\frac{dP}{dt}\right)\right]$$

$$V\frac{dP}{dt}\frac{2S_b}{S_b} + \cancel{V\frac{dP}{dt}\frac{EP}{S_b}} - V\frac{dP}{dt}\frac{EV}{S_b^2}\frac{dP}{dt} + P^2\frac{S_b E}{S_b} - \cancel{\frac{PVE}{S_b}\frac{dP}{dt}} = 0$$

$$\frac{dP}{dt}\left[2V\right] - \frac{V^2 E}{S_b^2}\left(\frac{dP}{dt}\right)^2 + P^2 E = 0$$

dividindo por E

$$\boxed{\frac{2V}{E}\frac{dP}{dt} - \frac{V^2}{S_b^2}\left(\frac{dP}{dt}\right)^2 + P^2 = 0}$$

escolhendo $A = \frac{2V}{E}$ $\quad B = \left(\frac{V}{S_b}\right)^2$

$$\boxed{-B\left(\frac{dP}{dt}\right)^2 + A\frac{dP}{dt} + P^2 = 0}$$

equação do 2º grau

$$ax^2+bx+c=0$$

raízes $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

escolha

$$\frac{dP}{dt} = \frac{-A \pm \sqrt{A^2+4BP^2}}{-2B}$$

$\dfrac{dP}{dt} < 0$ então escolha a raiz positiva

$$\frac{dP}{dt} = \frac{-A + \sqrt{A^2+4BP^2}}{-2B}$$

$$\int \frac{dP}{dt}dt = \int \text{—} \, dt$$

$$\boxed{\frac{-2B\,dP}{-A+\sqrt{A^2+4BP^2}} = dt}$$

tabela de integrais

integrando

$$t = \frac{A}{2P} + \sqrt{B}\left[\frac{((A^2/4B)+P^2)^{1/2}}{P} - \ln\left(P+\left(\frac{A^2}{4B}+P^2\right)^{1/2}\right)\right] + C$$

condição inicial para $t=0\,s$ $P = P_{inicial}$, então

$$C = \sqrt{B}\left[\ln\left(P_i + \left(\frac{A^2}{4B}+P^2\right)^{1/2}\right) - \frac{\left(\frac{A^2}{4B}+P_i^2\right)^{1/2}}{P_i}\right] - \frac{A}{2P_i}$$

Resultado final

$$\frac{t}{V} = f(E, P_i, P, S_b) \quad \text{substituindo} \quad A = \frac{2V}{E} \quad e \quad B = \frac{V^2}{S_b^2}$$

$$\frac{t}{V} = \frac{1}{E}\left[\frac{1}{P} - \frac{1}{P_i}\right] + \frac{1}{S_b}\left[\frac{((S_b/E)^2 + P^2)^{1/2}}{P} - \frac{((S_b/E)^2 + P_i^2)^{1/2}}{P_i}\right] +$$

$$+ \frac{1}{S_b}\left[\ln \frac{P_i + ((\frac{S_b}{E})^2 + P_i^2)^{1/2}}{P + ((S_b/E)^2 + P^2)^{1/2}}\right] \quad (11)$$

Apresentar transparência com o gráfico desta função para o parâmetro

$$\boxed{\frac{D^4}{L} = \frac{128}{\pi}\eta E}$$

Considerando $P_i = 760$ Torr

$P = 7,6 \times 10^{-2}$ Torr

$\Rightarrow$ Regime Viscoso $\boxed{D\bar{P} \geq 1}$

EXEMPLOS DE COMO USAR ESSES RESULTADOS

EXEMPLO 1

Se uma câmara de $V = 100\,\ell$ for bombeada por uma bomba de $S_b = 2\,\ell/s$, através de um tubo de $D = 2\,cm$ e comprimento $L = 200\,cm$

então o parâmetro geométrico é:

$$\frac{D^4}{L} = 8 \times 10^{-2}\ cm^3$$

Pela curva 8×10^{-2} para $S_b = 2\,\ell/s$

$\frac{t}{V} = 6\ \frac{sec}{\ell}$ então o tempo necessário para bombear $100\,\ell$ será $\underline{600\,s}$

EXEMPLO 2

Se o mesmo volume for conectado diretamente na bomba $L = 0\,cm$ então $\lim_{L \to 0} \frac{D^4}{L} \to \infty$

$$\frac{t}{V} = 4{,}5\ \ell/s$$

Neste caso o tempo para o escoamento de $100\,\ell$ será de $\underline{t = 450\,s}$.

EXEMPLO 3

Se a bomba estiver conectada diretamente na câmara $L = 0\,cm$ $\quad E = \frac{\pi}{128\,\eta L} D^4$

$E \to \infty$ vide eq. III

$$\frac{t}{V} = \frac{1}{S_b}\left[1 - \cancel{\frac{1}{}}\right]^{0} + \frac{1}{S_b}\left[\ln \frac{P_i + P_i}{P + P}\right]$$

$$\boxed{\frac{t}{V} = \frac{1}{S_b} \ln \frac{P_i}{P}}$$

Essa é a equação que descreve o bombeamento no regime molecular

$$\frac{S_b t}{V} = \ln \frac{P_i}{P}$$

$$e^{\frac{S_b t}{V}} = e^{\ln \frac{P_i}{P}} \Rightarrow \frac{P_i}{P} = e^{\frac{S_b t}{V}}$$

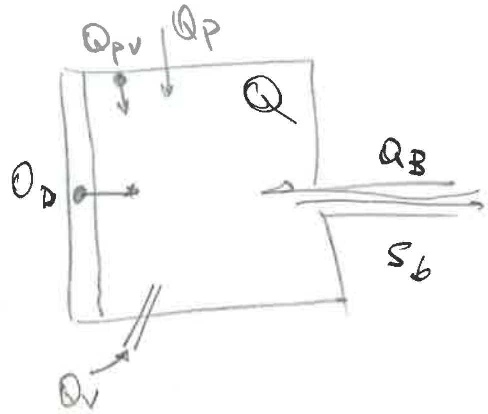
$$P = \frac{P_i}{e^{\frac{S_b t}{V}}}$$

$$\boxed{P = P_i\, e^{-\frac{S_b t}{V}}}$$

Bombeamento no Regime Molecular

Comportamento da pressão em função do tempo

fontes : Q moléculas de gás do sistema
Q_V vazamentos (Real + Virtual)
Q_D Desorpção térmica e Difusão
Q_{VP} Vaporização
Q permeação
Q_B Backstreaming



$$\boxed{Q_G = Q_V + Q_D + Q_{VP} + Q_P + Q_B}$$

$$Q_G = \Sigma' Q_i$$

Variação do throughput

pressão diminuindo

$$-V\frac{dP}{dt} = PS - \underbrace{(Q_V + Q_D + Q_{VP} + Q_P + Q_B)}_{\Sigma' Q_i}$$

$$\frac{dP}{dt} < 0 \quad \therefore \quad Q > 0$$

Equação geral que rege o escoamento de gases

$$\boxed{-V\frac{dP}{dt} = PS - \Sigma' Q_i}$$

Após decorrido um certo tempo, que depende do sistema, o arranjo experimental entra em equilíbrio, ou seja $\boxed{\frac{dP}{dt} \sim 0}$

Neste estágio o sistema mantém uma pressão residual
P_{res} ou P_{FINAL}

então $\boxed{S P_{res} - \Sigma' Q_i = 0}$

$$SP_{res} = \sum_i Q_i$$

$$\boxed{P_{res} = \frac{\sum_i Q_i}{S}}$$

Comparar as pressões finais das bancadas 1 e 2.

$8\,m^3/h$ e $5\,m^3/h$

É muito importante se preocupar com todas as fontes de gases, principalmente com os vazamentos! A pressão final depende deles!!

- Limpeza do sistema (aquecer para limpar)
- Reduzir vazamentos
- Escolher materiais apropriados
- As fontes de gases devem ser conhecidas

A pressão final do sistema é resultado da razão $\frac{\sum_i Q_i}{S} = P_{res}$

Para reduzir a pressão residual é necessário reduzir as fontes de gases e/ou aumentar a velocidade de bombeamento.

Resolução da Equação Diferencial

$$\boxed{-V\frac{dP}{dt} = PS - \sum_i Q_i}$$

Supondo que S seja constante e que o fluxo de massa seja constante ou varie lentamente.

$$-\frac{dP}{dt} = \frac{PS - Q}{V} \quad ; \quad Q = \sum_i Q_i$$

$$\frac{dP}{PS-Q} = \frac{-dt}{V} \qquad \left\{ \begin{array}{l} u = PS - Q \\ du = S\,dP \end{array} \right.$$

então $\dfrac{du}{Su} = \dfrac{-dt}{V}$

$$\frac{du}{Su} = -\frac{dt}{V} \Longrightarrow \frac{du}{u} = -\frac{S}{V}dt \text{ ; integrando}$$

$$\int_{u_0}^{u} \frac{du}{u} = \int_{t_0}^{t} \left(-\frac{S}{V}\right)dt \Longrightarrow \ln u \Big|_{u_0}^{u} = -\frac{S}{V}(t-t_0)$$

$$\ln \frac{u}{u_0} = -\frac{S}{V}(t-t_0) \Longrightarrow e^{\ln \frac{u}{u_0}} = e^{-\frac{S}{V}(t-t_0)}$$

$$\frac{u}{u_0} = e^{-\frac{S}{V}(t-t_0)}$$ mas $u = PS - Q$, então

$$PS - Q = (P_0 S - Q)e^{-\frac{S}{V}(t-t_0)}$$ mas $Q = P_{res} S$, então

$$PS - P_{res}S = (P_0 S - P_{res} S)\, e^{-\frac{S}{V}(t-t_0)}$$

$$(P - P_{res})\cancel{S} = (P_0 - P_{res})\cancel{S}\, e^{-\frac{S}{V}(t-t_0)}$$

$$P - P_{res} = (P_0 - P_{res})\, e^{-\frac{S}{V}(t-t_0)}$$

Como $P_0 >> P_{res}$ então

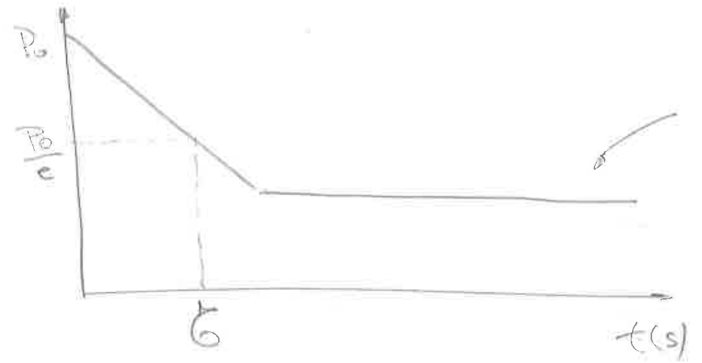
$$P - P_{res} = P_0 e^{-\frac{S}{V}(t-t_0)}$$

$$P = P_0 e^{-\frac{S}{V}(t-t_0)} + P_{res}$$

Para $t_0 = 0\,s$ temos, finalmente:

$$\boxed{P = P_0 e^{-\frac{S}{V}t} + P_{res}}$$

GRÁFICO



$P = \frac{P_0}{e}$ $\qquad \frac{P_0}{e} = P_0 e^{-\frac{S}{V}t}$ $\qquad \frac{1}{e} = e^{-\frac{S}{V}t}$

$e^{-1} = e^{-\frac{S}{V}t}$ $\qquad \ln e^{-1} = \ln e^{-\frac{S}{V}t}$

$-1 = -\frac{S}{V}t$

$t = \frac{V}{S} \longrightarrow t = \tau = \frac{V}{S}$ é a constante de bombeamento

constante de tempo do sistema (τ)

$Q = C\Delta P = C(P_0 - \cancel{P_{residual}})$

desprezível

$Q = C P_0 \quad \therefore \quad Q = cte$

Fator de serviço

A. Guthrie - Vacuum Technology

O fator de serviço é um fator empírico igual ou maior do que 1,0, o qual é especificado para uma dada faixa de pressão, sendo um valor multiplicativo para o escoamento calculado pelas fórmulas para bombas mecânicas, devido à desgaseificação e outras condições reais em sistemas industriais.

FAIXA DE PRESSÃO (Torr)	FATOR DE SERVIÇO
760 - 100	1,0
100 - 10	1,25
10 - 0,5	1,5
0,5 - 0,05	2,0
0,05 - 0,0002	4,0

EXERCÍCIO

Qual o tempo para se reduzir a pressão de um sistema de vácuo por um fator 100.

Considere uma bomba mecânica 60 l/min bombeando uma câmara de D = 30cm, conectada à bomba por um tubo de L = 80cm e D = 2,5cm (1")

(a) Regime molecular ($DP \leq 10^{-2}$ Torr cm)

$$\boxed{P = P_0 \, e^{-\frac{S}{V}t}}$$

$$\ln P = \ln P_0 - \frac{S}{V}t$$

$$\boxed{t = \frac{V}{S} \ln \frac{P_0}{P}}$$

deduzido também para o regime viscoso.

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi\left(\frac{30}{2}\right)^2 = 14130 \text{ cm}^3 \Rightarrow \boxed{V = 14,1 \ell}$$

$$\boxed{S_{ef} = \frac{S_b C}{S_b + C}} \qquad \boxed{S_b = 1 \ \ell/s}$$

$$C_{molecular} = \frac{12 D^3}{L} \qquad N_2 \quad T = 300K \qquad D(cm) \quad L(cm)$$

$$C_{molecular} = \frac{12(2,5)^3}{80} = \boxed{2,3 \ \ell/s}$$

Podemos usar a condutância do tubo?

Resposta: SIM

Lembrando de Doshman

$$\frac{1}{C_{total}} = \frac{1}{C_0} + \frac{1}{C_{tubo}}$$

$$\begin{cases} C_0 = 9D^2 = 9(2,5)^2 = 56 \ \ell/s \\ C_{tubo} = \frac{12D^3}{L} = 2,3 \ \ell/s \end{cases}$$

Portanto $C_o >> C_{tubo}$

Então podemos usar a condutância menor, ou seja, a de maior impedância

$$S_{ef} = \frac{1 \times 2,3}{1+2,3} \sim 0,7\ l/s$$

$$\text{tempo} = \frac{V}{S_{ef}} \ln \frac{P_o}{P} = \frac{14}{0,7} \ln \frac{100}{1} = 93\ s$$

(b) Regime Viscoso

- pressão alta
- choque entre moléculas
- $\lambda << D$ e $DP \geq 1$ Torr cm

$$C_{viscoso} = \frac{180 D^4 \bar{P}}{L} \quad \text{para } N_2 \quad T = 300K$$

$$C_{viscoso} = \frac{180 D^3}{L} D\bar{P} \quad \approx 1$$

logo $$C_{viscoso} = \frac{180 (2,5)^3 \times 1}{80}$$

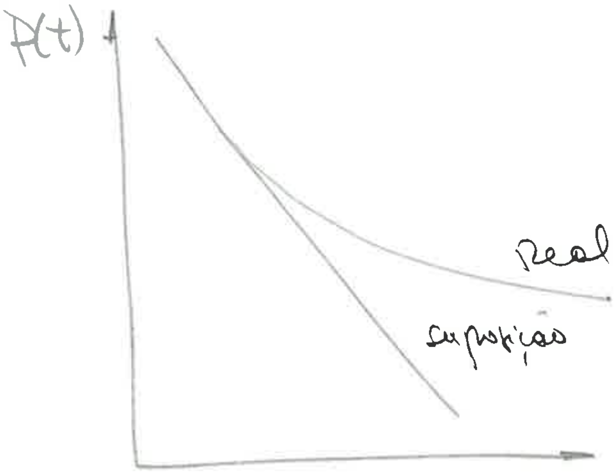
$$C_{viscoso} = 35\ l/s$$

$$S_{ef} = \frac{S_b C}{S_b + C} = \frac{1 \times 35}{1 + 35} \sim 0,98\ l/s$$

$$\boxed{S_b \sim S_{ef} \sim 1\ l/s}$$

No regime viscoso a perda da capacidade de bombeamento é praticamente desprezível!!

$$\text{tempo} = \frac{V}{S_b} \ln \frac{P_0}{P} = \frac{14,1}{1} \ln \frac{100}{1} = 64\ s$$



Foi desprezado no cálculo o termo $P_{res} = \frac{\sum_i Q_i}{S}$

Essa suposição é válida principalmente nos regimes viscoso e intermediário.

Vamos considerar 760 Torr → $7,6 \times 10^{-2}$ Torr

Para usar o gráfico do início da aula

$$\frac{D^4}{L} = \frac{(2,5)^4}{80} \simeq 0,5$$

$V = 14,1\,\ell$ $\quad S_b = 1\,\ell/s$ $\quad D = 2,5\,cm$ $\quad L = 80\,cm$

$$\frac{t}{V} = 9\ \frac{s}{\ell}$$ então $$t = 127\ s$$

Usando a equação acima $t = \frac{V}{S} \ln \frac{P_0}{P}$, temos

$$t = \frac{14,1}{1} \ln \frac{760}{7,6 \times 10^{-2}} = 130\ s$$