Ciência e Tecnologia do Vácuo

AULA 7

05/03/2016

passar lista de presença
distribuir artigo do Helcio J. Vac. Sci Technology 17(2) (1980) 661

Resumo da aula anterior

cálculo de condutâncias no regime molecular $(\lambda >> D)$

1 Condutância de um orifício

$$Q = \frac{PdV}{dt} = kT\frac{\Delta N}{\Delta t} \qquad Q = C\Delta P$$

$$C = 3{,}64\left(\frac{T}{M}\right)^{1/2} A \; [\ell/s] \implies \boxed{C \propto \sqrt{\frac{T}{M}}}$$

dependência com T e M

para N_2 $T = 293\,K$

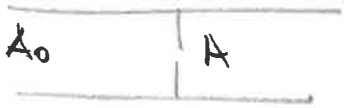
$$C_{N_2} = 12A \; [\ell/s]$$

A $[cm^2]$
C $[\ell/s]$

orifício circular $\boxed{C_{o_{N_2}} = 9D^2}$

D (cm)
C_o (ℓ/s)

2 Condutância de um diafragma



$$C_{ef} = 12A\left(\frac{A_o}{A_o - A}\right)$$

$$C_{ef} = 9D^2\left(\frac{D_o^2}{D_o^2 - D^2}\right)$$

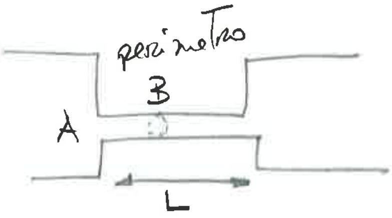
Casos

$A << A_o$ $C_{ef} \sim C_A$

$A \sim A_o$ $C_{ef} \sim \infty$

$A = A_o/2$ $C_{ef} = 2C_A$ efeito diafragma

③ Condutância de um tubo (Regime molecular)



$$C = \frac{16K}{3} \sqrt{\frac{kT}{2\pi m}} \frac{A^2}{BL}$$

$K = 1$ p/ tubos cilíndricos

$$\boxed{C = \frac{4}{3} \bar{v} \frac{A^2}{BL}}$$

$$\boxed{C = \frac{\pi}{12} \bar{v} \frac{D^3}{L}}$$

para N_2 em tubo cilíndrico

$$\boxed{C_{ar} = \frac{12 D^3}{L}}$$

D (cm)
L (cm)
C (l/s)

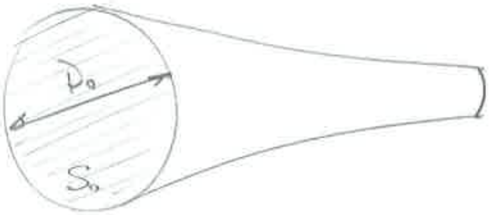
④ Cálculo de condutâncias de tubos

- quadrado
- retangular
- elíptico
- triangular

EXPRESSÃO GERAL

$$\boxed{C = K \frac{4}{3} \frac{\bar{v}}{\int_0^L \frac{B}{A^2} dl}}$$

Regime molecular



$$\boxed{S = S_0 e^{-\beta x}}$$

área $A = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{\pi D_0^2 e^{-\beta x}}{4}$

$$\begin{cases} D^2 = D_0^2 e^{-\beta x} \\ D = D_0 e^{-\frac{\beta x}{2}} \end{cases}$$

perímetro $B = 2\pi R = \pi D$

$A = \frac{\pi D^2}{4}$ $\quad A^2 = \frac{\pi^2 D^4}{16} \Rightarrow \frac{B}{A^2} = \frac{\cancel{\pi}\cancel{D}}{\frac{\pi^2 D^4}{16}} = \frac{16}{\pi D^3}$

equação geral

$$\boxed{C = \frac{4}{3} k \frac{\bar{v}}{\int_0^L \frac{B\,dl}{A^2}}}$$

$I = \int_0^L \frac{B\,dx}{A^2} = \int_0^L \frac{16}{\pi D^3} dx = \frac{16}{\pi} \int_0^L D^{-2} D^{-1} dx$ substituindo

$$I = \frac{16}{\pi} \int_0^L \left(D_0^{-2} e^{+\beta x}\right)\left(D_0^{-1} e^{\frac{\beta x}{2}}\right) dx$$

$$I = \frac{16}{\pi D_0^3} \int_0^L e^{\frac{3}{2}\beta x} dx = \frac{16}{\pi D_0^3} \frac{2}{3\beta} e^{\frac{3}{2}\beta x}\Big|_0^L =$$

$I = \frac{32}{3\pi\beta D_0^3}\left[e^{\frac{3}{2}\beta L} - e^0\right] = \frac{32}{3\pi\beta D_0^3}\left[e^{3/2\,\beta L} - 1\right]$ substituindo

$$C = \frac{4}{\cancel{3}} k\, \bar{v}\, \frac{\cancel{3}\pi\beta D_0^3}{32}\left[e^{\frac{3}{2}\beta L} - 1\right]^{-1}$$

$$\boxed{\therefore C = \frac{k\,\bar{v}\,\pi\beta D_0^3}{8}\left[e^{3/2\,\beta L} - 1\right]^{-1}}$$

Para $\beta \to 0$

$$C = \lim_{\beta \to 0} \frac{k \bar{v} \pi D_0^3 \beta}{8} \left[e^{3/2 \beta L} - 1 \right]^{-1}$$

$$C = \lim_{\beta \to 0} \frac{k \bar{v} \pi D_0^3}{8} \left[\frac{\beta}{e^{3/2 \beta L} - 1} \right]$$ regra de L'Hôpital

$$C = \lim_{\beta \to 0} \frac{k \bar{v} \pi D_0^3}{8} \frac{1}{\frac{3}{2} L e^{3/2 \beta L}} = \frac{k \bar{v} \pi D_0^3}{8} \frac{1}{\frac{3}{2} L}$$

$$C = \frac{k \bar{v} \pi D_0^3}{12 L}$$ p/ $k = 1$ cilindro

$$\boxed{C = \frac{\bar{v} \pi D_0^3}{12 L}}$$ expressão para o tubo circular.

como $\bar{v} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$ para $T = 20°C$ $T = 293 K$

$$\bar{v} = 14{,}55 \left(\frac{T}{M} \right)^{1/2} cm/s = 14{,}55 \left(\frac{293}{28} \right)^{1/2} cm/s = 47070 cm/s$$

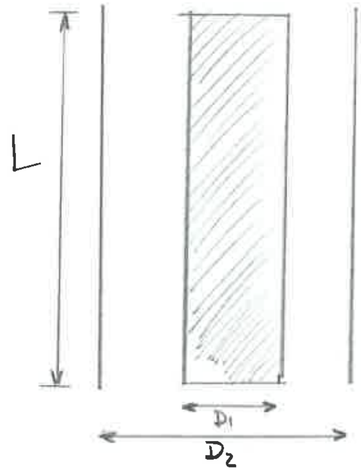
então $C = \frac{\pi}{12 L} (47070) \frac{D_0^3}{L} \frac{cm^3}{s}$

$$C = 12300 \frac{D_0^3}{L} \frac{cm^3}{s}$$

$$\therefore \boxed{C = 12{,}3 \frac{D_0^3}{L}} \; l/s$$

Condutância de um duto anular

Regime molecular



hipótese de Knudsen

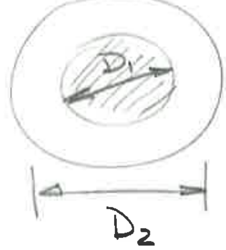
$$P_{transmissão} \propto \frac{A}{BL}$$

$$\boxed{C = \frac{4}{3} k \frac{\bar{v}}{\int_0^L \frac{B\,dl}{A^2}}}$$ Equação geral

Para seção reta constante $$\boxed{C = \frac{4}{3} k \frac{\bar{v}}{\frac{BL}{A^2}}}$$

Superfície de um duto anular

$$\begin{cases} BL = \pi D_1 L + \pi D_2 L = \pi (D_1 + D_2) L \\ A = \frac{\pi}{4} (D_2^2 - D_1^2) \end{cases}$$



$$C = \frac{4}{3} k \bar{v} \frac{A^2}{BL} = \frac{4}{3} k \bar{v} \frac{\pi^{\cancel{2}}}{16} \frac{(D_2^2 - D_1^2)^2}{\cancel{\pi}(D_1 + D_2) L}$$

lembrando que $(a+b)(a-b) = a^2 - ab + ba - b^2 = a^2 - b^2$, temos:

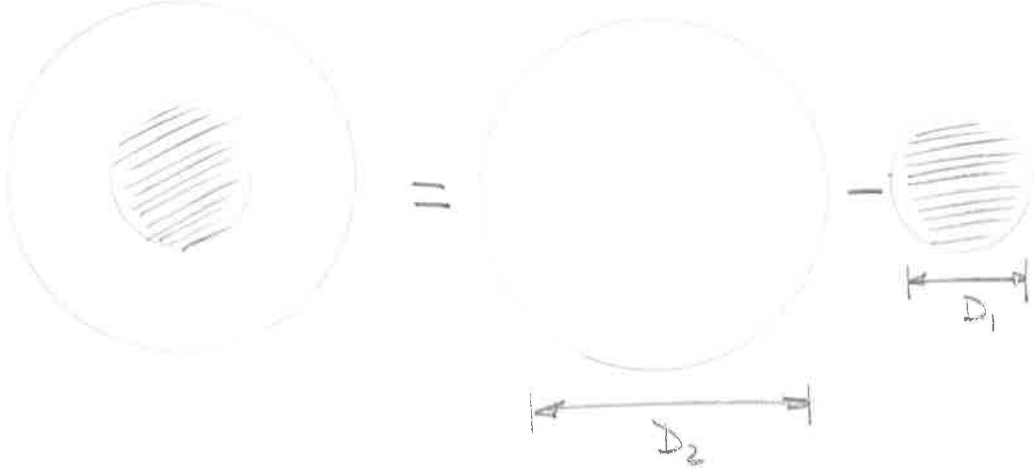
$$C = \frac{K}{12} \frac{\bar{v}}{L} \pi \frac{(D_2 + D_1)^{\cancel{2}} (D_2 - D_1)^2}{\cancel{D_1 + D_2}}$$

para $T = 20°C$ N_2 $\bar{v} = 47070$ cm/s

$$\boxed{C = \frac{12\,K}{L} (D_2 - D_1)^2 (D_1 + D_2)}$$ l/s (I)

Outra maneira de fazer o cálculo (armadilhas)

H. Oursic J. Vac. Sci. Tech 17(2) (1980) 661



Considerando a condutância de um duto circular

$$C = \frac{12\,D^3}{L}\text{, então:}$$

$$C_T = \frac{12}{L}D_2^3 - \frac{12}{L}D_1^3 = \frac{12}{L}\left(D_2^3 - D_1^3\right) \times H \qquad (\mathrm{II})$$

Como I = II, então

$$H = (1-r^2)(1+r+r^2)^{-1}(K') \qquad \text{onde } r = D_1/D_2$$

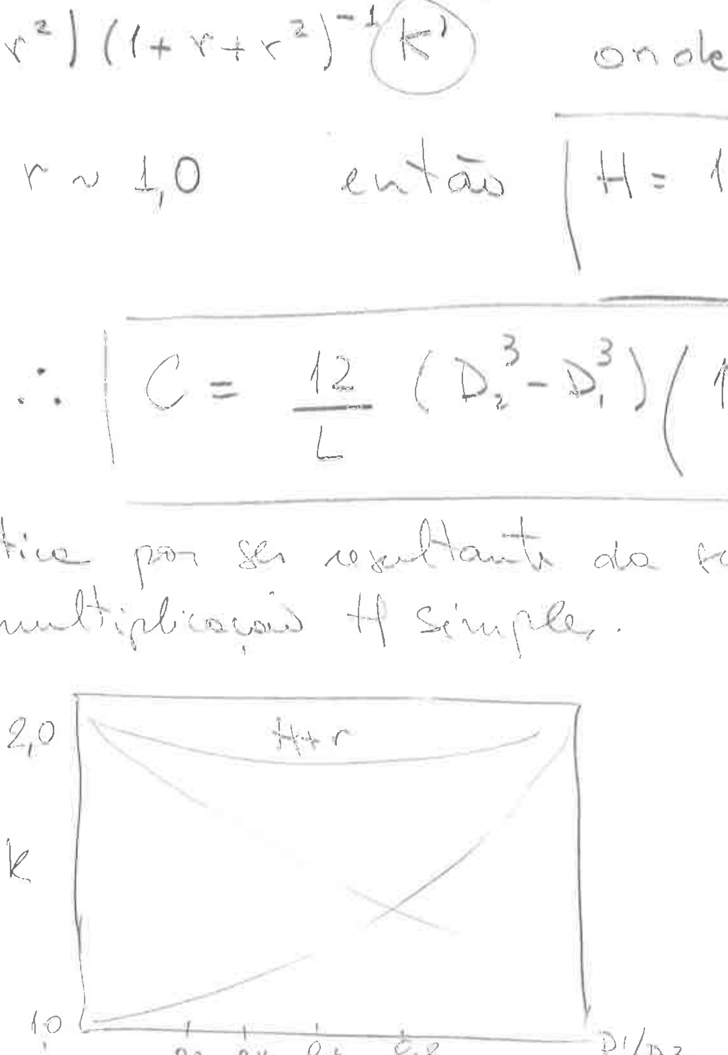
K' é o fator

Como $H + r \sim 1{,}0$ então $\boxed{H = 1 - \frac{D_1}{D_2}}$

$$\therefore \boxed{C = \frac{12}{L}\left(D_2^3 - D_1^3\right)\left(1 - \frac{D_1}{D_2}\right)}$$

Equação mais prática por ser resultante da subtração e usa um fator de multiplicação H simples.

Mostrar transparência



Exercício 16 - lista 2

Calcular a condutância para $T = -196\ °C$

$$C \propto \sqrt{\frac{T}{M}} \qquad T_{N_2}\ \text{líquido} \simeq -196\ °C$$

$$T_{N_2}\ \text{líquido} \cong 77\ K$$

$$\frac{C_1}{C_2} \propto \sqrt{\frac{T_1}{T_2}} \qquad \frac{C_1}{C_2} \sim \sqrt{\frac{77}{293}} \qquad \boxed{\frac{C_{1\,77K}}{C_{2\,293K}} \sim 0{,}5}$$

Exercício: Bomba difusora

(A) Qual a velocidade de bombeamento de uma bomba difusora de 4"

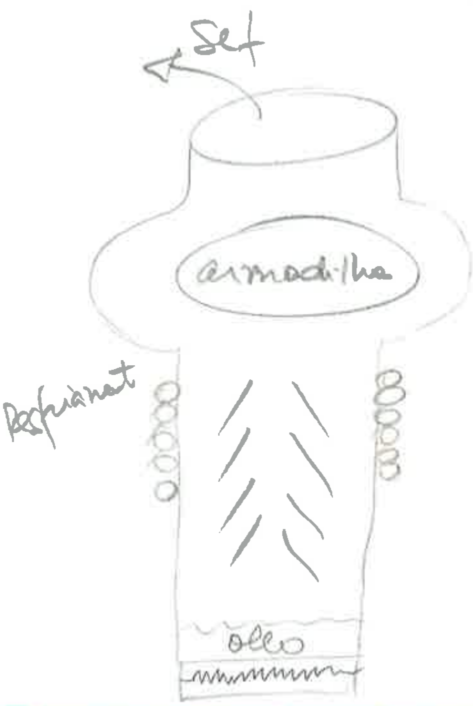
$$S_{BD} \sim 50\%\ C_{orifício} = 50\%\ 9D^2 = 4{,}5\,D^2$$

$4" \sim 10\,cm$

$$\boxed{S_{observado} = 450\ l/s}$$

(B) Qual o $S_{efetivo}$ ao se colocar um trap com condutância da mesma ordem de grandeza de S_{bd}?

$$C_{trap} \simeq 450\ l/s$$



$$S_{ef} = \frac{S_b\,C}{S_b + C}$$

Essa equação só é válida quando o throughput é constante.

Calculando

$$S_{ef} = \frac{450 \times 450}{450+450} = 225 \; l/s$$

A velocidade de bombeamento cai pela metade

$C_{trap} \underset{300\,K}{\sim} 450 l/s \Longrightarrow C_{trap} \underset{77\,K}{\simeq} 0,51 \times 450 = 230 l/s$

Neste novo caso $(T = 77\,K)$

$$S_{ef} = \frac{450 \times 230}{450+230} \simeq 150 \; l/s$$

Redução de 1/3 do valor inicial

$$\begin{cases} S_{inicial} = 450 \; l/s \\ S_{eff}(300k) = 225 \; l/s \\ S_{ef}(77k) = 150 \; l/s \end{cases}$$

Ao colocar N_2 líquido no trap a velocidade de bombeamento cai de 225 l/s para 150 l/s, mas a pressão NÃO aumenta, na verdade a pressão diminui!!

- A armadilha de N_2 líquido aprisiona o vapor d'agua e moléculas do ar e evita o backstreaming.

- A armadilha de N_2 líquido funciona como uma outra bomba de vácuo (criogênica)

EXERCÍCIO 13 - Lista 2

Determine a expressão da condutância de um orifício para temperaturas diferentes

$T_1 \neq T_2$

$$Q = P\frac{dV}{dt} = kT\frac{dN}{dt}$$

$$\nu = \frac{\text{nº de moléculas}}{\text{área tempo}} \equiv \nu = \frac{1}{4} n \bar{v} \qquad \frac{dN}{dt} = \nu A$$

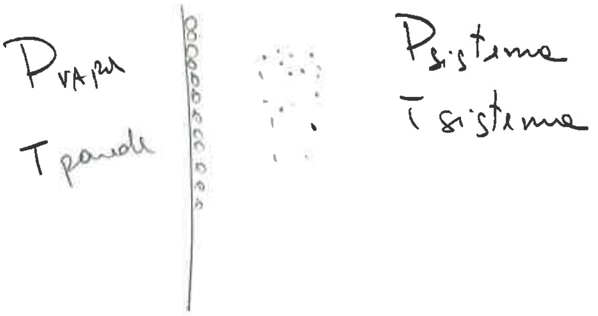
$$\therefore\ Q = kT\nu A = kT\frac{1}{4} n \bar{v} A \qquad \left\{ \begin{array}{l} \bar{v} = \sqrt{\dfrac{8kT}{\pi m}} \\ n = \dfrac{P}{kT} \end{array} \right.$$

$$Q_T = Q_1 - Q_2$$

$$Q_T = \sqrt{\frac{k}{2\pi m}}\, A \left(\sqrt{T_1}\, P_1 - \sqrt{T_2}\, P_2\right)$$

$$Q = C\Delta P \qquad Q = C\,(P_1 - P_2)$$

$$\boxed{C = A\sqrt{\frac{k}{2\pi m}}\,\frac{\left(\sqrt{T_1}\,P_1 - \sqrt{T_2}\,P_2\right)}{P_1 - P_2}}$$

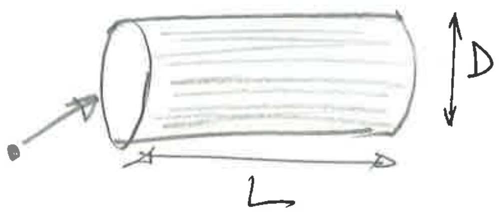


É possível estimar o bombeamento de superfícies frias

Envolve a probabilidade de adesão

EXERCÍCIO 18 - LISTA 2

S. Dushman propôs que a condutância de um duto pode ser descrita como a associação em série de um orifício com a condutância de um duto. Obtenha a expressão para a condutância neste caso. Considere N_2 a $T=300K$ no regime molecular.



Primeiro a molécula deve encontrar o tubo e depois atravessá-lo

$P_{trans} \sim A \qquad P_{trans} \sim \frac{1}{BL}$

$$Z_{total} = Z_{orifício} + Z_{duto}$$

$$\frac{1}{C_T} = \frac{1}{C_0} + \frac{1}{C_{tubo}}$$

$$\begin{cases} C_0 = 9D^2 \\ C_{tubo} = \frac{12D^3}{L} \end{cases}$$

então

$$\frac{1}{C_T} = \frac{1}{9D^2} + \frac{L}{12D^3} = \frac{\frac{12D^3}{L} + 9D^2}{9D^2\,\frac{12D^3}{L}}$$

$$C_T = \frac{12D^3}{L}\left[\frac{9D^2}{9D^2 + \frac{12D^3}{L}}\right]$$

dividindo por $3D^2$ e multiplicando

$$C_T = \frac{12D^3}{L}\left[\frac{3}{3+\frac{4D}{L}}\right] = \frac{12D^3}{L}\left[\frac{3+\frac{4D}{L}}{3}\right]^{-1}$$

$$\boxed{C_T = C_{tubo}\left[1 + \frac{4}{3}\frac{D}{L}\right]^{-1}}$$

No caso de $L >> D$

$$\boxed{C_{TOTAL} \sim C_{tubo}}$$

No caso de $L << D$

$$C_{total} \sim C_{tubo}\,\frac{3L}{4D} = \frac{12D^3}{L}\,\frac{3L}{4D} = 9D^2 \equiv C_{orifício}$$

C_o é a condutância do orifício

Reescrevendo em relação à condutância de um orifício

αC_o onde α é uma proporção

$$\alpha C_o = C_{total} = \frac{12D^3}{L}\left(1+\frac{4}{3}\frac{D}{L}\right)^{-1}$$

$$\boxed{\alpha = \frac{12D^3}{L}\left(1+\frac{4}{3}\frac{D}{L}\right)^{-1}\frac{1}{9D^2}} \longrightarrow C_o$$

$$\alpha = \frac{12D^3}{L}\,\frac{1}{1+\frac{4}{3}\frac{D}{L}}\,\frac{1}{9D^2}$$

$$\alpha = \frac{4}{3}\cdot\frac{D}{L}\left[\frac{1}{1+\frac{4D}{3L}}\right] = \frac{1}{\frac{3L}{4D}+1}$$

para $L >> 1$ $\qquad \alpha = \frac{4D}{3L}$ ✓

para $L << 1$ $\qquad \alpha = 1$ ✓